# 圆角对八面体桁架晶格结构力学性能的影响

Pierre-Thomas Doutre[a]，Christelle Grandvallet[a]，Léa Gobet[a]，Frederic Vignat[a]，Rémy Dendievel[b]

[a]格勒诺布尔阿尔卑斯大学、法国国家科学研究中心、格勒诺布尔国立综合理工学院、G-SCOP，法国格勒诺布尔，邮编 F-38000。[b]格勒诺布尔阿尔卑斯大学、法国国家科学研究中心UMR 5266、格勒诺布尔国立综合理工学院、SIMAP，法国格勒诺布尔，邮编 F-38000。电话：*+334 76 57 43 57*

## 摘要

增材制造（*AM*）的发展使金属零件能够依据三维模型直接制造。电子束熔化（*EBM*）是增材制造技术的一个实例，可实现新型设计和复杂几何形状的制造。该工艺尤其适用于晶格结构的制造。过去十年来，八面体桁架晶格结构一直是研究课题。其潜在优势引起了制造商的广泛兴趣，促使他们在零件生产中采用这种结构。除了轻量化之外，这种结构还具备良好的力学性能。然而，研究人员在研究这种特定结构时总会遇到同一个问题：在有限元分析（*FEA*）模拟中，杆件交汇处往往会出现应力集中。这是由于尖锐边缘的表面积非常小，从而导致奇异点的出现。对此，提出的解决方案是在杆件交汇处加入圆角接头或圆角。然而，添加圆角会增加八面体桁架结构的质量。为避免圆角导致的质量增加，有必要减小八面体桁架杆件的尺寸。本研究探讨了在相同质量条件下，圆角对结构力学性能的影响。为此，设计了*15*种具有不同圆角尺寸和杆件尺寸的八面体桁架结构，并对其进行比较。其中一些结构的杆件较粗、圆角较小，另一些则杆件较细、圆角较大。本研究的主要技术难题仍是八面体桁架结构圆角的设计，因为这些结构的同一点最多可汇聚*12*根杆件。设计完成后，采用电子束熔化技术制造这些八面体桁架结构，并对其进行静态压缩测试，最终测定每种结构的力学性能。结果表明，在相同相对密度下，带圆角的八面体桁架结构会降低整体结构的力学特性。本研究表明，不带圆角的结构具有更高的强度质量比。这一结果可用于轻量化应用。

关键词：电子束熔化；增材制造；八面体桁架；晶格结构；圆角

电子邮箱：Pierre-thomas.doutre@grenoble-inp.fr（Pierre-Thomas Doutre）

## 1. 引言、研究现状与目标。

### *1.1.* 引言

采用电子束熔化等增材制造技术，能够制造复杂的几何实体，尤其是晶格结构 [1]。后者有助于显著降低产品的质量 [1]。为确定这一影响，人们对晶格结构开展了对比研究 [2, 3, 4] ，并重点关注了两类结构：

- 刚度低、强度低但能量吸收能力高的弯曲主导结构- 刚度和强度更高，但能量吸收能力较低的拉伸主导结构 [2, 3, 4 ,5]。

在这些结构中，八面体桁架主要表现出拉伸主导的行为[6],，从而具有较高的刚度。因此，许多研究致力于探索提升其性能的方法。例如，[7, 8, 9] 对八面体桁架进行了整体和局部研究，揭示了节点处的应力集中。为解决这一问题，可以在节点处添加圆角，但这会导致八面体桁架结构的质量增加。为避免这一问题，一种解决方案是减小八面体桁架杆件的尺寸。

因此，本文研究了在八面体桁架结构上添加圆角的问题。为了最大化强度质量比，在给定体积内布置具有无圆角大杆件的八面体桁架结构，还是布置具有大圆角小杆件的八面体桁架结构更为合适？这引出了一个问题：将材料添加到节点处，还是添加到杆件处更为合适？首先，本文介绍了围绕圆角作用展开的研究现状。随后介绍添加圆角的设计方法和实验方案。然后对所得结果进行研究，最后总结并讨论本研究的局限性。

### *1.2.* 研究现状

在机械设计中，圆角可使球面扫描生成的两个表面之间实现平滑过渡。多位作者尝试添加圆角，以展示其在提高强度方面的优势。[10,11]。然而，添加圆角会增加质量，进而提高密度和强度[2]。其他研究则探讨了圆角对疲劳机械强度的影响：[12] 和[13] 表明，添加圆角可避免节点附近[11]或与实体部分连接处[14]发生失效。

Arshad等人 [10] 通过单轴压缩试验表明，在八面体桁架

结构中加入圆角可改善其力学特性（刚度、能量吸收效率、抗拉强度）。该研究在恒定质量和体积条件下进行。这些结构采用 PA12，通过 HP MJF4200 技术制造。Latture 等人 [11] 研究了圆角对八面体桁架结构的影响。他们比较了带圆角和不带圆角的结构。本研究使用的材料是通过立体光刻制得的聚碳酸酯。圆角半径为 1 mm 时，结构的相对密度从 8.2% 增至 9.0%。研究表明，所采用的圆角在减轻应力集中方面作用有限，但能够提高节点刚度，降低弯曲导致的软化程度，并使峰值应力提高 20%。作者还指出，晶格结构的力学性能存在边界效应。他们强调，增加晶胞重复次数对于限制这些效应十分重要。Portela 等人 [15] 研究了节点拓扑对不同类型晶格结构（包括八面体桁架）刚度的影响。研究了晶格结构中带圆角的 6 种节点。这些晶格由 5×5×5 个边长为 7.2 mm 的单胞镶嵌而成，支杆直径范围为 0.55 mm 至 1.6 mm。八面体桁架样品的相对密度范围为 5.8% 至 22.6%。这些零件采用聚合物树脂，通过数字光处理（DLP）制造。随后，研究人员进行了单轴压缩试验。作者观察到，修改节点几何形状后，刚度提高了 17% 至 28%。本研究未探讨节点几何形状对有效强度的影响。

在前文提及的文章中，[11] 和 [15] 指出，圆角的存在能够提升性能。但这种性能提升并非在恒定质量下实现。另一方面，遗憾的是，这些研究所采用的圆角构建方法缺乏细节。提供了具体细节的方法，则基于使用 CAD 软件所提供的圆角功能。因此，针对这些差值，本文拟深入探讨圆角对八面体桁架的影响，并检验此类结构的力学性能。

### *1.3.* 目标与研究问题

本文旨在探究增加圆角与减小支杆半径之间的平衡，以优化恒定质量下八面体桁架结构的力学性能。我们注意到，在相同质量下，圆角参数越大，支杆半径越小。由此提出的研究问题如下：

(i) 在结构相对密度相同的情况下，考虑到圆角会导致支杆直径减小，圆角能否提高八面体桁架结构承受静载荷时的机械强度？

(ii) 设计带圆角或不带圆角的晶格结构应使用哪些模拟工具?

## 2. 设计与制造

本研究设计了几种具有不同圆角尺寸的八面体桁架结构。由于每个节点处必须有12根杆件相交，因此这一设计阶段尤为复杂。研究采用 Rhino3D 软件的 Grasshopper 模块生成这些结构。在该模块中，我们使用了多管工具（图1）。在此工具中，我们使用三个输入参数来生成带圆角的结构。第一个输入“曲线”对应于我们希望在其间生成圆角的直线或曲线。第二个输入“节点尺寸”对应于支杆半径。最后一个输入“端点偏移”用于控制不同的圆角尺寸。在本文其余部分，我们将该参数称为“圆角比”。图2所示的这一参数是支杆半径乘数。点A对应于未设置圆角时“杆件”的交点。点B和B'对应于圆角与杆件之间的连接处。圆角比（Fr）定义如下：

$$Fr = \frac{\overrightarrow{||AB||}}{R}$$

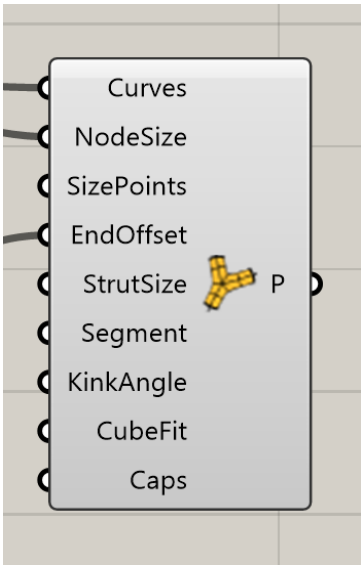



图1：Rhino Grasshopper 中的多管工具

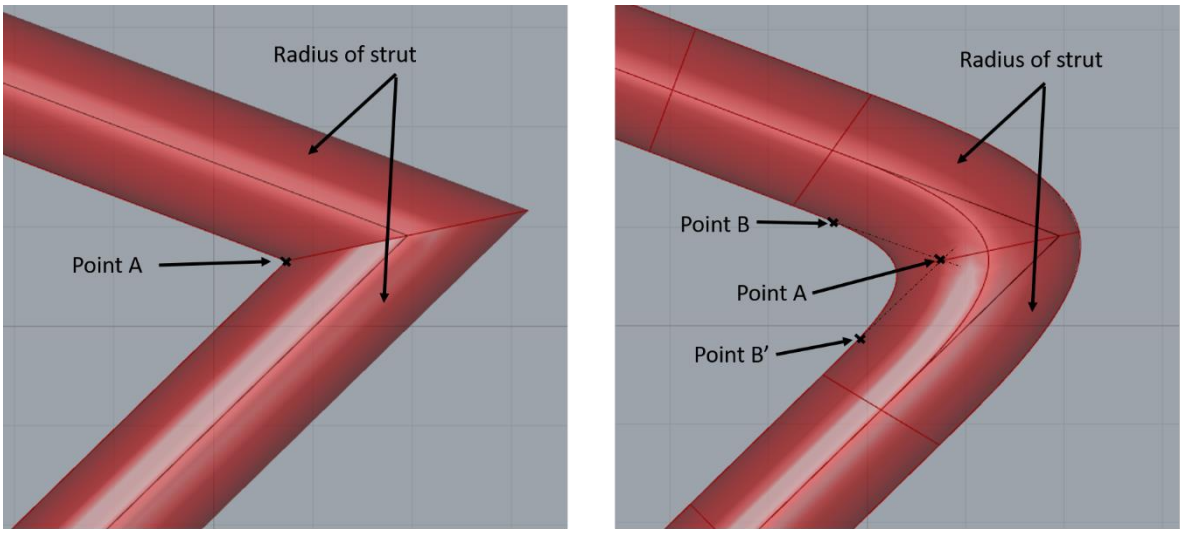



图*2*：无圆角结构（左）与带圆角结构（右）的圆角比参数

随后设计了五种质量相同的结构。图3展示了具有相同相对密度（3%）的结构可能采用的支杆半径和圆角比。每种结构均由3×3×3个单胞重复组成，单胞长度为20 mm。该尺寸足够大，能够在合理的制造时间内获得可靠的结果。图4展示了圆角比最大值的结构（支杆半径 = 0.42 mm，圆角比 = 8.58 mm/mm）。左图为完整结构的视图，右图则是完整结构的放大图。表1列出了所设计结构的全部参数。

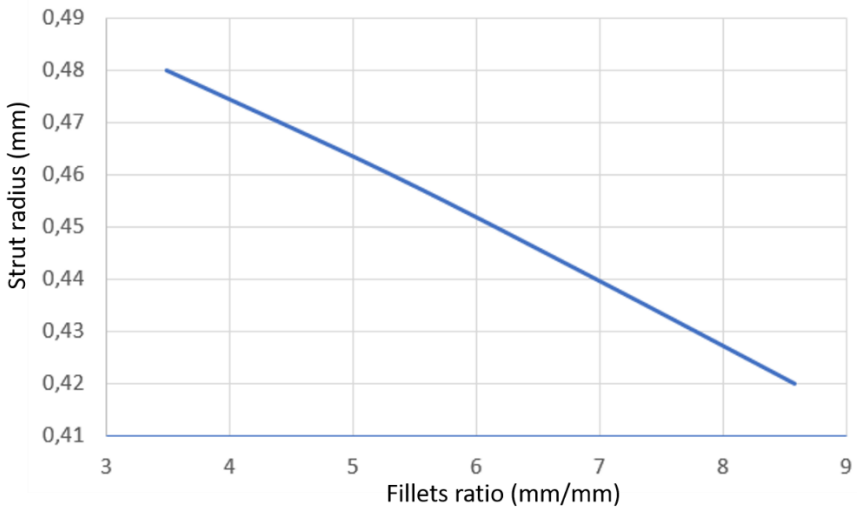



图3：相同相对

密度（3%）

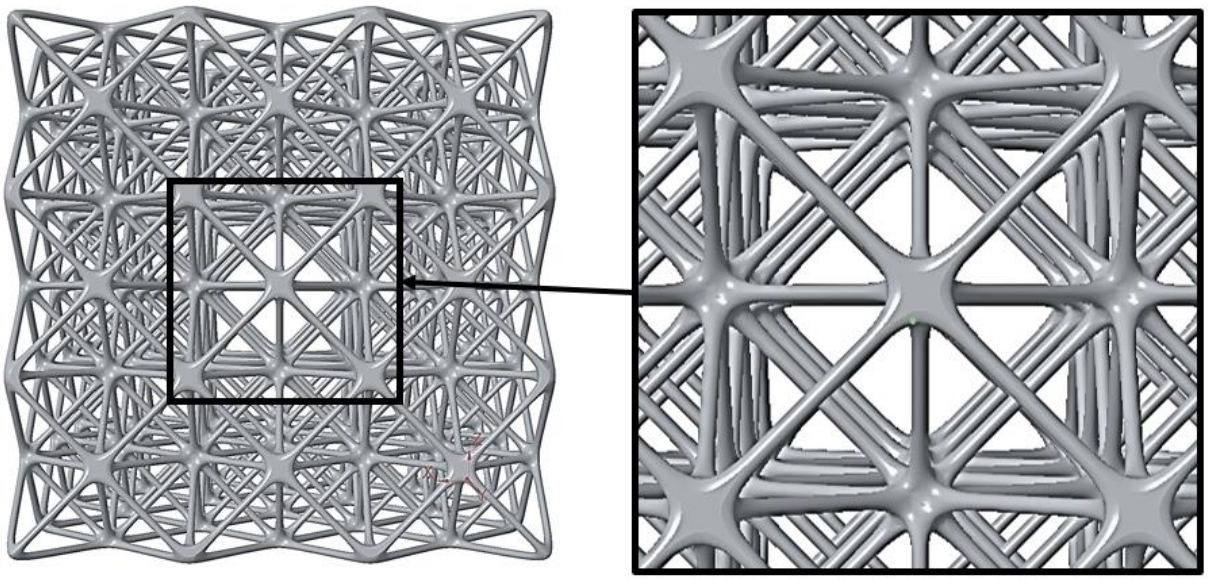


图*4* ：采用最大圆角设计的整体结构（半径 *= 0.42mm*，圆角比 *= 8.58 mm/mm )*

表*1*：设计完成后的结构特征汇总

| 结构数量 | 支杆半径 | 圆角比 | 体积 | 相对密度 |
|---|---|---|---|---|
| (-) | (mm) | (毫米/毫米) | (毫米³) | (%) |
| 1 | 0,50 | - | 7845 | 3,63 |
| 2 | 0,48 | 3,485 | 7845 | 3,63 |
| 3 | 0,46 | 5,310 | 7845 | 3,63 |
| 4 | 0,44 | 6,970 | 7845 | 3,63 |
| 5 | 0,42 | 8,580 | 7845 | 3,63 |

为补偿圆角比的逐渐增加并保持恒定质量，五种结构的支杆半径被有意减小。

就这些结构的制造而言，选用了采用TA6V合金粉末的电子束熔化（EBM）技术。电子束熔化技术能够制造晶格结构 [1], [16]。既往研究建议最小半径为0.4 mm [16] ，并根据可制造性提出了可脱粉准则 [17] [18] 。

针对每组参数，设计了三个样品，共计制造15个结构。

就取向而言，所有 15 个样品均以 45 度角放置在成形舱内

(图5）。相关研究建议晶格结构或细支杆采用这种取向：[15], [19] 和 [16]。

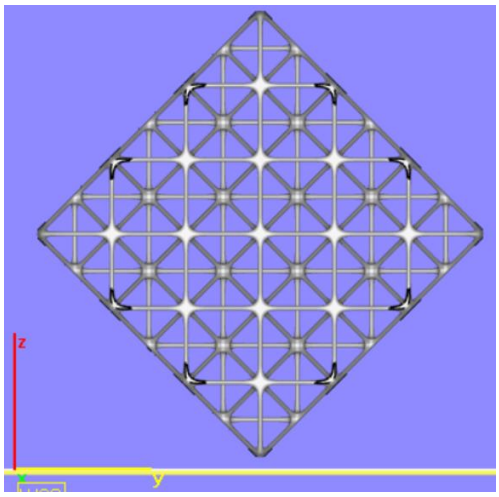



图*5*：全部*15*个样品的取向。

制造完成后，对结构进行了称重，以检查质量偏差。表2汇总了每个制造样品的质量测量结果。样品的平均质量为34.4g，与该平均值的差值见表2，最大差值范围为-6%至4%。

表*2*：*15*个结构的质量详情（单位：*g*）

| 圆角比率 (mm/mm) | 支杆半径（mm） | 样品质量（g） | 差值（%） |
|---|---|---|---|
| - | 0,5 | 29,7 | -5,45 |
| | | 29,9 | -4,82 |
| | | 29,9 | -4,82 |
| 3,485 | 0,48 | 30,9 | -1,63 |
| | | 30,9 | -1,63 |
| | | 31 | -1,32 |
| 5,31 | 0,46 | 32 | 1,87 |
| | | 31,7 | 0,91 |
| | | 31,7 | 0,91 |
| 6,97 | 0,44 | 32,2 | 2,50 |
| | | 32,1 | 2,19 |
| | | 32,6 | 3,78 |
| 8,58 | 0,42 | 32,1 | 2,19 |
| | | 32,1 | 2,19 |
| | | 32,4 | 3,14 |

制作完成后，对15个结构进行了机械测试，测试遵循一项实验

方案，该方案将在下一节介绍。

### 3. 实验测试与分析方法

为获取15种八面体桁架结构的力学性能，进行了单轴压缩测试。测试采用加载-卸载序列。对于这些测试，采用了与[1] 相同的方法。压缩试验台以每分钟1毫米的速度进行位移控制。每发生0.2%的变形，便卸载至最大载荷的60%。下一节将详细介绍添加圆角对八面体桁架的影响。应力-应变的演变绘制于图6中。

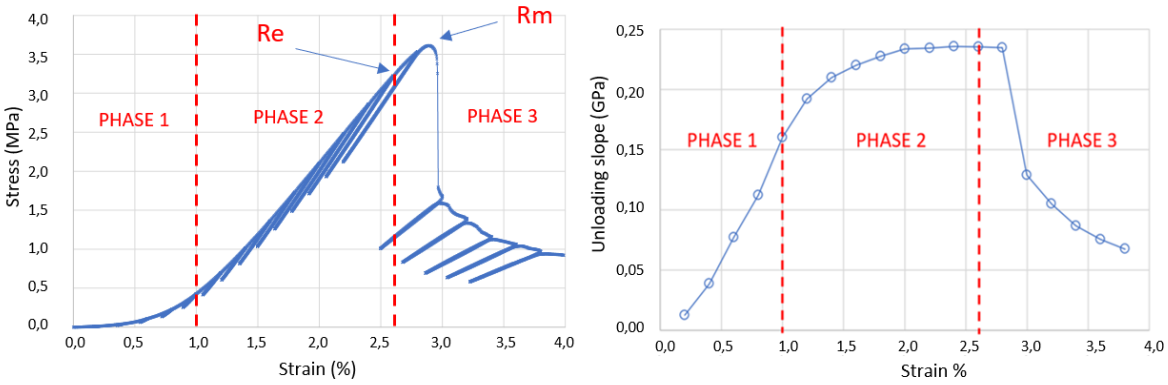



图*6*：用于确定晶格结构杨氏模量的典型应力-应变循环（左）。卸载斜率随应变的变化（右）。支杆半径为*0.48*毫米、圆角比为*3,485*的样品。

从图6中的两张图可以看出，此类结构的压缩可分为三个阶段：

阶段 1：第一个区域对应于将样品置于压板之间的过程。由于样品相对的两侧并非完全平行，且上下表面存在粗糙度，因此首次测得的力并不能完全反映结构的弹性阶段。测得的力低于预期值。卸载时，斜率迅速增大。

阶段 2 第一阶段之后，结构以弹性方式变形，直至第一根支杆发生塑性加载。在该区域内，卸载时的斜率仍持续增大，直至达到平台。这意味着，在弹性阶段的早期，部分杆件

处于未完全加载的状态，且不会影响结构的刚度。在平台阶段，结构完全呈弹性状态。

阶段3 在达到给定应变后，首次发生局部损伤。这会降低计算得到的卸载斜率。整体结构发生塑性响应。

结构的杨氏模量取计算得到的卸载斜率中的最大值（图6右）。该值对应于完全弹性平台的数值。在某些结构中，

弹性平台并不存在。实际上，当首次发生局部塑性变形时，结构尚未处于完全弹性加载状态。因此，杨氏模量取最大值。Re定义为阶段3开始时的应力值。抗拉强度（Rm）对应于结构中允许的最大应力（如图6左所示）。

## 4. 结果

### *4.1.* 与文献结果的比较

在讨论机械测试结果之前，通过将其与[8] 和[20]的结果进行比较来验证其一致性。这些论文提出了无圆角八面体桁架晶格结构的力学特性。所制造结构的相对密度为3%。对于该相对密度，在无圆角的情况下，就相对杨氏模量而言，与[8] 的结果相比可观察到低12%的差异，与[20] 的结果相比则低15%（如表3所示）。因此，本文所呈现的测试结果可用于进一步讨论。

表 *3*：与文献结果的比较

| | 相对密度 (%) | 相对杨氏模量（%） | 差值（%） |
|---|---|---|---|
| Deshpande 等人 [8] | 3 | 0,25 | 12 |
| Azman [20] | 3 | 0,26 | 15 |
| 机械测试结果 | 3 | 0,22 | - |

### *4.2.* 结果分析

总体结果见图9。图中根据支杆半径展示了屈服强度和抗拉强度的所有测量值（图9下图）以及E的所有测量值（图9上图）。可以注意到

机械特性（屈服强度、抗拉强度和E）随着圆角比的增加而降低。

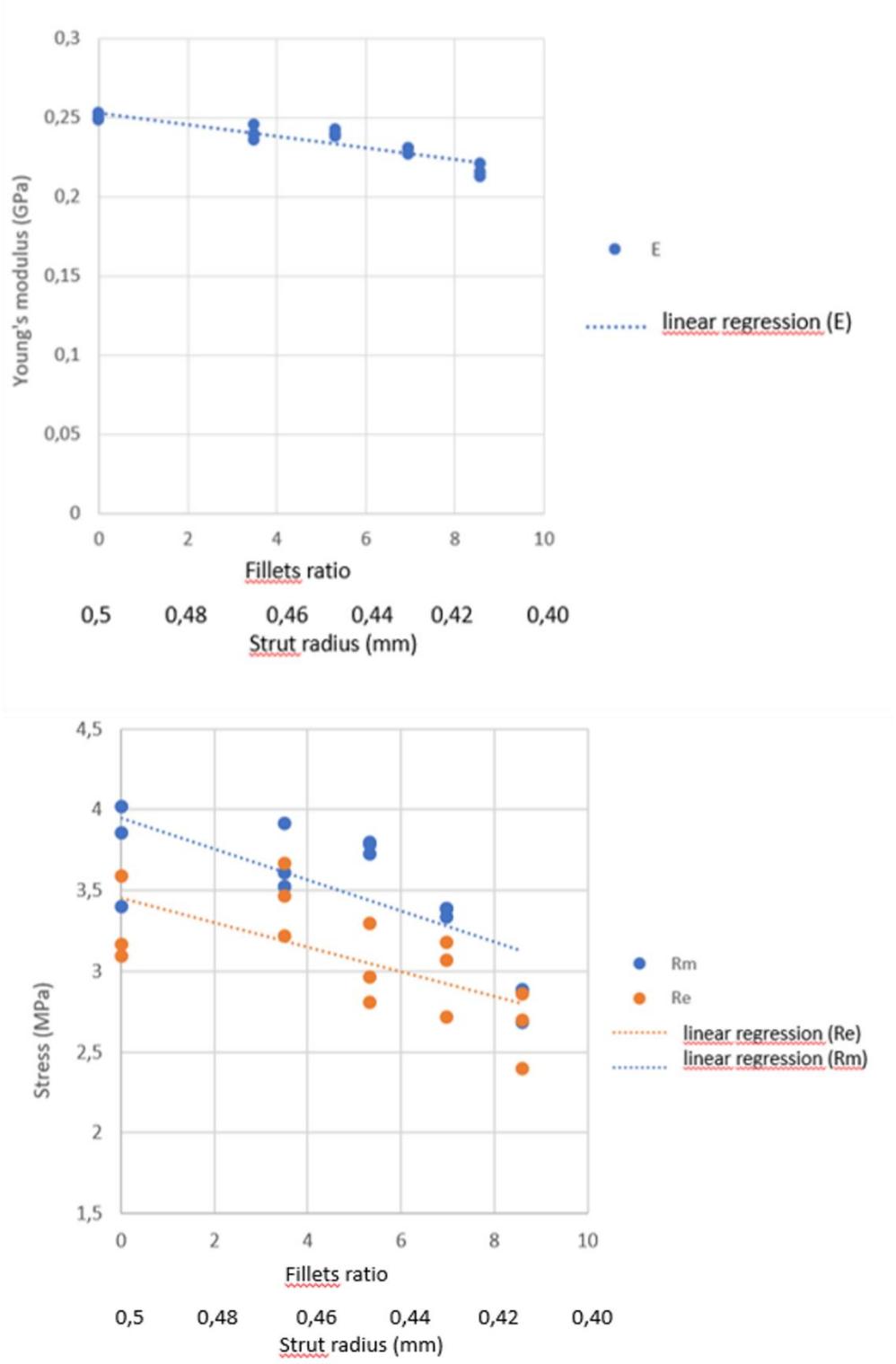
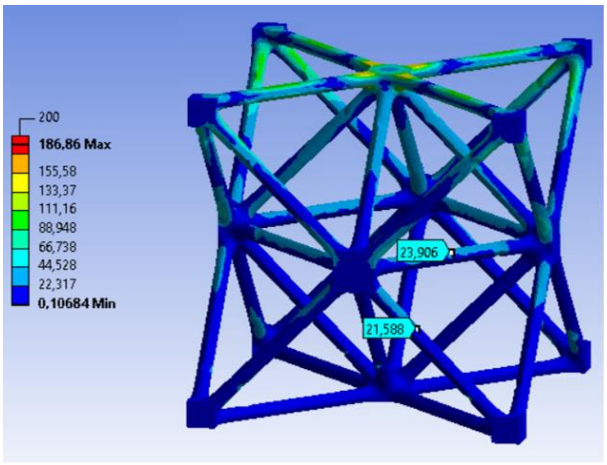



图 1：机械测试的总体结果

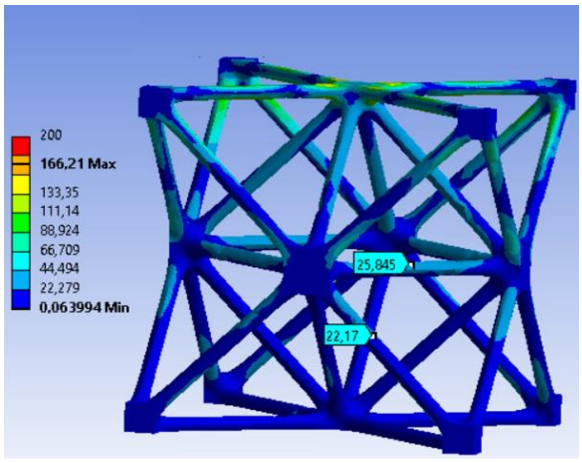
请注意，制造工艺完成后报告的质量偏差并不与先前的结果相矛盾。因为如果结构的质量恒定，带圆角和不带圆角的结构在力学性能上的差异会更大。

如图10所示，有限元计算验证了圆角的这种负面影响，其中进行了多次体积有限元计算。为避免对完整体积结构进行计算所需的繁重计算资源，计算针对一个单胞进行。两个结构的边界条件相同（在上部施加100N的力，并约束下部的所有自由度）。图10展示了冯·米塞斯应力的分布，以及相应的参数：支杆半径和圆角比。

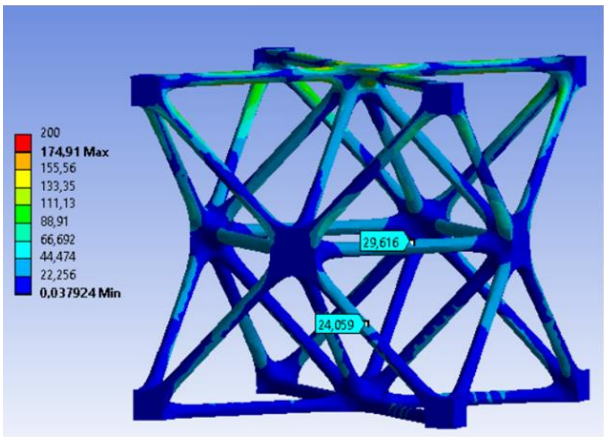
首先可以观察到，在所有结构中，圆角处的应力都低于杆件中的应力。这意味着杆件先于圆角达到弹性域极限。这与 [21] 得出的计算和实验结果一致。其次，对于给定的载荷和质量，圆角比越大，支杆直径越小，因此杆件中的应力越高，这证实了我们获得的实验结果。



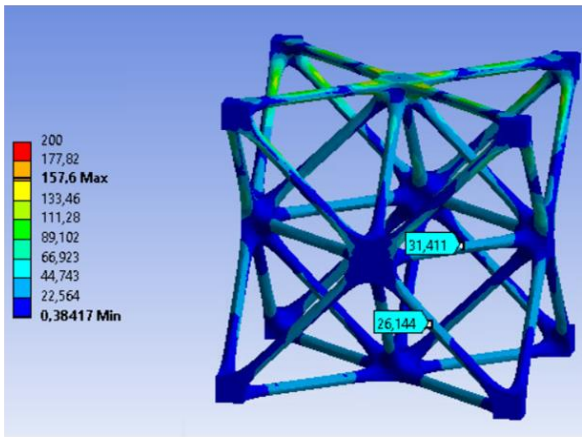

Strut radius 0,48mm and fillets ratio 3,485




Strut radius 0,46mm and fillets ratio 5,310




Strut radius 0,44mm and fillets ratio 6,970




Strut radius 0,42mm and fillets ratio 8,580

图*10*：不同圆角比和支杆半径下*4*种结构的冯·米塞斯应力计算结果。

*4.3.* 失效区域分析：

先前通过模拟获得的结果可以通过实验验证。事实上，机械测试过程都进行了录像。图11展示了每种半径对应的失效图像，右侧为放大图。

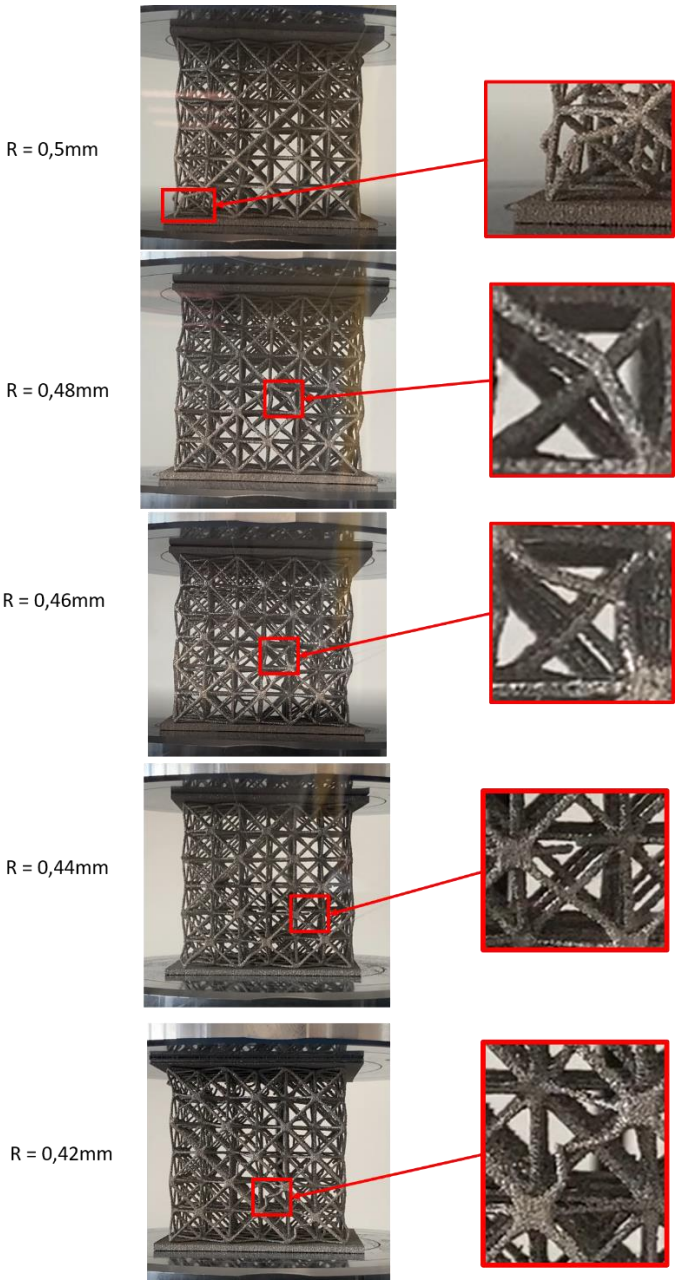



图*11*：失效示意图

可以注意到，在所有机械测试中，失效总是发生在杆件上，而不是节点或圆角处。这一发现与前文各节的结论一致。

### *4.4.* 梁模型在晶格结构尺寸设计中的应用

在第2.2节和第2.3节中，有限元仿真和机械测试均表明，结构的失效发生在支杆处，而非圆角处。它们还表明，为了提高强度质量比，这些结构应采用无圆角设计。那么问题是：梁模型是否足以用于八面体桁架结构的尺寸设计？这些计算适用于密度低于5%的情况，而本研究正是如此。由于采用梁模型，

因此不考虑圆角，这与上一章的结论一致。针对每个支柱直径值，均进行了基于梁的仿真。所施加的边界条件如图12所示。对于每个结构，在上表面的节点集上施加沿-y方向的力，同时约束其沿y方向的位移，并通过适当的边界条件防止刚体运动。这些边界条件使仿真尽可能接近上述压缩试验。仿真使用 Ansys APDL 进行。表4总结了仿真结果，并列出了以下参数的值：

F1 是结构达到屈服应力（Re）时的实验力。F2 是通过有限元仿真确定的同一力。因此，它是结构达到屈服应力（Re）时的理论力（即支杆中的屈服应力达到 840 MPA 时）。此外，已验证在所有受测配置中均未达到欧拉屈曲准则。

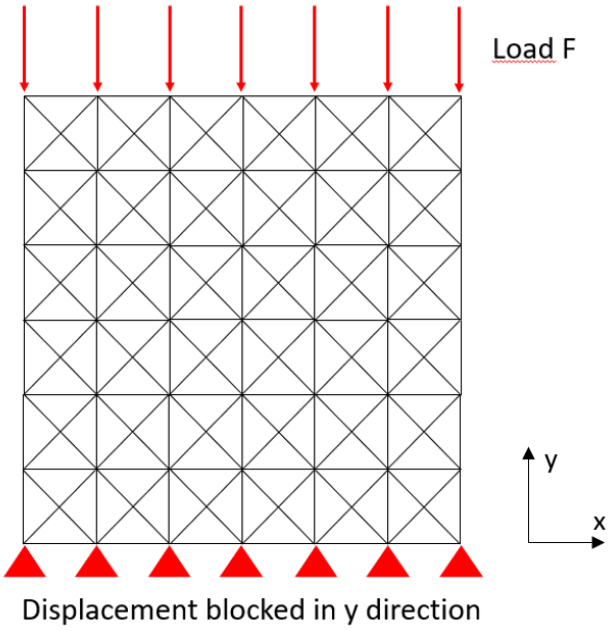



图12：完整晶格结构的有限元分析建模。

表4：有限元法梁模拟数据。

| 圆角比 | 支杆半径（mm） | F1（N） | F2（N） | F2/F1 |
|---|---|---|---|---|
| - | 0,5 | 11844 | 17094 | 1,44 |
| 3,485 | 0,48 | 12420 | 16150 | 1,30 |
| 5,31 | 0,46 | 10908 | 14972 | 1,37 |
| 6,97 | 0,44 | 10764 | 13825 | 1,28 |
| 8,58 | 0,42 | 9540 | 12740 | 1,34 |

可以观察到比率 F2/F1（理论力 / 实验力）稳定，实验力与理论力之间存在 30% 至 40% 的差异。这一差异可以用 引入的等效直径概念来解释。本文提出了等效直径的概念，即对实际有助于机械强度的材料进行建模时所用的支杆直径。该直径考虑了制造偏差。对于测试所用的机器，视支杆的取向而定，该直径比标称直径（CAD直径）小 15% 至 45%。因此，支杆的横截面减少了 27% 至 70%。由于受测结构为拉伸主导型，力 F1 也减少了 27% 至 70%，使 F2/F1 比率介于 1.37 至 3 之间。

因此可以得出结论，采用梁模型进行的模拟结果与实验结果一致。因此，在对晶格结构进行尺寸设计时，可以考虑采用这类建模方法。

## 5. 结论

### *5.1.* 讨论

采用有圆角和无圆角模型进行的有限元仿真表明，圆角会对静态载荷下的机械性能产生负面影响。本研究的实验也表明，有圆角和无圆角结构的失效主要都出现在杆件处。

这些观察结果与 Latture等人 [11] 报告的结果一致：他们观察到，有圆角结构在静态压缩试验中会在杆件处发生失效。

然而，对于无圆角结构，本研究结果与 Latture等人的发现相矛盾；他们观察到断裂发生在节点处。Latture等人采用了不同于我们的制造工艺（立体光刻，SLA）和材料（聚碳酸酯），这或许可以解释这种差异。然而，尽管他们设备沿 z轴 的分辨率与我们的相同（50 微米），切片过程中的平滑处理效果无法解释这种差异。

另一方面，将我们的结果与采用相同金属制造工艺和相同材料的研究者进行比较，例如 Burr等人 [21] ，他们在疲劳试验中观察到，电子束熔化制造的钛支杆发生了失效；我们的无圆角结构与之相似。[21] 还进行了X射线断层扫描，结果显示，节点处的缺陷数量与结构其他部位一样多。

### *5.2.* 贡献

本研究聚焦于圆角对八面体桁架晶格结构力学性能的影响。为此，我们制作了五种圆角尺寸不同的结构，每种均制作三个样品。由于圆角会增加结构质量，因此决定减小支杆尺寸，使结构质量保持相同。静态压缩测试的结果表明，在质量相同的情况下，圆角无法改善结构的静态力学特性，甚至可能使其变差。对失效区域的分析显示，塑性变形和失效发生在支杆上，而非圆角处。在这种情况下，在设计阶段，对于低密度（低于 5%）的桁架结构，可以认为梁计算足以用于不带圆角的结构设计。设计八面体桁架结构时，如果目标是最大化质量/强度比，设计者没有太大必要添加圆角。但若要对不带圆角的结构进行有限元计算，则可以采用梁模型。

### *5.3.* 展望

本研究针对杆件尺寸接近电子束熔化工艺可制造性极限的八面体桁架结构开展了实验。研究圆角对其他类型结构（例如立方结构）力学性能的影响，可能也很有意义。例如，可研究圆角对密度更高的结构、其他方向的载荷工况、圆锥梁、更多晶胞重复（4x4x4、5x5x5 等）或其他材料的影响，也可研究采用其他制造工艺时圆角的影响；此外，探讨圆角对疲劳强度的影响，也有望补充关于相似密度下晶格结构行为的研究结果。

**参考文献**

*[1]* M. Suard, G. Martin, P. Lhuissier, R. Dendievel, F. Vignat, J.-J. Blandin, F. Villeneuve. 电子束熔化增材制造晶格结构刚度预测中单根支杆的机械等效直径，《增材制造》，第 8 卷，2015 年，第 124–131 页。

*[2]* M. F. Ashby，《泡沫材料与晶格结构的特性》。《哲学汇刊》，A辑：数学、物理与工程科学，第364卷，第15-30页（2006年1月）

*[3]* Alvian Iqbal Hanif Nasrullah、Sigit Puji Santosa、Tatacipta Dirgantara，《基于点阵结构构型的耐撞部件设计与优化》。《结构》，第26卷，第969-981页（2020年）

*[4]* F.N. Habib、P. Iovenitti、S.H. Masood、M. Nikzad，《采用多射流熔融技术制造用于实现最佳能量吸收的聚合物点阵结构》。《材料与设计》第155卷，第86-98页（2018年）

*[5]* L. J. Gibson 和 M. F. Ashby。《三维胞状材料力学》。《英国皇家学会学报A辑：数学、物理与工程科学》，第382卷，第43-59页（1982年7月）

*[6]* V. S. Deshpande、M. F. Ashby 和 N. A. Fleck，《泡沫拓扑结构：弯曲主导型结构与拉伸主导型结构》。《材料学报》，第 49 卷第 6 期，页码：1035-1040（2001）

*[7]* Elliott Jost、David Moore、Christopher Saldana，《增材制造八面体桁架点阵结构整体与局部变形的演变》。《增材制造快报》（2021）

*[8]* V.S. Deshpande、N.A. Fleck、M.F. Ashby，《八面体桁架点阵材料的有效性能》。《固体力学与物理学杂志》，第 49 期，页码：1747 – 1769（2001）

*[9]* ZeZhou He、FengChao Wang、YinBo Zhu、HengAn Wu、Harold S. Park，《铜八面体桁架纳米点阵的力学性能》。《固体力学与物理学杂志》，第 101 卷，第 133–149 页（2017 年）

*[10]* Ahmad Bin Arshad、Aamer Nazir、Jeng-Ywan Jeng，《圆角和横杆对采用增材制造制备的晶格结构力学性能的影响》。《国际先进制造技术杂志》，第 111 期，第 931–943 页（2020 年）

*[11]* Ryan M. Latture、Ricardo X. Rodriguez、Larry R. Holmes Jr.、Frank W. Zok，节点圆角和外边界对八面体桁架压缩响应的影响。《材料学报》，第149卷，78–87页（2018）

*[12]* M. Dallago、V. Fontanari、E. Torresani、M. Leoni、C. Pederzolli、C. Potrich、M. Benedetti，采用选择性激光熔化制造、具有不同排列立方胞元的 Ti-6Al-4V ELI 胞状结构的疲劳和生物学性能，《生物医学材料力学行为杂志》78（2018）381–394。

*[13]* G. Savio、S. Rosso、A. Curtarello、R. Meneghello，建模方法对胞状固体疲劳行为的影响，《增材制造》25（2018年11月）（2019）50–58。

*[14]* H. Alsalla、L. Hao、C. Smith，采用选择性激光熔化技术制造的316L不锈钢胞状点阵结构的断裂韧性和抗拉强度，《材料科学与工程A辑》669（2016）1–6。

*[15]* Carlos M. Portela、Julia R. Greer、Dennis M. Kochmann，节点几何形状对非细长三维桁架点阵构型有效刚度的影响，《极端力学快报》，第22卷，2018年，第138-148页，ISSN 2352-4316，

*[16]* Benjamin Vayre、Frederic Vignat 和 Francois Villeneuve。《金属增材制造：最新进展综述与发展前景》。《力学与工业》，第 13 卷第 2 期，第 89–96 页（2012 年 5 月）

*[17]* Aurélien Carré、Matthieu Museau、Pierre-Thomas Doutre、Frederic Vignat。《一种确定电子束熔化制造的晶格结构去粉高度的方法》。《制造工艺杂志》，第 34 卷，2018 年。

*[18]* P.-T. Doutre, C. Grandvallet, M. Museau，采用超声机制对电子束熔化制造的零件进行高效去粉的新方法，《力学与工业》23，22（2022）

*[19]* T. Persenot, A. Burr, G. Martin, J.-Y. Buffiere, R. Dendievel, E. Maire，构建方向对电子束熔化成形的原始 Ti-6Al-4V合金疲劳性能的影响，《国际疲劳学杂志》118（2019）65–76。

*[20]* Abdul Hadi Azman。《面向增材制造设计的晶格结构集成方法》。《材料》。格勒诺布尔-阿尔卑斯大学，2017

*[21]* Alexis Burr、Théo Persenot、Pierre-Thomas Doutre、Jean-Yves Buffiere、Pierre Lhuissier、Guilhem Martin、Rémy Dendievel,

用于预测增材制造晶格结构疲劳寿命的数值框架，《国际疲劳学杂志》，第139卷，2020，105769，ISSN 0142-1123,