arXiv:2303.04272v2 [eess.SP] 5 Apr 2023

# 多用户大规模多输入多输出与多个可重构智能表面：信干噪比最大化与渐近分析

Somayeh Aghashahi，电气与电子工程师学会学生会员，Zolfa Zeinalpour-Yazdi，电气与电子工程师学会会员，Aliakbar Tadaion，电气与电子工程师学会高级会员，Mahdi Boloursaz Mashhadi，电气与电子工程师学会会员，以及 Ahmed Elzanaty，电气与电子工程师学会高级会员

**摘要—本文研究了配备多个可重构智能表面的多用户大规模多输入多输出（大规模 MIMO）系统中的信干噪比最大化问题。我们考察了两种用于干扰管理的迫零波束成形方法，即 BS-UE-ZF 和 BS-RIS-ZF，分别使用户设备（UE）处和可重构智能表面处的干扰为零。随后，我们针对每种情况求解信干噪比最大化问题，以确定可重构智能表面单元的最优相移。此外，我们还推导了基站（BS）天线数量趋于无穷时最优相移和最大信干噪比的渐近表达式。我们证明，若可重构智能表面单元的信道相互独立，且基站天线数量趋于无穷，则采用 BS-UE-ZF 波束成形方法时，随机相移即可达到最大信干噪比。仿真结果表明，采用 BS-RIS-ZF 波束成形方法时，即使基站天线数量较少，基于相移和最大信干噪比渐近表达式得到的速率也能达到采用最优相移时的速率。**

索引词—**可重构智能表面辅助通信、多可重构智能表面、多输入多输出、迫零。**

## I. 引言

可 RECONFIGURABLE 重构智能表面（RIS）是一种新型物理层技术，旨在克服无线通信中的衰落、遮挡和干扰等缺陷 [1]。RIS 是由无源反射单元构成的平面阵列，能够改变反射信号的相位，且相移可以连续调节 [2]。因此，可根据具体场景，在适当位置部署 RIS 并优化其单元的相移，从而改善无线环境。例如，在仅有一个用户的小区中利用 RIS，可以解决遮挡问题或提高用户设备（UE）的信噪比（SNR） [3]。然而，在配备多输入多输出（MIMO）基站（BS）的多用户场景中，通过联合设计基站的波束成形向量与 RIS 单元的相移来进行干扰管理，仍是一项挑战。

已有多项研究针对可重构智能表面辅助的多用户多输入多输出场景，探讨了波束成形和相移设计的挑战，并以不同目标为导向 [4]–[14] ，例如最大化和速率 [4], [5]、频谱效率 [6]和能量效率 [7], [8] ，或最小化

本研究基于伊朗国家科学基金会（INSF）项目 4013201 号资助开展。S. Aghashahi、Z. Zeinalpour-Yazdi 和 A. Tadaion 任职于伊朗亚兹德亚兹德大学电气工程系（电子邮箱：aghashahi@stu.yazd.ac.ir 和 {zeinalpour, tadaion}@yazd.ac.ir）。M. B. Mashhadi 和 A. Elzanaty 任职于英国吉尔福德萨里大学通信系统研究所（ICS）的 5GIC 和 6GIC（邮编 GU2 7XH；电子邮箱：{m.boloursazmashhadi, a.elzanaty}@surrey.ac.uk）。

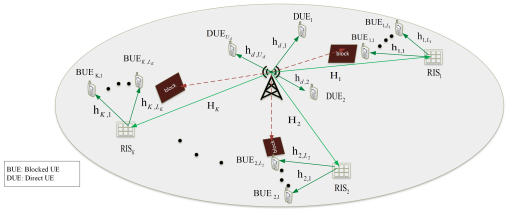



图 1：系统模型

发射功率 [9]、最大-最小信干噪比问题 [10]–[11],以及电磁场暴露量 [12], [13]。然而，现有研究提出的解决方案涉及复杂算法，文献中尚未给出直接明了的设计方案。此外，对于大量基站天线的情形，尚未对结果进行分析。

鉴于上述考虑，本文研究由多个可重构智能表面辅助的多用户大规模多输入多输出系统下行传输中的信干噪比最大化问题。在此场景中，我们假设部分用户设备由基站直接服务，而其他用户设备与基站之间没有直达信道，因此通过可重构智能表面提供服务。每个可重构智能表面为特定地理区域内的多个用户设备提供服务，从而形成一个簇。我们采用两种迫零（ZF）方法进行基站波束成形。迫零波束成形的优点是能够完全消除干扰，为渐近分析和相移设计提供一个自由度。此外，迫零波束成形在大规模多输入多输出系统中能够实现近乎最优的性能 [15]。本文的主要贡献总结如下：（i）我们采用一种名为 BS-UE-ZF 的迫零波束成形方法，在用户设备处消除干扰，并求得使用户设备信干噪比最大化的可重构智能表面最优相移。随后，对于每个可重构智能表面连接一个用户设备的情形，我们推导出基站天线数量趋于无穷大时最优相移的渐近表达式。（ii）我们证明，当可重构智能表面经历独立同分布的正态信道时，随着基站天线数量趋于无穷大，随机相移能够达到最大信干噪比。（iii）对于每个可重构智能表面连接一个用户设备的情形，我们提出另一种名为 BS-RIS-ZF 的迫零波束成形方法，在可重构智能表面处消除干扰。该方法可得出使用户设备处信干噪比最大化的可重构智能表面相移的闭式表达式。（iv）我们评估 BS-RIS-ZF 方法下最优相移和最大信干噪比的渐近表达式。

## II. 系统模型

我们考虑多可重构智能表面、多用户大规模多输入多输出系统中的下行传输。假设 $U_d$ 个用户设备（称为直连用户设备）与基站直接相连，而 $U_b$

个用户设备（称为受阻用户设备）与基站之间没有直接连接，并且 $K$ 个可重构智能表面被部署用于辅助基站与这些用户设备之间的通信。对于 $k \in \mathcal{K} \triangleq \{1,\ldots,K\}$， $L_k$ 个受阻用户设备通过算法1选出的 $k^{\text{th}}$ 个可重构智能表面进行服务。此外，如 [16]所考虑的，该可重构智能表面与其他用户设备之间的信道被阻断。令 $M$ 表示基站天线的数量， $N$ 表示每个可重构智能表面上的单元数量。此外，$\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{M\times N}$、$\mathbf{h}_{k,\ell} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 和 $\mathbf{h}_{d,u} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 分别表示基站与第 $k^{\text{th}}$ 个可重构智能表面之间的信道矩阵、该可重构智能表面与连接到该表面的第 $\ell^{\text{th}}$ 个受阻用户设备之间的信道向量，以及基站与第 $u^{\text{th}}$ 个直连用户设备之间的信道。我们假设每个信道系数均服从复正态分布。基站与每个智能反射面之间的信道具有相关性，即 $\mathbb{E}\{\mathbf{H}_k^H\mathbf{H}_k\} = \mathbf{R}_k$；而基站与不同可重构智能表面之间的信道相互独立，即 $\mathbb{E}\{\mathbf{H}_k^H\mathbf{H}_{k'}\} = \mathbf{0}$，其中 $k \neq k'$。第 $k^{\text{th}}$ 个可重构智能表面的对角反射矩阵为 $\mathbf{\Phi}_k \triangleq \text{diag}(e^{j\phi_{k,1}}, \ldots, e^{j\phi_{k,N}})$，其中，对于$i \in \mathcal{N} \triangleq \{1,\ldots,N\}$， $\phi_{k,i}$ 表示可重构智能表面第 $i^{\text{th}}$ 个单元的相移。因此，连接到第 $k^{\text{th}}$ 个可重构智能表面的第 $\ell^{\text{th}}$ 个受阻用户设备的接收信号为

$$y_{b,k,\ell} = \mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{b,k,\ell} x_{b,k,\ell} + \sum_{\substack{m=1\\m\neq k}}^{K}\sum_{i=1}^{L_m} \mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{b,m,i} x_{b,m,i} + \sum_{\substack{i=1\\i\neq \ell}}^{L_k} \mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{b,k,i} x_{b,k,i} + \sum_{n=1}^{U_d} \mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{d,n} x_{d,n} + z_{b,k,\ell}, \tag{1}$$

且直连用户设备处的接收信号为

$$y_{d,u} = \mathbf{h}_{d,u}^H \mathbf{w}_{d,u} x_{d,u} + \sum_{\substack{n=1\\n\neq u}}^{U_d} \mathbf{h}_{d,u}^H \mathbf{w}_{d,n} x_{d,n} + \sum_{m=1}^{K}\sum_{\ell=1}^{L_m} \mathbf{h}_{d,u}^H \mathbf{w}_{b,m,\ell} x_{b,m,\ell} + z_{d,u}, \tag{2}$$

其中 $\mathbf{w}_{b,k,\ell}$ 和 $\mathbf{w}_{d,u}$ 是波束成形向量，$x_{b,k,\ell}$和 $x_{d,u}$ 是发送信号，而 $z_{b,k,\ell}$ 和 $z_{d,u}$ 分别是与连接到可重构智能表面的受阻用户设备以及直连用户设备对应的加性高斯白噪声。(1) 和 (2) 中的第一项分别是受阻用户设备和直连用户设备的期望信号，而第二项和第三项是干扰。因此，连接到可重构智能表面的受阻用户设备的信干噪比可写为

$$\text{SINR}_{b,k,\ell} = \frac{|\mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{b,k,\ell}|^2}{\mathcal{I}_{b,k,\ell} + \sigma_{k,\ell}^2}, \tag{3}$$

$$\text{where } \mathcal{I}_{b,k,\ell} = \sum_{\substack{m=1\\m\neq k}}^{K}\sum_{i=1}^{L_m} |\mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{b,m,i}|^2 + \sum_{\substack{i=1\\i\neq \ell}}^{L_k} |\mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{b,k,i}|^2 + \sum_{n=1}^{U_d} |\mathbf{h}_{k,\ell}^H \mathbf{\Phi}_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_{d,n}|^2,$$

而 $u^{\text{th}}$直连用户设备的信干噪比为

$$\text{SINR}_{d,u} = \frac{|\mathbf{h}_{d,u}^H \mathbf{w}_{d,u}|^2}{\sum_{\substack{n=1\\n\neq u}}^{U_d} |\mathbf{h}_{d,u}^H \mathbf{w}_{d,n}|^2 + \sum_{m=1}^{K}\sum_{\ell=1}^{L_m} |\mathbf{h}_{d,u}^H \mathbf{w}_{b,m,\ell}|^2 + \sigma_u^2}. \tag{4}$$

**算法1**

**输入**:
允许调度的用户设备数量， $U_{\max}$。
所需接收功率的最小值， $p_{\min}$。
**输出**：调度用户设备和分配的可重构智能表面。
关闭可重构智能表面并广播信号。
保存用户设备的接收功率。
**对于** $k = 1$ 到 $K$ **执行**
    开启 $k^{\text{th}}$ 可重构智能表面并广播信号。
    保存用户设备的接收功率。
    关闭 $k^{\text{th}}$ 可重构智能表面。
**结束循环**
调度最多 $U_{\max}$ 个用户设备，其最大接收功率超过 $p_{\min}$，并为其分配可重构智能表面 [1]。

## III. 信干噪比最大化问题

本节首先采用基站-用户设备零迫波束成形方法，在用户设备处消除干扰。随后，对于每个可重构智能表面都对应一个用户设备这一特殊情况，我们设计基站-可重构智能表面零迫波束成形方法，在可重构智能表面处消除干扰。对于每种波束成形方法，我们都设计可重构智能表面的相移，以最大化受阻用户设备的信干噪比，并在基站天线数量趋于无穷大时获得渐近结果，即 $M \longrightarrow \infty$。

### *A.* 基站-用户设备-零强迫波束成形

在基站-用户设备-零强迫波束成形中，我们设计波束成形向量，使其将用户设备处的相互干扰强制为零。具体而言，考虑 $\mathbf{g}_{k,\ell} = \mathbf{H}_k \mathbf{\Phi}_k^H \mathbf{h}_{k,\ell}$ 作为基站与连接到 $k^{\text{th}}$可重构智能表面的 $\ell^{\text{th}}$受阻用户设备之间的信道向量，并定义 $\mathbf{Q}_1 = \left[\mathbf{g}_{1,1} \ldots \mathbf{g}_{1,L_1} \cdots \mathbf{g}_{K,1} \ldots \mathbf{g}_{K,L_K} \mathbf{h}_{d,1} \ldots \mathbf{h}_{d,U_d}\right]^H$，则迫零波束成形矩阵表示为

$$\mathbf{W}_{\text{ZF}} = \mathbf{Q}_1^H (\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^H)^{-1}, \tag{5}$$

在 $M \geq (U_b + U_d)$ 条件下，该方法消除了用户间干扰 [17]。因此，与 $k^{\text{th}}$ 可重构智能表面相连的 $\ell^{\text{th}}$受阻用户设备的信干噪比为

$$\text{SINR}_{b,k,\ell} = \frac{|\mathbf{g}_{k,\ell}^H \mathbf{Q}_1^H (\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^H)^{-1} \mathbf{e}_k|^2}{\sigma_{k,\ell}^2} = \frac{|\mathbf{v}_k^H \mathbf{q}_{k,\ell}|^2}{\sigma_{k,\ell}^2}, \tag{6}$$

其中 $\mathbf{q}_{k,\ell} = \text{diag}(\mathbf{h}_{k,\ell}^H)\mathbf{H}_k^H \mathbf{Q}_1^H (\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^H)^{-1} \mathbf{e}_k$， $\mathbf{e}_k$ 是在第 $k^{\text{th}}$ 个分量处取非零值的单位基向量，$\mathbf{v}_k = \text{Vec}(\mathbf{\Phi}_k^H)$，算子 Vec(.) 返回对角矩阵对角分量构成的向量。

为了联合最大化受阻用户设备的信干噪比，作为一种次优解，对于 $k \in \mathcal{K}$，我们最大化与 $k^{\text{th}}$ 可重构智能表面相连的用户设备的信干噪比之和，即

$$\max_{\mathbf{v}_k} \sum_{\ell=1}^{L_k} |\mathbf{v}_k^H \mathbf{q}_{k,\ell}|^2 \equiv \max_{\mathbf{v}_k} \mathbf{v}_k^H \left(\sum_{\ell=1}^{L_k} \mathbf{q}_{k,\ell} \mathbf{q}_{k,\ell}^H\right) \mathbf{v}_k \tag{7}$$
$$\text{s.t.}\, |\mathbf{v}_k|^2 \leq 1 \qquad \text{s.t.}\, |\mathbf{v}_k|^2 \leq 1,$$

[1]可调度接收功率最高的用户设备，并可将每个用户设备分配给使其接收功率最大的可重构智能表面。

(7) 中$\mathbf{v}_k$ 的最优值等于矩阵 $\sum_{\ell=1}^{L_k}\mathbf{q}_{k,\ell}\mathbf{q}_{k,\ell}^H$ 对应于其最大特征值的特征向量。因此，对于 $L_k=1$，$\phi_{k,i}$ 的最优值为

$$\phi_{k,i}=-\sphericalangle(h_{k,1,i}^*[\mathbf{H}_k^H\mathbf{Q}_1^H(\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_1^H)^{-1}\mathbf{e}_k]_i), k\in\mathcal{K}, i\in\mathcal{N}. \quad (8)$$

在下一个命题中，我们将得到当 $M\longrightarrow\infty$ 时式 (8) 的渐近形式。

**命题1**。考虑(5) 中的基站-用户设备-零强迫波束成形，以及 $M\longrightarrow\infty$ 时的渐近区域，当一个用户设备连接到 $k^{\text{th}}$ 可重构智能表面时，可通过求解以下方程组，得到使用户设备信干噪比最大的可重构智能表面单元相移：

$$\phi_{k,i}=-\sphericalangle(h_{k,1,i}^*\sum_{\ell=1}^{N}R_{i,\ell}e^{-j\phi_{k,\ell}}h_{k,1,\ell})\ i\in\mathcal{N}, \quad (9)$$

其中 $R_{k,\ i,\ \ell}$ 是相关矩阵$\mathbf{R}_k=\mathbb{E}\{\mathbf{H}_k^H\mathbf{H}_k\}$的第$(i,\ell)$ 个元素。

证明。考虑$\mathbf{Q}_1=\left[\mathbf{g}_{1,\ 1}\dots\mathbf{g}_{K,\ 1}\mathbf{h}_{d,\ 1}\dots\mathbf{h}_{d,\ U_d}\right]^H$，对于 $k\in\mathcal{K}$，我们有

$$\mathbf{H}_k^H\mathbf{Q}_1^H(\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_1^H)^{-1}\mathbf{e}_k=\mathbf{H}_k^H\left[\mathbf{H}_1\mathbf{\Phi}_1^H\mathbf{h}_{1,1}\dots\mathbf{H}_K\mathbf{\Phi}_K^H\mathbf{h}_{K,1}\,\mathbf{h}_{d,1}\dots\mathbf{h}_{d,U_d}\right] \quad (10)$$

$$\times\begin{bmatrix}\mathbf{g}_{1,1}^H\mathbf{g}_{1,1} & \cdots & \mathbf{g}_{1,1}^H\mathbf{g}_{K,1} & \mathbf{g}_{1,1}^H\mathbf{h}_{d,1} & \cdots & \mathbf{g}_{1,1}^H\mathbf{h}_{d,U_d}\\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots\\ \mathbf{g}_{K,1}^H\mathbf{g}_{1,1} & \cdots & \mathbf{g}_{K,1}^H\mathbf{g}_{K,1} & \mathbf{g}_{K,1}^H\mathbf{h}_{d,1} & \cdots & \mathbf{g}_{K,1}^H\mathbf{h}_{d,U_d}\\ \mathbf{h}_{d,1}^H\mathbf{g}_{1,1} & \cdots & \mathbf{h}_{d,1}^H\mathbf{g}_{K,1} & \mathbf{h}_{d,1}^H\mathbf{h}_{d,1} & \cdots & \mathbf{h}_{d,1}^H\mathbf{h}_{d,U_d}\\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots\\ \mathbf{h}_{d,U_d}^H\mathbf{g}_{1,1} & \cdots & \mathbf{h}_{d,U_d}^H\mathbf{g}_{K,1} & \mathbf{h}_{d,U_d}^H\mathbf{h}_{d,1} & \cdots & \mathbf{h}_{d,U_d}^H\mathbf{h}_{d,U_d}\end{bmatrix}^{-1}\mathbf{e}_k.$$

此外，如果$\mathbf{H}_k=\left[\mathbf{h}'_{k,\ 1}\dots\mathbf{h}'_{k,\ N}\right]$，根据 $M\longrightarrow\infty$，我们得到$\mathbf{h}_{k,\ \ell}'^H\mathbf{h}'_{n,\ m}\longrightarrow\mathbb{E}\{\mathbf{h}_{k,\ \ell}'^H\mathbf{h}'_{n,\ m}\}$ [18]，因此

$$\mathbf{H}_k^H\mathbf{H}_n\longrightarrow\begin{cases}\mathbf{R}_k & n=k\\ \mathbf{0}_{N\times N} & n\neq k\end{cases}. \quad (11)$$

其中$\mathbf{R}_k=\mathbb{E}\{\mathbf{H}_k^H\mathbf{H}_k\}$ 和 $\mathbf{0}_{N\times N}$ 是一个 $N\times N$ 零矩阵。因此，根据 $M\longrightarrow\infty$，我们有

$$\mathbf{H}_k^H\mathbf{Q}_1^H(\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_1^H)^{-1}\mathbf{e}_k=\left[\mathbf{0}\dots\mathbf{R}_k\mathbf{\Phi}_k^H\mathbf{h}_{k,1}\dots\mathbf{0}\right]\times\operatorname{diag}\Big(\frac{1}{\mathbf{h}_{1,1}^H\mathbf{\Phi}_1\mathbf{R}_1\mathbf{\Phi}_1^H\mathbf{h}_{1,1}},\dots,\frac{1}{\mathbf{h}_{K,1}^H\mathbf{\Phi}_K\mathbf{R}_K\mathbf{\Phi}_K^H\mathbf{h}_{K,1}},\frac{1}{\mathbf{h}_{d,1}^H\mathbf{h}_{d,1}},\dots,\frac{1}{\mathbf{h}_{d,U_d}^H\mathbf{h}_{d,U_d}}\Big)\mathbf{e}_k=\frac{\mathbf{R}_k\mathbf{\Phi}_k^H\mathbf{h}_{k,1}}{\mathbf{h}_{k,1}^H\mathbf{\Phi}_k\mathbf{R}_k\mathbf{\Phi}_k^H\mathbf{h}_k} \quad (12)$$

因此，(8) 等于

$$\begin{aligned}\phi_{k,i}&=-\sphericalangle\Big(\frac{1}{\mathbf{h}_{k,1}^H\mathbf{\Phi}_k\mathbf{R}_k\mathbf{\Phi}_k^H\mathbf{h}_{k,1}}h_{k,1,i}^*\sum_{\ell=1}^{N}R_{i,\ell}e^{-j\phi_{k,\ell}}h_{k,1,\ell}\Big)\\&=-\sphericalangle(h_{k,1,i}^*\sum_{\ell=1}^{N}R_{i,\ell}e^{-j\phi_{k,\ell}}h_{k,1,\ell}),\quad k\in\mathcal{K}, i\in\mathcal{N},\end{aligned} \quad (13)$$

其中，（13）源于$\mathbf{h}_{k,1}^H\mathbf{\Phi}_k\mathbf{R}_k\mathbf{\Phi}_k^H\mathbf{h}_{k,1}$为实数且为正数这一事实。 □

**推论1**。对于基站与每个可重构智能表面单元之间的信道向量相互独立这一特殊情况，即$\mathbf{R}_k=\mathbf{I}$，采用 *BS-UE-ZF*方法时，通过为可重构智能表面单元考虑随机相移，可使连接到该 $k^{\text{th}}$可重构智能表面的受阻用户设备的信干噪比最大化，即 $M\longrightarrow\infty$。

证明。在 (9) 中用$\mathbf{I}$ 替换$\mathbf{R}_k$ ，得到 $\phi_{k,\ i}=\phi_{k,\ i}\ \forall k,\ i$，这意味着 $\phi_{k,\ i}$ 可以随机选取。 □

*B.* 基站*-RIS-*零强迫波束成形

本节中，我们考虑每个可重构智能表面对应一个用户设备的情形。我们提出一种新方法，即 BS-RIS-ZF，通过推导波束成形向量，使可重构智能表面和直连用户设备处的干扰为零[2]。因此，对于 $k\in\mathcal{K}$和 $u\in\{1,\dots,U_d\}$，波束成形向量应满足以下条件：

$$\mathbf{H}_k^H\mathbf{w}_{b,k,1}=\mathbf{1},\ \mathbf{H}_m^H\mathbf{w}_{b,k,1}=\mathbf{0}\ \forall m\neq k,\ \mathbf{h}_{d,u}^H\mathbf{w}_{b,k,1}=0,\ \mathbf{h}_{d,u}^H\mathbf{w}_{d,u}=1,\ \mathbf{H}_k^H\mathbf{w}_{d,u}=\mathbf{0},\ \mathbf{h}_{d,n}^H\mathbf{w}_{d,u}=0\ \forall n\neq u. \quad (14)$$

通过定义 $\mathbf{Q}_2\triangleq\left[\mathbf{H}_1\dots\mathbf{H}_K\mathbf{h}_{d,\ 1}\dots\mathbf{h}_{d,\ U_d}\right]^H$，基站-RIS-ZF 波束成形矩阵可写为

$$\mathbf{W}'_{\text{ZF}}=\mathbf{Q}_2^H(\mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_2^H)^{-1}\mathbf{\Gamma}, \quad (15)$$

where $\mathbf{\Gamma}=$

$$\begin{bmatrix}1 & \dots & 1 & 0 & & & \dots & & 0 & \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \mathbf{0}_{K\times U_d}\\ 0 & & \dots & & 0 & 1 & \dots & 1 & & \\ & & & \mathbf{0}_{U_d\times NK} & & & & & & \mathbf{I}_{U_d}\end{bmatrix}^T.$$

Th连接到基站的用户 bl k d UE d $k^{\text{th}}$ RIS i

$$\text{SINR}_{b,k,1}=\frac{|\sum_{i=1}^{N}e^{j\phi_{i,k}}h_{k,1,i}^*[\mathbf{H}_k^H\mathbf{Q}_2^H(\mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_2^H)^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{e}_k]_i|^2}{\sigma_k^2}. \quad (16)$$

与上一小节类似，可重构智能表面单元的最优相移使信干噪比之比的分子中的求和项相位均为零；因此，

$$\phi_{k,i}=-\sphericalangle(h_{k,1,i}^*[\mathbf{H}_k^H\mathbf{Q}_2^H(\mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_2^H)^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{e}_k]_i)\ k\in\mathcal{K}, i\in\mathcal{N} \quad (17)$$

BS-RIS-ZF 波束成形的主要优势在于可获得可重构智能表面相移的闭式方程。然而，我们必须注意，在 BS-RIS-ZF 方法中，我们需要满足 $M>NK+U_d$ 才能完全消除干扰；与此同时，增加基站天线数量会提高信道估计的复杂度[19]。因此，相移设计与信道估计的复杂度之间存在权衡。

接下来，我们将评估最优相移和最大信干噪比$_{b,\ k,\ 1}$在$M\longrightarrow\infty$时的渐近表达式。

**命题2.** 考虑所提出的 *BS-RIS-ZF* 波束成形，当 $M\longrightarrow\infty$ 时，使连接到 $k^{\text{th}}$ 可重构智能表面的受阻用户设备的信干噪比最大化的 *RIS*相移为

$$\phi_{k,i}=-\sphericalangle(h_{k,i}^*f_{k,i}),\ i\in\mathcal{N} \quad (18)$$

[2]请注意，基站-可重构智能表面零迫波束成形方法也可应用于一般场景；但在这种情况下，需要设计可重构智能表面的相移来消除干扰，而这超出了本文的讨论范围。

且信干噪比$_{b,\,k,\,1}$ 的最大值为

$$\mathrm{SINR}^{*}_{b,k,1}=\frac{1}{\sigma_k^2}(\sum_{i=1}^{N}|f_{k,i}||h_{k,i}|)^2, \tag{19}$$

其中 $f_{k,\,i}$ 是向量的 $i^{\mathrm{th}}$ 元素

$$\mathbf{f}_k=\left[\mathbf{0}_{N\times(k-1)N}\ \mathbf{R}_k\ \mathbf{0}_{N\times((K-k)N+U_d)}\right]$$
$$\times\mathrm{blkdiag}(\mathbf{R}_1^{-1},\ldots,\mathbf{R}_K^{-1},\mathbf{I}_{U_d})\mathbf{\Gamma}\,\mathbf{e}_k,$$

并且 blkdiag(.) 返回由参数构成的分块对角矩阵。

证明。 由于 $M\longrightarrow\infty$，利用 (11)，可得

$$(\mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_2^H)^{-1}=\mathrm{blkdiag}(\mathbf{R}_1^{-1},\ldots,\mathbf{R}_K^{-1},\mathbf{I}_{U_d}), \tag{20}$$

and

$$\mathbf{H}_k^H\mathbf{Q}_2^H=\left[\mathbf{0}_{N\times(k-1)N}\quad\mathbf{R}_k\quad\mathbf{0}_{N\times((K-k)N+U_d)}\right]. \tag{21}$$

因此，将 (20) 和 (21) 代入 (17)，可得最优相移的渐近表达式，如 (18) 所示。然后，将由 (18)、(20) 和 (21) 得到的相移代入 (16)，即可得到最大信干噪比$_k$ 的渐近值，如 (19) 所示。 □

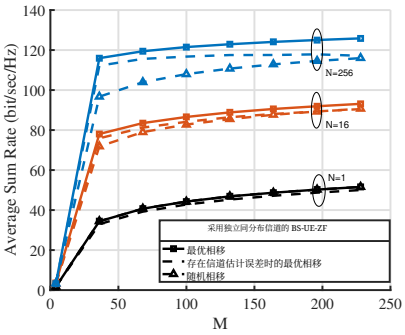
矩阵 $\mathrm{Q}_2$ 的秩分析：鉴于 BS-RIS-ZF 方法的性能可能受到矩阵 $\mathrm{Q}_2$，秩的影响，本节对该矩阵的秩进行分析。假设 $\mathrm{H}_k = \mathrm{F}_k\mathrm{D}_k$，其中 $\mathrm{F}_k$ 是一个元素为独立同分布正态随机变量的 $M\times N$ 矩阵，且 $\mathrm{D}_k=\mathrm{R}_k^{1/2}$，则矩阵 $\mathrm{Q}_2$ 可改写为 $\left[\mathrm{F}_1\mathrm{D}_1\ldots\mathrm{F}_K\mathrm{D}_K\,\mathrm{H}_d\right]^H$，其中 $\mathrm{H}_d=[\mathrm{h}_{d,1}\ldots\mathrm{h}_{d,U_d}]$。考虑到随机矩阵 $\mathrm{F}_k$、$k\in\mathcal{K}$ 和 $\mathrm{H}_d$ 的元素彼此独立，可得矩阵 $\mathrm{Q}_2$ 的秩等于 $\sum_{k=1}^{K}\mathrm{rank}(\mathrm{D}_k^H\mathrm{F}_k^H)+\mathrm{rank}(\mathrm{H}_d)$。此外，由 [20]，可得

$$\mathrm{rank}(\mathbf{D}_k^H\mathbf{F}_k^H)\leqslant\min\{\mathrm{rank}(\mathbf{D}_k^H),\mathrm{rank}(\mathbf{F}_k^H)\},$$

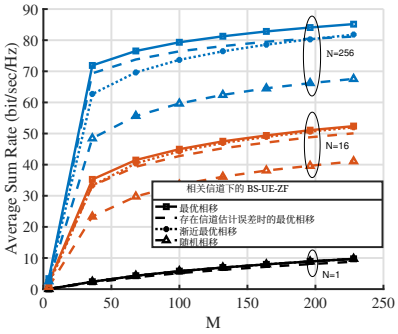
且秩$(\mathbf{F}_k^H)\leqslant\min\{M,N\}$。因此，假设 $N\leqslant M$，可得秩$(\mathbf{D}_k^H\mathbf{F}_k^H)\leqslant$ 秩$(\mathbf{D}_k^H)$。因此，秩$(\mathbf{Q}_2)\leqslant\sum_{k=1}^{K}$ 秩$(\mathbf{D}_k^H)+U_d$。因此，我们可以得出结论：基站到可重构智能表面的信道相关性可能会限制矩阵$\mathbf{Q}_2$的秩。

### C. 计算复杂度。

在 BS-UE-ZF 方法中，计算波束成形向量和可重构智能表面相移所需的乘法次数为 $U_b((U_b+U_d)^3+2M(U_b+U_d)^2+MN(U_b+U_d)+MN^2+MN+1)$；而在 BS-RIS-ZF 方法中，所需的乘法次数为 $U_b((NU_b+U_d)^3+(2M+U_b+K+d)(NU_b+U_d)^2+MN(NU_b+U_d)+1)$。我们注意到，两种方法相对于 $M$ 的复杂度均为 $\mathcal{O}(M)$ 阶。此外，它们相对于 $N$的复杂度分别为 $\mathcal{O}(N)$ 阶和 $\mathcal{O}(N^3)$ 阶。因此，BS-RIS-ZF 方法的复杂度对 $N$更为敏感。




(a)



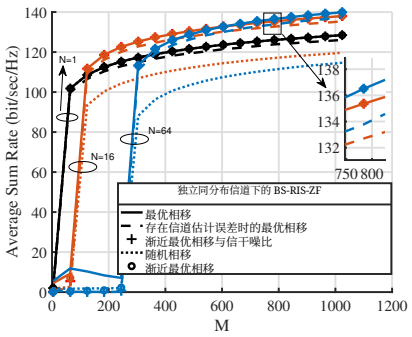

(b)

图2：采用 BS-UE-ZF 方法时的平均和速率与基站天线数量 ($M$) 的关系，$K=4$，$U_d=2$ (a)：独立同分布；(b)：相关信道。

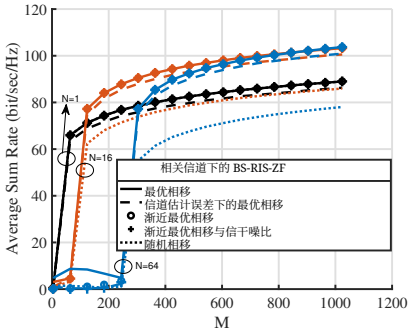
## IV. 仿真结果

本节通过仿真验证所提出的波束成形和相移设计方法的性能。为此，我们采用 [19] 中提出的信道估计方法，并将结果与完美信道估计情况下的结果进行比较。可重构智能表面单元相关模型采用自 [21]。在信道为独立同分布和相关信道的情况下，每个可重构智能表面单元之间的最小距离分别为 $d=\lambda$和 $d=\lambda/4$，其中 $\lambda$ 为波长。此外，每个可重构智能表面单元的面积为 $A=d^2$，平均强度衰减为 $\mu\lambda^2=-75$dB，其中 $\mu$为平均强度衰减 [21]。此外，载波频率为 $f=1800$ MHz，用户设备处加性高斯白噪声的功率谱密度为 $-174$ dBm/Hz。

在图2中，我们展示了在基站-用户设备-迫零波束成形场景下，考虑独立同分布信道和相关信道时，不同相移设计方法及可重构智能表面单元数量对应的平均和速率随基站天线数量的变化。可以看出，在这两种情况下，增加可重构智能表面的单元数量都能提高平均和速率，而 $N=1$ 得到的平均和速率最低。在图2a中，我们观察到，对于独立同分布信道，随着基站天线数量增加，随机相移的平均和速率趋近于最优相移的平均和速率（见推论1）。在图2b中，我们观察到，对于相关信道，随着基站天线数量增加，渐近相移的平均和速率收敛于最优相移的平均和速率。此外，这两种相




(a)




(b)

图3：采用 BS-RIS-ZF 方法时的平均和速率与基站天线数量 ($M$) 的关系， $K = 4$, $U_d = 2$ (a)：独立同分布信道。(b)：相关信道。

移设计方法实现的平均和速率都远高于随机相移。

图3展示了在 BS-RIS-ZF 波束成形场景下，采用各种相移设计方法时平均和速率随基站天线数量的变化情况，并绘出了根据渐近信干噪比得到的渐近平均和速率。我们观察到，对于独立同分布信道和相关信道，渐近相移和渐近信干噪比对应的速率都能准确跟踪最优相移速率。此外可以看出，在独立同分布信道的情况下，当满足条件 $M \geqslant KN + U_d$ 时，平均和速率开始上升；相关信道不会对速率开始上升的起点产生限制性影响。

此外，图2和图3展示了存在信道估计误差时对应的曲线（采用了 [19]中的信道估计方法）。我们观察到，在独立同分布信道和相关信道中，当信道估计存在一定误差时，BS-UE-ZF 和 BS-RIS-ZF 方法的和速率均不会显著下降。

## V. 结论

本文研究了多可重构智能表面、多用户大规模多输入多输出系统，并探讨了基站天线数量趋于无穷时渐近场景下的信干噪比最大化问题。我们考察了两种迫零波束成形方法，即 BS-UE-ZF 和 BS-RIS-ZF，分别在用户设备和可重构智能表面处消除干扰。对于每种所提出的方法，我们都求得了可重构智能表面单元的最优相移，以最大化用户设备的信干噪比。针对基站-用户设备零迫波束成形方法，我们证明，当可重构智能表面单元的信道相互独立时，在基站天线数量渐近趋于无穷大时，随机相移即可实现最大信干噪比。对于基站-用户设备零迫波束成形方法，仿真结果表明，即使基站天线数量较少，渐近表达式给出的可重构智能表面相移也能达到最优相移所实现的速率。

## 参考文献

[1] Q. Wu 和 R. Zhang，“迈向智能可重构环境：智能反射面辅助无线网络”，电气与电子工程师学会《通信杂志》，第58卷，第1期，第106–112页，2019年。[2] S. Gong 等，“通过智能反射面实现智能无线通信：当代综述”，电气与电子工程师学会《通信调查与教程》，第22卷，第4期，第2283–2314页，2020年。[3] E. Björnson 等，“可重构智能表面：无线应用中的信号处理视角”，电气与电子工程师学会《信号处理杂志》，第39卷，第2期，第135–158页，2022年。[4] Y. Liu 等，“动态控制的 RIS 辅助多用户 MISO 下行系统：联合波束成形设计”，电气与电子工程师学会《绿色通信与网络汇刊》，2021年。[5] H. Guo、Y.-C. Liang、J. Chen 和 E. G. Larsson，“可重构智能表面辅助无线网络的加权和速率最大化”，电气与电子工程师学会《无线通信汇刊》，第19卷，第5期，第3064–3076页，2020年。[6] J. Wang、H. Wang、Y. Han、S. Jin 和 X. Li，“可重构智能表面辅助 MIMO 系统中的联合发射波束成形与相移设计”，电气与电子工程师学会《认知通信与网络汇刊》，第7卷，第2期，第354–368页，2021年。[7] Z. Yang 等，“采用分布式可重构智能表面的节能无线通信”，电气与电子工程师学会《无线通信汇刊》，2022年。[8] C. Huang、A. Zappone、G. C. Alexandropoulos、M. Debbah 和 C. Yuen，“面向无线通信能量效率的可重构智能表面”，电气与电子工程师学会《无线通信汇刊》，第18卷，第8期，第4157–4170页，2019年。[9] Z. Yang、W. Xu、C. Huang、J. Shi 和 M. Shikh-Bahaei，“ 通过可重构智能表面进行多用户传输的波束成形设计 ”，电气与电子工程师学会《通信汇刊》，第69卷，第1期，第589–601页，2020年。[10] A. Kammoun、A. Chaaban、M. Debbah、M.-S. Alouini 等，“可重构智能表面辅助 MISO 系统的渐近最大最小 SINR 分析”，电气与电子工程师学会《无线通信汇刊》，第19卷，第12期，第7748–7764页，2020年。[11] A. Subhash 等，“利用统计 CSI 为 RIS 辅助上行网络进行公平分配的最优相移设计”，arXiv 预印本 arXiv:2209.08983，2022年。[12] H. Ibraiwish、A. Elzanaty、Y. H. Al-Badarneh 和 M.-S. Alouini，“RIS 辅助环境中的电磁场感知蜂窝网络”，电气与电子工程师学会《通信快报》，第26卷，第1期，第123–127页，2021年。[13] A. Subhash 等，“具有绿色约束的 RIS 辅助上行通信最大最小数据速率优化”，arXiv 预印本 arXiv:2208.00182，2022年。[14] A. Kafizov、A. Elzanaty、L. R. Varshney 和 M.-S. Alouini，“采用智能反射面的无线网络编码”，电气与电子工程师学会《通信快报》，2021年。[15] E. G. Larsson、O. Edfors、F. Tufvesson 和 T. L. Marzetta，“面向下一代无线系统的大规模 MIMO”，电气与电子工程师学会《通信杂志》，第52卷，第2期，第186–195页，2014年。[16] Z. Ding 和 H. Vincent Poor，“IRS-NOMA 传输的简易设计”，电气与电子工程师学会《通信快报》，第24卷，第5期，第1119–1123页，2020年。[17] Q. H. Spencer、C. B. Peel、A. L. Swindlehurst 和 M. Haardt，“多用户 MIMO 下行链路简介”，电气与电子工程师学会《通信杂志》，第42卷，第10期，第60–67页，2004年。[18] R. Couillet 和 M. Debbah，《无线通信的随机矩阵方法》。剑桥大学出版社，2011年。[19] L. Wei 等，“RIS 赋能多用户 MISO 无线通信的信道估计”，电气与电子工程师学会《通信汇刊》，第69卷，第6期，第4144–4157页，2021年。[20] G. Strang，《线性代数及其应用》。加利福尼亚州贝尔蒙特：Thomson, Brooks/Cole，2006年。[21] E. Björnson 和 L. Sanguinetti，“可重构智能表面的瑞利衰落建模与信道硬化”，电气与电子工程师学会《无线通信快报》