面向加速器物理的取向晶体电磁过程Geant4模拟模型

Alexei Sytov

INFN Ferrara，via Saragat 1，44122 Ferrara，意大利；以及韩国科学技术信息研究院（KISTI），245 Daehak-ro，Yuseong-gu，大田，34141，韩国

Laura Bandiera

INFN Ferrara，via Saragat 1，44122 Ferrara，意大利 Kihyeon Cho* 和 Soonwook Hwang 韩国科学技术信息研究院（KISTI），245 Daehak-ro，Yuseong-gu，大田，34141，韩国 Giuseppe Antonio Pablo Cirrone 和 Luciano Pandola 国家核物理研究院（INFN），南部国家实验室，Via Santa Sofia 62，95123 卡塔尼亚，意大利 Susanna Guatelli 和 Anatoly Rosenfeld 医学辐射物理中心，伍伦贡大学，伍伦贡，新南威尔士州2522，澳大利亚 Viktar Haurylavets 和 Victor Tikhomirov 核问题研究所，白俄罗斯国立大学，Bobruiskaya 11，220030 明斯克，白俄罗斯 Vladimir Ivanchenko

*Euro*欧洲核子研究中心（CERN），瑞士日内瓦 23，1211 兰

（收稿）

arXiv:2303.04385v3 [physics.acc-ph] 2 Jun 2023

摘要

带电粒子与取向晶体相互作用所涉及的电磁过程，可支持多种创新应用，例如加速器中的束流操控、轻子和强子的基于晶体的引出／准直、用于测量磁偶极矩和电偶极矩的固定靶实验、用于放射治疗和核物理的X射线及伽马辐射源、用于轻子和μ子对撞机的正电子源、小型晶体量能器，以及在晶体介质中的等离子体加速。其中一项主要挑战是开发一种先进、通用且快速的模拟工具，以模拟这些应用。

我们提出了一种在 Geant4 中实现的取向晶体电磁过程新模拟模型。Geant4 是一个用于模拟粒子穿过物质过程的工具包。我们使用实验数据验证了该模型，并讨论了这一模型在上述取向晶体应用中的优势和发展前景。

关键词：沟道效应、Geant4、晶体

*电子邮箱：cho@kisti.re.kr

I. 引言

晶体结构为涉及高能带电粒子和光子的强场量子电动力学效应提供了独特环境。原子平面或原子轴产生的极强电场可达 TeV/cm，大幅增强粒子偏转、辐射以及电子-正电子对产生过程。因此，一小块晶体材料可应用于加速器物理、高能前沿物理、核物理、宇宙射线探测器、暗物质搜寻和放射治疗等广泛领域。

具体而言，弯曲晶体能够偏转带电粒子束。这一特性已应用于 U70、SPS、RHIC、Tevatron 和 LHC 等高能强子加速器的束流准直与引出 [1–9]。由于这种偏转等效于在超过 100 T 的磁场中运动，弯曲晶体还可用于在极短距离内实现粒子自旋旋转。因此，可以在 LHC 等高能加速器 [10–15] 上测量奇异快速衰变重子和 τ轻子的磁偶极矩（MDM）与电偶极矩（EDM），以寻找超越标准模型的新物理。

由于晶体结构中的振荡式运动，带电粒子，即 $e^{\pm}$，会产生硬X射线和 γ 辐射 [16–19]。这种辐射源也可用于核物理实验和放射治疗。硬 γ射线还可转化为电子—正电子对，适用于为直线对撞机和环形对撞机提供高强度的晶体正电子源 [20, 21]，例如国际直线对撞机（ILC）、未来环形对撞机（FCC-ee）以及μ子对撞机。晶体结构还能够增强硬伽马射线引发的成对产生过程；这一过程与高强度辐射相结合，可加速电磁簇射的发展 [22, 23]。这使得设计紧凑型晶体电磁量能器成为可能，该量能器可用于加速器实验和伽马射线空间望远镜 [22–24]。

晶体沿晶面和晶轴方向对带电粒子几乎透明，因此可用作超高梯度等离子体加速的介质 [25, 26]。

这些应用的设计都需要对整个实验装置进行复杂的模拟，通常需要在超级计算机上进行高性能计算（HPC）。最适合此用途的模拟软件包之一是 Geant4 模拟工具包 [27, 28]。它包含种类繁多的粒子与物质相互作用模拟模型，

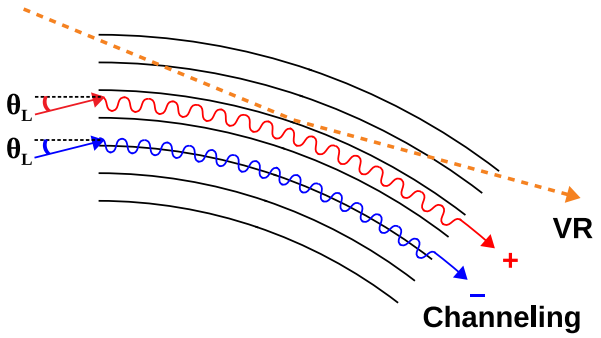

图1：（在线彩色）沟道效应和体反射效应示意图。“+”和“–”分别表示带正电粒子和带负电粒子的沟道轨迹。θ_L 表示临界沟道角。黑线表示晶面。

并应用于高能物理、核物理和加速器物理，以及医学和空间科学领域。然而，Geant4 仍缺少大多数晶体物理过程，以及上述应用所需的大多数物理过程。

本文介绍了全新的取向晶体电磁过程 Geant4模拟模型。我们利用实验数据对其进行了验证，并讨论了该模型在上述所有应用中的前景。

A. 取向晶体中电磁过程的基础

几乎平行于晶轴／晶面运动的带电粒子会沿着该晶轴／晶面前进，受到面间／轴间电场的束缚，因而产生振荡式运动，这种现象称为沟道效应 [29]。这种运动自然伴随着沟道辐射（CR） [18, 19]。如图1所示，这种效应在直晶体和弯曲晶体中都可能发生 [30] 。还可以注意到，带正电粒子在晶面／晶轴之间振荡，而带负电粒子则每振荡一次就会穿越晶面／晶轴。这会导致负粒子的偏转效率显著低于正粒子，这是因为多重散射增加，会将粒子撞出沟道状态；这一过程称为脱沟道过程 [31, 32]。

在沟道条件下，偏转角几乎等于晶体弯曲角。沟道效应仍可能发生时，粒子与晶面或晶轴之间的最大夹角称为

is s临界沟道角或林德哈德角：

$$\theta_L = \sqrt{\frac{2U_0}{pv}}, \tag{1}$$

其中， p 和 v 分别表示粒子动量和速度， U_0 表示由面间／轴间电场形成的势阱深度。该角度随材料、对准情况和晶体弯曲角而变化，从MeV能量下的$\sim$ mrad降至TeV能量下的 $\sim \mu$ rad。

当粒子与晶面／晶轴的入射角略大于 θ_L时，晶体结构对粒子运动的影响仍然存在。例如，正负带电粒子都可能被弯曲晶面反射，这种现象称为体反射（VR） [33]（图1），并伴有辐射 [34, 35]。该反射角与 θ_L 相当，通常远小于沟道条件下的偏转角。

在较大的束流与晶面／晶轴夹角下（最高可达数mrad），粒子仍可能受到晶格的影响，从而增强韧致辐射过程，这称为相干韧致辐射（CB） [16, 17]。伽马射线在晶体中传播时也会产生类似效应，即相干$e^{\pm}$ 成对产生（CPP） [16, 17]。

II. 应用

取向晶体中的电磁过程已在从 MeV 到 TeV 的宽广能量范围内通过实验观测到，并有许多应用。下面将讨论其中一些已投入使用及仍属设想的应用。

A. 基于晶体的引出／准直

Tsyganov 最初提出的晶体辅助束流引导思想 1976 [30],依赖于弯曲晶体中的平面沟道。

基于晶体的束流准直和引出已应用于多台质子和重离子同步加速器，例如 U70、SPS、RHIC、Tevatron 和 LHC [1–9]。其基本原理是利用弯曲晶体截获束流晕，并在沟道条件下使其发生偏转，如图 2 所示。两者之间唯一的区别是

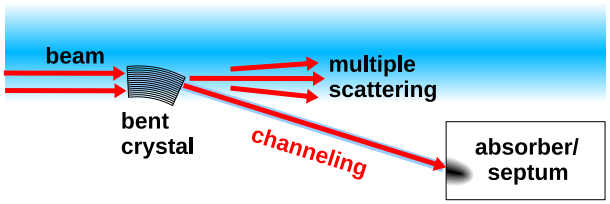

图 2：（彩色　　线条）基于晶体的准直与引出示意图 [36]　　.

准直时由准直器吸收偏转束流，而引出时则使用隔板磁铁将偏转束流引出。该技术的优点是可作为寄生运行模式，不会影响主束流中的粒子，也不会影响主要的加速器实验。此外，晶体的制造和安装成本远低于其他任何偏转器；对于带正电粒子，引出效率可接近 100%。

此外，人们还提出采用相同的引出技术处理能量为数 GeV 的电子，这一能量范围是全球数十台同步辐射光源的典型能量 [36]。主要限制在于，在沟道条件下，其偏转效率显著低于带正电粒子。不过，近期在 Mainz Mikrotron MAMI（855 MeV e^-） [37, 38] 和 SLAC FACET设施（多 GeV e^-） [39, 40] 开展的实验表明，采用新一代弯曲晶体可实现 10% 至 40% 的偏转效率，与质子的偏转效率处于同一数量级。

基于晶体的准直是保护高能对撞机超导磁体免受过高辐射负荷影响的有效方式。引出的初级带电粒子束（包括电子束）可用于测试粒子物理和核物理探测器，以及开展通用探测器研发 [41]。从对撞机引出的束流将有助于在极高能量下开展独特的固定靶实验。

B. 磁偶极矩和电偶极矩的测量

利用弯曲晶体进行实验，测量粲重子或τ轻子的MDM和EDM，可能是LHC提取束流的实验方案之一，如图3所示。这项技术已在费米国家加速器实验室进行过测试：利用800 GeV/c质子束轰击铜靶，产生375 GeV/c Σ^+ 超子 [12]。在这项原理验证实验中测得的MDM与

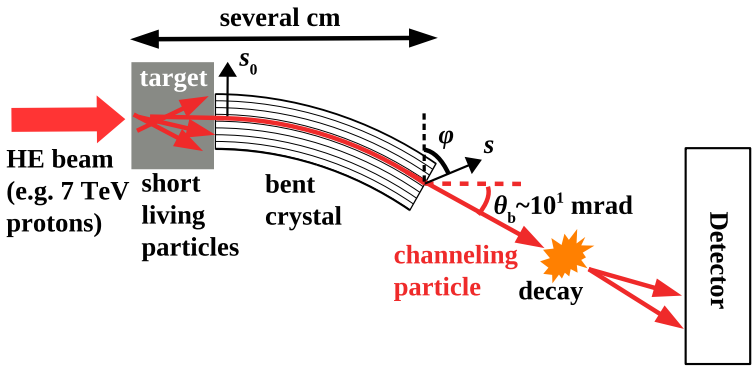

图 3: （在线彩色）MDM 和 EDM 测量实验示意图。高能束流与靶相互作用，产生奇异粒子。其中一些粒子会在衰变前，在满足沟道条件的情况下被弯曲晶体偏转。专用探测器将测量衰变产物，并由此确定自旋旋转角 φ。

传统测量结果一致。

LHC 上一项可能开展的专用实验 [13–15] 将使用 ∼7 TeV 质子束，该束流采用上述基于晶体的引出技术引出。质子束将射向钨靶，以产生粲重子，即 Λ_c^+, Ξ_c^+；这些重子随后会立即被附着在靶上的弯曲晶体偏转。晶体的总厚度根据粒子衰变距离（TeV 能量下通常为几厘米）进行选择，以防止粒子在到达晶体末端前衰变。弯曲角的典型值为 $\theta_b \sim 10^1$ mrad，同时还应对其进行优化，以最大限度地提高实验灵敏度。通过专用探测器系统测量衰变产物的运动学特性，即可测得自旋旋转角 φ 。自旋旋转平面取决于偶极矩的类型，即 MDM 或 EDM。该测量将确定奇异重子的 MDM 值，并有望测得其 EDM 值。由于粒子寿命极短，目前无法通过其他已知方法测量这些值。这项技术为检验标准模型的预言以及超越标准模型的理论 [10, 11] 提供了绝佳机会。

C. 晶体辐射源

由于在直晶体或弯曲晶体中产生的辐射（晶体辐射和晶体弯曲辐射）比韧致辐射强得多，晶体因此成为强相干硬X射线和 γ射线源 [42–46]的极具吸引力的创新来源。其中一个极具前景的应用

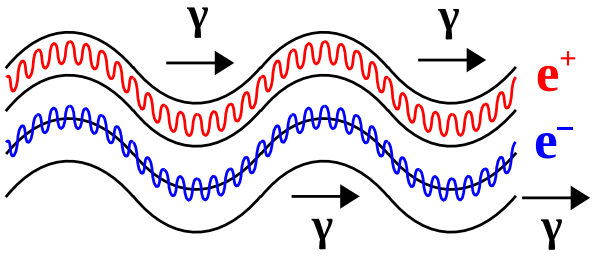

图 4: （在线彩色）晶体起伏器示意图。“+”和“–”分别表示正、负带电粒子的沟道轨迹。黑线表示晶面。

是周期性弯曲晶体，即所谓的晶体起伏器（CU）[45–51]，图4展示了其分别用于 e^+ 和 e^- 的情况。一般而言，由于多重散射角较小，正电子束比电子束更为理想，尽管正电子束的获取难度要大得多。

晶体起伏器的原理与起伏器类似，但采用晶体原子场，而非周期性偶极磁铁。由于原子场强度很高，与经典起伏器相比，可产生多兆电子伏的伽马射线，而其亮度仍与传统X射线源相当（参见MBN研究团队的工作[45, 46, 49, 50]）。因此，这类辐射源在核谱学、核嬗变和放射治疗领域极具吸引力。

加速器物理和高能物理所需的 ∼GeV能量硬 γ射线，可在钨等重材料晶体的轴向场中产生。这种辐射源可用于正电子源。

D. 混合型晶体基正电子源

正电子加速器的传统正电子源，是通过在重材料靶（例如钨）中将数 GeV e^- 转化为 e^+ 来实现的。其主要限制因素是该靶中的峰值能量沉积密度（PEDD）；对于 e^+e^- 对撞机项目，该值可能自然达到临界水平。

晶体基混合型正电子源可能成为解决这一问题的巧妙方案[20, 21]。其基本思路是将正电子转换靶分成一个 γ量子辐射体和

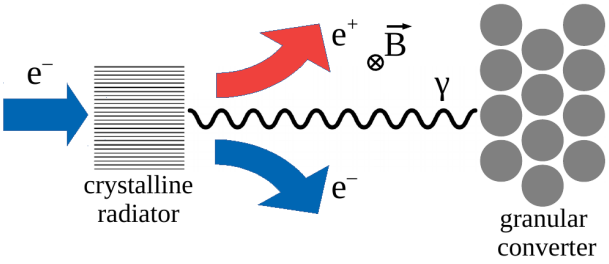

图 5：（彩　色在线）混合型晶体正电子源的示意图。

一个伽马射线-正电子转换器，如图5所示。多 GeV 的 e^- 束流穿过一块薄的取向晶体时，将辐射出强烈的 γ 束流。在到达转换靶之前，这束流以及 $e^\pm$ 也会在传播 ∼m 的距离时发散。转换靶处的束斑比传统方案宽得多，从而大幅降低峰值能量沉积密度。在某些方案中，还可以在晶体与转换靶之间施加磁场，将除光子以外的所有粒子偏转出去，以进一步降低峰值能量沉积密度。由小球构成的颗粒状转换靶有助于热耗散。由于产生的正电子能量大多显著低于初级电子束的能量（通常为 $\sim 10^1 \div 10^2$ MeV），转换靶出口处较大的束流横向尺寸不会显著降低正电子俘获系统的效率。

采用同一块取向晶体兼作辐射体和转换体的晶体正电子源初步方案，已完成实验测试，并已在欧洲核子研究中心和高能加速器研究机构验证其效率 [52, 53]。FCC-ee 混合型正电子源目前正在开发中 [21]。该技术也可用于 ILC 和 μ子对撞机项目 [54]。

E. 紧凑型晶体电磁量能器

紧凑型晶体电磁量能器 [22–24] 的构想，是利用带电粒子与晶轴场相互作用所产生的晶体辐射、晶体弯曲辐射和相干电子对产生效应，在取向闪烁晶体中加速电磁簇射。与非晶材料或随机取向的晶体相比，吸收高能粒子能量所需的量能器厚度最多可减少至原来的五分之一。图6展示了钨酸铅闪烁晶体 PWO 的晶格；若将其以及其他通常用于传统量能器的闪烁体材料进行取向处理，

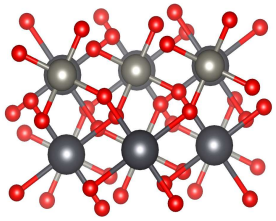

图 6：（在线彩色）可用作紧凑型晶体电磁量能器的 PWO 闪烁晶体的晶格结构。

它们都是紧凑型量能器的理想候选材料。这一过程显著发生的粒子与晶轴夹角范围可达数毫弧度；超出该对准范围后，簇射的发展方式则与随机取向晶体中的情况相同。因此，在一定角度范围内，取向晶体可用作紧凑型量能器；超出该范围时，则可用作传统量能器。

紧凑型晶体电磁量能器是伽马射线望远镜的一种巧妙解决方案，可为 γ射线天文学开辟广阔前景，即大幅缩小卫星尺寸，并使亚 TeV γ 能谱 [55]能够被观测。这类量能器也可用于固定靶实验，例如欧洲核子研究中心 NA62/KLEVER [56], ，其目标是测量 $K \to \pi\nu\nu^-$衰变模式的分支比，以及搜寻暗光子。

F. 等离子体尾场加速

等离子体尾场加速 [57]技术是加速器物理中极具挑战性的课题，可应用于科学实验和工业领域。

由于固态介质中的电子密度远高于气态等离子体 n_0 ，其加速梯度 $E \sim \sqrt{n_0}$ 也会高得多，可达 1 TeV/m [25,26]。与此同时，对于在沟道条件下运动的带电粒子而言，晶体几乎是透明的。此外，面间／轴间电场会约束粒子，使其能够像加速器中的 FODO 元件一样，在较长距离内保持横向发射度。所有这些都使得在沟道条件下于晶体中进行等离子体尾场加速（如图 7 所示），成为建造新型高能加速器／对撞机的极具前景的方案。其中最适合采用这一

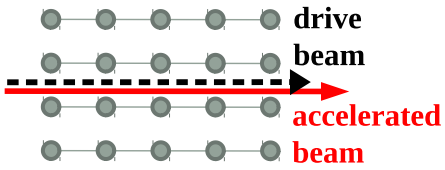

图7: （彩色在线版）沟道条件下等离子体尾场加速的示意图。

技术的项目之一是 μ子对撞机，因为 μ子寿命较短，对加速梯度的要求非常苛刻。不过，这种技术也可能适用于许多工业应用，尤其是医学物理领域 [26]。

III. 新的 Geant4 沟道模型

Geant4 是一款全球广泛使用的工具包，用于模拟粒子穿过物质的过程，其中还包含丰富的电磁（EM）散射与辐射效应。然而，作为 Geant4 过程 G4Channeling[58] 存在的沟道模型，仅适用于基于晶体的引出／准直以及强子的 MDM、EDM测量 [13] 。它既不包含电子和正电子的沟道物理，也不包含取向晶体中的辐射和成对产生，而这些过程对于上述其余所有应用以及 e^+e^- 基于晶体的引出同样不可或缺。

沟道效应模拟的主要挑战在于，轴平面／轴间电场以及多重散射截面的数值都取决于粒子在晶体中的位置。此外，与非晶态物质相比，辐射和成对产生过程也会发生截然不同的变化。因此，粒子在取向晶体中传播时，需要修改或替换 Geant4 的标准物理过程，采用新的过程。

当前已有的 G4Channeling 实现利用 G4biasing，在每个 Geant4 模拟步长中改变标准Geant4过程的截面，包括单次库仑散射。不幸的是，该功能无法修改所谓的连续离散过程，包括多重散射、电离损失、韧致辐射和成对产生。尽管在 G4Channeling 中，这一限制对处于沟道条件下的高能强子影响较小，但它对于

$e^{\pm}$至关重要。

为了在晶体体积内完全关闭标准 Geant4 电磁过程，我们选择 Geant4快速模拟接口 [59] 作为新 Geant4沟道模型 ChannelingFastSimModel 的基线。快速模拟接口提供了一个 G4VFastSimulationModel 抽象基类，可供开发的模型继承。该模型仅在几何结构中定义的特定 G4区域内、仅针对 IsApplicable函数中声明的特定粒子，并且仅在 ModelTrigger函数设定的特定条件下激活；与此同时，同一 Geant4 模拟步中的所有标准 Geant4 物理过程都会暂停。这样，在选定体积内且满足选定条件时，ChannelingFastSimModel 会完全取代标准 Geant4 物理过程；不满足这些条件时，则使用标准物理。因此，ChannelingFastSimModel 独立于 Geant4物理列表，从而可以直接移植到现有的 Geant4示例中。

根据应用需求，全面替换物理过程需要在 ChannelingFastSimModel 中引入新的物理过程。所有应用都需要实现一个基本的沟道模型，包括电场函数、取向晶体中的多重和单次库仑散射模型，以及晶体体积内弯曲或平直的晶面/晶轴几何结构。我们以 CRYSTALRAD 模拟代码的算法 [60] 为基线，成功地将所有这些功能都实现到了 ChannelingFastSimModel 中。此外，还引入了一个经实验充分验证的取向晶体库仑散射模型 [61] 。该模型将库仑散射过程分为两部分：描述粒子在晶格电场中运动的相干部分，以及非相干部分，即粒子与单个原子的散射。该散射模型是 ChannelingFastSimModel 与 G4Channeling 的一个根本区别，对于正确模拟沟道效应 $\sim$ GeV $e^{\pm}$ 至关重要，也有望提高高能沟道强子模拟的准确性。所有差异汇总于表I。

ChannelingFastSimModel 的实验验证采用了 [37] 发表的实验数据：855 MeV e^{-} 穿过厚度为 30.5 μ m 的硅 (111) 非等距弯曲晶面时的偏转情况。该弯曲晶体的弯曲角为 $905\ \mu$ rad，分别用于平面沟道效应和 VR 两种情况。晶体分别对准 0 度和远离沟道取向 $450\ \mu rad$ 的位置，

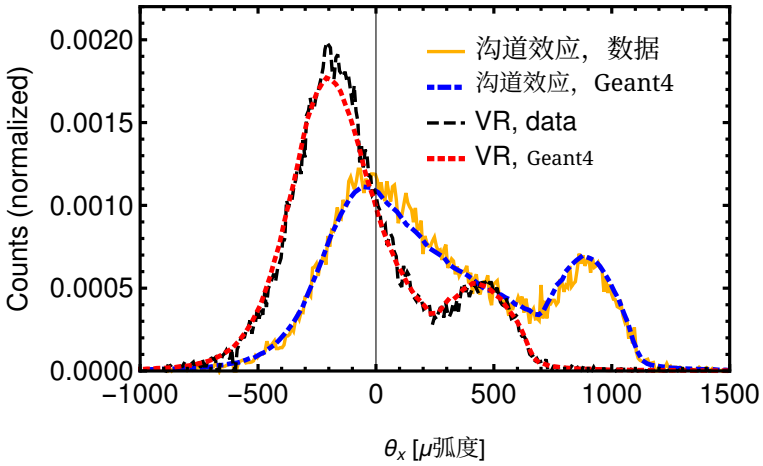

图8：（网络版为彩色）855 MeV e^- 束流经厚度为 30.5 μm、弯曲角为 905 μrad 的硅 (111) 弯曲晶体平面偏转后，在平面沟道和 VR 两种情况下的角分布实验结果，以及采用 Geant4 ChannelingFastSimModel 得到的模拟结果。晶体分别对准沟道取向，以及偏离沟道取向 450 μrad。

表I：Th G4Channeling 与 ChannelingFastSimModel 的主要区别 .

模型	粒子	库仑散射	局限性
G4Channeling	强子	修改后的 Geant4 单一散射截面	连续离散过程保持标准
ChannelingFastSimModel	$e^{\pm}$	一种特殊的库仑模型在取向晶体中的散射	标准物理已关闭

以此设置模型粒子相对于晶面的角度范围。ModelTrigger 中的范围设为 $\pm 100\theta_L$，以确保 ChannelingFastSimModel 在所有重要角度下均被激活。图8 展示了模拟与实验数据的比较，二者吻合良好。右侧峰值对应于在沟道条件下偏转的束流部分，左侧峰值则包括体反射和多重散射过程。需要强调的是，在该能量及更高能量下，e^- 的主要能量损失过程是辐射能量损失；但由于晶体很短，在这种情况下辐射能量损失几乎可以忽略。因此，在这些条件下，ChannelingFastSimModel 完全适用。

这些示例 在共转参考系中的 e^- 轨迹（坐标 z 沿弯曲晶体平面方向并与其正交）

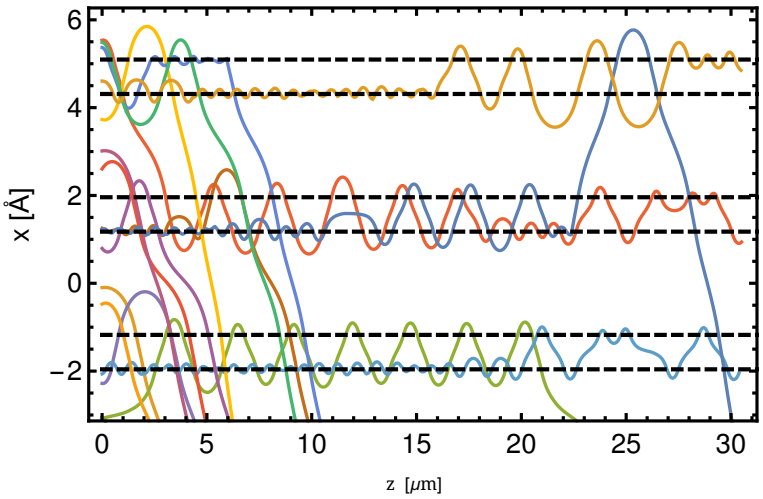

图9：（在线彩色）在与图8相同的条件下，使用 ChannelingFastSimModel 为平面沟道情形生成的共转参考系中的 e^- 轨迹示例。水平虚线表示（111）硅晶体平面。

使用 ChannelingFast-SimModel 生成的沟道取向情况下的轨迹如图 9 所示。可以观察到，只有少数粒子在到达晶体末端时仍处于沟道状态，而大多数粒子都被多重散射踢出。

为确保量子效应可以忽略，模型适用的估计低能限为 $\sim$100MeV [62, 63]。高能限由辐射能量损失的程度决定；辐射能量损失随能量增加，并取决于晶体厚度和几何结构。对于在 0.1–20 GeV 能量范围内，在弯曲硅晶体中进行的沟道强子沟道效应实验 $e^{\pm}$ [37–40]，本模型适用。

然而，上述不同应用可能需要其他模拟模型和/或扩展 ChannelingFastSimModel，即：用于描述带电粒子能量损失和光子产生的辐射模型、（由光子引发的）对产生模型、沉积能量计分、电离模型，以及用于沟道强子的强子散射模型等。根据应用而定的需求列表如下：

1. 基于晶体的引出／准直：基本的沟道模型；在辐射损失变得重要时使用的辐射模型 $e^{\pm}$；用于强子的电离模型和强子散射模型（晶体足够短、可以忽略这些过程的情况除外）；以及用于描述

许多粒子通过晶体侧表面进出晶体的情况（通常是在束流发射度足够低时） [64]。此应用还需要利用现有跟踪代码或通过在 Geant4 中引入新模型来模拟加速器动力学。

2. MDM和EDM测量：基础沟道模型、奇异重子的电离模型和强子散射模型，以及采用BMT方程的自旋旋转模型 [62]。

3. 晶体辐射源：基础沟道模型、辐射模型，以及用于模拟周期性弯曲晶体平面的CU复杂几何模型。

4. 混合型晶体正电子源和紧凑型晶体电磁量能器：基础沟道模型、辐射模型、对产生模型和沉积能量计分。

5. 等离子体尾场加速：基础沟道模型和粒子网格法（PIC），用于模拟驱动束产生等离子体波以及加速束流的复杂集体运动 [65] 。

IV. 结论

取向晶体中的电磁过程可用于广泛的应用领域，即现代同步加速器中正负带电粒子的基于晶体的引出／准直、用于检验标准模型以外物理的MDM和EDM测量、用于核物理和放射治疗的晶体辐射源与晶体起伏器、面向未来 $e^{\pm}$ 和μ子对撞机项目的混合型晶体正电子源、用于高能物理实验（包括暗光子搜寻）以及 γ射线空间望远镜的紧凑型晶体量能器，以及具有极高加速梯度、适用于μ子对撞机且可能适用于包括医学物理在内的众多工业应用的等离子体尾场加速。

Geant4 模拟工具包是一种工具，可用于设计上述每一种应用，并对整个实验装置进行模拟。然而，

现有的 Geant4沟道模型仅部分涵盖基于晶体的引出／准直以及强子的磁偶极矩和电偶极矩测量，不适用于 $e^{\pm}$。

本文介绍了 ChannelingFastSimModel Geant4模拟模型，可为上述所有应用提供基本功能。该模型使用 Geant4快速模拟接口暂停标准Geant4过程，并涵盖带电粒子在取向晶体电场中的运动、多重和单次库仑散射模式，以及晶体体积内弯曲或笔直的晶面/晶轴几何结构。快速模拟接口使该模型完全独立于 Geant4物理列表。

ChannelingFastSimModel 已通过实验数据验证：在 Mainz Mikrotron MAMI 使用超短弯曲硅晶体对 855 MeVe^- 粒子进行偏转的实验结果与模拟吻合良好。该模型适用于在足够短的晶体中的 $e^{\pm}$ 运动，此时可以忽略辐射能量损失。这涵盖了在 0.1–20 GeV 能量范围内开展的许多实验。该模型将成为开发用于设计取向晶体不同应用的模拟工具的基线。

致谢

A. Sytov 获得了欧盟委员会（TRILLION，GA. 101032975）的资助。我们感谢 INFN 通过 MC-INFN 和 INFN OREO 项目，以及 H2020-MSCA-RISE N-LIGHT（G.A. 872196）和 EIC-PATHFINDER-OPEN TECHNO- CLS（G.A. 101046458）项目提供的部分资助。我们感谢 CINECA 在 ISCRA 计划下授予的计算资源使用权及相关支持。本研究还获得了韩国国家超级计算中心的支持，包括超级计算资源和技术支持（KSC-2022-CHA-0003）。A. Sytov 感谢 E336合作组就晶体中的尾场加速开展了富有成效的讨论。

[1] A. G. Afonin 等，《物理评论：加速器与束流》15，081001（2012）。[2] R. P. Fliller 等，《核仪器与物理研究方法B辑》234（1-2），47（2005）。[3] R. A. Carrigan Jr. 等，《物理评论：加速器与束流》5，043501（2002）。[4] N. V. Mokhov 等，《现代物理国际期刊A》25，增刊1，98（2010）。

[5] K. Elsener 等, 《核仪器与物理研究方法B辑》119 (1-2), 215 (1996).[6] W. Scandale 等, 《物理快报B辑》692 (2), 78 (2010).[7] W. Scandale 等, 《物理快报B辑》714, 231 (2012).[8] W. Scandale 等, 《物理快报B辑》758, 129 (2016).[9] S. Redaelli 等, 《欧洲物理杂志C》81, 142 (2021).[10] V. G. Baryshevsky, 《技术物理快报》5, 182 (1979).[11] V. G. Baryshevsky, 《物理评论：加速器与束流》22, 081004 (2019).[12] D. Chen 等, 《物理评论快报》69, 23 (1992).[13] E. Bagli 等, 《欧洲物理杂志C》77 828, (2017).[14] A. S. Fomin 等, 《欧洲物理杂志C》80, 358 (2020).[15] S. Aiola 等, 《物理评论D辑》103, 072003 (2021).[16] B. Ferretti, 《新物理学》7, 118 (1950).[17] M. L.Ter-Mikaelian, 《凝聚介质中的高能电磁过程》（威利出版社, 纽约，1972).[18] V. G. Baryshevskii 和 I. Ya. Dubovskaya, 《苏联物理学文集》21, 741 (1976).[19] M. A. Kumakhov, 《物理快报A辑》57 (1), 17 (1976).[20] X. Artru 等, 《核仪器与物理研究方法B辑》266, 3868-3875 (2008)[21] L. Bandiera 等, 《欧洲物理杂志C》82, 699 (2022).[22] L. Bandiera 等, 《物理评论快报》121, 021603 (2018).[23] L. Bandiera, V. Haurylavets 和 V. Tikhomirov. 《核仪器与方法物理研究》A 936, 124-126 (2019).[24] M. Soldani 等, 《科学会议论文集》390, 872 (2021).[25] T. Tajima 和 M. Cavenago, 《物理评论快报》59 (13), 1440 (1987).[26] R. Ariniello 等，arXiv:2203.07459 [加速器物理与束流物理] (2022).[27] S. Agostinelli 等, 《核仪器与方法物理研究》A 506 (3), 250-303 (2003).[28] J. Allison 等, 《核仪器与方法物理研究》A 835 (1), 186-225 (2016).[29] J. Lindhard, 《丹麦皇家科学院数学与物理学通讯》34(14), 1-64 (1965).[30] E. N. Tsyganov，费米国家加速器实验室 TM-682 (1976).[31] V. V. Beloshitsky, M. A. Kumakhov 和 V. A. Muralev, 《辐射效应》20, 95109 (1973).[32] V. V. Tikhomirov, 《欧洲物理杂志C》77, 483 (2017).[33] A. M. Taratin 和 S. A. Vorobiev, 《核仪器与物理研究方法B辑》26, 512 (1987).

[34] V. Guidi, L. Bandiera 和 V. Tikhomirov, 《物理评论A》86, 042903 (2012).[35] L. Bandiera 等, 《核仪器与方法物理研究》B 309, 135 (2013).[36] A. Sytov 等, 《欧洲物理杂志C》82, 197 (2022).[37] A. Mazzolari 等, 《物理评论快报》112, 135503 (2014).[38] A. I. Sytov 等, 《欧洲物理杂志C》77, 901 (2017).[39] U. Wienands 等, 《物理评论快报》114, 074801 (2015).[40] T. N. Wistisen 等, 《物理评论快报》119, 024801 (2017).[41] R. Diener, 《核仪器与方法物理研究》A 922, 265 (2019).[42] L. Bandiera 等, 《物理评论快报》111, 255502 (2013).[43] L. Bandiera 等, 《物理评论快报》115, 025504 (2015).[44] L. Bandiera 等, 《欧洲物理杂志C》81, 284 (2021).[45] A. V. Korol 和 A. V. Solov'yov, 《自由电子激光器以外的新型光源》（粒子加速与探测丛书，施普林格·自然瑞士，钱，2022）。[46] A.V. Korol, A.V.Solov'yov, W.Greiner, 《周期弯曲晶体中的沟道效应与辐射》（施普林格海德堡，纽约，多德雷赫特，伦敦，2014）。[47] V. G. Baryshevsky, I. Ya. Dubovskaya 和 A. O. Grubich, 《物理快报》77A, 61 (1980).[48] V. V. Kaplin, S. V. Plotnikov 和 S. A. Vorobijev, 《苏联物理学：技术物理》25, 650 (1980).[49] M. Tabrizi, A. V. Korol, A. V.Solov'yov 和 W. Greiner, 《物理评论快报》98, 164801 (2007).[50] G. B. Sushko, A. V. Korol, A. V. Solov'yov, 《欧洲物理杂志D》76, 166 (2022).[51] R. Camattari 等, 《物理评论：加速器与束流》22, 044701 (2019).[52] R. Chehab 等, 《物理快报B》525, 41-48 (2002).[53] T. Suwada 等, 《物理评论：加速器与束流》10, 073501 (2007).[54] D. Alesini 等, arXiv:1905.05747 [加速器物理与束流物理] (2019).[55] K. Elsener 等, 《北约科学丛书》, C辑：数学与物理科学 270（施普林格荷兰，多德雷赫特，1989）。[56] F. Ambrosino 等, （KLEVER项目）, arXiv:1901.03099 [加速器物理与束流物理] (2019).[57] T. Tajima 和 J. M. Dawson, 《物理评论快报》43 第4期, 267 (1979).[58] E. Bagli 等, 《欧洲物理杂志C》74, 2996 (2014).[59] J. Apostolakis 等, IEEE核科学研讨会会议记录 883, (2008).[60] A. I. Sytov, V. V.Tikhomirov, L. Bandiera, 《物理评论：加速器与束流》22, 064601 (2019).[61] A. Mazzolari 等, 《欧洲物理杂志C》80, 63 (2020).

[62] V. G. Baryshevsky, 《极化粒子的高能核光学》（世界科学出版社，新加坡，2012）。[63] D. S. Gemmell, 《现代物理评论》46, 129 (1974).[64] V. V. Tikhomirov 和 A. I. Sytov, 《原子科学与技术问题》57 N1, 88 (2012).[65] E. Lefebvre 等, 《核聚变》43, 629 (2003).