# 多天线分裂接收机

Yanyan Wang，*IEEE*会员，Wanchun Liu，*IEEE*会员，Xiangyun Zhou，*IEEE*会士

arXiv:2303.04321v1 [cs.IT] 8 Mar 2023

**摘要**

近期提出的分裂接收机利用相干处理和非相干处理的信号进行检测，在单天线场景下，相较于传统接收机展现出显著的性能提升。本文提出一种多天线分裂接收机：每根天线的接收信号均被分流至包络检测（ED）支路和相干检测（CD）支路，然后联合利用所有天线两个支路处理后的信号来恢复传输信息。我们推导了可达互信息（MI）的闭式近似，该近似由关键接收机设计参数决定，包括每根天线的功率分流比，以及所有 ED 和 CD 支路的信号合并系数。我们进一步优化这些接收机设计参数，并揭示了所提出的多天线 ED-CD 分流接收机的重要设计见解：1）每根天线的最优分流比相同；2）ED 和 CD 支路的最优合并系数相同，且每个系数均与相应天线的信道功率增益成正比。数值结果还表明，与传统非分流接收机相比，所提出接收机的互信息性能有所提升。

**索引词**

分裂接收机，多天线，无线接收机，相干检测与非相干检测 .

## I. 引言

面对海量流量、高数据速率和大规模连接的需求，许多新技术 [1], ，例如智能反射面（IRS） [2] 和毫米波大规模多输入多输出（MIMO） [3], ，已得到广泛研究。这些技术背后的接收机设计

Y. Wang 任职于中国成都西南交通大学信息科学与技术学院（电子邮箱：yanyanwang@swjtu.edu.cn）。W. Liu 任职于澳大利亚悉尼大学电气与信息工程学院（电子邮箱：wanchun.liu@sydney.edu.au）。X. Zhou 任职于澳大利亚国立大学工程学院（电子邮箱：xiangyun.zhou@anu.edu.au）。（通讯作者：*Wanchun Liu*。）

被视为无线通信系统演进中的关键要素。然而，在过去几十年里，针对每根天线的基本接收机设计原理几乎没有变化。

传统接收机方案可分为两类：相干检测（CD）接收机和非相干检测接收机，其中包络检测（ED）和功率检测（PD）是非相干接收机最常用的检测机制 [4]–[6]。对于 CD 接收机，接收的射频（RF）频段信号通过下变频电路转换为复基带信号（即同相与正交信号）。随后，基带信号经模数转换器（ADC）采样并数字化。CD 接收机能够检测接收信号的幅度和相位 [7]。对于 ED 和 PD 接收机，接收的射频频段信号由整流器转换为直流信号，然后通过 ADC 数字化。这类非相干接收机只能检测接收信号的包络或功率 [8]。

近期， [9] 提出了一种称为 PD-CD 分路接收机的新型接收机架构，该架构引入了一种新颖的相干与非相干联合信号处理方法。对于分路接收机架构，接收信号由功率分配器分成两路。在 [9], 中，两路信号分别先由 CD 和 PD 电路处理，再联合用于信息检测。与传统的 PD 和 CD 接收机相比，PD-CD 分路接收机具有更高的数据速率和更低的符号错误率。后续研究 [10]考虑了更实际的噪声模型，将天线噪声和处理（即 PD 和 CD）噪声都纳入考量。在 [11], 中，研究者提出了另一种分路接收机，以 ED 电路取代 PD 电路进行非相干信号处理。由于 ED 是最常用的非相干检测机制，ED-CD 分离接收机比原始方案更适用于无线通信。相较于传统的非分路基准方案，ED-CD 分离接收机在可达互信息（MI）方面具有性能增益。 [10], [11] 中的这些研究仅关注单天线场景。

分流接收机架构为无线通信系统开辟了令人振奋的研究方向，我们旨在研究

同时存在天线噪声和处理噪声时的多天线ED-CD分流接收机。多天线接收机因具备提供高信道容量和可靠通信的潜力，已广泛应用于无线通信系统中 [12]。现有的多天线接收机通常采用CD进行信号处理。如何设计最优的多天线分流接收机，以及其性能增益如何，目前仍鲜为人知。具体而言，最优设计需要联合确定每根天线的功率分流比，以及所有ED和CD支路信号的信号合并方案，这带来了新的设计挑战。

本文的主要贡献总结如下：

- 我们建立了一种同时考虑天线噪声和处理噪声的多天线 ED-CD 分流接收机架构。为了解所提出接收机的性能，我们通过闭式近似对可实现的互信息进行了解析表征。仿真结果表明，该近似在中等和高信噪比下具有较高精度。

- 我们构建了一个互信息最大化问题，以优化所提出分流接收机的关键参数。具体而言，我们联合优化分割比和合并系数，并给出闭式解。我们证明，各天线的最优功率分流比相同。有趣的是，能量检测和相干检测支路的最优信号合并系数相同，且每个系数均与相应天线的信道功率增益成正比；这不同于传统多天线接收机中广为人知的最大比合并方案。

- 基于最优分流比和信号合并系数，我们研究了多天线 ED-CD 分流接收机相较于传统非分流接收机所能获得的互信息增益。数值结果表明，在特定条件下，与传统接收机相比，该方案可显著提升性能。

本文其余部分的组织如下。第二节介绍所提出的多天线 ED-CD 分离接收机的数学模型。第三节分析可实现的互信息性能。第四节建立联合优化分割比和合并系数的问题模型。第五节研究可实现的互信息增益。

数值结果　　相关结果见第六节。最后，我们在第六节总结全文　　I.

符号说明：$\tilde{\cdot}$和 $|\cdot|$分别表示一个复数及其绝对值范数。$\mathcal{H}(\cdot)$、$\mathcal{H}(\cdot,\cdot)$和 $\mathcal{H}(\cdot|\cdot)$分别表示微分熵、联合条件微分熵和条件微分熵。$\mathcal{I}(\cdot;\cdot)$表示互信息。$(\cdot)_r$和 $(\cdot)_i$ 分别表示复数的实部和虚部。$\mathbb{C}$ 和 $\mathbb{R}$分别为复数和实数。此外，$\mathcal{N}(m, \sigma^2)$和 $\mathcal{CN}(m, \sigma^2)$分别表示均值为 $m$ 、方差为 $\sigma^2$的实值和复值高斯分布。$\mathbb{E}(\cdot)$和 $\mathrm{Var}(\cdot)$分别表示随机变量的期望和方差。

## II. 接收机模型

我们考虑一个单输入多输出（SIMO）无线通信系统，该系统配备一个$K$天线 ED-CD 分离接收机，如图 1 所示。

令 $\tilde{X}$、$P$ 和 $\tilde{h}_k \triangleq |\tilde{h}_k| e^{j\phi_k}$ 分别表示发射信号、该信号的平均发射功率，以及第 $k$ 根接收天线对应的无线信道系数。假设接收机已完全掌握信道状态信息。第 $k$ 根天线接收到的射频信号被分为两路，一路进入相干检测处理支路，另一路以功率分流比 $\rho_k$ 进入能量检测处理支路，其中 $\rho_k \in [0,1]$。当 $\rho_k = 0$ （或 $\rho_k = 1$）时，分裂接收机退化为能量检测接收机（或相干检测接收机）。令 $W_k' \in \mathbb{C}$、$\tilde{Z}_k' \in \mathbb{C}$ 和 $N_k \in \mathbb{R}$ 分别表示天线噪声、相干检测转换噪声和能量检测整流器噪声，相应的噪声功率分别记为 $\sigma_{\mathrm{A}}^2$、$\sigma_{\mathrm{cov}}^2$ 和 $\sigma_{\mathrm{rec}}^2$。接收到的基带相干检测信号和能量检测信号为

$$\tilde{Y}_{1k}' = \sqrt{\rho_k}(\sqrt{P}\tilde{h}_k\tilde{X} + \tilde{W_k'}) + \tilde{Z}_k', \tag{1}$$

$$Y_{2k}' = \sqrt{1-\rho_k}\left|\sqrt{P}\tilde{h}_k\tilde{X} + \tilde{W_k'}\right| + N_k. \tag{2}$$

为简化符号说明，我们定义 $\tilde{Y}_{1k} \triangleq e^{-j\phi_k}\tilde{Y}_{1k}'$、$\tilde{W}_k \triangleq e^{-j\phi_k}\tilde{W}_k'$ 和 $\tilde{Z}_k \triangleq e^{-j\phi_k}\tilde{Z}_k'$。经过线性缩放后，接收信号可表示为

$$\tilde{Y}_{1k} = \tilde{X} + \frac{\tilde{W}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \frac{\tilde{Z}_k}{\sqrt{\rho_k P}|\tilde{h}_k|}, \tag{3}$$

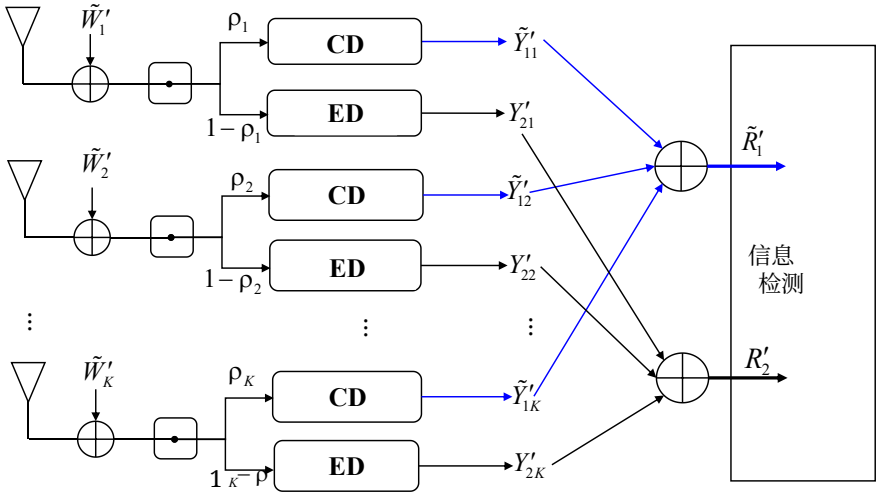


图 1. $K$ 天线能量检测-相干检测分流接收机架构。

$$Y_{2k} = \left| \tilde{X} + \frac{\tilde{W}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} \right| + \frac{N_k}{\sqrt{(1-\rho_k)P}|\tilde{h}_k|}. \tag{4}$$

为了恢复 $X$ 所携带的信息，我们分别采用线性合并方法对CD支路信号（即 $Y_{1k}$、$\forall k$）和ED支路信号（即 $Y_{2k}$、$\forall k$）进行合并。设 $\alpha_k$ 和 $\beta_k$ 分别表示 $Y_{1k}$ 和 $Y_{2k}$的合并系数。根据式（3）和式（4），合并后的相干检测信号和能量检测信号为

$$\tilde{R}_1 = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \tilde{X} + \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \frac{\tilde{W}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \frac{\tilde{Z}_k}{\sqrt{\rho_k P}|\tilde{h}_k|}, \tag{5}$$

$$R_2 = \sum_{k=1}^{K} \beta_k \left| \tilde{X} + \frac{\tilde{W}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} \right| + \sum_{k=1}^{K} \beta_k \frac{N_k}{\sqrt{(1-\rho_k)P}|\tilde{h}_k|}. \tag{6}$$

假设所有 $K$ 天线的 CD 支路均相同，因此所有 CD 支路中的转换噪声具有相同的统计分布，且彼此相互独立。同样，我们假设所有 ED 支路中的整流器噪声具有相互独立且相同的分布。根据 [11]（及其中引用的文献），我们将 CD 转换噪声建模为 $\tilde{Z} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{\text{cov}}^2)$，将 ED 整流器噪声建模为 $N \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{rec}}^2)$。因此，（5）和（6）可以改写为

$$\tilde{R}_1 = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \tilde{X} + \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \frac{\tilde{W}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}} \tilde{Z}, \tag{7}$$

$$R_2 = \sum_{k=1}^{K} \beta_k \left| \tilde{X} + \frac{\tilde{W}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} \right| + \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2} N}. \tag{8}$$

根据（7）和（8），二维（复数）信号 $R_1$ 和一维（实数）信号 $R_2$ 构成等效的三维接收信号（$R_1$，$R_2$）。接下来，我们研究 $X$ 与（$R_1$，$R_2$）之间的互信息（MI），即从接收信号中能够恢复的传输信息量。

## III. 互信息分析

根据（7）和（8），输入信号 $X$ 与输出信号（$R_1$，$R_2$）之间的互信息表示为

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}\left(\tilde{X}; \tilde{R}_1, R_2\right) &= \mathcal{H}\left(\tilde{R}_1, R_2\right) - \mathcal{H}\left(\tilde{R}_1, R_2 | \tilde{X}\right) \\
&= -\int_{R_2}\int_{\tilde{R}_1} f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2) \log_2\left(f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2)\right) \mathrm{d}\tilde{r}_1 \mathrm{d}r_2 \\
&\quad + \int_{\tilde{X}}\int_{\tilde{R}_1}\int_{R_2} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}) f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2|\tilde{x}) \log_2\left(f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2|\tilde{x})\right) \mathrm{d}r_2 \mathrm{d}\tilde{r}_1 \mathrm{d}\tilde{x},
\end{aligned} \tag{9}$$

其中，$f_{\tilde{X}}(\tilde{x})$ 是归一化输入信号的概率密度函数（PDF）。$(R_1, R_2)$ 的联合概率密度函数为

$$\begin{aligned}
f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2) &= \int_{\tilde{X}}\int_{\tilde{W}} f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2|\tilde{x}, \tilde{w}) f_{\tilde{X}}(\tilde{x}) f_{\tilde{W}}(\tilde{w}) \mathrm{d}\tilde{w} \mathrm{d}\tilde{x} \\
&= \int_{\tilde{X}}\int_{\tilde{W}} f_{\tilde{R}_1}(\tilde{r}_1|\tilde{x}, \tilde{w}) f_{R_2}(r_2|\tilde{x}, \tilde{w}) f_{\tilde{X}}(\tilde{x}) f_{\tilde{W}}(\tilde{w}) \mathrm{d}\tilde{w} \mathrm{d}\tilde{x},
\end{aligned} \tag{10}$$

条件联合概率密度函数 $f_{\tilde{R}_1,\ R_2}(\tilde{r}_1,\ r_2|\tilde{x})$ 为

$$f_{\tilde{R}_1,R_2}(\tilde{r}_1, r_2|\tilde{x}) = \int_{\tilde{W}} f_{\tilde{R}_1}(\tilde{r}_1|\tilde{x}, \tilde{w}) f_{R_2}(r_2|\tilde{x}, \tilde{w}) f_{\tilde{W}}(\tilde{w}) \, \mathrm{d}\tilde{w}, \tag{11}$$

其中，条件概率密度函数 $f_{\tilde{R}_1}(\tilde{r}_1|\tilde{x},\ \tilde{w})$ 和 $f_{R_2}(r_2|\tilde{x},\ \tilde{w})$ 分别为 $\mathcal{CN}\left(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k\tilde{x} + \sum_{k=1}^{K}\alpha_k \frac{\tilde{w}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|},\ \sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}\sigma_{\text{cov}}^2\right)$ 和 $\mathcal{N}\left(\sum_{k=1}^{K}\beta_k\left|\tilde{x} + \frac{\tilde{w}_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\right|,\ \sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)\ P|\tilde{h}_k|^2}\sigma_{\text{rec}}^2\right)$。

由（9）可知，计算互信息需要求解七个积分，这会导致极高的计算复杂度。因此，我们旨在推导高信噪比区域下互信息的近似表达式

~。此外， $X$ 的分布选择不同，得到的互信息也不同；寻找最优输入分布极具挑战，甚至可能无法实现。因此，鉴于高斯分布是~传统 CD 接收机的最优输入分布，本文假设 $X \sim \mathcal{CN}(0,\ 1)$。

为近似互信息，我们首先将两个噪声变量 $W_{||k}$ 和 $W_{\perp k}$ 分别定义为 ~$W_k$ 在与 $X$相同方向和垂直方向上的投影。注意， $W_{||k}$ 和 $W_{\perp k}$均服从均值为零、方差为 $\frac{\sigma_{\mathrm{A}}^2}{2}$的实高斯分布。于是，(8)可改写为

$$R_2 = \sum_{k=1}^{K} \beta_k \left| \tilde{X} + \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \frac{W_{\perp k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} \right| + \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2} N}. \tag{12}$$

由于 $\tilde{X} + \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}$ 与 $\frac{W_{\perp k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}$ 相互垂直，且当 $P$较大时，后者远小于前者，因此在高信噪比区域，我们有近似关系 $\left| \tilde{X} + \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \frac{W_{\perp k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} \right| \approx \left| \tilde{X} + \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} \right| = |\tilde{X}| + \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}$。于是，(12)中的合并ED分支信号可近似为

$$R_2 \approx \sum_{k=1}^{K} \beta_k |\tilde{X}| + \sum_{k=1}^{K} \beta_k \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2} N}. \tag{13}$$

根据 (7) 和 (13)，可得到如下近似互信息。

**命题 1.** 在高信噪比区域，具有功率分流比 $[\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_K] \in [0,1]^K \backslash \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ 以及合并系数 $[\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_K]$ 和 $[\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_K]$ 的多天线 ED-CD 分流接收机的可达互信息可近似为

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(\tilde{X}; \tilde{R}_1, R_2) \approx & \frac{1}{2} \log_2 \left(A^2 + 1\right) - \frac{1}{2} \log_2 \left( \sum_{k=1}^{K} B_k^2 \sigma_{\mathrm{A}}^2 + C^2 \sigma_{\mathrm{cov}}^2 \right) - \\ & \frac{1}{2} \log_2 \left( \sum_{k=1}^{K} \left( \frac{B_k}{\sqrt{1+A^2}} + \frac{B_k' A}{\sqrt{1+A^2}} \right)^2 \sigma_{\mathrm{A}}^2 + C^2 \sigma_{\mathrm{cov}}^2 \right). \end{aligned} \tag{14}$$

其中 $A \triangleq \gamma \sum_{k=1}^{K} \beta_k$, $B_k \triangleq \frac{\alpha_k}{A' \sqrt{P}|\tilde{h}_k|}$, $C \triangleq \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k^2}{\rho_k P |\tilde{h}_k|^2}}}{A'}$, $A' \triangleq \sum_{k=1}^{K} \alpha_k$, $B_k' \triangleq \frac{\gamma \beta_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}$,

$C' \triangleq \gamma\sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\beta_k^2}{1-\rho_k \quad ()P|\tilde{h}_k|^2}}$，以及

$$\gamma \triangleq \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}}\sigma_{\text{cov}}}{\sqrt{2}\sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2}}A'\sigma_{\text{rec}}}. \tag{15}$$

证明：见附录 A。

在第六节中，我们将证明，该近似在中等和高信噪比下是准确的。因此，与式（9）相比，所得解析近似显著降低了互信息的计算复杂度。

## IV. 分割比与合并系数的联合最优设计

在多天线分流接收机架构中，接收机设计的关键参数包括功率分流比，即 $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_K]$；所有 CD 支路的合并系数，即 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_K]$；以及所有 ED 支路的合并系数，即 $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_K]$。本节提出以下问题，以联合优化这些设计参数，从而实现互信息最大化：

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}} \ \mathcal{I}(\tilde{X}; \tilde{R}_1, R_2) \\ &s.t. \quad \boldsymbol{\rho} \in [0,1]^K \backslash \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}. \end{aligned} \tag{16}$$

以下命题给出了问题（16）的最优解及可实现的最大互信息。

**命题 2.** 在高信噪比区域，以下结论成立：

（i）可实现的最大互信息为

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\max}(\tilde{X}; \tilde{R}_1, R_2) \approx \log_2 &\left( \sum_{k=1}^{K} P|\tilde{h}_k|^2 \right) \\ &- \frac{1}{2}\log_2 \left( \left( \frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho^*} + \sigma_{\text{A}}^2 \right) \left( \sigma_{\text{A}}^2 + \frac{\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho^*} 2\frac{\sigma_{\text{rec}}^2}{(1-\rho^*)}}{\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho^*} + 2\frac{\sigma_{\text{rec}}^2}{(1-\rho^*)}} \right) \right), \end{aligned} \tag{17}$$

其中， $\rho^*$ 由下式给出

$$\rho^* = \begin{cases} \Upsilon, & \sigma_{\text{cov}}^2 > 4\sigma_{\text{rec}}^2, \\ 1, & \text{else}, \end{cases} \tag{18}$$

且 $\Upsilon$由下式给出

$$\Upsilon = \frac{\sigma_{\text{cov}}^2(\sigma_{\text{cov}}^2 - 2\sigma_{\text{rec}}^2)(\sigma_{\text{A}}^2 + 2\sigma_{\text{rec}}^2) - \sqrt{2\Psi}}{\sigma_{\text{A}}^2(\sigma_{\text{cov}}^2 - 4\sigma_{\text{rec}}^2)(\sigma_{\text{cov}}^2 - 2\sigma_{\text{rec}}^2)}, \tag{19}$$

其中 $\Psi = \sigma_{\text{cov}}^4(\sigma_{\text{A}}^2 + \sigma_{\text{cov}}^2 - 2\sigma_{\text{rec}}^2)(\sigma_{\text{cov}}^2 - 2\sigma_{\text{rec}}^2)\sigma_{\text{rec}}^2(\sigma_{\text{A}}^2 + 2\sigma_{\text{rec}}^2)$。

(ii) 每根天线的最优功率分割比相同，且等于式 (18) 中的 $\rho^*$ 。

(iii) 最优合并系数满足以下性质

$$\begin{aligned} \alpha_k^* &= c_\alpha |\tilde{h}_k|^2, \\ \beta_k^* &= c_\beta |\tilde{h}_k|^2, \end{aligned} \tag{20}$$

其中 $k = 1, 2, \cdots K$。 $c_\alpha$和 $c_\beta$是两个任意的非零常数。

证明：见附录 B。

注 1。 (20) 中给出的最优合并系数不同于传统多天线接收机[1]中广为人知的等增益合并（EGC）和最大比合并。若在分裂接收机中采用 EGC，则有 $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_K$和 $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_K$。若在分裂接收机中采用最大比合并，则有 $\alpha_k = c_\alpha |h_k|$和 $\beta_k = c_\beta |h_k|$。特别地，最大比合并方案要求合并系数与相应信道的幅度成线性正比。相比之下，(20) 中的最优合并方案要求合并系数与相应信道的功率（即幅度的平方）成线性正比。

备注 2。 根据命题 2 的证明，可以很容易地推导出分裂接收机采用等增益合并或最大比合并方案时的互信息结果。请注意，对于等增益合并和最大比合并方案，

[1]众所周知，最大比合并方案对于多天线 CD 接收机是最优的。基于类似的分析步骤，可以很容易地证明，最大比合并对于多天线 ED 接收机同样是最优的。请注意，本文中我们将最大比合并称为传统多天线接收机中广为人知的最优合并方案。

合并系数满足

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \cdots = \frac{\alpha_K}{\beta_K}. \tag{21}$$

根据命题 2 的证明，可以证明在满足条件 (21) 时，每根天线的最优分割比相同，且等于 (18) 中的 $\rho^*$。因此，我们得到以下互信息结果。

**推论1.** 在多天线 *ED-CD* 分离接收机中采用等增益合并方案进行信号合并时，高信噪比区域内可实现的互信息为

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{EGC}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2) \approx \log_2 &\left(\frac{PK^2}{\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{|\tilde{h}_k|^2}}\right) \\ &- \frac{1}{2}\log_2\left(\left(\frac{\sigma_{cov}^2}{\rho^*}+\sigma_A^2\right)\left(\sigma_A^2+\frac{\frac{\sigma_{cov}^2}{\rho^*}2\frac{\sigma_{rec}^2}{(1-\rho^*)}}{\frac{\sigma_{cov}^2}{\rho^*}+2\frac{\sigma_{rec}^2}{(1-\rho^*)}}\right)\right).\end{aligned} \tag{22}$$

**推论2.** 在多天线 *ED-CD* 分离接收机中采用最大比合并方案进行信号合并时，高信噪比区域内可实现的互信息为

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{MRC}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2) \approx \log_2 &\left(\frac{P\left(\sum_{k=1}^{K}|\tilde{h}_k|\right)^2}{K}\right) \\ &- \frac{1}{2}\log_2\left(\left(\frac{\sigma_{cov}^2}{\rho^*}+\sigma_A^2\right)\left(\sigma_A^2+\frac{\frac{\sigma_{cov}^2}{\rho^*}2\frac{\sigma_{rec}^2}{(1-\rho^*)}}{\frac{\sigma_{cov}^2}{\rho^*}+2\frac{\sigma_{rec}^2}{(1-\rho^*)}}\right)\right).\end{aligned} \tag{23}$$

由 (17)、(22) 和 (23)，根据均值不等式可得

$$\frac{K^2}{\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{|\tilde{h}_k|^2}} \le \frac{\left(\sum_{k=1}^{K}|\tilde{h}_k|\right)^2}{K} \le \sum_{k=1}^{K}|\tilde{h}_k|^2. \tag{24}$$

当 $|\tilde{h}_1| = |\tilde{h}_2| = \cdots = |\tilde{h}_K|$ 时，等式成立。因此，式（20）中的最优合并系数优于最大比合并和等增益合并方案。

## V. 互信息性能增益

本节基于最优分流比和合并系数，分析多天线 ED-CD 分流接收机相较于传统 CD 接收机和 ED 接收机的互信息性能增益。换言之，我们旨在量化采用分流比相较于传统接收机所带来的互信息增量。

ED-CD 分离接收机的互信息性能增益定义为

$$G_{\mathrm{MI}} = \mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}^*,\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\alpha}^*,\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}^*} - \max\{\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=1},\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=0}\}, \tag{25}$$

其中，$\boldsymbol{\rho}^*$、$\boldsymbol{\alpha}^*$ 和 $\boldsymbol{\beta}^*$ 可由命题 2 得出。在式（25）中，分裂接收机可实现的最大互信息如式（17）所示，而 CD 接收机的互信息为

$$\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=1} = \log_2\left(1+\frac{\sum_{k=1}^{K}P|\tilde{h}_k|^2}{\sigma_{\mathrm{cov}}^2+\sigma_{\mathrm{A}}^2}\right). \tag{26}$$

由于在高信噪比区域中，$\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=1} > \mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=0}$，因此 ED-CD 分离接收机的性能增益表示为

$$\begin{aligned}\lim_{P\to\infty} G_{\mathrm{MI}} &= \mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=\rho^*} - \mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)|_{\rho=1}\\ &= \log_2\left(\sum_{k=1}^{K}P|\tilde{h}_k|^2\right) - \log_2\left(1+\frac{\sum_{k=1}^{K}P|\tilde{h}_k|^2}{\sigma_{\mathrm{A}}^2+\sigma_{\mathrm{cov}}^2}\right)\\ &\quad - \frac{1}{2}\log_2\left(\left(\frac{\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{\rho^*}+\sigma_{\mathrm{A}}^2\right)\left(\sigma_{\mathrm{A}}^2+\frac{\frac{\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{\rho^*}2\frac{\sigma_{\mathrm{rec}}^2}{(1-\rho^*)}}{\frac{\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{\rho^*}+2\frac{\sigma_{\mathrm{rec}}^2}{(1-\rho^*)}}\right)\right).\end{aligned} \tag{27}$$

当 $P$较大时，$\frac{\sum_{k=1}^{K}P|\tilde{h}_k|^2}{\sigma_{\mathrm{A}}^2+\sigma_{\mathrm{cov}}^2} \gg 1$。式（27）的前两项可简化为 $\log_2(\sigma_{\mathrm{A}}^2+\sigma_{\mathrm{cov}}^2)$。因此，多天线 ED-CD 分流接收机的互信息增益近似为

$$\lim_{P\to\infty} G_{\mathrm{MI}} \approx \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\rho^*((1-\rho^*)\sigma_{\mathrm{cov}}^2+2\rho^*\sigma_{\mathrm{rec}}^2)(\sigma_{\mathrm{A}}^2+\sigma_{\mathrm{cov}}^2)^2}{(\rho^*\sigma_{\mathrm{A}}^2+\sigma_{\mathrm{cov}}^2)(2\rho^*\sigma_{\mathrm{rec}}^2\sigma_{\mathrm{A}}^2+(1-\rho^*)\sigma_{\mathrm{cov}}^2\sigma_{\mathrm{A}}^2+2\sigma_{\mathrm{cov}}^2\sigma_{\mathrm{rec}}^2)}\right). \tag{28}$$

通过分析式（28）中的互信息增益，可得出以下结果。

**推论 3.** 在高信噪比区域，多天线 *ED-CD* 分流接收机可实现的互信息增益为

分裂接收机为

$$G_{MI}=\begin{cases}(28), & \sigma_{cov}^2>4\sigma_{rec}^2,\\ 0, & else.\end{cases} \tag{29}$$

根据推论 3，当最优分割比为 $\rho^*=\Upsilon$ 时，多天线 ED-CD 分流接收机的互信息高于传统 CD 接收机（$\rho=1$），这与单天线情形的证明相同 [11], 即 $\mathcal{I}(X;\ R_1,\ R_2)|_{\rho^*=\Upsilon}>\mathcal{I}(X;\ R_1,\ R_2)|_{\rho=1}$。

注 3。多天线 ED-CD 分流接收机的互信息高于传统 CD 接收机和 ED 接收机。如推论 3 所示，当 $\sigma_{\text{cov}}^2>4\sigma_{\text{rec}}^2$ 时，多天线 ED-CD 分流接收机获得的互信息增益在高信噪比区域趋近于一个常数值（可证明该值大于零）。此外，这种渐近性能增益在高信噪比下与天线数量 $K$ 相互独立。

## VI. 数值结果

本节给出数值结果，以展示多天线 ED-CD 分离接收机的性能。在实际应用中，整流器噪声功率 $\sigma_{\text{rec}}^2$ 和天线噪声功率 $\sigma_{\text{A}}^2$ 远小于转换噪声功率 $\sigma_{\text{cov}}^2$ [11]。因此，在以下结果中，我们将噪声功率设置为 $\sigma_{\text{cov}}^2=1,\ \sigma_{\text{A}}^2=\sigma_{\text{rec}}^2=0.01$。

在图 2 中，我们绘出了式（14）给出的可达互信息以及通过仿真得到的互信息随功率分流比的变化曲线，对应不同的发射功率。仿真互信息采用基于蒙特卡洛的直方图方法计算，这种方法常用于微分熵估计。当直方图的箱宽足够小时，该方法能够准确估计微分熵（因而也能准确估计互信息）。如图 2 所示，在中等和较高信噪比下（从 $P=10$ 到 1000），与仿真互信息相比，解析近似的准确度较高，这验证了近似表达式的准确性。此外，可以观察到，对于不同的信号功率，最优分流比大致相同。当 $P=10$、100 和 1000 时，使互信息最大化的最优 $\rho$ 约为 0.56。这个关于最优 $\rho$ 的观察结果与式（18）计算出的值一致。

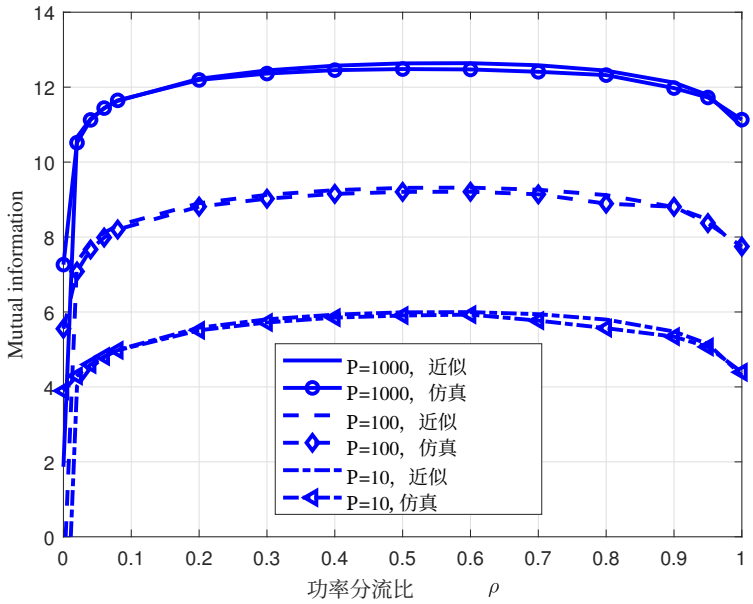


图 2. 互信息与功率分流比 $\rho$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0.50$ 和 $|\tilde{h}_1| = |\tilde{h}_2| = 1$的关系。

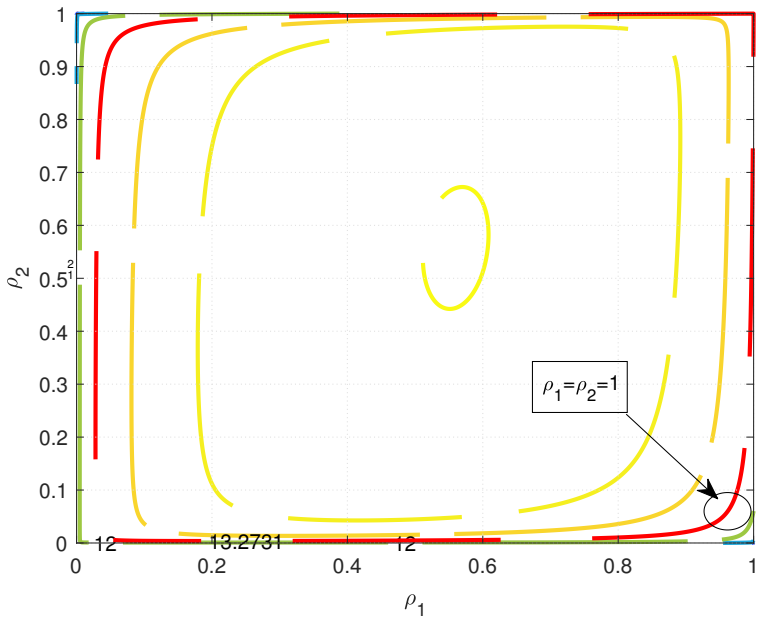


图3. 互信息与功　　率分流比的关系（采用两根天线）， $P = 1000, |\tilde{h}_1| = 1, \ |\tilde{h}_2| = 3, \alpha_1 = \beta_1 = 0.1, \ \alpha_2 = \beta_2 = 0.9$.

在图3中，我们绘出了给定合并系数时，不同功率分流比对应的互信息等高线。可以观察到，互信息随不同功率

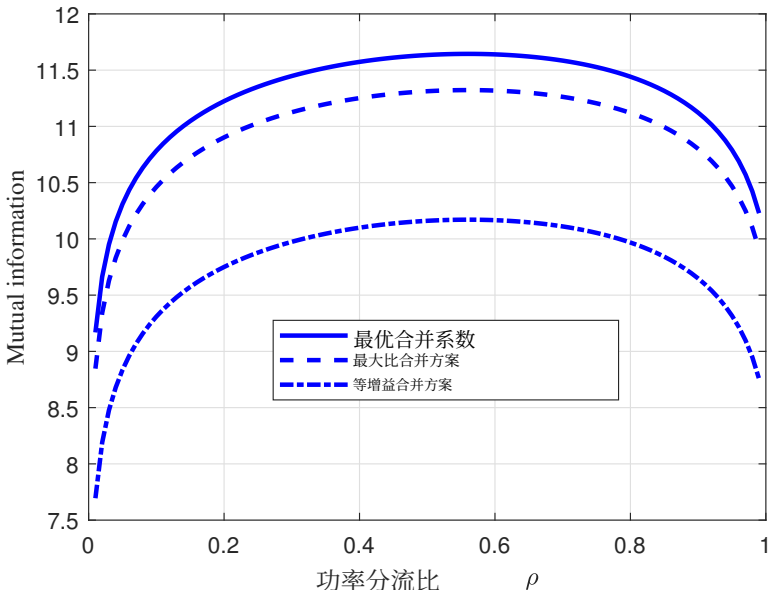


图4. 两根天线时互信息随功率分流比的变化， $P = 100$。

分割比。当两根天线的功率分流比相等且均约为 0.56 时，互信息达到最大值，约为 14.96，优于采用 $\rho = 1$ 的传统 CD 接收机。

图4展示了不同合并方案下互信息与功率分流比之间的关系。在该图中，接收天线数量为2，两根天线对应的信道幅度$\tilde{}$ $\tilde{}$分别设为 $|h_1| = 1$ 和 $|h_2| = 3$。从图4可以观察到，采用最优合并方案所获得的互信息优于传统的等增益合并和最大比合并方案，这验证了所提出合并方法的优越性。

图 5 绘出了式 (17) 和式 (26) 中 ED-CD 分离接收机和传统 CD 接收机分别可实现的互信息随天线数量的变化曲线，并比较了不同发射功率值。可以观察到，随着信号功率（从 $P = 10$ 增至 1000 ）和天线数量（从 $K = 1$ 增至 100 ）增加，ED-CD 分离接收机获得的互信息也随之提高。此外，ED-CD 分离接收机实现的互信息高于 CD 接收机。例如，当 $K = 10$ 和 $P = 100$ 时，ED-CD 分离接收机与 CD 接收机之间的互信息差约为 1.69，相差约 17%。

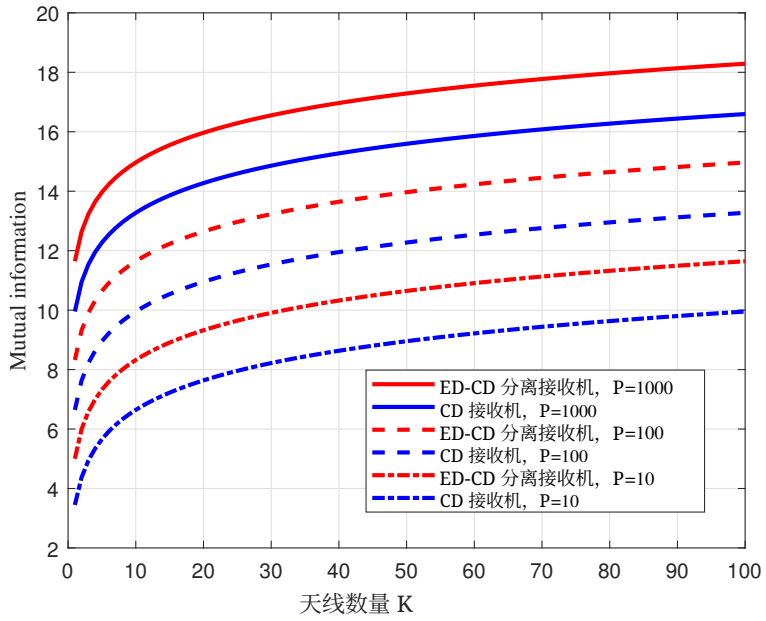


图 5. ED-CD 分离接收机和 CD 接收机的互信息随天线数量的变化 $K$, $|\tilde{h}_k| = 1$ 对于所有 $k$。

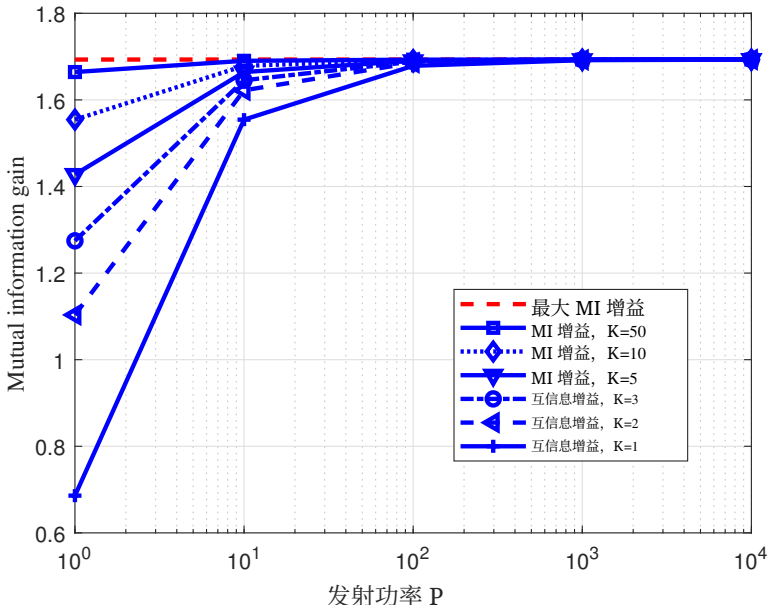


图 6. 不同天线数量下，互信息增益随发射功率的变化 $P$， $|\tilde{h}_k| = 1$ 对于所有 $k$。

图 6 描绘了式 (27) 所定义的互信息增益随发射功率的变化，并比较了不同天线数量的情况。可以观察到，当信号功率低于 100 时，互信息增益尚未达到其高信噪比渐近值，因此也会随着天线数量的增加而增大。当

当信号功率大于 100 时，互信息增益达到其渐近值，因此与天线数量 $K$ 无关。因此可以推断，在低至中等信噪比下，所提出的分裂接收机带来的益处会随着天线数量的增加而增大。

## VII. 结论

本文为无线通信系统提出了多天线 ED-CD 分流接收机架构。通过刻画所提出接收机的互信息性能，我们得到了最优设计参数，包括每根天线的最优分割比，以及所有 ED 分支和 CD 分支的最优合并系数。特别是，结果表明，最优合并系数与传统多天线接收机中关于最大比合并的现有认知不同。数值结果还表明，与传统接收机相比，采用分裂接收机可显著提升性能。

## 附录 A

### 命题 1 的证明

由于随机变量缩放下互信息不变性的性质， [13], （7）和（13）可以进行线性缩放，得到

$$\tilde{R}_1 = \tilde{X} + \frac{\sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}}{\sum_{k=1}^{K} \alpha_k} \tilde{W}_k + \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}}}{\sum_{k=1}^{K} \alpha_k} \tilde{Z}, \tag{A.1}$$

$$R_2 \approx \sum_{k=1}^{K} \gamma \beta_k \left|\tilde{X}\right| + \gamma \sum_{k=1}^{K} \beta_k \frac{W_{||k}}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|} + \gamma \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2}} N. \tag{A.2}$$

利用式 (14) 中定义的 $A$、 $B_k$、 $C$、 $A'$、 $B_k'$ 和 $C'$ ，可将 (A.1) 和 (A.2) 简化为

$$\tilde{R}_1 = \tilde{X} + \sum_{k=1}^{K} B_k \tilde{W}_k + C\tilde{Z}, \tag{A.3}$$

$$R_2 \approx A\left|\tilde{X}\right| + \sum_{k=1}^{K} B_k' W_{||k} + C'N. \tag{A.4}$$

根据 A.3 和 A.4，我们可以验证，$C\tilde{Z}$ 和 $C'N$ 的实部与虚部是独立同分布的零均值实高斯随机变量，它们服从相同的分布 $\mathcal{N}\left(0, \frac{C^2\sigma_{\text{cov}}^2}{2}\right)$。

为推导互信息（MI），我们首先定义以下随机变量：

$$\tilde{X}_1 = \tilde{X}, \tag{A.5}$$

$$X_2 = A|\tilde{X}|. \tag{A.6}$$

由于存在马尔可夫链 $X \to (X_1, X_2) \to (R_1, R_2)$，且从 $X$ 到 $(X_1, X_2)$ 的映射平滑且可逆，因此我们有

$$\mathcal{I}(\tilde{X}; \tilde{R}_1, R_2) = \mathcal{I}(\tilde{X}_1, X_2; \tilde{R}_1, R_2). \tag{A.7}$$

我们定义一个三维锥法线（CN）坐标系（$c_I, c_Q, c_M$），以计算 $\mathcal{I}(X_1, X_2; R_1, R_2)$，其中 $c_I$、$c_Q$ 和 $c_M$ 表示同相-正交-幅度（I-Q-M）空间的笛卡尔坐标系中的三个坐标轴，并且

$$c_M = A\sqrt{c_I^2 + c_Q^2}. \tag{A.8}$$

在 CN 坐标系中，点（$c_1$，$c_2$，$c_3$）可进一步表示为（$\tilde{a}$，$l$），其中 $\tilde{a}$ 和 $|l|$ 分别表示圆锥 $\mathcal{U}$ 上距离（$c_1$，$c_2$，$c_3$）最近的点和两者之间的距离。我们可以证明，点（$X_1$，$X_2$）位于 $\mathcal{U}$ 上。笛卡尔坐标系中的随机变量（$X_1$，$X_2$）和（$R_1$，$R_2$），在 CN 坐标系中分别表示为（$A_{\tilde{X}}$，$L_{\tilde{X}}$）和（$A_{\tilde{X}}$，$\tilde{w}$，$\tilde{z}$，$_N$，$L_{\tilde{X}}$，$\tilde{w}$，$\tilde{z}$，$_N$）。因此，互信息（MI）可改写为

$$\mathcal{I}(\tilde{X}_1,X_2;\tilde{R}_1,R_2)=\mathcal{I}(\tilde{A}_{\tilde{X}}, L_{\tilde{X}}; \tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}, L_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}), \tag{A.9}$$

按照 [11],中的类似步骤，式 (A.9) 中的渐近互信息可简化为

$$\mathcal{I}(\tilde{X}_1, X_2; \tilde{R}_1, R_2) = \mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W}}) - \mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|\tilde{A}_{\tilde{X}}). \tag{A.10}$$

然后，$\mathcal{H}(A_{\tilde{X},\ \tilde{w}})$ 和 $\mathcal{H}(A_{\tilde{X},\ \tilde{w},\ \tilde{z},\ N}|A_{\tilde{X}})$ 计算如下。

1) $\mathcal{H}(A_{\tilde{X},\tilde{W}})$：由于 $X$ 是零均值复高斯随机变量，对

˜$\mathcal{H}(A_{\tilde{X},\tilde{W}})$ 的分析与 [11], 类似，其计算方式为

$$\mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W}}) = \frac{1}{\ln 2} + \log_2\left(\pi\sqrt{A^2+1}\right). \tag{A.11}$$

2 ˜ ˜) 渐近 $\mathcal{H}(A_{\tilde{X},\ \tilde{W},\ \tilde{Z},\ N}|A_{\tilde{X}})$：条件熵可写为

$$\begin{aligned}\mathcal{H}\big(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|\tilde{A}_{\tilde{X}}\big) &= \mathbb{E}_{\tilde{A}_{\tilde{X}}}[\mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|\tilde{A}_{\tilde{X}} = \tilde{a}_{\tilde{X}}] \\ &= \mathbb{E}_{\tilde{X}}[\mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|\tilde{X}]. \end{aligned}\tag{A.12}$$

给定 $\tilde{X}$，熵$\mathcal{H}\big(\tilde{A}_{\tilde{X},\ \tilde{W},\ \tilde{Z},\ N}|\tilde{A}_{\tilde{X}}\big)$与复高斯˜ ˜随机变量 $X$的相位相互独立。因此，不失一般性，我们定义 $X$为$(X_I,\ 0)$，其中 $X_I \geq 0$。˜ 接着，我们引入 $X_1'$ 和 $X_2'$，定义为

$$\tilde{X}_1' = \tilde{X} + \sum_{k=1}^{K} B_k\tilde{W}_k, \tag{A.13}$$

$$X_2' = A\big|\tilde{X}\big| + \sum_{k=1}^{K} B_k' W_{||k}. \tag{A.14}$$

˜由(A.13)和(A.14)可知，点$(X_1',\ X_2')$位于 I-Q-M 空间中的圆锥 $\mathcal{U}$ 上，该圆锥可近似表示为

$$\begin{aligned}(\tilde{X}_1', X_2') &\approx (\tilde{X}_1, X_2) + \left(\sum_{k=1}^{K} B_k\tilde{W}_k, \sum_{k=1}^{K} B_k' W_{||k}\right) \\ &= (\tilde{X}_1, X_2) + \sqrt{\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{B_k}{\sqrt{1+A^2}} + \frac{B_k' A}{\sqrt{1+A^2}}\right)^2} W_{||}\mathbf{i}_{IM} + \sqrt{\sum_{k=1}^{K} B_k^2} W_{\perp}\mathbf{i}_Q, \end{aligned}\tag{A.15}$$

˜其中，$W_\perp$ 和 $W_{||}$ 分别是 $X$在相同方向和垂直方向˜上的投影。$W_\perp$ 和 $W_{||}$ 分别服从与 $W_{\perp k}$ 和 $W_{||k}$相同的分布。$\mathbf{i}_{IM}$和$\mathbf{i}_Q$ 是相互正交的单位向量，定义为

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_{IM} &\triangleq \left(\frac{A}{\sqrt{1+A^2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{1+A^2}}\right), \\ \mathbf{i}_Q &\triangleq (0,1,0). \end{aligned}\tag{A.16}$$

~随着 $P$ 增大，式 (A.15) 中的近似点 $(X_1',\ X_2')$ 位于点 $(\tilde{X}_1,\ X_2)$ 处 $\mathcal{U}$ 的切平面上，$\forall W_{||},\ W_{\perp} \in \mathbb{R}$。定义 $\left(C\tilde{Z},\ C'N\right) \triangleq Z_1\mathbf{i}_{IM} + Z_2\mathbf{i}_Q + Z_3\mathbf{i}_{IQM}$，其中 $Z_1$、$Z_2$和 $Z_3$ 彼此相互独立，且服从相同的分布 $\mathcal{N}\left(0,\ \frac{C^2\sigma_{\text{cov}}^2}{2}\right)$。然后，将 (A.15) 代入 (A.3) 和 (A.4)，得到

$$\begin{aligned}(\tilde{R}_1, R_2) &= (\tilde{X}_1', X_2') + \left(C\tilde{Z}, C'N\right) \\ &\approx (\tilde{X}_1, X_2) + \left(\sqrt{\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{B_k}{\sqrt{1+A^2}} + \frac{B_k'A}{\sqrt{1+A^2}}\right)^2} W_{||} + Z_1\right)\mathbf{i}_{IM} \\ &\quad + \left(\sqrt{\sum_{k=1}^{K} B_k^2} W_{\perp} + Z_2\right)\mathbf{i}_Q + Z_3\mathbf{i}_{IQM}, \end{aligned} \tag{A.17}$$

其中$\mathbf{i}_{IQM}$ 表示一个单位向量，它与$\mathbf{i}_{IM}$ 和$\mathbf{i}_Q$正交。

~ ~在高信噪比区域，$(R_1, R_2)$依概率收敛到 $\mathcal{U}$ 上的$(X_1, X_2)$。因此，~ ~$A_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}$收敛到点$(X_1, X_2)$在 $\mathcal{U}$上的投影，即该点在天才平面上的投影，称为~$\mathcal{S}$。根据(A.17)，$A_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}$可近似为

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N} &\approx (\tilde{X}_1, X_2) + \left(\sqrt{\sum_{k=1}^{K} B_k^2} W_{\perp} + Z_2\right)\mathbf{i}_Q \\ &\quad + \left(\sqrt{\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{B_k}{\sqrt{1+A^2}} + \frac{B_k'A}{\sqrt{1+A^2}}\right)^2} W_{||} + Z_1\right)\mathbf{i}_{IM}. \end{aligned} \tag{A.18}$$

~由于 $W_{||}$、$W_{\perp}$、$Z_1$ 和 $Z_2$ 服从独立同分布高斯分布，因此近似的 $A_{\tilde{X},\ \tilde{W},\ \tilde{Z},\ N}$在 $\mathcal{S}$ 上服从复高斯分布，其 $X$ 已知。$A_{\tilde{X},\ \tilde{W},\ \tilde{Z},\ N}$的协方差矩阵为

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{B_k}{\sqrt{1+A^2}} + \frac{B_k'A}{\sqrt{1+A^2}}\right)^2 \sigma_{\text{A}}^2 + C^2\sigma_{\text{cov}}^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sum_{k=1}^{K} B_k^2\sigma_{\text{A}}^2 + C^2\sigma_{\text{cov}}^2}{2} \end{bmatrix}. \tag{A.19}$$

~ ~由式 (A.19)，近似的条件熵 $\mathcal{H}(A_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|A_{\tilde{X}})$ 为

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|\tilde{A}_{\tilde{X}}) &= \mathbb{E}_{\tilde{X}}[\mathcal{H}(\tilde{A}_{\tilde{X},\tilde{W},\tilde{Z},N}|\tilde{A}_{\tilde{X}}=\tilde{a}_{\tilde{X}}] \\ &= \log_2 \pi e + \frac{1}{2}\log_2\left(\sum_{k=1}^{K} B_k^2\sigma_{\mathrm{A}}^2 + C^2\sigma_{\mathrm{cov}}^2\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}\log_2\left(\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{B_k}{\sqrt{1+A^2}}+\frac{B_k'A}{\sqrt{1+A^2}}\right)^2\sigma_{\mathrm{A}}^2 + C^2\sigma_{\mathrm{cov}}^2\right). \end{aligned} \tag{A.20}$$

~ ~3）渐近 $\mathcal{I}(X;\ R_1,\ R_2)$：将（A.11）和（A.20）代入（A.10），即可得到（14）中的渐近互信息。

## APPENDIX B
## PROOF OF PROPOSITION 2

将命题 1 中定义的 $A$、$B_k$、$C$、$A'$、$B_k'$、$C'$ 和 $\gamma$ 代入（14），近似互信息可改写为

$$\begin{aligned}\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2) \approx{}& \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sum_{k=1}^{K}\frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^{K}\beta_{k'})^2\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{2\sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})^2\sigma_{\mathrm{rec}}^2}+1\right) \\ &- \frac{1}{2}\log_2\left(\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{\alpha_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\right)^2\frac{\sigma_{\mathrm{A}}^2}{(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})^2}+\sum_{k=1}^{K}\frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}\frac{\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})^2}\right) \\ &- \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{\frac{\sum_{k=1}^{K}\frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^{K}\beta_{k'})^2\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{2\sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})^2\sigma_{\mathrm{rec}}^2}+1}\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{\alpha_k}{(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\right.\right. \\ &\left.\left.+\frac{\beta_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\frac{\sum_{k''=1}^{K}\frac{\alpha_{k''}^2}{\rho_{k''}P|\tilde{h}_{k''}|^2}(\sum_{k'=1}^{K}\beta_{k'})\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{2\sum_{k''=1}^{K}\frac{\beta_{k''}^2}{(1-\rho_{k''})P|\tilde{h}_{k''}|^2}(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})^2\sigma_{\mathrm{rec}}^2}\right)^2\sigma_{\mathrm{A}}^2+\sum_{k=1}^{K}\frac{\alpha_k^2}{\rho_k P|\tilde{h}_k|^2}\frac{\sigma_{\mathrm{cov}}^2}{(\sum_{k'=1}^{K}\alpha_{k'})^2}\right). \end{aligned} \tag{A.21}$$

设 $\mu=\sum_{k=1}^{K}\frac{\alpha_k^2}{\rho_k|\tilde{h}_k|^2}$，$\kappa=\sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k)|\tilde{h}_k|^2}$，$\varepsilon=\sum_{k=1}^{K}\alpha_k$，$\zeta=\sum_{k=1}^{K}\beta_k$，$\xi=\sum_{k=1}^{K}\frac{2\alpha_k\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}$ 和 $\varpi=\sum_{k=1}^{K}\frac{\alpha_k^2}{|\tilde{h}_k|^2}$。那么，我们有 $\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)=f(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)$。为获得最大互信息值，我们需要求函数 $f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)$ 的极值点。函数 $f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)$ 对 $\rho_k$、$\alpha_k$ 和 $\beta_k$ 的导数分别为

by

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \rho_k} &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial \rho_k} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}\frac{\partial \kappa}{\partial \rho_k} \\ &= -\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}\frac{\alpha_k^2}{\rho_k^2|\tilde{h}_k|^2} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}\frac{\beta_k^2}{(1-\rho_k^2)|\tilde{h}_k|^2},\end{aligned} \tag{A.22}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \alpha_k} &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial \alpha_k} \\ &\quad + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varpi}\frac{\partial \varpi}{\partial \alpha_k} \\ &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}\frac{2\alpha_k}{\rho_k|\tilde{h}_k|^2} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \xi}\frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2} \\ &\quad + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varpi}\frac{2\alpha_k}{|\tilde{h}_k|^2},\end{aligned} \tag{A.23}$$

and

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \beta_k} &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}\frac{\partial \kappa}{\partial \beta_k} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial \beta_k} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial \beta_k} \\ &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}\frac{2\beta_k}{(1-\rho_k)|\tilde{h}_k|^2} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \xi}\frac{2\alpha_k}{|\tilde{h}_k|^2} + \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \zeta}.\end{aligned} \tag{A.24}$$

根据 (A.22)，当 $\frac{\partial f_{(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}}{\partial \rho_k} = 0$ 时，我们有

$$\beta_k = \sqrt{\frac{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}}{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}}}\frac{(1-\rho_k)\alpha_k}{\rho_k}. \tag{A.25}$$

由（A.24）可知，当 $\frac{\partial f_{(\mu,\ \kappa,\ \varepsilon,\ \zeta,\ \xi)}}{\partial \beta_k} = 0$ 时，我们有

$$\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varpi}\frac{2\alpha_k}{|\tilde{h}_k|^2} = -\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}\frac{2\beta_k}{(1-\rho_k)|\tilde{h}_k|^2} - \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \zeta}. \tag{A.26}$$

将 (A.25) 代入 (A.26)，可以证明

$$\frac{2\alpha_k}{|\tilde{h}_k|^2} = -\frac{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \zeta}}{\left(\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varpi} + \sqrt{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}}\frac{\sqrt{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}}}{\rho_k}\right)}. \tag{A.27}$$

将 (A.27) 代入 (A.25)，可得

$$\frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2} = -\sqrt{\frac{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}}{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}}}\frac{(1-\rho_k)}{\rho_k}\frac{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \zeta}}{\left(\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \varpi}+\sqrt{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \kappa}}\frac{\sqrt{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)}{\partial \mu}}}{\rho_k}\right)}. \tag{A.28}$$

将 (A.27) 和 (A.28) 代入 (A.23)，可得 $\rho_k$。由于函数$f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi,\varpi)$ 的导数与 $k$ 相互独立，不同天线处的分割比 $[\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_K]$相同。当 $\rho_1=\rho_2=\cdots=\rho_K=\rho$ 时，(A.21) 中的近似互信息可简化为

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2) \approx{}& \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k^2}{\rho P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^K\beta_{k'})^2\sigma_{\text{cov}}^2}{2\sum_{k=1}^K\frac{\beta_k^2}{(1-\rho)P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})^2\sigma_{\text{rec}}^2}+1\right)\\
&-\frac{1}{2}\log_2\left(\sum_{k=1}^K\left(\frac{\alpha_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\right)^2\frac{\sigma_{\text{A}}^2}{(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})^2}+\sum_{k=1}^K\frac{\alpha_k^2}{\rho P|\tilde{h}_k|^2}\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})^2}\right)\\
&-\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{\frac{\sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k^2}{\rho P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^K\beta_{k'})^2\sigma_{\text{cov}}^2}{2\sum_{k=1}^K\frac{\beta_k^2}{(1-\rho)P|\tilde{h}_k|^2}(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})^2\sigma_{\text{rec}}^2}+1}\sum_{k=1}^K\left(\frac{\alpha_k}{(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\right.\right.\\
&\left.\left.+\frac{\beta_k}{\sqrt{P}|\tilde{h}_k|}\frac{\sum_{k''=1}^K\frac{\alpha_{k''}^2}{\rho P|\tilde{h}_{k''}|^2}(\sum_{k'=1}^K\beta_{k'})\sigma_{\text{cov}}^2}{2\sum_{k''=1}^K\frac{\beta_{k''}^2}{(1-\rho)P|\tilde{h}_{k''}|^2}(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})^2\sigma_{\text{rec}}^2}\right)^2\sigma_{\text{A}}^2+\sum_{k=1}^K\frac{\alpha_k^2}{\rho P|\tilde{h}_k|^2}\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{(\sum_{k'=1}^K\alpha_{k'})^2}\right).
\end{aligned}\tag{A.29}$$

重新定义 $\mu=\sum_{k=1}^K\frac{\alpha_k^2}{|\tilde{h}_k|^2}$, $\kappa=\sum_{k=1}^K\frac{\beta_k^2}{|\tilde{h}_k|^2}$, $\varepsilon=\sum_{k=1}^K\alpha_k$, $\zeta=\sum_{k=1}^K\beta_k$ 和 $\xi=\sum_{k=1}^K\frac{2\alpha_k\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}$，得到 $\mathcal{I}(X;\,R_1,R_2)=f(\rho,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)$。函数 $f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)$ 关于 $\alpha_k$ 的导数为

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\alpha_k} &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial\alpha_k}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial\alpha_k}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha_k}\\
&= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\mu}\frac{2\alpha_k}{|\tilde{h}_k|^2}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\xi}\frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\varepsilon}.
\end{aligned}\tag{A.30}$$

函数 $f(\mu,\ \kappa,\ \varepsilon,\ \zeta,\ \xi)$ 关于 $\beta_k$的导数为

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\beta_k} &= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\kappa}\frac{\partial\kappa}{\partial\beta_k}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial\beta_k}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial\beta_k}\\
&= \frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\kappa}\frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\xi}\frac{2\alpha_k}{|\tilde{h}_k|^2}+\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial\zeta}.
\end{aligned}\tag{A.31}$$

令 $\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \alpha_k}=0$ 且 $\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \beta_k}=0$，则可直接得到

$$\frac{\alpha_k}{\beta_k}=\frac{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \xi}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \zeta}-\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \varepsilon}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \kappa}}{\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \xi}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \varepsilon}-\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \mu}\frac{\partial f(\mu,\kappa,\varepsilon,\zeta,\xi)}{\partial \zeta}}. \tag{A.32}$$

由 (A.32) 可知，$\frac{\alpha_k}{\beta_k}$ 固定且与 $k$ 相互独立。定义 $\frac{\alpha_1}{\beta_1}=\frac{\alpha_2}{\beta_2}=\cdots=\frac{\alpha_K}{\beta_K}=\delta$，则 (A.29) 中的近似互信息可进一步简化为

$$\begin{aligned}\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)\approx\log_2(P)-\frac{1}{2}\log_2\left(\left(\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho}+\sigma_{\text{A}}^2\right)\left(\sigma_{\text{A}}^2+\frac{\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho}2\frac{\sigma_{\text{rec}}^2}{(1-\rho)}}{\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho}+2\frac{\sigma_{\text{rec}}^2}{(1-\rho)}}\right)\right)\\-\log_2\left(\sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k^2}{|\tilde{h}_k|^2}\right)+2\log_2\left(\sum_{k'=1}^{K}\beta_{k'}\right).\end{aligned} \tag{A.33}$$

Let

$$g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)=-\log_2\left(\sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k^2}{|\tilde{h}_k|^2}\right)+2\log_2\left(\sum_{k'=1}^{K}\beta_{k'}\right), \tag{A.34}$$

and

$$\begin{aligned}s(\rho)&=\left(\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho}+\sigma_{\text{A}}^2\right)\left(\sigma_{\text{A}}^2+\frac{\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho}2\frac{\sigma_{\text{rec}}^2}{(1-\rho)}}{\frac{\sigma_{\text{cov}}^2}{\rho}+2\frac{\sigma_{\text{rec}}^2}{(1-\rho)}}\right)\\&=\frac{(\rho\sigma_{\text{A}}^2+\sigma_{\text{cov}}^2)((-1+\rho)\sigma_{\text{A}}^2\sigma_{\text{cov}}^2-2\rho\sigma_{\text{A}}^2\sigma_{\text{rec}}^2-2\sigma_{\text{cov}}^2\sigma_{\text{rec}}^2)}{\rho((-1+\rho)\sigma_{\text{cov}}^2-2\rho\sigma_{\text{rec}}^2)}.\end{aligned} \tag{A.35}$$

(A.33) 中的近似互信息可改写为

$$\mathcal{I}(\tilde{X};\tilde{R}_1,R_2)\approx\log_2(P)-\frac{1}{2}\log_2\big(s(\rho)\big)+g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_k). \tag{A.36}$$

由 (A.36) 可得函数 $s(\rho)$ 的导数为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}s(\rho)}{\mathrm{d}\rho}=&-\frac{\sigma_{\text{cov}}^2(2\sigma_{\text{cov}}^2\sigma_{\text{rec}}^2(\sigma_{\text{cov}}^2-2\rho\sigma_{\text{cov}}^2+4\rho\sigma_{\text{rec}}^2)}{\rho^2((-1+\rho)\sigma_{\text{cov}}^2-2\rho\sigma_{\text{rec}}^2)^2}\\&-\frac{\sigma_{\text{A}}^2((-1+\rho)^2\sigma_{\text{cov}}^4+2(2-3\rho)\rho\sigma_{\text{cov}}^2\sigma_{\text{rec}}^2+8\rho^2\sigma_{\text{rec}}^4))}{\rho^2((-1+\rho)\sigma_{\text{cov}}^2-2\rho\sigma_{\text{rec}}^2)^2}.\end{aligned} \tag{A.37}$$

函数 $\frac{\mathrm{d}s(\rho)}{\mathrm{d}\rho}=0$ 有两个根 $\Upsilon$ 和

$$\Phi=\frac{\sigma_{\text{cov}}^2(\sigma_{\text{cov}}^2-2\sigma_{\text{rec}}^2)(\sigma_{\text{A}}^2+2\sigma_{\text{rec}}^2)+\sqrt{2\Psi}}{\sigma_{\text{A}}^2(\sigma_{\text{cov}}^2-4\sigma_{\text{rec}}^2)(\sigma_{\text{cov}}^2-2\sigma_{\text{rec}}^2)}, \tag{A.38}$$

其中 $\Upsilon$ 和 $\Psi$ 在命题 2 中定义。我们可以证明，$\Upsilon$ 是满足 $0<\Upsilon<1$ 的目标根，当 $\sigma_{\text{cov}}^2>4\sigma_{\text{rec}}^2$时。

函数 $s(\rho)$关于 $\rho$ 的二阶导数表示为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2 s(\rho)}{\mathrm{d}\rho^2}|_{\rho=\Upsilon}=&\left(16\sigma_{\text{A}}^8\sigma_{\text{cov}}^6(\sigma_{\text{cov}}^2-4\sigma_{\text{rec}}^2)^4(\sigma_{\text{cov}}^2-2\sigma_{\text{rec}}^2)^3(\sigma_{\text{A}}^2+\sigma_{\text{cov}}^2-2\sigma_{\text{rec}}^2)\sigma_{\text{rec}}^2\right)\\&\frac{-(\sigma_{\text{A}}^2+2\sigma_{\text{rec}}^2)(\sigma_{\text{A}}^2\sigma_{\text{cov}}^4+4\sigma_{\text{cov}}^4\sigma_{\text{rec}}^2-8\sigma_{\text{cov}}^2\sigma_{\text{rec}}^4-2\sqrt{\Psi})}{(-\sigma_{\text{A}}^2\sigma_{\text{cov}}^2(\sigma_{\text{cov}}^2-2\sigma_{\text{rec}}^2)+\Gamma)^3(-2\sigma_{\text{A}}^2\sigma_{\text{cov}}^2\sigma_{\text{rec}}^2+\Gamma)^3},\end{aligned}\tag{A.39}$$

其中 $\Gamma=-2\sigma_{\text{cov}}^4\sigma_{\text{rec}}^2+4\sigma_{\text{cov}}^2\sigma_{\text{rec}}^4+\sqrt{\Psi}$。我们可以证明，当 $\sigma_{\text{cov}}^2>4\sigma_{\text{rec}}^2$ 时，$\frac{\mathrm{d}^2 s(\rho)}{\mathrm{d}\rho^2}|_{\rho=\Upsilon}>0$）。定义 $S(\rho)=-\frac{1}{2}\log_2(s(\rho))$，有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2 S(\rho)}{\mathrm{d}\rho^2}|_{\rho=\Upsilon}&=-\frac{1}{2}\log_2(s(\rho))|_{\rho=\Upsilon}\\&=-\frac{1}{2\ln 2}\frac{\frac{\mathrm{d}^2 s(\rho)}{\mathrm{d}\rho^2}s(\rho)-(\frac{\mathrm{d}s(\rho)}{\mathrm{d}\rho})^2}{(s(\rho))^2}.\end{aligned}\tag{A.40}$$

由于 $\frac{\mathrm{d}^2 s(\rho)}{\mathrm{d}\rho^2}|_{\rho=\Upsilon}>0$), $\frac{\mathrm{d}s(\rho)}{\mathrm{d}\rho}|_{\rho=\Upsilon}=0$，且 $s(\rho)|_{\rho=\Upsilon}>0$，因此有 $\frac{\mathrm{d}^2 S(\rho)}{\mathrm{d}\rho^2}|_{\rho=\Upsilon}<0$)。

另一方面，函数 $g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)$ 关于 $\beta_k$ 的导数为

$$\frac{\partial g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)}{\partial\beta_k}=-\frac{\frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}}{(\sum_{k''=1}^K\frac{\beta_{k''}^2}{|\tilde{h}_{k''}|^2})\ln 2}+\frac{2}{(\sum_{k'=1}^K\beta_{k'})\ln 2}.\tag{A.41}$$

令 $\frac{\partial g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)}{\partial\beta_k}=0$，可得

$$\frac{\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}=\frac{\sum_{k''=1}^K\frac{\beta_{k''}^2}{|\tilde{h}_{k''}|^2}}{\sum_{k'=1}^K\beta_{k'}},k=1,2,\cdots,K.\tag{A.42}$$

根据式 (A.42)，我们有

$$\frac{\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}=\frac{\beta_j}{|\tilde{h}_j|^2},\tag{A.43}$$

对于任意不同的 $k$ 和 $j$。根据 (A.32) 和 (A.43)，式 (20) 中的合并系数 $\alpha_k$和 $\beta_k$ 分别可得。

第二　　函数 $g(\beta_1,\ \beta_2,\ \cdots,\ \beta_K)$ 关于 $\beta_k$ 的导数为

$$\frac{\partial^2 g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)}{\partial \beta_k^2} = -\frac{\frac{2}{|\tilde{h}_k|^2}\sum_{k''=1}^{K}\frac{\beta_{k''}^2}{|\tilde{h}_{k''}|^2} - \frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}\frac{2\beta_k}{|\tilde{h}_k|^2}}{(\sum_{k''=1}^{K}\frac{\beta_{k''}^2}{|\tilde{h}_{k''}|^2})^2 \ln 2} - \frac{2}{(\sum_{k'=1}^{K}\beta_{k'})^2 \ln 2}. \tag{A.44}$$

根据式 (20)，当 $\beta_k = c_\beta|\tilde{h}_k|^2$ 对所有 $k$均成立时，(A.44) 可简化为

$$\frac{\partial^2 g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)}{\partial \beta_k^2} = \frac{-\frac{2}{|\tilde{h}_k|^2}\sum_{k'=1}^{K}|\tilde{h}_{k'}|^2 + 2}{c_\beta^2\sum_{k'=1}^{K}|\tilde{h}_{k'}|^2 \ln 2} \leq 0. \tag{A.45}$$

˜ ˜因此，(A.36) 中的 $\mathcal{I}(X;\ R_1,\ R_2)$ 在点 $(\rho,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \cdots,\ \beta_K)$ 处的海森矩阵表示为

$$H(\rho,\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 S(\rho)}{\partial \rho^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2 g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)}{\partial \beta_1^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial^2 g(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_K)}{\partial \beta_K^2} \end{pmatrix}. \tag{A.46}$$

根据 (A.40) 和 (A.45)，(A.46) 中的 $H(\rho,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \cdots,\ \beta_K)$ 是一个负定矩阵 [14]。根据函数的极值判据，当 $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_K = \rho^* = \Upsilon$、$\alpha_k = c_\alpha|\tilde{h}_k|^2$ 和 $\beta_k = c_\beta|\tilde{h}_k|^2$ 对所有 $k$均成立时，互信息达到最大值。因此，命题 2 得证。

## 参考文献

[1] B. Ji, Y. Han, S. Liu, F. Tao, G. Zhang, Z. Fu, 和 C. Li，“6G的几项关键技术：挑战与机遇”，*IEEE Commun. Stand. Mag.*，第5卷，第2期，第44–51页，2021年6月。[2] Q. Wu 和 R. Zhang，“迈向智能且可重构的环境：智能反射面辅助无线网络”，*IEEE Commun. Mag.*，第58卷，第1期，第106–112页，2020年1月。[3] A. Li, C. Masouros, A. L. Swindlehurst 和 W. Yu，“1比特大规模MIMO传输：通过符号级预编码拥抱干扰”，*IEEE Commun. Mag.*，第59卷，第5期，第121–127页，2021年5月。[4] J. G. Proakis 和 M. Salehi，数字通信。McGraw-Hill，纽约，2007年，第5卷。[5] L. Jing, E. de Carvalho, P. Popovski 和 A. O. Martinez，“采用大规模接收机阵列的非相干检测系统设计与性能分析”，*IEEE*信号处理汇刊，第64卷，第19期，第5000–5010页，2016年10月。[6] A. M. Elgani, F. Renzini, L. Perilli, E. F. Scarselli, A. Gnudi, R. Canegallo 和 G. Ricotti，“基于带通包络检波器、用于唤醒无线电的无时钟温度补偿纳瓦级模拟前端”，*IEEE Trans.CircuitsSyst. I Regul. Pap.*，第67-I卷，第8期，第2612–2624页，2020年8月。

[7] X. Zhou, R. Zhang 和 C. K. Ho，“无线信息与能量传输：架构设计与速率-能量权衡”，*IEEE*通信汇刊，第61卷，第11期，第4754–4767页，2013年11月。[8] S. J. Nawaz, S. K. Sharma, B. Mansoor, M. N. Patwary 和 N. M. Khan，“非相干通信与反向散射通信：实现6G无线网络中的超大规模连接”，*IEEE Access*，第9卷，第38 144–38186页，2021年3月。[9] W. Liu, X. Zhou, S. Durrani 和 P. Popovski，“一种采用相干与非相干联合处理的新型接收机设计”，*IEEE*通信汇刊，第65卷，第8期，第3479–3493页，2017年8月。[10] Y. Wang, W. Liu, X. Zhou 和 G. Liu，“采用相干与非相干联合处理的分裂接收机性能研究”，*IEEE*信号处理汇刊，第68卷，第917–930页，2020年1月。[11] Y. Wang, W. Liu 和 X. Zhou，“采用包络与相干联合检测的分裂接收机”，*IEEE*通信快报，第26卷，第6期，第1328–1332页，2022年6月。[12] A. Goldsmith, S. A. Jafar, N. Jindal 和 S. Vishwanath，“MIMO信道的容量极限”，*IEEE*通信选定领域期刊，第21卷，第5期，第684–702页，2003年6月。[13] T. Cover 和 J. Thomas，信息论基础。Wiley，2006年。[14] S. Baek 和 J. Park，“基于嵌入式前馈神经网络的混合系统海森矩阵估计”，*IEEE*神经网络汇刊，第21卷，第10期，第1533–1542页，2010年10月。