arXiv:2303.03895v1 [cs.IT] 7 Mar 2023

基于帧时隙ALOHA的状态更新协议下的信息年龄

Zhiling Yue，*IEEE*学生会员，Howard H. Yang，*IEEE*会员，Meng Zhang，*IEEE*会员，以及 Nikolaos Pappas，*IEEE*高级会员

摘要—**我们提出了一种基于帧时隙ALOHA（FSA）的随机接入网络协议，其中信源向各自的目的节点传输状态更新。我们使用信息年龄（AoI）指标评估该协议对网络时效性性能的影响。具体而言，我们利用随机几何工具对源-目的地对的空间位置进行建模，并通过节点间相互造成的干扰，捕捉节点时空属性之间的相互关联。我们分别推导了泊松双极网络和蜂窝网络中典型传输链路上信息年龄均值和方差的解析表达式。分析结果表明，在密集部署的网络中，基于FSA的状态更新协议能够显著降低平均信息年龄，同时大幅减小信息年龄方差，从而稳定信息年龄性能。此外，在更新频率相同的情况下，将时隙ALOHA协议转换为基于FSA的协议总能降低平均信息年龄。而且，将FSA与功率控制结合使用，能够进一步提升AoI性能，不过必须适当调整帧长和功率控制因子，才能获得最优增益。**

索引词—**信息年龄、无线网络、干扰、帧时隙 ALOHA、随机几何。**

I. 引言

超可靠低时延通信（URLLC）[1], [2] 是一项重要技术，源自物联网（IoT）与触觉互联网的交汇，推动了众多实时应用的发展，例如医疗保健 [3], 自动驾驶车辆 [4], 遥感与控制 [5]。这些应用对信息传递及时性有着严格要求，因为过时的信息可能导致错误决策，并造成严重后果 [6]。为了支持上述对时延敏感的超可靠低时延通信服务，信息年龄 （AoI）被提出作为一种有效且易于处理的指标，用于量化时效性 [7]。与时延和吞吐量等传统指标不同，信息年龄从接收机的角度进行评估，衡量自最新接收信息更新生成以来所经过的时间。由于信息年龄能够捕捉信息传输的时效性，而传统指标无法做到这一点，因此面向信息年龄的网络设计往往会带来非传统（有时甚至违反直觉）的见解与解决方案。因此，信息年龄在下一代超可靠低时延通信系统的信息更新与传输及时性研究中受到了广泛关注。

早期关于信息年龄的研究主要集中于点对点场景 [8]–[10] ，并发现，面向信息年龄的优化设计与针对传统指标的设计有所不同。具体而言， [8] 提出了一种计算平均信息年龄的通用方法，并发现传统的更新策略，即能够最大化吞吐量或最小化时延的零等待策略，并不总能实现最优信息年龄。研究还指出，事实上，与直觉相反，从优化信息年龄的角度来看，许多情况下，在发送端等待一段时间更为理想。 [9] 研究并比较了三种不同分组管理方案下的信息年龄性能，发现采用替换协议的方案表现最佳。鉴于现实应用对信息陈旧性的敏感程度各不相同，[10]研究了信息年龄非线性演化下的性能。

在实践中，信息系统通常由大量通过共享频谱进行通信的实体组成。由于无线介质具有广播特性，不同节点的同时传输会相互干扰。干扰往往会导致传输碰撞和传输失败，严重影响通信质量。为此，一系列研究引入了协议模型（又称冲突图），用于刻画干扰导致传输碰撞的现象。这些模型假设，在某个特定地理区域内，只要有源节点同时传输，就会导致传输失败。基于该模型，人们提出了多种策略来选择可接入信道的活跃链路，以控制网络干扰并降低信息年龄。 [11]针对不同的信源模型，求得了分别使平均信息年龄和峰值年龄最小化的最优调度策略，以及次优但复杂度较低的调度策略。在[12], 中，作者提出了四种不同的调度策略，包括贪婪策略、随机化策略、最大权重策略和 Whittle指数策略，以优化信息年龄性能，并为这些策略推导了性能保证。然而，这些集中式调度方法通常需要统一的协调与决策，因此不适用于存在大量终端用户设备或

Z. Yue、H. H. Yang 和 M. Zhang 的工作得到国家自然科学基金委员会项目（62201504 和 62202427）的资助。N. Pappas 的工作部分得到瑞典研究理事会（VR）、ELLIIT、Zenith 和欧洲联盟（ETHER，101096526）的资助。（通讯作者：*Howard H. Yang*。）Z. Yue、H. H. Yang 和 M. Zhang 任职于浙江大学浙江大学/伊利诺伊大学厄巴纳-香槟分校联合学院，地址：中国海宁 314400（电子邮箱：chi-ling@zju.edu.cn、haoyang@intl.zju.edu.cn、mengzhang@intl.zju.edu.cn）。N. Pappas 任职于瑞典林雪平大学计算机与信息科学系，地址：瑞典林雪平 58183（电子邮箱：nikolaos.pappas@liu.se）。

流量高度突发的应用场景 [13]。因此，时隙 ALOHA（SA）和载波侦听多路访问（CSMA）等分布式随机接入协议受到广泛关注。 [14] 针对两种不同的分组管理方案（有抢占和无抢占）给出了平均信息年龄和平均峰值信息年龄的闭式表达式。由于低成本设备的开销预算有限，且可能不具备载波侦听能力，因此 SA 类型的协议更为适用。在 [15], 中，研究了使用 SA信道接入策略优化信息年龄的问题，结果表明其性能逊于轮询策略。鉴于此，一些研究对 SA 进行了改进。 [16] 提出了一种变体，称为阈值 *ALOHA*：只有当源节点的信息年龄超过某个阈值时，该节点才会变为活跃状态，并以给定概率生成新信息。这种信道接入协议能够在一定程度上减少源节点间的竞争，从而提高信息陈旧的源节点成功传输的概率，并减少传输功率的浪费。在 [17], 中，研究者引入了一种用于反映更新紧迫性的指数，并根据节点的指数选择其接入无线信道。

然而，冲突图模型通过对干扰是否存在进行二元判定，过度简化了物理层特征。此外，它未能捕捉无线系统的关键属性，例如衰落、路径损耗、功率控制和同信道干扰。因此，采用信干噪比（SINR）或信干比（SIR）模型来刻画网络中的干扰，成为一种更具吸引力的方法 [18]。基于这一模型，另一类研究采用随机几何作为工具，将节点位置分布建模为点过程，以考虑同时传输所引发的干扰所造成的复杂影响。在 [19], 中，作者在考虑节点位置及其相互干扰的基础上，推导了网络中平均信息年龄累积分布函数（CDF）的上界和下界。 [20]改进了峰值信息年龄空间分布的界，并给出了成功传输概率的精确界。文献 [21] 针对蜂窝物联网网络中信息年龄性能的空间差异，对吞吐量和信息年龄进行了随机几何分析。[22] 中的作者利用元分布给出了信息年龄的表达式，其仿真结果表明，信息年龄性能高度依赖于空间位置、流量负载和解码阈值。 [23] 建立了一个理论框架，用于分析空间交互队列对信息年龄的影响，从而有助于理解网络参数对信息年龄性能的影响。[24]则将信息年龄分析扩展到这样一类网络：源节点具有单位大小缓冲区，并采用带替换的先到先服务协议，这通常是信息年龄最优的。基于此类时空模型，研究人员开展了一系列工作来设计性能优化方案。 [25],提出了一种去中心化信道接入策略。在该策略下，每个节点根据对周围通信环境的观测，做出信息年龄最优的传输决策。文献 [18]给出了与各点周围参数相关的一个方程。通过求解该方程，可以得到每个信源的最优状态更新速率，使其适应本地传输条件。此外， [27] 利用源节点的本地观测设计了一种分布式功率控制策略，使节点能够单独调整发射功率，以优化信息年龄性能。

尽管已有研究从多个方面分析并优化了信息年龄（AoI），但其设计主要针对基于时隙的系统动态。相比之下，帧时隙ALOHA（FSA）对信息新鲜度的影响仍鲜有研究。FSA是一种新兴技术，可在时间域内规范传输，如今已广泛应用于物联网，例如 [28],协调机器对机器（M2M）数据采集网络中的海量接入 [29] 以及射频识别（RFID）系统中读写器与标签之间的通信[30],。受FSA理念启发，本文提出一种新的状态更新协议，以提升无线网络中的信息年龄性能。具体而言，我们将固定数量的连续时隙组织成一帧，源节点独立地以一定概率决定是否在每帧中激活。若某个源节点决定在一帧中激活，则在该帧内均匀随机地选择一个时隙；在选定时隙中，该源节点生成一条新的状态更新信息，并立即将其发送给目的节点。我们构建了一个理论框架，用于刻画所提协议的性能。具体来说，我们将源节点和目的节点的空间位置建模为遍历平稳点过程。源节点使用基于FSA的协议向目的节点更新状态信息。我们考虑一种干扰受限场景，其中只有当目的节点接收到的信干比（SIR）超过解码阈值时，无线链路上的传输才会成功。通过以网络拓扑为条件，我们推导了典型节点的平均信息年龄和二次信息年龄表达式。由于干扰受传输链路的空间分布影响，我们采用随机几何方法对节点可能的地理分布模式取平均，并针对两种常用网络模型，即泊松双极网络和泊松蜂窝网络，推导出信息年龄均值和方差的闭式表达式。根据分析结果，我们发现，FSA提供了一种将源节点分配到不同传输时隙进行更新传输的方法，从而能够减少网络中的源节点间竞争。我们证明，FSA始终能够实现比时隙ALOHA（SA）更低的平均信息年龄。此外，在每帧中完成更新后的时隙里，由于源节点没有机会再次传输，它会进入休眠状态以降低功耗。在本文撰写期间，我们发现了一项非常近期的研究，该研究也考察了基于FSA的协议下的平均信息年龄 [31]。然而，我们的工作与 [31]存在显著差异。具体而言， [31]研究的是一个单小区场景，其中多个用户向同一个接入点传输数据，并采用协议模型刻画用户间的竞争。[31] 的作者仅分析了平均信息年龄，并对FSA状态更新协议提供了一些初步见解。相比之下，我们

考虑了更贴近实际的多小区场景，并采用两种已验证适用于真实场景的特定网络模型 [32], [33]。此外，我们应用SINR模型，以刻画无线系统更复杂的特性。我们不仅推导了信息年龄的平均值，还推导了其方差；该分析还可扩展至更高阶矩或更新延迟成本（*CoUD*） [34]。此外，我们通过考察各种特殊场景下网络的信息年龄性能，进行了更全面的分析，从而有助于深入理解FSA更新协议对信息年龄的影响。我们的主要贡献总结如下。

- 我们提出一种基于FSA的协议，使随机接入网络中的一组源节点能够向预期目的节点更新其状态信息。我们建立了一个数学框架，用于评估采用该协议时发射机的信息年龄性能。我们的模型涵盖了无线系统的若干关键特性，包括信道衰落、路径损耗和干扰。在固定网络拓扑的条件下，我们推导出典型节点时间平均信息年龄的（条件）一阶矩和二阶矩，并通过仿真验证了结果的准确性。

- 当节点构成泊松双极网络时，我们得到了采用基于FSA的状态更新协议时典型节点信息年龄平均值和方差的闭式表达式。我们比较了节点采用FSA与SA协议时的信息年龄性能，并确定了FSA有助于降低信息年龄的条件。我们还发现，在更新频率相同的情况下，将SA协议转换为FSA协议始终有利于降低平均信息年龄。此外，基于FSA的协议还有助于发射机降低传输功耗。

- 在泊松蜂窝网络的场景下，我们通过考虑传输协议和功率控制策略的影响，推导出典型传输链路上信息年龄的平均值和方差的解析表达式。该分析使我们能够量化信号功率域和干扰域中的控制因素及其对信息年龄性能的联合影响。我们还开展了若干特殊案例研究，以获得有益的见解。

- 数值结果表明：*i*）当发射机之间的空间竞争较为激烈时，即无线链路在空间中被频繁激活且密集部署时，基于FSA的状态更新协议具有优势。在这种情况下，存在一个能够使AoI的平均值（或方差）最小化的最优帧长；*ii*）当网络变得更加密集时，FSA带来的增益尤为显著。具体而言，当部署密度增加五倍时，与传统基于时隙ALOHA的协议相比，基于FSA的协议可以将AoI的平均值和方差降低两个数量级；以及*iii*）将FSA与功率控制策略结合使用可以进一步提升网络的信息年龄性能，尽管必须适当调整帧长和功率控制因子，才能实现最优增益。

表 I 符号汇总

符号	定义
Φ_{s}; λ_{s}	平稳遍历点过程建模 源节点的位置；源节点空间部署密度
Φ_{d}; λ_{d}	平稳遍历点过程建模 目的地的位置；目的地空间部署密度
Φ; λ	平稳遍历点 过程 Φ_{s} 和 Φ_{d}的叠加，即 $\Phi \triangleq \Phi_{\mathrm{s}} \cup \Phi_{\mathrm{d}}$；叠加空间部署密度 λ_{s} 和 λ_{d}的叠加 泊松双极网络中的叠加，即 $\lambda = \lambda_{\mathrm{s}} = \lambda_{\mathrm{d}}$
P_i; ϵ	源节点 i的发射功率；功率控制因子
η; F	分组更新率；帧长，即数量每帧包含的时隙数
x_i	信源位置 i
R_i; D_i	信源 i 与其关联的中继之间的距离 接收机；信源 i 与典型接收机
r; α	典型发射机-接收机对的距离；路径损耗指数
ν_i; h_i	信源 i的状态指示变量；来自.....的信道衰落 发射机 i至典型接收机
θ	信干噪比解码阈值
μ_0^{Φ}	链路 0 的传输成功概率，条件为给定点过程 Φ
$\bar{\Delta}_0$; $\sigma^2_{\Delta_0}$	典型链路上的平均信息年龄；方差 典型链路上的信息年龄

本文其余部分的组织如下。第二节介绍本文所采用的一般系统模型和状态更新协议。第三节通过对空间布局进行条件化，给出初步分析框架。同时，本文还提供了仿真结果，以验证所得结果的准确性。第四节分析基于FSA的状态更新协议对泊松双极网络中AoI性能的影响。我们推导AoI平均值和方差的闭式表达式，并围绕所得结果展开一系列讨论，以获得相关洞见。同样地，第五节探讨泊松蜂窝网络中节点的信息年龄性能。本节还讨论状态更新协议与功率控制策略之间的相互作用。最后，我们在第六节总结全文。

II. 系统模型

本节将详细介绍网络设置和状态更新协议，并定义典型链路上的AoI的均值和方差。本文中使用的主要符号列于表I中。

A. 网络结构

1) 空间配置：我们考虑部署在欧氏平面上的无线网络，该网络由源节点和目的节点组成。源节点及其目的节点的空间位置分别用平稳遍历点过程 Φ_{s} 和 Φ_{d}建模。每个源节点监测一个外部过程，并向

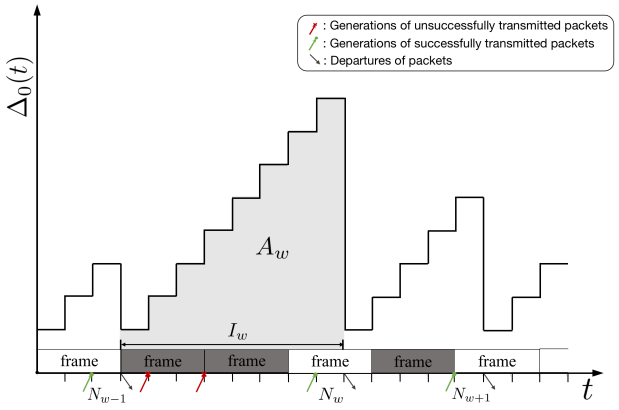


图 1. 基于 FSA 状态更新协议时典型链路上的信息年龄演变示例。帧长设为 $F = 3$。

其指定的目的节点传输状态更新。每个源节点的状态更新都封装成信息分组，并通过共享频谱传输。源节点 i 以功率 P_i传输一个信息分组。我们假设任意一对节点之间的通信信道均为窄带信道，并受到两种衰减因素的影响，即小尺度衰落和大尺度路径损耗，其中信道衰落随时间和空间独立变化 [35]。

2）时间属性：我们考虑一个离散时间系统，时间被划分为持续时间相等的时隙。假设网络已同步。每个源节点的更新都在时隙开始时生成，而信息数据包的传输需要占用一个时隙才能完成。此外，我们将固定数量的连续时隙打包成一帧，帧长记为 F。由于衰落和数据包传输的时间尺度远小于空间动态的时间尺度，我们假设网络拓扑是静态的，即在开始时形成一个任意但固定的点模式，并在之后的时隙中保持不变。

3）传输协议：源节点同步采用基于帧时隙ALOHA的传输策略。具体而言，在每帧开始时，每个源节点都以概率 η 独立决定是否在该帧中更新；如果决定更新，则根据均匀分布随机选择一个时隙。随后，在选定的传输时隙，源节点生成一个新的更新，并立即向目的节点传输数据包。如果目的节点处的信干比超过解码阈值，则数据包成功接收；否则，传输失败。考虑到低成本实现，我们不采用媒体访问控制协议来进行重传和/或接收确认。因此，每个源节点只会发送一次更新样本。

B. 性能指标

在不失一般性的前提下，我们从网络中随机选择一条传输链路作为我们的典型链路，并将接收机的位置设为原点。注意，该链路的性能在统计上与网络中的其他链路相同，因此可以作为代表。

我们考虑信息年龄（AoI），它反映了目的地接收到的信息的新鲜度。信息年龄衡量的是目的节点最近一次收到的数据生成以来经过的时间，而这些数据由相应的信源生成。该指标的形式化定义如下：

$$\Delta_0(t) = t - G_0(t), \tag{1}$$

其中，$G_0(t)$表示典型目的节点在时间 t收到的最新更新的时间戳。图1展示了所提出的传输协议下信息年龄的演变示例。

我们采用最具代表性的指标，即典型链路上的平均信息年龄，来定量评估该网络中信息传递的及时性，其定义如下：

$$\bar{\Delta}_0 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \Delta_0(t). \tag{2}$$

此外，我们评估信息年龄方差 [1]，以研究网络信息年龄性能的可靠性。该指标的形式化定义如下：

$$\sigma^2_{\Delta_0} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} (\Delta_0(t))^2 - \left(\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \Delta_0(t) \right)^2. \tag{3}$$

III. 初步结果

本节通过固定网络拓扑，推导信息年龄一阶和二阶矩的解析表达式，并通过仿真验证这些结果。

A. 条件信息年龄统计

1) 信干比与条件传输成功概率：我们考虑干扰受限场景，并采用信干比来评估无线链路的传输质量。若位于 x_0 的典型发射机在时隙 t 向其预定接收机传输一个数据包，则接收到的信干比可写为：

$$\mathrm{SIR}_{0,t} = \frac{P_0 h_{0,t} L(r)^{-1}}{\sum_{i\neq 0} P_i h_{i,t} \nu_{i,t} L(\|x_i\|)^{-1}}, \tag{4}$$

其中，x_i 表示发射机 i 的位置，$r = \|x_0\|$ 是典型源-目的地对之间的距离，$h_{i,\,t}$ 表示从发射机 i 到典型接收机的信道衰落，$\nu_{i,\,t} \in \{0,1\}$ 表示发射机 i 的状态，其中，若发射机 i 处于活动状态，则 $\nu_{i,\,t} = 1$；否则，$\nu_{i,\,t} = 0$；而 $L: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ 是一个单调非递减函数，用于表征大尺度路径损耗。

由于节点位置、信道衰落以及源节点活动情况的不确定性，信干比是一个随机变量。刻画此类量统计行为的一种常用概念是条件传输

[1]值得注意的是，本文提出的框架可通过采用 [34]中类似的方法，扩展用于研究更一般成本函数下网络的信息年龄性能。

成功概率 [36]。形式上，给定一个点过程$\Phi \triangleq \Phi_{\mathrm{s}} \cup \Phi_{\mathrm{d}}$，典型链路上的条件传输成功概率定义为：[2]

$$\mu_0^{\Phi} = \mathbb{P}(\mathrm{SIR}_0 > \theta \mid \Phi), \tag{5}$$

其中 θ 为解码阈值。

2）条件*AoI*： 固定空间拓扑 Φ后，每条无线链路上的数据包传递动态可视为一个以帧为单位变化的伯努利过程，其中激活概率和传输成功概率分别为 η 和μ_0^{Φ}。基于这一抽象，我们推导如下的条件平均AoI。

定理1： 在给定空间拓扑 Φ的条件下，典型链路上的平均信息年龄为：

$$\mathbb{E}\left[\Delta_0|\Phi\right] = \frac{F^2-1}{12F} \times \eta\mu_0^{\Phi} + \frac{F}{\eta\mu_0^{\Phi}} + \frac{1-F}{2}. \tag{6}$$

证明： 请参见附录A。 □

类似地，我们可以计算条件二次AoI，具体结果由下一个定理给出。

定理2： 在给定空间拓扑 Φ的条件下，典型链路上的平均二次*AoI*为：

$$\mathbb{E}\left[\Delta_0^2|\Phi\right] = \frac{2F^2}{(\eta\mu_0^{\Phi})^2} - \frac{F(2F-1)}{\eta\mu_0^{\Phi}} + \frac{F^2-1}{12F}\eta\mu_0^{\Phi} + \frac{F(F-1)}{2}. \tag{7}$$

证明： 请参见附录 B。 □

值得注意的是， F 不仅以显式方式影响信息年龄，如表达式（6）和（7）所示，还通过影响 μ_0^{Φ}隐式地影响信息年龄的变化。因此，分别对点过程 Φ进行去条件化，可以从（6）和（7）得到AoI的均值和方差，其中 Φ 的不同分布会导致不同的结果。接下来，我们将介绍两类无线网络模型，即泊松双极网络和泊松蜂窝网络，以考察FSA对AoI性能的影响。在进行更详细的分析之前，我们将通过仿真验证这些理论结果。

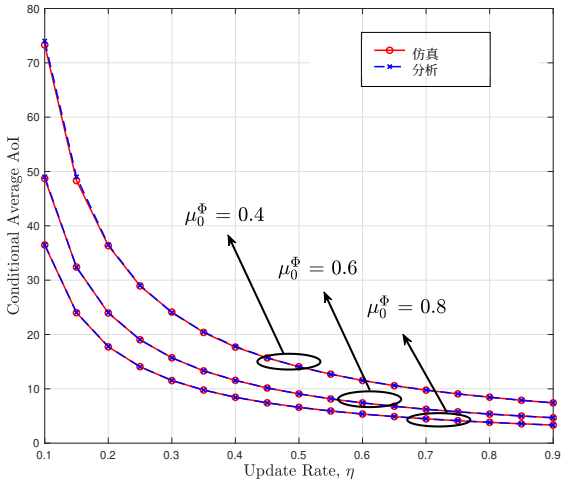
B. 分析验证

本部分开展的仿真旨在验证上述分析。具体而言，我们考虑一个源-目的地对，并固定条件传输概率。我们设置 $F = 3$，并在 4×10^6个时隙上运行仿真。我们收集AoI统计数据并对其取平均值，以获得最终结果。

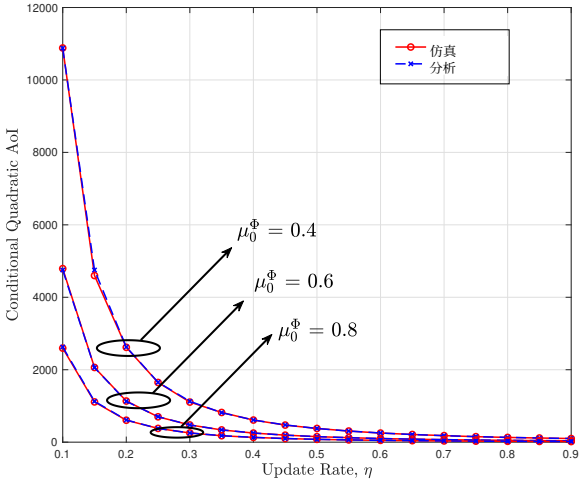
在图2中，我们通过固定条件传输成功概率的取值，绘制了平均信息年龄和二次信息年龄随更新速率[3]，变化的曲线。该图表明，仿真结果与分析结果几乎无法区分，从而验证了我们的理论推导。我们还观察到，（条件）传输成功概率的提高能够改善平均信息年龄和平均二次AoI的性能。

[2]由于点过程是平稳的，且在基于FSA的协议下各源节点彼此独立地激活，因此干扰节点也构成一个平稳点过程。因此，后文将从下标中省略时间索引 t。

[3]在本研究中，更新速率等同于更新概率或采样概率。



(a)



(b)

图2. 仿真与分析对比：(*a*) 条件平均AoI和(*b*) 条件二次AoI，其中条件传输概率分别取 $\mu_0^{\Phi} = 0.4$，0。6和0。8。

IV. 泊松双极网络

本节分析FSA对泊松双极网络中AoI性能的影响。这一模型源于人们对设备到设备（D2D）组网、移动众包和物联网（IoT）等应用日益增长的兴趣；这些应用不需要集中式基础设施，例如基站或接入点。

A. 场景设定

在泊松双极网络中，发射机形成强度为 λ 的齐次泊松点过程（PPP） Φ_{s} 。每台发射机都配有一个专用接收机，其方位随机，距离恒定为 r。根据位移定理[37]，，接收机的空间布局 Φ_{d} 也是强度为 λ的齐次泊松点过程。

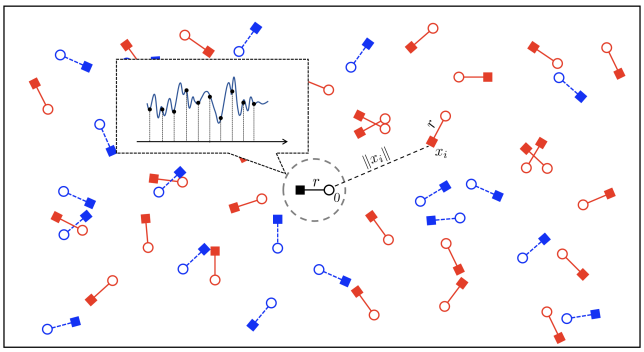


图3. 所采用的泊松双极网络的一个快照，其中方形表示源节点，它们持续采样一系列状态信息，并将其发送到圆形所表示的目的节点。黑色实线表示典型链路，红色实线表示其他活跃链路，蓝色虚线表示非活跃链路。

我们假设每个源节点都以恒定功率 $P_{\rm tx}$ 发射。我们还假设信号传播受到小尺度瑞利衰落和标准路径损耗的影响。因此，典型接收机处的信干比可写为：

$$\mathrm{SIR}_0^{\mathrm{B}} = \frac{P_{\rm tx} h_0 r^{-\alpha}}{\sum_{i\neq 0} P_{\rm tx} h_i \nu_i \|x_i\|^{-\alpha}}, \tag{8}$$

其中 α 为路径损耗指数。

基于式（8），我们分析FSA下的信息年龄性能，并在下文探讨信息年龄指标与不同网络参数之间的相互作用。

B. 分析

与 [38], 类似，我们首先对信道衰落的影响取平均，以此开展信息年龄分析，由此得到以下条件传输成功概率表达式。

引理1： 给定点过程 Φ，典型链路上的条件传输成功概率为：

$$\mu_0^{\Phi} = \prod_{i\neq 0} \left(1 - \frac{\eta/F}{1+\|x_i\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right). \tag{9}$$

证明：请参见附录C。 □

利用这一结果，我们可以对 (6) 中的 μ_0^{Φ} 消去条件，得到平均信息年龄的解析表达式。

定理3： 在泊松双极网络中，采用 *FSA* 更新协议时典型链路的平均信息年龄为

$$\bar{\Delta}_0^{\mathrm{B}} = \frac{F}{\eta}\exp\left(\frac{C\eta}{F}\left(1-\frac{\eta}{F}\right)^{\delta-1}\right) + \frac{(F^2-1)\eta}{12F}\exp\left(-\frac{C\eta}{F}\right) + \frac{1-F}{2}, \tag{10}$$

其中 $\delta = 2/\alpha$ 和 $C = \lambda\pi r^2\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)$，$\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数 *[38]*。

证明：请参见附录D。 □

该定理给出了一个闭式表达式，考虑了无线系统的若干关键因素，即网络拓扑、传输协议和干扰对平均信息年龄的影响。从（10）式可以直接得出以下观察结果。

1）当 $F = 1$：（10）式的结果可化简为经典的SA协议下的平均信息年龄，表示为

$$\bar{\Delta}_0^{SA} = \mathbb{E}\left[\frac{1}{\eta\mu_0^{\Phi}}\right] = \frac{1}{\eta}\exp\left(C\eta(1-\eta)^{\delta-1}\right). \tag{11}$$

注意，路径损耗指数 α 在实际中通常满足 $\alpha > 2$，因此我们有 $\delta < 1$。接着，根据 (11) 可知，当源节点以极其缓慢（即 $\eta \to 0$）或过于激进（即 $\eta \to 1$）的方式生成更新时，平均信息年龄会变得无界。前者主要是因为源节点缺乏新更新；后者则是由于位于典型接收机附近的潜在干扰源会阻碍传输并妨碍任何可能的分组传递。相比之下，(10) 表明，将 FSA 纳入状态更新协议可以有效缓解此类严重干扰问题（注意，对于 $F > 1$，当 $\eta \to 1$ 时，平均信息年龄始终有界）。

2）当 $F > 1$：在这种情况下，令 $\beta = \frac{\eta}{F}$，并将其称为FSA下的有效更新速率。于是，可以将（10）重写如下：

$$\bar{\Delta}_0^{\mathrm{B}} = \bar{\Delta}_0^{SA}(\beta) + \underbrace{\frac{F^2-1}{12}\beta\exp\left(-C\beta\right) + \frac{1-F}{2}}_{Q_1}, \tag{12}$$

其中，$\bar{\Delta}_0^{SA}(\beta) = \frac{1}{\beta}\exp\left(C\beta(1-\beta)^{\delta-1}\right)$ 表示更新速率为 β 时，SA下典型链路的平均信息年龄。由（12）可知，如果 Q_1 为非负数，则没有必要在SA中引入帧结构，因为通过调整SA下的更新速率 β，始终可以在不采用FSA的情况下获得更小的平均信息年龄。因此，只有当 $Q_1 < 0$ 时，基于FSA的协议才有助于降低信息年龄。

一个有趣的观察是，无论干扰程度如何，在SA协议中引入帧结构总能改善网络信息年龄性能。下面我们介绍两种衔接SA协议和FSA协议的方法。为便于说明，我们用 $\eta_{\rm SA}$ 表示SA协议下的状态更新速率，用 $\eta_{\rm FSA}$ 表示FSA下的状态更新速率。我们可以将任意 $\eta_{\rm SA}$ 下的SA转换为：

a) 具有 $\eta_{\rm FSA} = 2\eta_{\rm SA}$、$F = 2$的FSA。请注意，在此情形下，FSA协议的有效更新速率为$\beta = \eta_{\rm SA}$，与时隙ALOHA相同。因此，我们可以按如下方式计算 Q_1：

$$Q_1 = \frac{\eta_{\rm FSA}}{8}\exp\left(-C\frac{\eta_{\rm FSA}}{2}\right) - \frac{1}{2} < \frac{\eta_{\rm FSA}}{8} - \frac{1}{2} < 0. \tag{13}$$

b) 具有 $\eta_{\rm FSA} = 1$、$F = \frac{1}{\eta_{\rm SA}}$的FSA，若 $\frac{1}{\eta_{\rm SA}}$ 为整数。在此情形下，$\beta = \frac{1}{F}$，这也与时隙ALOHA相同。为了说明FSA优于时隙ALOHA，我们将 Q_1 改写如下：

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{F^2-1}{12F}\exp\left(-\frac{C}{F}\right) + \frac{1-F}{2} \\ &< \frac{F^2-1}{12F} + \frac{1-F}{2} = -\frac{(5F-1)(F-1)}{12F} < 0. \end{aligned} \tag{14}$$

上述两种设计都能将常用的SA更新协议转换为FSA协议，并实现更优的AoI性能。这是因为FSA不仅减少了发射机之间的相互干扰，还使

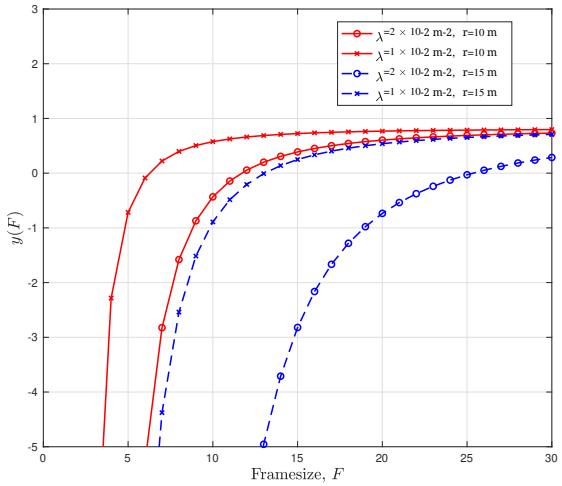


图4. 在不同空间部署参数下，函数 $y(F)$ 随帧长变化的曲线图，其中设定 $\alpha = 3.5$, $\eta = 0.8$, $\theta = 0\,\mathrm{dB}$，并令 λ 依次取 $\lambda = 2\times10^{-2}, \lambda = 1\times10^{-2}\,\mathrm{m}^{-2}$，$r$ 依次取 $r = 10, r = 15\,\mathrm{m}$。

每个源节点的更新间隔趋于均衡，从而降低了AoI [7]。

3）最优 F：将算术几何平均不等式应用于（10），可得典型链路上的平均信息年龄下界：

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_0 &\geq 2\sqrt{\frac{(F^2-1)\eta\mu_0^{\Phi}}{12F}\times\frac{F}{\eta\mu_0^{\Phi}}}+\frac{1-F}{2}\\ &= 2\sqrt{\frac{F^2-1}{12}}+\frac{1-F}{2}.\end{aligned}\tag{15}$$

这个不等式表明，仅增加 F 并不总能改善AoI性能。因此，我们应根据网络参数合理选择帧长，以达到最优运行状态。

基于这一认识，我们固定其他参数，并探讨使平均信息年龄最小的最优 F。具体而言，我们放宽 F必须为整数的约束，对$\bar{\Delta}_0^{\mathrm{B}}$关于 F求导，并令$\frac{\mathrm{d}\bar{\Delta}_0^{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}F} = 0$。随后，通过求解 $y(F) = 0$，即可得到理论最优 F（记为F^*），其中 $y(F)$表示为：

$$\begin{aligned}y(F) = &\left[\frac{1}{\eta}+\frac{C(1-\frac{\eta}{F})^{\delta-2}}{F^2}(\eta\delta-F)\right]\exp\left(\frac{C\eta}{F}\left(1-\frac{\eta}{F}\right)^{\delta-1}\right)\\ &+\frac{(F^2+1)F+(F^2-1)C\eta}{12F^3}\eta\exp\left(-\frac{C\eta}{F}\right)-\frac{1}{2}.\end{aligned}\tag{16}$$

注意，该函数的根可以通过 Matlab 等常用软件高效求得。根据 IV-C节中的参数设置，我们在图4中绘出了 $y(F)$ 的曲线。该图表明，$y(F)$ 单调递增；如果 $y(F) = 0$ 存在解，则该解必定是唯一的。此外，我们将最优帧长F设为 $\lceil F^*\rceil$ 与 $\lfloor F^*\rfloor$ 之间使 Δ_0 更小的那个值，其中 $\lceil\cdot\rceil$ 和 $\lfloor\cdot\rfloor$ 分别表示向上取整函数和向下取整函数。另一方面，如果 $y(F) = 0$ 没有解，则设 $F^* = 1$。

4) 空间吞吐量：网络部署优化中另一个常用指标是空间吞吐量，其定义为 [39]:

$$\begin{aligned}\Theta &\triangleq \frac{\eta}{F}\mathbb{P}(\mathrm{SIR}_0>\theta)\log(1+\theta)\\ &= \frac{\eta}{F}\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}]\log(1+\theta)\\ &= \frac{\eta}{F}\exp\left(-\frac{C\eta}{F}\right)\log(1+\theta),\end{aligned}\tag{17}$$

其中，$\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] = \exp(-C\frac{\eta}{F})$由式（55）得出。该量衡量了典型链路上的平均成功信息传输速率。自然可以推断，最大化空间吞吐量也会优化信息年龄，因为较高的吞吐量能够使数据包快速传输，从而让接收机获得“更新鲜”的信息。然而，对比式（10）和式（17）可知，联合调整更新速率 η 和帧大小 F以提高吞吐量，即尽可能增大项$\frac{\eta}{F}\exp\left(-\frac{C\eta}{F}\right)$，并不一定会降低信息年龄。

5）传输功耗：根据近期一些关于能源效率的研究，睡眠调度策略能够有效降低功耗并优化信息年龄性能 [40], [41]。鉴于FSA也具有隐含的“睡眠调度”特性，除优化信息年龄性能外，我们还研究了FSA在促进能源效率方面的有效性。更具体地说，在给定空间拓扑 Φ的条件下，对于每一帧，令 U（分别为 U）表示典型发射机生成（分别不生成）新更新这一事件，S（分别为S）表示典型接收机接收到（分别未接收到）成功更新这一事件。此外，我们用 $E_0(w)$ 表示典型源节点自第 $(w-1)$ 次成功传输至第 w次成功传输期间所消耗的能量。则典型链路上的传输功耗可计算为：

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[P_0|\Phi] &= \lim_{W\to\infty}\frac{\sum_{w=1}^{W}E_0(w)}{\sum_{w=1}^{W}I_w}\\ &= \frac{\mathbb{P}(U|\bar{S})(\mathbb{E}[X]-1)+1}{\mathbb{E}[I]}P_{\mathrm{tx}} = \frac{\eta P_{\mathrm{tx}}}{F},\end{aligned}\tag{18}$$

其中，I 为连续接收到两次更新之间的间隔，$\mathbb{P}(\bar{S}) = 1-\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}]$，且 $\mathbb{P}(U) = \eta$。根据式（18），可以清楚地看出，将时隙合并为帧能够降低传输功耗。

除了计算平均信息年龄外，我们还可以通过对式（7）中的 μ_0^{Φ} 解除条件化，得到 $\mathbb{E}[\Delta_0^2]$，然后按照上述类似的计算推导出信息年龄方差的解析表达式。

定理4： 在泊松双极网络中，*FSA*更新协议下典型链路的信息年龄方差可表示为本页顶部的（19）。

证明：请参见附录E。 □

当 $F = 1$时，该结果可化简为时隙ALOHA协议下的信息年龄方差。我们在下文给出这一结果，以补充当前关于随机接入网络中信息年龄的研究。

$$\sigma^2_{\Delta_0^{\mathrm{B}}}=\frac{2F^2}{\eta^2}\exp\left(-C\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\binom{\delta-1}{k-1}(-\frac{\eta}{F})^k\right)-\frac{F^2}{\eta^2}\exp\left(\frac{2C\eta}{F}(1-\frac{\eta}{F})^{\delta-1}\right)-\frac{(F^2-1)^2\eta^2}{144F^2}\exp\left(-\frac{2C\eta}{F}\right)$$
$$-\frac{F^2-1}{6}\exp\left(\frac{C\eta}{F}\left((1-\frac{\eta}{F})^{\delta-1}-1\right)\right)-\frac{F^2}{\eta}\exp\left(\frac{C\eta}{F}(1-\frac{\eta}{F})^{\delta-1}\right)+\frac{(F^2-1)\eta}{12}\exp\left(-\frac{C\eta}{F}\right)+\frac{F^2+2F-3}{4} \tag{19}$$

推论1： 在泊松双极网络中，时隙*ALOHA*更新协议下典型链路的信息年龄方差为

$$\sigma^2_{\Delta_0^{SA}}=\mathbb{E}\left[\frac{2}{(\eta\mu_0^{\Phi})^2}-\frac{1}{\eta\mu_0^{\Phi}}\right]-\mathbb{E}\left(\left[\frac{1}{\eta\mu_0^{\Phi}}\right]\right)^2$$
$$=\frac{2}{\eta^2}\exp\left(-C\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\binom{\delta-1}{k-1}(-\eta)^k\right)$$
$$-\frac{1}{\eta^2}\exp\left(2C\eta(1-\eta)^{\delta-1}\right)-\frac{1}{\eta}\exp\left(C\eta(1-\eta)^{\delta-1}\right). \tag{20}$$

当 $F>1$ 时，我们采用与平均信息年龄类似的分析方法，并将式（19）改写为有效更新率的形式，如下：

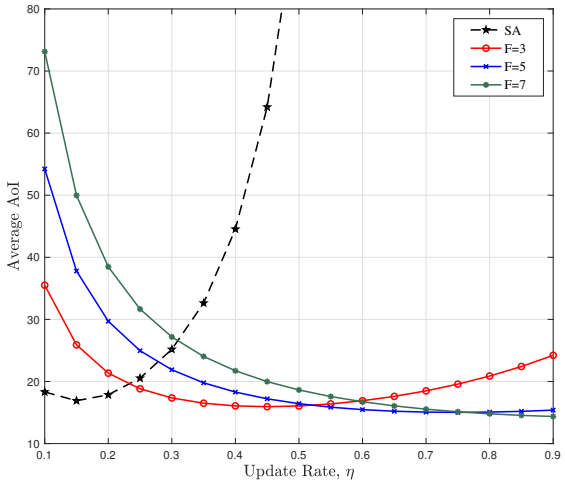
$$\sigma^2_{\Delta_0^{\mathrm{B}}}=\sigma^2_{\Delta_0^{SA}}(\beta)$$
$$\underbrace{-\left(\frac{F^2-1}{12\beta}e^{-\frac{C}{\beta}}-\frac{F}{2}\right)^2-\frac{F^2-1}{6}e^{\frac{C\eta}{F}\left((1-\frac{\eta}{F})^{\delta-1}-1\right)}+\frac{2F^2+2F-3}{4}}_{Q_2}, \tag{21}$$

其中，$\sigma^2_{\Delta_0^{SA}}(\beta)$ 表示更新速率为 β 时，SA协议下典型链路的信息年龄方差。根据这一结果，我们注意到，只有当 $Q_2<0$ 时，FSA协议才优于SA。

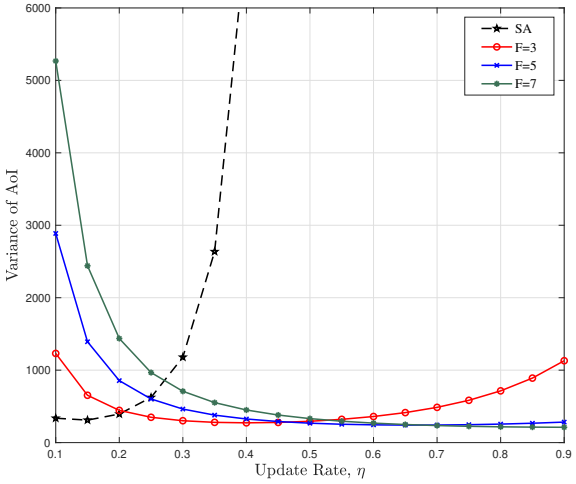
C. 数值结果

基于分析结果，本部分展示了不同网络运行状态下的信息年龄性能。除非另有说明，我们采用以下参数：$\alpha=3.5$、$\theta=0$ dB。

图5分别展示了不同帧大小 F 下，信息年龄的平均值和方差随状态更新率变化的情况。从图5(a)可以看出，在所考虑的情形中，存在一个使平均信息年龄最小的最优更新率。这主要源于信源生成新鲜信息与将网络中的干扰维持在相对较低水平之间的权衡。此外，我们注意到，当 η 相对较低时，SA 的平均信息年龄小于 FSA。这是因为此时干扰较弱，信源无需等待整个帧结束即可生成新的更新。然而，当 η 增大时，SA下的平均信息年龄（即 $F=1$）会迅速上升。相比之下，当 $F\geq 2$ 时，FSA下的平均信息年龄在很宽的 η 范围内仍保持较低水平。这是因为提高更新率能够激活更多传输链路。因此，源节点之间的干扰会变得具有破坏性，导致



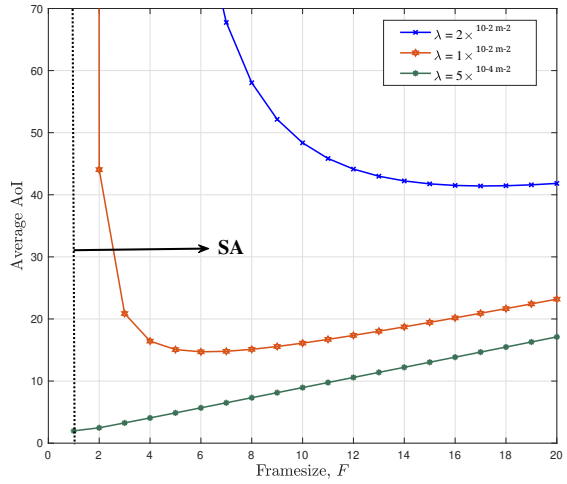
(a)



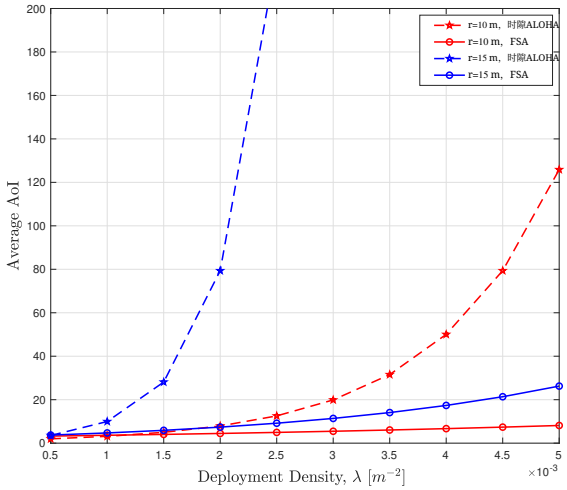
(b)

图5. 不同帧大小下，AoI性能随更新速率的变化 F：(*a*) 平均信息年龄和 (*b*) 信息年龄方差，其中我们设置 $\lambda=1\times10^{-2}\,\mathrm{m}^{-2}$,$r=10$ $F=1$ 3, 5, 7 m，并将帧长设为（即时隙ALOHA），以及。

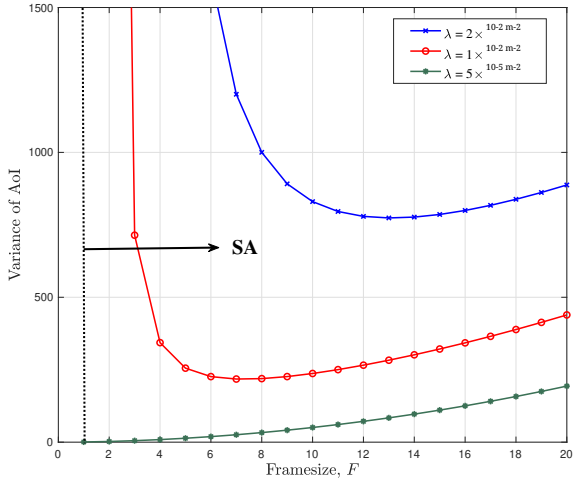
导致大量传输失败。相比之下，FSA 通过在节点的活动时段内采用帧结构，隐式地规范了节点的传输模式。值得注意的是，即使两个源节点在空间上彼此相距很近，选择帧大小为 $F\geq 2$ 也能大幅降低这些节点选择同一时隙发送更新信息、进而导致其传输数据包发生碰撞的概率。因此，我们可以看到



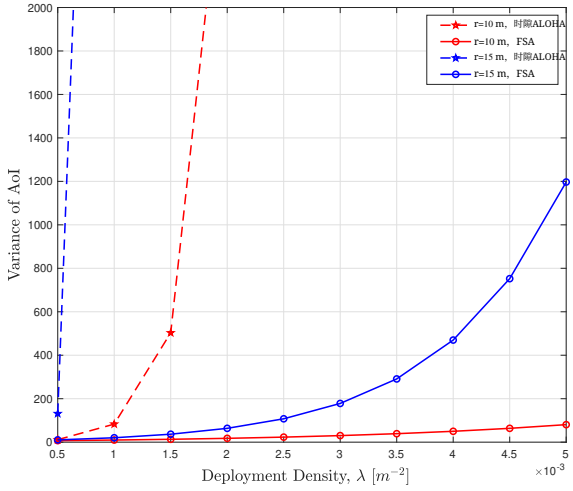
(a)



(a)



(b)



(b)

图6. 不同部署密度 λ下AoI性能随帧长变化的情况：(a)平均信息年龄和(b)信息年龄方差，其中设定 $\eta = 0.8$、$r = 10$m，并将部署密度设为 $\lambda = 2 \times 10^{-2}$、 1×10^{-2}、5×10^{-3} 5×10^{-5} $^{-2}$ 和m。

图7. 时隙ALOHA和FSA策略下部署密度变化时AoI性能的比较。首先，在时隙ALOHA中固定 $\eta = 0.8$，并在FSA中设置(η, F) =(0。8, 3)，然后绘制：(a)平均信息年龄和(b)信息年龄方差。

当 F 相对较大时（即 $F = 7$），随着更新速率提高，平均信息年龄稳步下降。这是因为当F 较大时，节点有更多机会选择不同的时隙来生成更新（并进行传输）。因此，传输受到的干扰较小；更新生成得越频繁，接收信息就越新鲜。我们从图5(b)中观察到类似现象，但（i）信息年龄方差对更新速率变化更为敏感；因此（ii），使信息年龄方差最小的最优 η不同于使平均信息年龄最小的取值。尽管如此，值得注意的是，在大规模无线网络中使用 *FSA* 进行状态更新，不仅能降低平均信息年龄，更重要的是，还能平缓信息年龄方差的波动，这对于稳定网络运行至关重要。

我们注意到，FSA的帧大小具有显著的

为了研究其对AoI性能的影响，我们绘制了图6中AoI的均值和方差随 F 变化的函数曲线。图中显示，根据网络配置的不同，可能存在（也可能不存在）一个使AoI的均值/方差最小化的最优 F 。这是因为，增大F 虽然能够缓解节点间传输的冲突，从而提高传输成功概率，但也会延长每个信源生成新更新的间隔。因此，帧长需要在信源处的信息新鲜度与网络中的干扰水平之间取得微妙的平衡。此外，我们注意到，尽管提高部署密度必然会增大AoI的均值和方差，但采用FSA能够有效减少传输碰撞，从而减轻这种恶化。我们还发现，随着 λ 增大，最优 F 也会相应增大，这意味着需要更严格的正则化来抑制发送节点之间的竞争

。另一方面，当空间部署较为稀疏时（例如本例中的 $\lambda = 2 \times 10^{-2}$），干扰较弱，FSA协议难以发挥作用。事实上，在这种情况下，它的性能可能不如SA协议。

图7展示了AoI统计量，即平均值和方差，随部署密度变化的函数关系。在本例中，我们分别将帧长和更新速率固定为 $F = 3$ 和 $\eta = 0.8$。通过比较时隙ALOHA和FSA下的AoI性能，我们发现，随着基础设施密度增加，采用FSA协议的网络能够显著降低信息年龄的均值和方差。具体而言，从图7(a)可以看出，在源-目的地距离适中、为 $r = 10$时，当空间密度增加五倍，时隙ALOHA下的平均信息年龄会上升两个数量级以上；相比之下，FSA下的平均信息年龄几乎没有明显变化。当 r 从10增加到15时，这种差异会更加显著：时隙ALOHA下的平均信息年龄几乎无限制地飙升，而FSA下仅略有上升。另一方面，图7(b)表明，FSA也能有效降低信息年龄方差，且其收益比平均信息年龄更为显著。这些现象与我们此前的分析一致：当源节点更新频繁且分布密集时，FSA协议的性能优于时隙ALOHA（这对应于式(13)中的 Q_1 和式(22)中的 Q_2 均为负值）。在这种情况下，增加 λ 和 r会增大 C，使 Q_1和 Q_2的绝对值增大，从而拉大时隙ALOHA与FSA之间的差距。

V. 泊松蜂窝网络

本节探讨蜂窝网络场景下的信息年龄性能。在此模型中，多个源节点向同一目的节点传输状态更新信息。我们推导所研究的AoI指标的解析表达式，并研究FSA协议与小区内频谱竞争、小区间干扰及功率控制对AoI性能的相互影响。

A. 场景设定

我们考虑图8所示的泊松蜂窝网络上行链路，其中，空间分布的传感器需要向各自指定的数据融合中心更新状态信息。数据融合中心按照空间密度为 λ_{d}的齐次泊松点过程 Φ_{d} 部署。传感器则按照独立的齐次泊松点过程分布

Φ_{s}，强度为λ_{s}。每个传感器都与地理位置上最近的数据融合中心关联。

在蜂窝网络中，不同发射机-接收机对之间的距离差异显著，因此路径损耗对信号衰减有着至关重要的影响。针对这一挑战，我们假设每个传感器都采用一种功率控制策略进行传输。具体而言，我们分别用 $\epsilon \in [0,1]$ 和 R_i 表示功率控制因子，以及位于 x_i 、与数据融合中心关联的第 i个传感器的距离；那么，该传感器的发射功率为

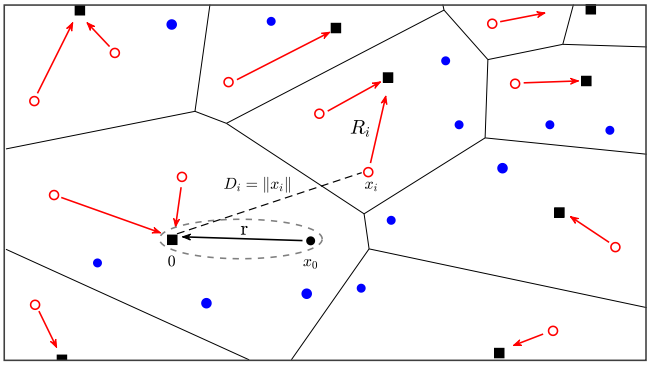


图8. 泊松蜂窝网络示例，其中信源和目的地分别用方形和圆形表示。黑色实线表示典型链路，红色实线表示其他活跃链路，蓝色实心圆表示未连接的非活跃信源。

传感器 i 为 $P_{\mathrm{tx}} R_i^{\alpha\epsilon}$。因此，典型接收机的信干比可表示为：

$$\mathrm{SIR}_0^{\mathrm{C}} = \frac{P_{\mathrm{tx}} h_0 r^{\alpha(\epsilon-1)}}{\sum_{i\neq 0} P_{\mathrm{tx}} h_i \nu_i R_i^{\alpha\epsilon} \|x_i\|^{-\alpha}}. \tag{22}$$

利用这一表达式，我们将在下一节分析FSA下AoI的均值和方差，并研究不同功率控制策略下的AoI性能。

B. 分析

与上一节类似，我们首先推导条件传输成功概率的初始表达式。具体而言，将（22）代入（5），并对信道衰落和干扰源活跃状态的随机性取平均，可得：

$$\mu_0^{\Phi} = \mathbb{P}\left(\mathrm{SIR}_0^{\mathrm{C}} > \theta | \Phi\right) = \prod_{i\neq 0} \left(1 - \frac{\eta/F}{1 + \frac{\|x_i\|^{\alpha}}{\theta R_i^{\alpha\epsilon} r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right). \tag{23}$$

基于这一结果，我们可以对（6）中的 μ_0^{Φ} 解除条件化，并得到典型链路上的平均信息年龄表达式。然而，由于功率控制的影响，干扰节点的空间位置构成非平稳点过程，其强度取决于干扰源与典型数据融合中心之间的距离，这使得精确分析难以推导。鉴于此，我们采用 [42] 中针对概率密度函数（pdf）提出的近似。根据 [42],，通用传感器 i 与其关联的数据融合中心之间的距离 R_i可近似为

$$f_r(u) = \frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}} \pi u \exp\left(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}} \pi u^2\right). \tag{24}$$

位于原点的传感器 i 与典型数据融合中心之间的距离为

$$f_x(u) = 2\pi\lambda_{\mathrm{d}} u \exp\left(-\lambda_{\mathrm{d}} \pi u^2\right). \tag{25}$$

由于关联策略，我们知道 R_i 和 D_i并不独立。事实上，R_i 不能大于 D_i，

否则传感器 i 将关联到另一个数据融合中心。我们使用以下条件分布函数对这种相关性进行形式化表示：

$$f_r(u|D_i)=\frac{\frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u\exp\left(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2\right)}{1-\exp\left(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi D_i^2\right)}. \tag{26}$$

有了上述准备，我们现在可以给出平均信息年龄的解析表达式。

定理5： 在泊松蜂窝网络中，*FSA*更新协议下典型链路的平均信息年龄为

$$\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C}}=\int_0^{\infty}e^{-z}\left(\frac{F^2-1}{12F}\eta\exp\left(-\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}g_\theta(1,z;\alpha,\epsilon)\right)+\frac{F}{\eta}\exp\left(\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}g_\theta(1-\frac{\eta}{F},z;\alpha,\epsilon)\right)\right)\mathrm{d}z+\frac{1-F}{2}, \tag{27}$$

其中，$g_\theta(m、z;\ \alpha、\epsilon)$ 表示为：

$$g_\theta(m,z;\alpha,\epsilon)=\frac{4}{5}z^2\int_0^{\infty}\int_0^1\frac{q\exp\left(-zqs\right)\mathrm{d}s\mathrm{d}q}{(m+\frac{q^{\alpha(1-\epsilon)/2}}{\theta s^{\alpha\epsilon/2}})(1-e^{-zq})}. \tag{28}$$

证明：请参见附录F。 □

上述定理揭示了更新速率、功率控制与干扰传感器空间依赖性之间的相互作用，以及它们对平均信息年龄的综合影响。然而，所得表达式仍然较为复杂。假设干扰传感器的位置独立同分布并构成泊松标记点过程 [43], ，我们可以得到该表达式的紧近似。

推论2： 在采用功率控制的蜂窝网络设置下，*FSA*更新协议下典型链路的平均信息年龄可近似表示为：

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C}}&\approx\frac{F^2-1}{12F}\eta\int_0^{\infty}e^{-z-C_1z^{1-\epsilon}}\mathrm{d}z+\frac{F}{\eta}\int_0^{\infty}e^{-z+C_2z^{1-\epsilon}}\mathrm{d}z+\frac{1-F}{2}\\&=\frac{1-F}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma\left(1+(1-\epsilon)n\right)}{n!}\left(\frac{F^2-1}{12F}\eta(-C_1)^n+\frac{F}{\eta}{C_2}^n\right),\end{aligned} \tag{29}$$

其中 $C_1=\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\Gamma(1+\epsilon)$ $C_2=\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}(1-\frac{\eta}{F})\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\Gamma(1+\epsilon)$ 且 $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数。

证明：请参见附录G。 □

为了从定理5中获得更多见解，我们考虑以下特殊情况。

1）当 $F=1$时：式（27）给出的平均信息年龄可简化为时隙ALOHA协议下的结果，其表达式为：

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_0^{SA}&=\mathbb{E}\left[\frac{1}{\eta\mu_0^{\Phi}}\right]\\&=\frac{1}{\eta}\int_0^{\infty}\exp\left(-z+\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\eta g_\theta(1-\eta,z;\alpha,\epsilon)\right)\mathrm{d}z.\end{aligned} \tag{30}$$

该结果考虑了泊松蜂窝网络中功率控制对AoI性能的影响，补充了当前无线网络中AoI分析的发展。

2）当 $F>1$：类似于泊松双极网络下的情形，我们可以将（27）重写如下：

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C}}&=\bar{\Delta}_0^{SA}(\beta)\\&+\underbrace{\frac{F^2-1}{12}\beta\int_0^{\infty}\exp\Big(-z-\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\beta g_\theta(1,z;\alpha,\epsilon)\Big)\mathrm{d}z+\frac{1-F}{2}}_{Q_2},\end{aligned} \tag{31}$$

其中，$\bar{\Delta}_0^{SA}(\beta)$表示更新速率为 β时，SA更新协议下的平均信息年龄。从式（31）可以看出，除非 Q_2为负，否则FSA无法有效降低平均信息年龄。该条件可正式改写如下：

$$\int_0^{\infty}\exp\Big(-z-\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{2\lambda_{\mathrm{d}}}\eta g_\theta(1,z;\alpha,\epsilon)\Big)\mathrm{d}z<\frac{4}{\eta}. \tag{32}$$

由于功率控制对信息年龄性能起着关键作用，我们研究了三种特定情况下的平均信息年龄。

3）无功率控制：在此情况下，$\epsilon=0$，每个传感器都以相同的功率发送信息。因此，我们可以推导出典型链路上的平均信息年龄如下：

$$\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C,N}}=\begin{cases}\infty, & \text{if } \frac{\lambda_s}{\lambda_d}\Omega_\delta\frac{\eta}{F}(1-\frac{\eta}{F})^{\delta-1}\geq 1,\\ \frac{\frac{F}{\eta}}{1-\frac{\lambda_s}{\lambda_d}\Omega_\delta\frac{\eta}{F}(1-\frac{\eta}{F})^{\delta-1}}+\frac{\frac{F^2-1}{12F}\times\eta}{1+\frac{\lambda_s}{\lambda_d}\frac{\eta}{F}\Omega_\delta}+\frac{1-F}{2}, & \text{otherwise},\end{cases} \tag{33}$$

其中 $\Omega_\delta=\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)$。（33）中的结果给出了一个闭式表达式，明确展示了空间竞争对平均信息年龄的影响。由此可见，传感器密度增加会使平均信息年龄按比例恶化，因为传感器需要争夺相应的资源来发送信息分组。

4）完全路径反演：在此情况下，$\epsilon=1$，功率控制可以减轻路径损耗对有效信号功率的影响。然而，干扰也可能随之增加，因为其他发射机也会提高其发射功率。因此，我们可以推导出 FSA 协议下典型链路上的平均信息年龄如下：

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C,F}}&=\frac{F^2-1}{12F}\eta\cdot\exp\left(\frac{4}{5}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}\int_0^{\infty}\int_0^1\frac{ze^{-zs}\mathrm{d}s\mathrm{d}z}{(1+\frac{s^{\delta}}{\theta})(1-e^{-z})}\right)\\&+\frac{F}{\eta}\exp\left(\frac{4}{5}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}\int_0^{\infty}\int_0^1\frac{ze^{-zs}\mathrm{d}s\mathrm{d}z}{(1-\frac{\eta}{F}+\frac{s^{\delta}}{\theta})(1-e^{-z})}\right)+\frac{1-F}{2}.\end{aligned} \tag{34}$$

此外，鉴于精确表达式较为复杂，我们采用推论2得到如下近似结果：

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C,F}}&\approx\frac{F^2-1}{12F}\eta\exp\left(-\frac{2\eta\lambda_{\mathrm{s}}}{F\lambda_{\mathrm{d}}}\Omega_\delta\right)\\&+\frac{F}{\eta}\exp\left(\frac{2\eta\lambda_{\mathrm{s}}}{F\lambda_{\mathrm{d}}}\Omega_\delta\Big(1-\frac{\eta}{F}\Big)^{\delta-1}\right)+\frac{1-F}{2}.\end{aligned} \tag{35}$$

$$\sigma^2_{\Delta_0^{\mathrm{C}}}=\int_0^\infty e^{-z}\Bigg[\frac{2F^2}{\eta^2}\exp\left(\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{2\eta}{F}G_\theta((1-\frac{\eta}{F},2,2,1-\frac{\eta}{F},1,\frac{\eta}{F}),z;\alpha,\epsilon)\right)-\frac{F^2}{\eta^2}\exp\left(-z+\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{2\eta}{F}G_\theta((1-\frac{\eta}{F},1,0,0,0,0),z;\alpha,\epsilon)\right)$$
$$-\frac{(F^2-1)^2\eta^2}{144F^2}\exp\left(-z-\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{2\eta}{F}G_\theta((1,1,0,0,0,0),z;\alpha,\epsilon)\right)-\frac{F^2-1}{6}\exp\left(-z+\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}(\frac{\eta}{F})^2[G_\theta((1-\frac{\eta}{F},1,1,1,-1,0),z;\alpha,\epsilon)\right)$$
$$-\frac{F^2}{\eta}\exp\left(\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}G_\theta((1-\frac{\eta}{F},1,0,0,0,0),z;\alpha,\epsilon)\right)+\frac{(F^2-1)\eta}{12}\exp\left(\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}G_\theta((1,1,0,0,0,0),z;\alpha,\epsilon)\right)\Bigg]\mathrm{d}z+\frac{F^2+2F-3}{4} \tag{40}$$

5）最大功率约束：在实际中，传输功率通常受到最大值限制。因此，本部分考虑如下所述的最大功率约束模型:

$$P_i=\begin{cases}P_{\mathrm{tx}}R_i^{\alpha\epsilon}, & R_i<p^{\frac{1}{\alpha\epsilon}},\\ P_{\max}, & R_i\geq p^{\frac{1}{\alpha\epsilon}},\end{cases} \tag{36}$$

其中， $P_{\max}$ 表示最大传输功率，且$p=\frac{P_{\max}}{P_{\mathrm{tx}}}$。在这种情况下，我们可以推导出典型链路上的平均信息年龄如下:

$$\bar{\Delta}_0^{\mathrm{C,M}}=\frac{1-F}{2}+$$
$$\frac{F^2-1}{12}\eta\Bigg[\int_0^{C_\epsilon}\exp\Big(-z+g_\theta^{C_\epsilon}((1,0),z;\alpha,\epsilon)+g_{\theta,1}^{C_\epsilon}((1,\frac{\epsilon}{\delta},1),z;\alpha,\epsilon)\Big)\mathrm{d}z$$
$$+\int_{C_\epsilon}^\infty\exp\Big(-z+g_\theta^{C_\epsilon}((1,\frac{\epsilon}{\delta}),z;\alpha,\epsilon)+g_{\theta,-1}^{C_\epsilon}((1,0,1),z;\alpha,\epsilon)\Big)\mathrm{d}z\Bigg]$$
$$+\frac{F}{\eta}\Bigg[\int_0^{C_\epsilon}\exp\Big(-z+g_\theta^{C_\epsilon}((0,0),z;\alpha,\epsilon)+g_{\theta,1}^{C_\epsilon}((0,\frac{\epsilon}{\delta},-1),z;\alpha,\epsilon)\Big)\mathrm{d}z$$
$$+\int_{C_\epsilon}^\infty\exp\Big(-z+g_\theta^{C_\epsilon}((0,\frac{\epsilon}{\delta}),z;\alpha,\epsilon)+g_{\theta,-1}^{C_\epsilon}((1,0,-1),z;\alpha,\epsilon)\Big)\mathrm{d}z\Bigg], \tag{37}$$

其中， $C_\epsilon=-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi p^{\frac{\delta}{\epsilon}}$，而 $g_\theta^{C_\epsilon}(m,a)\ z;\ \alpha,\ \epsilon)$ 和 $g_{\theta,n}^{C_\epsilon}(m,a,b)\ z;\ \alpha,\ \epsilon)$ 分别为

$$g_\theta^{C_\epsilon}((m,a),z;\alpha,\epsilon)=\frac{4}{5}z^2\int_0^\infty\int_0^1\frac{qe^{-zqs}(1-e^{-\frac{48}{25}zq})\mathrm{d}s\mathrm{d}q}{(m+\frac{q^{\frac{\alpha(1-\epsilon)}{2}}}{\theta s^{\frac{\alpha\epsilon}{2}}}(\frac{C_\epsilon}{z})^a)(1-e^{-zq})}, \tag{38}$$

$$g_{\theta,n}^{C_\epsilon}((m,a,b),z;\alpha,\epsilon)=\frac{4}{5}z^2\int_{C_\epsilon z^\eta}^\infty\int_{C_\epsilon z^n}^1\frac{qe^{-zqs}(1-e^{-\frac{48}{25}zq})}{1-e^{-zq}}$$
$$\left[\frac{1}{\big(m+\theta q^{-\frac{\alpha}{2}}(\frac{C_\epsilon}{z})^a\big)^b}-\frac{1}{\big(m+\theta s^{\frac{\alpha\epsilon}{2}}q^{\frac{\alpha(\epsilon-1)}{2}}(\frac{C_\epsilon}{z})^{a-\frac{\epsilon}{\delta}}\big)^b}\right]\mathrm{d}s\mathrm{d}q. \tag{39}$$

同样，我们也可以通过对（7）中的 μ_0^Φ 解除条件化，并计算 μ_0^Φ 的二阶矩减去平均值的平方，得到信息年龄方差的解析表达式。

定理6： 在泊松蜂窝网络中，采用*FSA*更新协议时，典型链路上的信息年龄方差可表示为本页顶部的(40)，其中

$$G_\theta((a,b,c,d,l,\varrho),z;\alpha,\epsilon)=\frac{4}{5}z^2\int_0^\infty\int_0^1\frac{q\exp(-zqs)\mathrm{d}s\mathrm{d}q}{\frac{(a+\frac{q^{\alpha(1-\epsilon)/2}}{\theta s^{\alpha\epsilon/2}})^b}{c(d+\frac{q^{\alpha(1-\epsilon)/2}}{\theta s^{\alpha\epsilon/2}})^l+\varrho}(1-e^{-zq})}. \tag{41}$$

证明：类似于（61）中的推导，我们可以计算 $\frac{1}{\mu_0^\Phi}$ 的二阶矩如下:

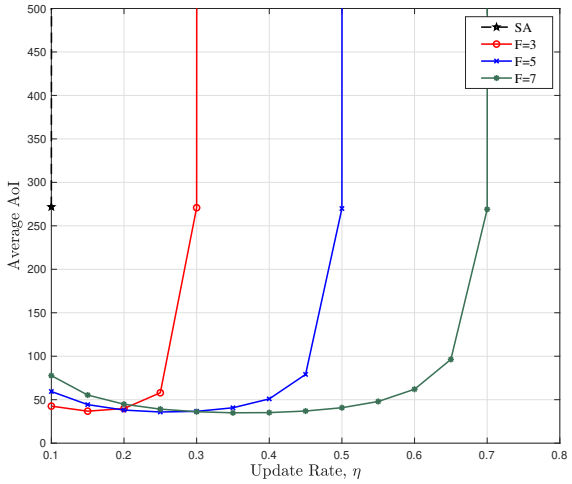
$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{(\mu_0^\Phi)^2}\right]=\mathbb{E}\left[\prod_{i\neq0}\left(1+\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{D_i^\alpha}{\theta R_i^{\alpha\epsilon}r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right)^2\right]$$
$$=\mathbb{E}\left[\prod_{i\neq0}\int_0^{D_i}\left(1+\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{D_i^\alpha u^{-\alpha\epsilon}}{\theta r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right)^2\frac{\frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u\exp(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2)\mathrm{d}u}{1-\exp(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi D_i^2)}\right]$$
$$=\mathbb{E}\Bigg[\exp\Bigg(2\pi\lambda_{\mathrm{s}}\int_0^\infty\int_0^\kappa\Big(2+\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{D_i^\alpha u^{-\alpha\epsilon}}{\theta r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\Big)$$
$$\times\frac{\frac{\eta}{F}\cdot\frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u\exp(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2)\mathrm{d}u\kappa\mathrm{d}\kappa}{(1-\frac{\eta}{F}+\frac{\kappa^\alpha u^{-\alpha\epsilon}}{\theta r^{\alpha(1-\epsilon)}})(1-\exp(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi\kappa^2))}\Bigg)\Bigg]$$
$$=\int_0^\infty\exp\left(-z+\frac{4}{5}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}z^2\int_0^\infty\int_0^1\frac{\frac{\eta}{F}qe^{-zsq}\big(2-\frac{\eta}{F}+\frac{2q^{\frac{\alpha(1-\epsilon)}{2}}}{\theta s^{\frac{\alpha\epsilon}{2}}}\big)\mathrm{d}s\mathrm{d}q}{\big(1-\frac{\eta}{F}+\frac{q^{\frac{\alpha(1-\epsilon)}{2}}}{\theta s^{\frac{\alpha\epsilon}{2}}}\big)^2\big(1-e^{-zq}\big)}\right)\mathrm{d}z. \tag{42}$$

将根据（61）得到的 μ_0^Φ 的一阶矩表达式，以及（62）和（42）中分别给出的 $\frac{1}{\mu_0^\Phi}$ 的一阶矩和二阶矩，代入对 μ_0^Φ 进行反条件化后的信息年龄方差表达式（57）中，即可得到本定理的结果。 □

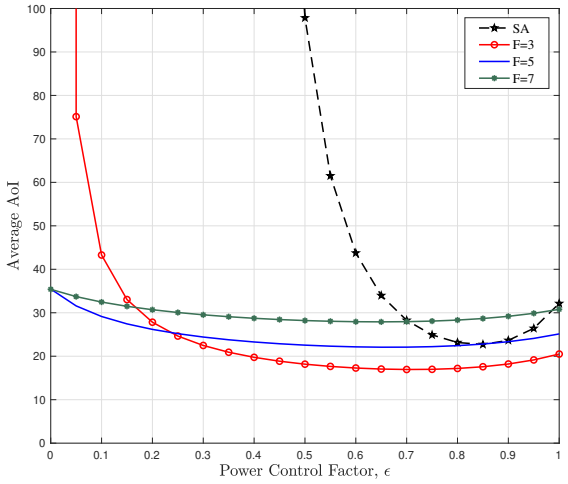
当 $F=1$时，该结果也可化简为SA协议下的信息年龄方差，表示如下。

推论3： 在泊松蜂窝网络中，典型链路上的*SA*协议的信息年龄方差为

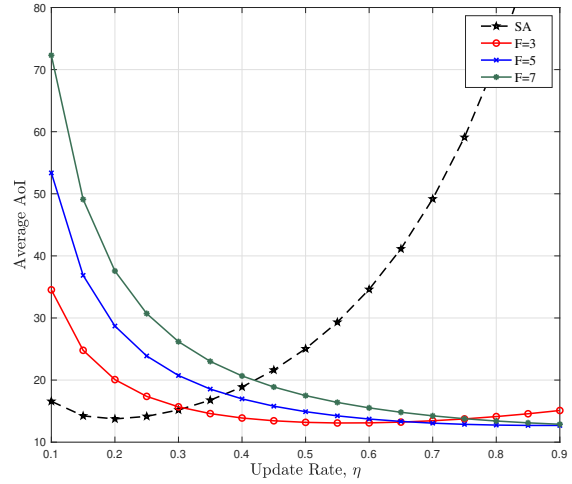
$$\sigma^2_{\Delta_0^{SA}}=\int_0^\infty e^{-z}\left[\frac{2}{\eta^2}\exp\left(2\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\eta g_\theta((1-\eta,2,2,1-\eta,1,\eta),z;\alpha,\epsilon)\right)\right.$$
$$-\frac{1}{\eta^2}\exp\left(-z+2\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\eta g_\theta((1-\eta,1,0,0,0,0),z;\alpha,\epsilon)\right)$$
$$\left.-\frac{1}{\eta}\exp\left(\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\eta g_\theta((1-\eta,1,0,0,0,0),z;\alpha,\epsilon)\right)\right]\mathrm{d}z. \tag{43}$$



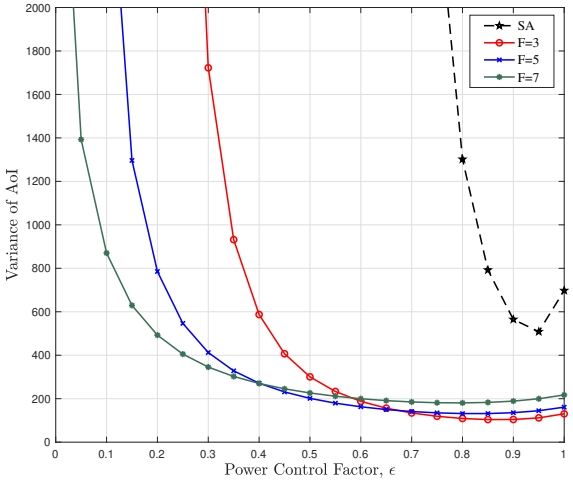
(a)



(a)



(b)



(b)

图9. 不同帧大小下平均信息年龄与更新速率的关系，以及不同功率控制策略的对比：(*a*) 无功率控制 ($\epsilon = 0$) 和 (*b*) 完全路径反演 ($\epsilon = 1$)。其中，设定 ${}_{\mathrm{s}}\lambda_{\mathrm{d}} = 5$，并将帧大小设为 $F = 1$ （即时隙ALOHA）、3、5 和 7。

图10. AoI性能与功率控制因子 ϵ 的关系：(*a*) 平均信息年龄和 (*b*) 信息年龄方差。其中，设定 $\eta = 0.4$，${}_{\mathrm{s}}\lambda_{\mathrm{d}} = 5$，并将帧大小设为 $F = 1$（即时隙 ALOHA）、3、5 和 7。

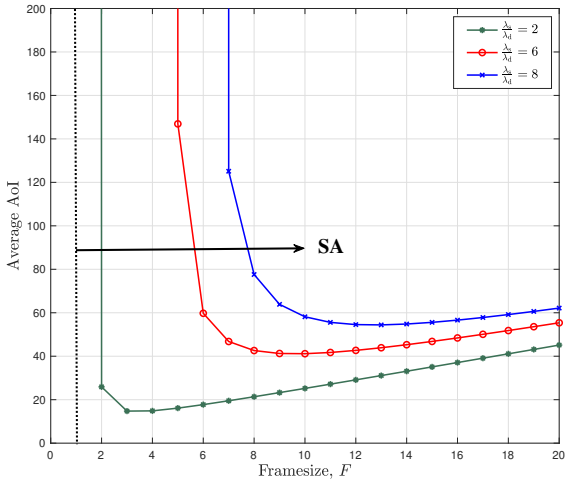
备注 1： 给定参数的具体取值后，可以在 *Matlab* 中使用两个积分函数（即 ***integral*** 和***integral2***）对上述积分进行数值计算。无穷上限可以表示为***inf***，也可以根据所需精度替换为较大且合适的有限值。

C. 数值结果

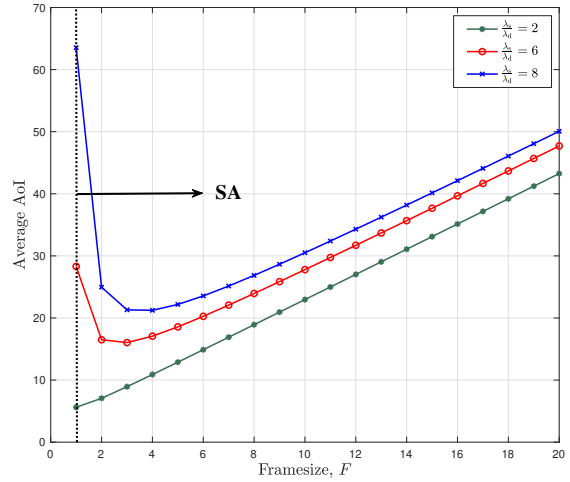
本节中，我们利用推导出的理论表达式，通过数值计算评估并研究 FSA 对蜂窝网络中平均信息年龄的影响。除非另有说明，我们采用与 IV-C节 相同的一组参数。

图9展示了不同帧大小下平均信息年龄与更新速率之间的关系。在此图中，我们比较了两种不同功率控制策略下的 AoI性能控制策略，即统一发射功率和完全路径反演。图中呈现出与双极网络相似的现象，即存在一个使平均信息年龄最小的最优 η；随着 η 增大，FSA更新协议的表现优于传统SA协议。这一观察结果验证了在状态更新协议中采用帧结构的重要性。此外，通过比较图9(a)和图9(b)，我们可以看到，采用功率控制策略能够显著降低平均信息年龄，尤其是在没有帧结构和/或 η 较大时。具体而言，在图9(a)中，当 η 仍较小时，SA协议下的平均信息年龄会急剧上升。随着 F 增大，信息年龄能够在更宽的 η范围内保持较低水平。在图9(b)中，实施功率控制后，平均信息年龄的变化趋缓，尤其是SA协议的性能明显改善。

在图10中，我们绘出了不同帧长下，平均信息年龄和AoI方差随功率控制因子 ϵ 变化的曲线。从图中可以立即看出，功率控制会直接影响信息年龄性能；对于不同的 F 取值，都存在一个使平均信息年龄或方差最小的最优 ϵ。此外，最优 ϵ 与 F的具体取值密切相关。具体而言，当 $F = 1$时，即更新协议为SA协议时，没有帧结构来规整发射机之间可能发生的碰撞。由于典型的源节点可能距离数据融合中心较远，路径损耗导致的功率衰减，加上干扰的恶化作用，会使平均信息年龄和方差显著变差。因此，应增大功率控制因子以补偿路径损耗。不过，增大源节点的发射功率不仅会增强其信号功率，尤其是对于距离接收机较远的源节点，也会加剧累积干扰。因此，需要适当调整功率控制因子，以优化信息年龄性能。相比之下，在FSA协议下（ $F \geq 2$），采用帧结构可以减少节点间的竞争，从而降低对功率控制的要求。因此，FSA下的最优 ϵ 会小于SA下的最优值。此外，我们注意到，尽管较大的帧长为远距离信源提供了更多处于低干扰传输环境的机会，并提高了成功传输的概率，使网络仍能保持良好性能，但单纯增大 F 并不总是有利于信息年龄。



(a)



(b)

图11. 不同部署密度下AoI性能随帧长的变化，以及不同功率控制策略下的表现：(*a*) 无功率控制 ($\epsilon = 0$)和(*b*) 完全路径反演 ($\epsilon = 1$)，其中设定 $\eta = 0.4$，并将每个数据融合中心可以联系的源节点平均数量设为 $\lambda_s\lambda_d = 2$、4、6和8。

在图11中，我们展示了不同部署密度下，网络平均信息年龄随 F变化的情况。与双极网络不同，蜂窝网络部署对信息年龄的影响仅取决于源节点与目的节点的密度比$\frac{\lambda_s}{\lambda_d}$，也就是连接到每个数据融合中心的传感器平均数量。首先，我们观察到与图6类似的现象：根据网络的空间部署，可能存在一个最优的 F；增加$\frac{\lambda_s}{\lambda_d}$ 必然会导致AoI性能变差，但采用FSA协议可以缓解这种恶化。其次，我们观察到，在不同功率控制策略下，平均信息年龄随 F 变化的趋势有所不同。具体而言，图11(a)显示，

在没有功率控制的情况下，即使 $\frac{\lambda_s}{\lambda_d}$ 仍然很小（例如 $\frac{\lambda_s}{\lambda_d} = 2$），SA协议下的平均信息年龄也已达到很大的数值。然而，采用FSA策略能够获得相对较好的性能；随着该比率增大，我们需要更长的帧，才能使平均信息年龄性能保持在较好的水平。在图11(b)中，功率控制策略能够增强有效信号的竞争力，从而改善信息年龄性能。在这种情况下，当$\frac{\lambda_s}{\lambda_d}$ 相对较小时，FSA的作用并不显著，甚至不如SA协议下的信息年龄性能。随着该比率增大，也就是源节点之间的竞争加剧，FSA的优势便会显现。

VI. 结论

本文对类似FSA的状态更新协议进行了分析研究，以了解其影响关于无线网络中的信息年龄性能。我们采用了一个考虑信道衰落、路径损耗和干扰的通用模型。我们分别推导出了泊松双极网络和蜂窝网络中平均信息年龄及其方差的闭式表达式。基于分析结果，我们确定了FSA有助于降低信息年龄的工作区域。我们还给出了在给定网络参数配置下使平均信息年龄最小的最优帧长。数值结果证实，当干扰严重时，即网络部署密集和/或源节点频繁更新状态信息时，在传输协议中采用FSA能够显著降低AoI的均值和方差。相反，在稀疏部署的网络中，由于此时干扰较弱，这种方案对降低信息年龄并不奏效，节点应当

更加频繁地进行更新，以获得较小的信息年龄。我们的数值结果还表明，在无线系统中将FSA与功率控制联合使用可以进一步提升信息年龄性能，但需要恰当调整帧长和功率控制因子的具体取值，才能实现最优增益。

本文提出的数学框架为分析具有基于帧的流量模式的大规模无线网络奠定了基础。该模型可扩展用于研究基于FSA的状态更新协议在非线性成本函数下对信息年龄性能的影响。此外，研究具有可变帧大小、且根据每个发射机的局部几何结构进行调整的帧结构最优设计，也是一个很有前景的未来研究方向；该研究可在本文固定帧大小的设定及所展示结果的基础上进一步拓展。

附录

A. 定理1的证明

我们采用图示法计算平均信息年龄。具体而言，我们将 X 表示为两次成功接收的更新之间的帧数，将 I 表示为连续两次接收更新之间的间隔，将 A 表示为如图1所示的两次成功更新之间的面积，并使用下标 w 表示第 w 个相应变量的值（例如，将 I_w 定义为自第（$w-1$）次接收更新起，至再次接收到新更新之前所经过的时间）。因此，时间平均信息年龄可表示如下：

$$\bar{\Delta}_0 = \lim_{W\to\infty} \frac{\sum_{w=1}^{W} A_w}{\sum_{w=1}^{W} I_w} = \frac{\mathbb{E}[\sum_{i=1}^{I} i]}{\mathbb{E}[I]} = \frac{1}{2} + \frac{\mathbb{E}[I^2]}{\mathbb{E}[I]}, \quad (44)$$

其中 I_w 表示为：

$$I_w = FX_w + (N_w - N_{w-1}), \quad (45)$$

对帧中的时隙进行编号，$N_w \in \{1, 2, ..., F\}$ 表示在第 w 次收到更新的时隙索引（例如，在图1中，$N_{w-1} = 3$ 和 $N_w = 2$）。注意，X 服从参数为$\eta\mu_0^{\Phi}$的几何分布，因此，$\mathbb{E}[X] = \frac{1}{\eta\mu_0^{\Phi}}$；$N_{w-1}$ 和 N_w 具有相同的分布，即在 $\{1, ...F\}$范围内独立于 X的离散均匀分布。令 $\mathbb{E}[N] = \mathbb{E}[N_w]$，可得：

$$\mathbb{E}[I] = F\mathbb{E}[X], \quad (46)$$

$$\mathbb{E}[I^2] = F^2\mathbb{E}[X] + 2(\mathbb{E}[N^2] - \mathbb{E}[N]^2). \quad (47)$$

另一方面，$\mathbb{E}[N]$ 和 $\mathbb{E}[N^2]$ 可分别计算如下：

$$\mathbb{E}[N] = \sum_{n=1}^{F} n\mathbb{P}[N = n] = \frac{1}{F}\sum_{d=1}^{F} d = \frac{F+1}{2}, \quad (48)$$

$$\mathbb{E}[N^2] = \sum_{n=1}^{F} n^2\mathbb{P}[N = n] = \frac{1}{F}\sum_{d=1}^{F} d^2 = \frac{(F+1)(2F+1)}{6}. \quad (49)$$

结合上述各部分，我们可以得到条件平均AoI。

B. 定理2的证明

将类似的图示法应用于定理2，可将平均二次AoI表示如下：

$$\bar{\Delta}_0^2 = \frac{\mathbb{E}[\sum_{i=1}^{I} i^2]}{\mathbb{E}[I]} = \frac{2\mathbb{E}[I^3] + 3\mathbb{E}[I^2] + \mathbb{E}[I]}{6\mathbb{E}[I]}. \quad (50)$$

根据式（45）中 I_w 的表达式，可得：

$$\mathbb{E}[I^3] = F^3\mathbb{E}[X^3] + 6F(\mathbb{E}[N^2] - \mathbb{E}[N]^2)\mathbb{E}[X]. \quad (51)$$

由于 X 服从参数为 $\eta\mu_0^{\Phi}$的几何分布，我们可以进行如下计算：

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[X^3] &= \sum_{k=1}^{\infty} k^3\mathbb{P}(X = k) = \sum_{k=1}^{\infty} k^3\eta\mu_0^{\Phi}(1 - \eta\mu_0^{\Phi})^{k-1} \\
&= -\eta\mu_0^{\Phi}\frac{\mathrm{d}\sum_{k=1}^{\infty} k^2(1 - \eta\mu_0^{\Phi})^k}{\mathrm{d}(\eta\mu_0^{\Phi})} \\
&= -\eta\mu_0^{\Phi}\frac{\mathrm{d}(1 - \eta\mu_0^{\Phi})\mathbb{E}[X^2]/(\eta\mu_0^{\Phi})}{\mathrm{d}(\eta\mu_0^{\Phi})} \\
&= \frac{(\eta\mu_0^{\Phi})^2 - 6\eta\mu_0^{\Phi} + 6}{(\eta\mu_0^{\Phi})^3}. \quad (52)
\end{aligned}$$

然后，结合上述结果，即可得到所需结论。

C. 引理1的证明

根据传输协议，我们注意到，每个信源在典型帧中都以概率 η独立决定是否更新；如果信源决定在该帧中更新，就会按照均匀分布随机选择一个时隙。因此，在任意给定的时隙中，信源以概率 η/F 激活，即 $\mathbb{P}(\nu_i = 1) = \frac{\eta}{F}$。因此，我们可以将（8）代入（5），得到如下结果：

$$\begin{aligned}
\mu_0^{\Phi} &= \mathbb{P}\left(\frac{P_{\mathrm{tx}}h_0 r^{-\alpha}}{\sum_{i\neq 0} P_{\mathrm{tx}}h_i\nu_i \left\|x_i\right\|^{-\alpha}} > \theta \middle| \Phi\right) \\
&= \mathbb{P}\left(h_0 > \theta r^{\alpha}\sum_{i\neq 0} h_i\nu_i \left\|x_i\right\|^{-\alpha} \middle| \Phi\right) \\
&= \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0} \exp\left(-\theta r^{\alpha}h_i\nu_i \left\|x_i\right\|^{-\alpha}\right) \middle| \Phi\right] \\
&\overset{(a)}{=} \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0} \frac{1}{1 + \theta r^{\alpha}\nu_i \left\|x_i\right\|^{-\alpha}}\right] \\
&\overset{(b)}{=} \prod_{i\neq 0}\left(\frac{\eta/F}{1 + \theta r^{\alpha}\left\|x_i\right\|^{-\alpha}} + 1 - \frac{\eta}{F}\right), \quad (53)
\end{aligned}$$

其中，(a)成立是因为 $\{h_i\}_{i=1}^{\infty}$ 是服从单位均值指数分布的独立同分布随机变量，而(b)成立是因为 $\{\nu_i\}_{i=1}^{\infty}$ 彼此独立。进一步化简后，可得到引理1所示的结果。

D. 定理*3*的证明

对(6)中的 μ_0^{Φ} 解除条件化后，可得到平均信息年龄的表达式：

$$\bar{\Delta}_0 = \frac{F^2-1}{12F}\eta\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] + \frac{F}{\eta}\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right] + \frac{1-F}{2}. \tag{54}$$

利用引理1，我们可以按如下方式计算 μ_0^{Φ} 的均值：

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] &= \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1-\frac{\eta/F}{1+\|x_i\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right)\right] \\
&= \mathbb{E}\left[\exp\left(-\sum_{i\neq 0}-\log\left(1-\frac{\eta/F}{1+\|x_i\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right)\right)\right] \\
&\overset{(a)}{=} \exp\left(-\lambda\int_{x\in\mathbb{R}^2}\left[1-\left(1-\frac{\eta/F}{1+\|x\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right)\right]\mathrm{d}x\right) \\
&\overset{(b)}{=} \exp\left(-\lambda\pi\delta\int_0^{\infty}\frac{\eta/F}{1+u/\theta r^{\alpha}}u^{\delta-1}\mathrm{d}u\right) \\
&\overset{(c)}{=} \exp\left(-\lambda\pi r^2\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\frac{\eta}{F}\right),
\end{aligned} \tag{55}$$

其中，(a)是利用泊松点过程 [24], 的概率生成泛函（PGFL）得到的；(b)是将变量从直角坐标变换为极坐标并令 $u=\|x\|^{\alpha}$ 得到的；(c)则源于结果 $\int_0^{\infty}\frac{u^{\delta-1}}{1+m^{-1}u}\mathrm{d}u = m^{\delta-1}\frac{\pi}{\sin(\pi\delta)}$ [38]。同理，我们可以按如下方式计算$\mathbb{E}[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}]$：

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right] &= \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1-\frac{\eta/F}{1+\|x_i\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right)^{-1}\right] \\
&= \exp\left(-\lambda\int_{x\in\mathbb{R}^2}\left[1-\left(1-\frac{\eta/F}{1+\|x\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right)^{-1}\right]\mathrm{d}x\right) \\
&= \exp\left(-\lambda\int_{x\in\mathbb{R}^2}\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{\|x\|^{\alpha}}{\theta r^{\alpha}}}\mathrm{d}x\right) \\
&= \exp\left(\lambda\pi\delta\int_0^{\infty}\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{u}{\theta r^{\alpha}}}u^{\delta-1}\mathrm{d}u\right) \\
&= \exp\left(\lambda\pi r^2\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\frac{\eta}{F}\left(1-\frac{\eta}{F}\right)^{\delta-1}\right).
\end{aligned} \tag{56}$$

将(55)和(56)代入(54)，即可得到定理1所示的结果。

E. 定理*4*的证明

与附录 D 中采取的步骤类似，我们可以如下计算信息年龄方差：

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{\Delta_0} &= \mathbb{E}[\Delta_0^2] - (\mathbb{E}[\Delta_0])^2 \\
&= \frac{2F^2}{\eta^2}\mathbb{E}\left[\frac{1}{(\mu_0^{\Phi})^2}\right] - \frac{2F^2-F}{\eta}\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right] + \frac{(F^2-1)\eta}{12F}\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] + \frac{F^2-F}{2} \\
&\quad - \left[\frac{F^2-1}{12F}\eta\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] + \frac{F}{\eta}\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right] + \frac{1-F}{2}\right]^2,
\end{aligned} \tag{57}$$

其中 $\mathbb{E}[\frac{1}{(\mu_0^{\Phi})^2}]$ 可由下式推导得出：

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\left[\frac{1}{(\mu_0^{\Phi})^2}\right] &= \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1-\frac{\eta/F}{1+\|x_i\|^{\alpha}/\theta r^{\alpha}}\right)^{-2}\right] \\
&= \exp\left(-\lambda\pi\delta\int_0^{\infty}\left[1-\left(1-\frac{\frac{\eta}{F}\theta r^{\alpha}}{u+\theta r^{\alpha}}\right)^{-2}\right]u^{\delta-1}\mathrm{d}u\right) \\
&\overset{(a)}{=} \exp\left(-\lambda\pi\delta\int_0^{\infty}\left[1-\sum_{k=0}^{\infty}(k+1)\left(\frac{\frac{\eta}{F}\theta r^{\alpha}}{u+\theta r^{\alpha}}\right)^{k}\right]u^{\delta-1}\mathrm{d}u\right) \\
&= \exp\left(\lambda\pi\delta\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\left(\frac{\eta}{F}\theta r^{\alpha}\right)^{k}\int_0^{\infty}\frac{u^{\delta-1}\mathrm{d}u}{(u+\theta r^{\alpha})^{k}}\right) \\
&\overset{(b)}{=} \exp\left(-\lambda\pi\theta^{\delta}r^2\frac{\pi\delta}{\sin(\pi\delta)}\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\left(-\frac{\eta}{F}\right)^{k}\frac{\Gamma(\delta)}{\Gamma(k)\Gamma(\delta-k+1)}\right) \\
&\overset{(c)}{=} \exp\left(-C\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\binom{\delta-1}{k-1}\left(-\frac{\eta}{F}\right)^{k}\right),
\end{aligned} \tag{58}$$

其中，(a)利用了关系$\frac{1}{1+x}{}^{2} = \sum_{k=0}^{\infty}(k+1)(-x)^{k}$，(b)使用了

$$\int_0^{\infty}\frac{u^{\delta-1}\mathrm{d}u}{(u+\theta r^{\alpha})^{k}} = (\theta r^{\alpha})^{\delta-k}\times\frac{(-1)^{k+1}\pi}{\sin(\pi\delta)}\times\frac{\Gamma(\delta)}{\Gamma(k)\Gamma(\delta-k+1)},$$

而 (c) 根据奇元公式 $\Gamma(\delta)\Gamma(1-\delta) = \frac{\pi}{\sin(\pi\delta)}$，（对于 $0<\delta<1$）以及伽马函数 $\Gamma(1+\delta)=\delta\Gamma(\delta)$ 的递推关系得出。然后，将 $\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}]$、$\mathbb{E}[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}]$ 和 $\mathbb{E}[\frac{1}{(\mu_0^{\Phi})^2}]$ 的表达式代入 (57)，即可得到结果。

F. 定理*5*的证明

由于源节点只与距离最近的数据融合中心通信，当我们以用户与最近中心之间的距离为 u 进行条件化时，区域 $A=2\pi u^2$ 内不存在数据融合中心。因此，我们可以推导出用户与其专用接收机之间的距离 R 服从以下概率密度函数：

$$f_R(u) = e^{-\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2}2\pi\lambda_{\mathrm{d}}u. \tag{59}$$

与双极网络的推导过程类似，我们可以先得到条件传输成功概率：

$$\mu_0^{\Phi} = \prod_{i\neq 0}\left(1-\frac{\eta/F}{1+\frac{D_i^{\alpha}}{\theta R_i^{\alpha\epsilon}r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right). \tag{60}$$

接下来，我们可以按如下方式计算 μ_0^{Φ} 的一阶矩：

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] &= \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1-\int_0^{D_i}\frac{\frac{\eta}{F}\frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u\exp\left(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2\right)\mathrm{d}u}{\left(1+\frac{D_i^{\alpha}u^{-\alpha\epsilon}}{\theta r^{\alpha(1-\epsilon)}}\right)\left(1-\exp\left(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi D_i^2\right)\right)}\right)\right] \\
&= \mathbb{E}\left[\exp\left(\sum_{i\neq 0}\log\left(1-\int_0^{D_i}\frac{\frac{\eta}{F}\frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u\exp\left(-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2\right)\mathrm{d}u}{\left(1+\frac{D_i^{\alpha}u^{-\alpha\epsilon}}{\theta r^{\alpha(1-\epsilon)}}\right)\left(1-e^{-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi D_i^2}\right)}\right)\right)\right] \\
&\overset{(a)}{=} \mathbb{E}_r\left[\exp\left(-2\pi\lambda_{\mathrm{s}}\int_0^{\infty}\int_0^{\kappa}\frac{\frac{\eta}{F}\frac{5}{2}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u e^{-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2}\mathrm{d}u\kappa\mathrm{d}\kappa}{\left(1+\frac{\kappa^{\alpha}u^{-\alpha\epsilon}}{\theta r^{\alpha(1-\epsilon)}}\right)\left(1-e^{-\frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi\kappa^2}\right)}\right)\right] \\
&\overset{(b)}{=} \int_0^{\infty}\exp\left(-z-\frac{4}{5}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}z^2\int_0^{\infty}\int_0^{1}\frac{\frac{\eta}{F}q\exp\left(-zsq\right)\mathrm{d}s\mathrm{d}q}{\left(1+\frac{q^{\alpha(1-\epsilon)/2}}{\theta s^{\alpha\epsilon/2}}\right)\left(1-e^{-zq}\right)}\right)\mathrm{d}z,
\end{aligned} \tag{61}$$

其中，(a) 是采用泊松点过程的概率生成泛函得到的，(b) 则是通过变量替换得到的： $s = \frac{u}{\kappa}$, $q \equiv (\frac{\kappa}{r})^2$和 $z = \frac{5}{4}\lambda_{\mathrm{d}}\pi r^2$。类似地，我们可以按如下方式计算$\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}$的期望：

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right] = \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1+\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{D_i^{\alpha}}{\theta R_i^{\alpha\epsilon} r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right)\right]$$
$$= \int_0^{\infty}\exp\left(-z+\frac{4}{5}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\int_0^{\infty}\int_0^{1}\frac{z^2\frac{\eta}{F}q\exp\left(-zsq\right)\mathrm{d}s\mathrm{d}q}{\left(1-\frac{\eta}{F}+\frac{q^{\alpha(1-\epsilon)/2}}{\theta s^{\alpha\epsilon/2}}\right)\left(1-e^{-zq}\right)}\right)\mathrm{d}z. \tag{62}$$

将 (61) 和 (62) 代入 (54)，即可得到蜂窝网络的平均信息年龄。

G. 推论的证明

我们消除干扰节点位置的空间相关性，并将其近似为标记泊松点过程 $\{x_i, W_{x_i}\}_{i=1}^{\infty}$，其中 $W_{x_i} = R_i^{\alpha\epsilon}$ [43]。与定理3的推导过程类似，我们可以先对典型发射机-接收机对的距离 r 进行条件化，并计算 μ_0^{Φ} 的一阶矩如下：

$$\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}|r] = \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1-\frac{\eta/F}{1+\frac{D_i^{\alpha}}{\theta R_i^{\alpha\epsilon} r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right)\right]$$
$$\approx \mathbb{E}\left[\exp\left(-\lambda_{\mathrm{s}}\int_{x\in\mathbb{R}^2}\left[1-\left(1-\frac{\eta/F}{1+\frac{\|x\|^{\alpha}}{\theta W_x r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right)\right]\mathrm{d}x\right)\right]$$
$$= \exp\left(-\mathbb{E}\left[\int_{x\in\mathbb{R}^2}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}\eta/F\mathrm{d}x}{1+\frac{\|x\|^{\alpha}}{\theta W_x r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right]\right)$$
$$= \exp\left(-\lambda_{\mathrm{s}}\frac{\eta}{F}\pi\mathbb{E}\left[\int_0^{\infty}\theta W_x r^{\alpha(1-\epsilon)}\frac{\delta u^{\delta-1}\mathrm{d}u}{u+\theta W_x r^{\alpha(1-\epsilon)}}\right]\right)$$
$$= \exp\left(-\lambda_{\mathrm{s}}\frac{\eta}{F}\pi\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)r^{2(1-\epsilon)}\mathbb{E}\left[W_x^{\delta}\right]\right)$$
$$\overset{(a)}{=} \exp\left(-\lambda_{\mathrm{s}}\frac{\eta}{F}\pi\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\frac{\Gamma(\epsilon+1)}{(\lambda_{\mathrm{d}}\pi)^{\epsilon}}r^{2(1-\epsilon)}\right), \tag{63}$$

其中，(a) 源于以下内容

$$\mathbb{E}\left[W_x^{\delta}\right] = \mathbb{E}\left[R_i^{2\epsilon}\right] \approx \int_0^{\infty}2\pi\lambda_{\mathrm{d}}ue^{-\lambda_{\mathrm{d}}\pi u^2}u^{2\epsilon}\mathrm{d}u$$
$$= \int_0^{\infty}\frac{t^{\epsilon}}{(\lambda_{\mathrm{d}}\pi)^{\epsilon}}e^{-t}\mathrm{d}t = \frac{\Gamma(\epsilon+1)}{(\lambda_{\mathrm{d}}\pi)^{\epsilon}}. \tag{64}$$

接着，我们对 (63) 中的 r 消去条件，得到如下结果：

$$\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] \approx \int_0^{\infty}2\pi\lambda_{\mathrm{d}}re^{-\lambda_{\mathrm{d}}\pi r^2}\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}|r]\mathrm{d}r$$
$$= \int_0^{\infty}\exp\left(-z-\frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\Gamma(1+\epsilon)z^{1-\epsilon}\right)\mathrm{d}z. \tag{65}$$

上述表达式也可以等价地写成如下形式：

$$\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] \approx \mathbb{E}\left[e^{-C_1 Z^{1-\epsilon}}\right] \tag{66}$$

其中 Z 是一个服从单位均值指数分布的随机变量。记为 $Y = Z^{1-\epsilon}$，我们可以如下计算 Y的概率密度函数（pdf）：

$$f_Y(y) = \frac{\mathrm{d}\mathbb{P}(Y\leq y)}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}\mathbb{P}\left(Z\leq y^{\frac{1}{1-\epsilon}}\right)}{\mathrm{d}y}$$
$$= \frac{\mathrm{d}\left(1-e^{-\frac{y}{1-\epsilon}}\right)}{\mathrm{d}y} = \frac{1}{1-\epsilon}y^{\frac{1}{1-\epsilon}-1}e^{-\frac{y}{1-\epsilon}}. \tag{67}$$

该表达式表明，Y 服从形状参数为 $(1-\epsilon)$、尺度参数为 1 的威布尔分布。因此，我们可以得到近似结果 $\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}] \approx \mathbb{E}\left[e^{-C_1 Z^{1-\epsilon}}\right] = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-C_1)^n}{n!}\Gamma\left(1+(1-\epsilon)n\right)$。

同理，我们可以如下计算 $\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}|r\right]$：

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}|r\right] = \mathbb{E}\left[\prod_{i\neq 0}\left(1+\frac{\eta/F}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{D_i^{\alpha}}{\theta R_i^{\alpha\epsilon} r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right)\right]$$
$$\approx \exp\left(\mathbb{E}\left[\int_{x\in\mathbb{R}^2}\frac{\lambda_{\mathrm{s}}\eta/F\mathrm{d}x}{1-\frac{\eta}{F}+\frac{\|x\|^{\alpha}}{\theta W_x r^{\alpha(1-\epsilon)}}}\right]\right)$$
$$= \exp\left(\lambda_{\mathrm{s}}\frac{\eta}{F}\left(1-\frac{\eta}{F}\right)^{\delta-1}\pi\theta^{\delta}r^{2(1-\epsilon)}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\frac{\Gamma(\epsilon+1)}{(\lambda_{\mathrm{d}}\pi)^{\epsilon}}\right). \tag{68}$$

对上述结果关于 r去条件化，可得$\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right]$ 如下：

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right]$$
$$\approx \int_0^{\infty}\exp\Big(-z + \frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{d}}}\frac{\eta}{F}\left(1-\frac{\eta}{F}\right)^{\delta-1}\theta^{\delta}\Gamma(1-\delta)\Gamma(1+\delta)\Gamma(1+\epsilon)z^{1-\epsilon}\Big)\mathrm{d}z$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_2{}^n}{n!}\Gamma\left(1+(1-\epsilon)n\right). \tag{69}$$

将 $\mathbb{E}[\mu_0^{\Phi}]$ 和 $\mathbb{E}\left[\frac{1}{\mu_0^{\Phi}}\right]$ 的表达式代入（50），即可得到近似平均信息年龄。

参考文献

[1] C. She、C. Yang 和 T. Q. S. Quek，“超可靠低时延无线接入网络的跨层优化”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第17卷，第1期，第127–141页，2018年1月。[2] C. She、C. Sun、Z. Gu、Y. Li、C. Yang、H. V. Poor 和 B. Vucetic，“6G超可靠低时延通信教程：将领域知识融入深度学习”，*IEEE* 论文集，第109卷，第3期，第204–246页，2021年3月。[3] Z. Ling、F. Hu、H. Zhang 和 Z. Han，“利用分布鲁棒优化最小化医疗物联网中的信息年龄”，*IEEE*《物联网期刊》，第9卷，第17期，第16 154–16 167页，2022年9月。[4] I. Sorkhoh、C. Assi、D. Ebrahimi 和 S. Sharafeddine，“优化MEC赋能的协作式自动驾驶中的信息新鲜度”，*IEEE*《智能交通系统汇刊》，第1–14页，2021年11月。[5] X. Zheng、S. Zhou 和 Z. Niu，“面向远程控制系统中上下文感知及时状态更新的信息紧迫度”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第19卷，第11期，第7237–7250页，2020年7月。[6] C. She、C. Yang 和 T. Q. S. Quek，“超可靠低时延通信的无线资源管理”，*IEEE*通信杂志，第55卷，第6期，第72–78页，2017年6月。[7] Y. Sun、I. Kadota、R. Talak 和 E. Modiano，信息年龄：衡量信息新鲜度的新指标。Morgan & Claypool出版社，2019年。

[8] S. Kaul、R. Yates 和 M. Gruteser，“实时状态：应该多久更新一次？”载于 IEEE INFOCOM 论文集，第2731–2735页，2012年5月。[9] M. Costa、M. Codreanu、A. 和 Ephremides，“具有分组管理的状态更新系统中的信息年龄”，IEEE信息论汇刊，第62卷，第4期，第1897–1910页，2016年2月。[10] A. Kosta、N. Pappas、A. Ephremides 和 V. Angelakis，“状态更新中的时延代价及其价值：非线性老化”，IEEE通信汇刊，第PP卷，第99期，第1–1页，2020年4月。[11] R. Talak、S. Karaman 和 E. Modiano，“一般干扰约束下无线网络信息新鲜度的优化”，IEEE/ACM网络汇刊，第28卷，第1期，第15–28页，2019年12月。[12] I. Kadota、A. Sinha、E. Uysal-Biyikoglu、R. Singh 和 E. Modiano，“广播无线网络中最小化信息年龄的调度策略”，IEEE/ACM网络汇刊，第26卷，第6期，第2637–2650页，2018年12月。[13] I. Kadota 和 E. Modiano，“随机到达随机接入网络中的信息年龄”，载于 IEEE INFOCOM 2021 论文集，加拿大不列颠哥伦比亚省温哥华，2021年5月，第1–10页。[14] Z. Bo 和 S. Walid，“超密集物联网系统中的信息年龄：性能与平均场博弈分析”，可在 ArXiv:2006.15756 获取，2020年。[15] R. D. Yates 和 S. K. Kaul，“不可靠多址信道上的状态更新”，载于 ISIT 2017 论文集，德国亚琛，2017年6月，第331–335页。[16] D. C. Atabay、E. Uysal 和 O. Kaya，“改善随机接入信道中的信息年龄”，载于 IEEE INFOCOM WKSHPS 论文集，加拿大安大略省多伦多，2020年7月，第912–917页。[17] J. Sun、Z. Jiang、B. Krishnamachari、S. Zhou 和 Z. Niu，“启用闭式Whittle指数的及时状态更新随机接入”，IEEE通信汇刊，第68卷，第3期，第1538–1551页，2020年3月。[18] A. Sankararaman 和 F. Baccelli，“空间出生–死亡无线网络”，IEEE信息论汇刊，第63卷，第6期，第3964–3982页，2017年6月。[19] Y. Hu、Y. Zhong 和 W. Zhang，“泊松网络中的信息年龄”，载于无线通信与信号处理国际会议（WCSP）论文集，中国杭州，2018年12月，第1–6页。[20] P. D. Mankar、M. A. Abd-Elmagid 和 H. S. Dhillon，“无线网络中平均峰值信息年龄的空间分布”，IEEE《无线通信汇刊》，第20卷，第7期，第4465–4479页，2021年7月。[21] P. D. Mankar、Z. Chen、M. A. Abd-Elmagid、N. Pappas 和 H. S. Dhillon，“蜂窝物联网网络中的吞吐量与信息年龄”，IEEE《无线通信汇刊》，第20卷，第12期，第8248–8263页，2021年6月。[22] M. Emara、H. ElSawy 和 G. Bauch，“物联网上行网络信息新鲜度的时空框架”，载于 IEEE VTC2020-Fall 论文集，加拿大不列颠哥伦比亚省维多利亚，2021年2月，第1–6页。[23] H. H. Yang、C. Xu、X. Wang、D. Feng 和 T. Q. S. Quek，“理解大规模无线网络中的信息年龄”，IEEE《无线通信汇刊》，第20卷，第5期，第3196–3210页，2021年5月。[24] H. H. Yang、A. Arafa、T. Q. S. Quek 和 H. V. Poor，“带替换的先到先服务协议下随机接入网络信息年龄的时空分析”，IEEE《无线通信汇刊》，第21卷，第4期，第2813–2829页，2022年4月。[25] ——，“无线网络信息新鲜度优化：随机几何方法”，IEEE移动计算汇刊，第20卷，第6期，第2269–2280页，2021年6月。[26] H. H. Yang、M. Song、C. Xu、X. Wang 和 T. Q. S. Quek，“泊松网络中用于优化信息年龄的局部自适应状态更新”，IEEE移动计算汇刊，第1–13页，2022年10月。[27] M. Song、H. H. Yang、H. Shan、J. Lee 和 T. Q. Quek，“无线网络中的信息年龄：时空分析与局部自适应功率控制”，IEEE移动计算汇刊，第1–1页，2021年12月。[28] J. Yu、P. Zhang、L. Chen、J. Liu、R. Zhang、K. Wang 和 J. An，“稳定基于帧时隙ALOHA的物联网系统：几何遍历性视角”，IEEE精选通信领域期刊，第39卷，第3期，第714–725页，2021年8月。[29] A. George 和 T. G. Venkatesh，“采用动态帧时隙ALOHA的M2M数据采集网络性能分析”，IEEE绿色通信与网络汇刊，第2卷，第2期，第493–505页，2018年6月。[30] J. Yu、J. Liu、R. Zhang、L. Chen、W. Gong 和 S. Zhang，“RFID系统中的多种子群组标记”，IEEE移动计算汇刊，第19卷，第12期，第2850–2862页，2020年12月。[31] J. Feng、H. Pan 和 T.-T. Chan，“用于及时状态更新的低功耗随机接入：基于分组还是基于连接？”可在 ArXiv:2210.03962 获取，2022年10月。[32] D. B. Taylor、H. S. Dhillon、T. D. Novlan 和 J. G. Andrews，“用于蜂窝网络拓扑建模的成对相互作用过程”，载于*IEEE*全球通信会议论文集，阿纳海姆，加利福尼亚州，美国，2012年12月，第4524–4529页。[33] M. Di Renzo、W. Lu 和 P. Guan，“强度匹配方法：一种用于蜂窝网络系统级分析的易处理随机几何近似”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第15卷，第9期，第5963–5983页，2016年9月。[34] Z. Yue、H. H. Yang、M. Zhang 和 N. Pappas，“大规模随机接入网络中的非线性信息新鲜度”，*IEEE*全球通信会议（*Globecom*）研讨会论文集，里约热内卢，巴西，2022年。[35] M. Haenggi，无线网络随机几何。剑桥大学出版社，剑桥，2012年。[36] ——，“泊松双极网络和蜂窝网络中信干比的元分布”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第15卷，第4期，第2577–2589页，2016年4月。[37] F. Baccelli 和 B. Blaszczyszyn，随机几何与无线网络。第一卷：理论。Now出版社，2009年。[38] M. Haenggi，“泊松双极网络和蜂窝网络中信干比的元分布”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第15卷，第4期，第2577–2589页，2015年12月。[39] J. G. Andrews、F. Baccelli 和 R. K. Ganti，“一种用于蜂窝网络覆盖和速率的易处理方法”，*IEEE*通信汇刊，第59卷，第11期，第3122–3134页，2011年11月。[40] Z. Fang、J. Wang、Y. Ren、Z. Han、H. V. Poor 和 L. Hanzo，“能量采集辅助大规模多址网络中的信息年龄”，*IEEE*通信选定领域期刊，第40卷，第5期，第1441–1456页，2022年5月。[41] A. M. Bedewy、Y. Sun、R. Singh 和 N. B. Shroff，“通过睡眠-唤醒调度实现低功耗状态更新”，*IEEE/ACM*网络汇刊，第29卷，第5期，第2129–2141页，2021年10月。[42] M. Haenggi，“蜂窝网络中的用户点过程”，*IEEE*无线通信快报，第6卷，第2期，第258–261页，2017年4月。[43] H. ElSawy 和 E. Hossain，“截断式信道反演功率控制下蜂窝上行传输的随机几何建模”，*IEEE*《无线通信汇刊》，第13卷，第8期，第4454–4469页，2014年8月。