相干多样性对 MIMO中继 的影响

Fan Zhang，IEEE 会员；Aria Nosratinia，IEEE 会士

arXiv:2303.04840v1 [cs.IT] 8 Mar 2023

摘要——本文研究链路相干时间各不相同的 MIMO中继。这种情况十分常见，例如，中继信道中的节点并非都具有相同的移动性，或者某些节点周围的散射体与其他节点周围的散射体具有不同的移动性。尽管这种情况在实际中很重要，但这种被称为相干多样性的现象尚未在中继信道中得到研究。本文研究相干多样性条件下 MIMO中继 的性能，并提出高效的传输策略。由于相干时间会显著影响信道训练，我们不假设解码器可以免费获得信道状态；所有信道训练资源均计入计算。源节点采用乘积叠加技术；当中继和目的地的训练需求不同时，该技术可以更高效地利用自由度。本文研究了相干时间的多种配置，并探讨了这样一种有趣的情况：不同链路的相干区间互不成倍数关系，因此彼此无法对齐。将中继调度与乘积叠加相结合，可以进一步提升自由度。本文还研究了多个并行中继情况下相干多样性的影响。

索引词—中继、协作、高移动性、衰落、相干时间、信道训练、信道状态信息、多中继

I. 引言

人们对高移动性无线通信 [1]–[3], 的关注日益高涨，其中低移动性用户与高移动性用户共存已成为公认的事实 [4]。自然地，移动速度更快的节点会形成相干区间更短的链路，而移动速度较慢的节点则会经历相干区间更长的链路。深入了解不等的链路相干时间下的中继性能，可为高移动性无线通信提供新的工具和技术。高移动性场景中的中继已被公认为一个重要课题 [5]–[7], ，但在链路相干区间不等的情况下进行中继所带来的影响仍是一个悬而未决的问题。

本文研究中继信道中三条链路的相干区间不等这一条件下中继的自由度。该条件在实践中很常见，但其对中继性能的影响尚不明确。[1] 相干区间相等时衰落中继信道的性能已得到广泛研究 [9]–[17], ，而且广播信道 [18]–[20], 多址信道 [20], 和频率选择性广播信道中相干区间不一致的情况也已有广泛研究 [21]。文献 [22]研究了混合信道状态信息（CSI）对相干时间不等的 MISO广播信道的影响。

对于具有相干多样性的 MIMO中继，我们假设接收机无法免费获得信道状态信息，因为不等的相干时间会影响信道训练，因此假设可免费获得信道状态信息会歪曲并掩盖问题的重要特征。此外，我们假设发射机不具备信道状态信息。我们提出在源节点采用乘积叠加，这是一种最早在 [18] 中提出的信号传输策略。乘积叠加是一种技术，当具有不同相干区间的链路在网络中共存时，它能够更有效地利用信道自由度。乘积叠加的增益源自叠加的乘积形式与衰落信道影响发射信号时所采用的乘积运算之间的自然契合。这种契合使一个信号分量能够“消失”在另一条链路的有效信道增益中，从而减少干扰。随后，我们利用这一原理，将一个用户的导频时隙用于传输另一用户的数据，同时不污染导频。正如后文将会说明的，我们利用这一技术，在源节点-目的地链路与源节点-中继链路具有不同相干区间时获取增益。

本文的一项关键创新在于，提出了有效方法来控制全双工中继和源节点对所有接收导频造成的干扰，同时在源节点采用乘积叠加以实现传输效率。这使本文的研究方法和分析与相干多样性领域的既有工作（如 [18]–[21]）明显区分开来。

本文的贡献总结如下。我们首先证明：当源节点—中继、中继—目的地以及源节点—目的地链路具有相同的相干区间时，与仅使用直达链路相比，中继无法带来任何自由度增益。这一结论虽简单，却很重要，且与三个节点的天线配置无关，可作为参照。当相干区间不相同时，我们先从一个具有代表性的示例入手，针对不同的相干区间设计适当的信号传输，并展示由此获得的自由度增益。随后，我们通过取消对相干块长度和对齐方式的限制，推广这一结果，并表明在更一般的情况下，自由度增益依然存在。此外，受以下观察启发，我们提出一种结合乘积叠加与中继调度的新方案：每当基于导频的中继被激活时，中继导频

本研究部分得益于美国国家科学基金会授予的 1718551 号资助。作者任职于德克萨斯大学达拉斯分校电气与计算机工程系，电子邮箱：fan.zhang5@utdallas.edu；aria@utdallas.edu[1]本文部分研究结果的早期版本发表于 [8]。

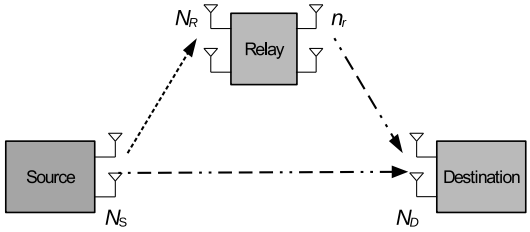

图 1. 具有相干多样性的 MIMORelay 信道。

都会因干扰源节点—目的地传输而产生代价（以自由度计）。在新方案中，我们将这一代价与中继带来的增益进行比较，并据此决定是否激活中继。我们展示了这一新方案提升中继信道自由度的程度。本文还研究了具有不同相干区间的多个并行中继，并探讨相应的传输策略，计算了可达自由度。

本文的组织结构如下。第二节介绍本文采用的系统模型，并特别形式化地说明如何将不同的相干时间引入分析。第三节通过分析一个单中继系统，展示所提出技术的基础。为简化分析，我们假设中继信道中的三个相干区间两两可整除。这样可以确保每个快衰落链路的整数个相干区间恰好落在每个慢衰落链路的相干区间内，从而避免相干区间之间出现部分重叠。第四节介绍中继激活/停用调度，以最大化中继运行所带来的端到端自由度收益，如上文所述。第五节重点介绍将本文前述结果推广到任意相干时间（非整数比）的方法。第六节将结果扩展到多个中继。第七节给出结论。

符号说明：粗体小写字母（例如 $\mathbf{x}$）表示列向量。粗体大写字母（例如 $\mathbf{M}$）表示矩阵。欧几里得范数记为 $\|\mathbf{x}\|$，弗罗贝尼乌斯范数记为 $\|\mathbf{M}\|_F$。$\mathbf{M}$ 的迹、共轭、转置和共轭转置分别记为 $tr(\mathbf{M})$、$\mathbf{M}^*$、$\mathbf{M}^T$ 和 $\mathbf{M}^H$。$\mathbf{M}^{-T}$、$(\mathbf{M}^{-1})^T$ 和 $\mathbf{M}^{-H}$、$(\mathbf{M}^{-1})^H$。$\mathbf{I}_m$和 $\mathbf{0}_{m\times n}$ 分别表示单位矩阵和零矩阵；若上下文明确，则省略其维数。全文中对数的底数均为 2。

II. 系统模型

考虑图 1 所示的全双工模式下的 MIMO中继。源节点和目的地分别配备了 N_S 和 N_D根天线。中继配备了 N_R 根接收天线和n_R 根发射天线。在某种传输方案中，处于激活（通电）状态的中继发射天线数量用 n_r表示，该数量在每种情形下都会进行优化。显然，$n_r \le n_R$。中继和目的地接收到的信号为：

$$\mathbf{y}_R = \mathbf{H}_{SR}\mathbf{x}_S + \mathbf{w}_R \tag{1}$$

$$\mathbf{y}_D = \mathbf{H}_{SD}\mathbf{x}_S + \mathbf{H}_{RD}\mathbf{x}_R + \mathbf{w}_D, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{x}_S$ 和 $\mathbf{x}_R$ 是分别由源节点和中继发送的信号。$\mathbf{w}_R$ 和 $\mathbf{w}_D$ 是独立同分布（i.i.d.）的白高斯噪声。中继以全双工模式运行。中继的自干扰残余可建模为高斯分布，并可与热噪声相加，合并为单个项 $\mathbf{w}_R$，以便于分析。这种分析思路目前已广泛应用于全双工中继分析，例如参见 [23]–[25]。大写粗体 $\mathbf{H}_{SR}$、$\mathbf{H}_{RD}$ 和 $\mathbf{H}_{SD}$表示信道增益矩阵，其元素均为独立同分布的高斯变量。信道增益元素和噪声分量均为零均值，且方差归一化为 1。信道增益经历块衰落，在相干间隔内保持恒定；这些间隔的长度分别为 T_{SR}、T_{RD} 和 T_{SD}，满足 $T_{SR} \ge 2\max(N_S, N_R)$、$T_{RD} \ge 2\max(n_R, N_D)$ 和 $T_{SD} \ge 2\max(N_S, N_D)$。不同块 [26]间的信道增益相互独立。源节点和中继遵守功率约束 $\mathbb{E}[\mathrm{tr}(\mathbf{x}_S\mathbf{x}_S')] \le \rho$ 和 $\mathbb{E}[\mathrm{tr}(\mathbf{x}_R\mathbf{x}_R')] \le \rho$。我们假设源节点和中继均不具备 CSIT。除非另有说明，中继和目的地均不具备免费的 CSIR。

源节点以速率 $R(\rho)$ 向目的地发送消息，信噪比为 ρ。目的地达到速率 $R(\rho)$ 时可实现的自由度定义为

$$d = \lim_{\rho\to\infty} \frac{R(\rho)}{\log(\rho)}. \tag{3}$$

III. 对齐的相干块

我们首先证明，在相同的相干区间下，中继无法带来自由度增益，并给出仅通过直达链路可实现的最优自由度。在本文余下部分，我们将以这一最优可实现自由度作为参考。随后，我们分析相干时间不相等的情形。与仅通过直达链路实现的自由度相比，利用源-目的地链路与源-中继链路之间的相干多样性，可以通过乘积叠加获得额外的自由度。

A. 相同的相干时间

命题1. 当中继链路的相干时间相同（$T_{SD} = T_{SR} = T_{RD} = T$）时，中继不会提升源-目的地链路的自由度，即：

$$d = \min(N_S, N_D)\left(1 - \frac{\min(N_S, N_D)}{T}\right). \tag{4}$$

证明. 根据割集界，

$$R \le \min\{\mathrm{I}(\mathbf{x}_S; \mathbf{y}_R, \mathbf{y}_D|\mathbf{x}_R), \mathrm{I}(\mathbf{x}_S, \mathbf{x}_R; \mathbf{y}_D)\}. \tag{5}$$

如果 $N_S \le N_D$，考虑割集界中的广播分量：$R \le \mathrm{I}(\mathbf{x}_S; \mathbf{y}_R, \mathbf{y}_D|\mathbf{x}_R)$。由于 $T_{SD} = T_{SR} = T$且不存在信道状态信息发射端已知，不等式右侧上界为一个点对点信道的容量

该信道具有 N_S 根发射天线和 (N_D+N_R) 根接收天线，相干时间为 T，其值为 $N_S(1-\frac{N_S}{T})\log\ \rho+o(\log\ \rho)$。于是我们有

$$d \le N_S(1-\frac{N_S}{T}), \tag{6}$$

这可以仅通过直达链路实现。

若 $N_S \ge N_D$，我们关注割集界中的多址接入信道部分： $R \le \mathrm{I}(\mathrm{x}_S, \mathrm{x}_R; \mathrm{y}_D)$。由于 $T_{SD}=T_{SR}=T$，右侧可由一个点对点信道的容量上界所限，该信道具有 (N_S+n_R) 根发射天线和 N_D根接收天线，相干时间为 T，其容量为$N_D(1-\frac{N_D}{T})\log\ \rho+o(\log\ \rho)$。于是我们有

$$d \le N_D(1-\frac{N_D}{T}), \tag{7}$$

而且，这些自由度也可以仅通过直达链路实现。证明完毕。□

B. 相干时间不等的代表性示例

为了给接下来的分析铺路，并说明本文所采用的研究方向，我们给出一个示例，旨在通过一个简单的场景阐明问题的主要特征。在此示例中，源节点和中继各配备两根天线，目的地配备三根天线。三条链路的相干时间如下：$T_{SD}=T_{RD}=8$ 和 $T_{SR}=\infty$，即源节点—中继信道是静态的，因此该链路上的训练开销可分摊到大量样本中，所以我们可以假设中继已知 $\mathbf{H}_{SR}$。

源节点采用乘积叠加，发送

$$\mathbf{X}_S=\mathbf{U}[\mathbf{I}_2,\mathbf{0}_{2\times1},\mathbf{V}], \tag{8}$$

其中 $\mathbf{U}\in\mathbb{C}^{2\times2}$ 和 $\mathbf{V}\in\mathbb{C}^{2\times5}$。

在中继处，接收信号为

$$\mathbf{Y}_R=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{X}_S+\mathbf{W}_R=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}[\mathbf{I}_2,\mathbf{0}_{2\times1},\mathbf{V}]+\mathbf{W}_R. \tag{9}$$

前两个时隙期间的接收信号为

$$\mathbf{Y}'_R=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}+\mathbf{W}'_R. \tag{10}$$

中继已知 $\mathbf{H}_{SR}$ 并解码 $\mathbf{U}$。中继在前一个块中解码的信号为 $\mathbf{U}'$，且 $\mathbf{U}'$的两行分别为 $\mathbf{u}'_1$、$\mathbf{u}'_2\in\mathbb{C}^{1\times2}$。

中继仅为一根天线供电以进行传输，并发送

$$\mathbf{X}_R=[\mathbf{0}_{1\times2},1,\mathbf{u}'_1,\mathbf{u}'_2,0]\in\mathbb{C}^{1\times8}. \tag{11}$$

目的地的接收信号为：

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_D&=\mathbf{H}_{SD}\mathbf{X}_S+\mathbf{H}_{RD}\mathbf{X}_R+\mathbf{W}_D\\&=[\mathbf{H}_{SD},\mathbf{H}_{RD}]\begin{bmatrix}\mathbf{U}[\mathbf{I}_2,\mathbf{0}_{2\times1},\mathbf{V}]\\\mathbf{0}_{1\times2},1,\mathbf{u}'_1,\mathbf{u}'_2,0\end{bmatrix}+\mathbf{W}_D\\&=[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U},\mathbf{H}_{RD}]\Big[\mathbf{I}_3,\begin{bmatrix}\mathbf{V}\\\mathbf{u}'_1,\mathbf{u}'_2,0\end{bmatrix}\Big]+\mathbf{W}_D,\end{aligned} \tag{12}$$

目的地在前三个时隙中估计等效信道$[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U},\mathbf{H}_{RD}]$，并解码 $\mathbf{V}$,$\mathbf{u}'_1$ 和 $\mathbf{u}'_2$。在此所提方案中，目的地可以实现自由度 $(2\times5+2\times1\times2)/8=1.75$。相比之下，传统中继方案根据最短相干时间分配导频和训练，实现的自由度为 $2\times(8-2)/8=1.5$。

C. 相干条件 $T_{SR}=\infty$

当 $T_{SR}=\infty$ 时，源-中继链路所需的训练资源可以在较长时间内摊销，因此可忽略不计。当源节点和中继均处于静止状态、具有占主导地位的视距分量，或两种情况同时存在时，就会出现这种情形。

定理1. 在具有 $T_{SR}=\infty$ 和 $N_S<N_D$ 的中继信道中，以下自由度是可实现的，其中N_S^*，$\min\{N_S,N_R\}$:

如果 $T_{SD}=T_{RD}$,

$$\begin{aligned}d=&\max_{n_r}(1-\frac{N_S+n_r}{T_{SD}})\\&\times\min\{N_S+n_r,N_S+\frac{N_S^*N_S}{T_{SD}-n_r-N_S}\}.\end{aligned} \tag{13}$$

如果 $T_{RD}=KT_{SD}$,

$$\begin{aligned}d=&\max_{n_r}(1-\frac{N_S+n_r}{T_{SD}})\\&\times\min\Big\{(N_S+n_r)(1+\frac{(K-1)n_r}{K(T_{SD}-n_r-N_S)}),\\&\qquad N_S(1+\frac{KN_S^*+(K-1)n_r}{K(T_{SD}-n_r-N_S)})\Big\}.\end{aligned} \tag{14}$$

如果 $T_{SD}=KT_{RD}$,

$$\begin{aligned}d=&\max_{n_r}(1-\frac{n_r}{T_{RD}})\\&\times\min\Big\{(N_S+n_r)(1+\frac{N_S}{K(T_{RD}-n_r)}),\\&\qquad N_S(1+\frac{KN_S^*-N_S}{K(T_{RD}-n_r)})\Big\}.\end{aligned} \tag{15}$$

证明。当 $T_{SD}=T_{RD}$ 时，所提出的信号结构如图2所示。在这种情况下，源节点发送乘积叠加信号：

$$\mathbf{X}_S=\mathbf{U}[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S], \tag{16}$$

其中 $n_r\le\min\{N_S,N_D-N_S\}$, $\mathbf{U}\in\mathbb{C}^{N_S\times N_S}$ 和 $\mathbf{V}_S\in\mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。

在中继处，接收信号为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_R&=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{X}_S+\mathbf{W}_R\\&=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S]+\mathbf{W}_R.\end{aligned} \tag{17}$$

前 N_S 个时隙中的接收信号为

$$\mathbf{Y}'_R=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}+\mathbf{W}'_R. \tag{18}$$

中继已知 $\mathbf{H}_{SR}$，并对 $\mathbf{U}$ 进行解码。假设中继在前一个块中解码出的消息为 $\mathbf{U}'$。中继使用 n_r 根发射天线，发送

$$\mathbf{X}_R=[\mathbf{0}_{n_r\times N_S},\mathbf{I}_{n_r},\mathbf{V}_R]\in\mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \tag{19}$$

其中 $\mathbf{V}_R\in\mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。

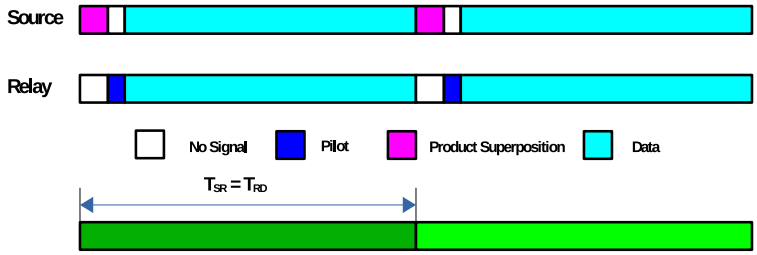

图2. 乘积叠加信号结构。

目的地处的接收信号为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_D &= \mathbf{H}_{SD}\mathbf{X}_S + \mathbf{H}_{RD}\mathbf{X}_R + \mathbf{W}_D \\ &= [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}] \begin{bmatrix} \mathbf{U}[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S] \\ \mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R \end{bmatrix} + \mathbf{W}_D \\ &= [\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}, \mathbf{H}_{RD}] \left[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)}, \begin{bmatrix} \mathbf{V}_S \\ \mathbf{V}_R \end{bmatrix} \right] + \mathbf{W}_D. \end{aligned} \quad (20)$$

目的地在前 $N_S + n_r$ 个时隙内估计等效信道[H_{SD}U,H $_{RD}$]，然后解码 V_S 和 V_R。在目的地，译码消息包含两部分：来自源节点的 V_S 和来自中继的 V_R，它们分别提供自由度$N_S(T_{SD} - n_r - N_S)$ 和 $n_r(T_{SD} - n_r - N_S)$。V_R 中的消息来自 U′。中继从 U′ 中能够解码的自由度为 $N_S^* N_S$。中继发出的消息速率受限于其从源节点解码的速率。取中继可传输和可解码自由度的较小值，将其与源节点提供的自由度相加，并对中继的发射天线数进行优化，可得端到端自由度为 (13)。

当 $T_{RD} = KT_{SD}$ 时，源节点的传输块长度为 KT_{SD}，我们将其划分为长度为 T_{SD} 的子块。在第一个子块期间，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^1 = \mathbf{U}^1[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^1], \quad (21)$$

其中 $n_r \le \{N_S, N_D - N_S\}$ $^1 \in \mathbb{C}^{N_S\times N_S}$ $\mathbb{C}^{N_S\times T_{SD}-n_r-N_S}$ $^1_S \in$ min，U 和 V()。

中继对 U^1 进行解码，并使用 n_r 根发射天线发送

$$\mathbf{X}_R^1 = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}\ \mathbf{I}_{n_r}\ \mathbf{V}_R^1] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \quad (22)$$

其中 $\mathrm{V}_R^1 \in \mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。目的地处的接收信号为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_D^1 &= \mathbf{H}_{SD}^1\mathbf{X}_S^1 + \mathbf{H}_{RD}\mathbf{X}_R^1 + \mathbf{W}_D^1 \\ &= [\mathbf{H}_{SD}^1\mathbf{U}^1, \mathbf{H}_{RD}] \left[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)}, \begin{bmatrix} \mathbf{V}_S^1 \\ \mathbf{V}_R^1 \end{bmatrix} \right] + \mathbf{W}_D^1. \end{aligned} \quad (23)$$

在第一个子块中，三个信号分量 V_S^1、V_R 和 U^1 分别提供自由度$N_S(T - n_r - N_S)$、$n_r(T - n_r - N_S)$ 和 $N_S^* N_S$。

在接下来的 $(K-1)$ 个子块中，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^k = \mathbf{U}^k[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{V}_S^k],\ 2 \le k \le K, \quad (24)$$

其中 $\mathrm{V}_S^k \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。

中继使用 n_r 根发射天线发送：

$$\mathbf{X}_R^k = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{V}_R^k] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \quad (25)$$

其中 $\mathrm{V}_R^k \in \mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-N_S)}$。目的地处的接收信号为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_D^k &= \mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{X}_S^k + \mathbf{H}_{RD}\mathbf{X}_R^k + \mathbf{W}_D^k \\ &= [\mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{U}^k, \mathbf{H}_{RD}] \left[\mathbf{I}_{N_S}, \begin{bmatrix} \mathbf{V}_S^k \\ \mathbf{V}_R^k \end{bmatrix} \right] + \mathbf{W}_D^k. \end{aligned} \quad (26)$$

在子块 k 期间，目的地可以解码 V_S^k、V_R^k和 U^k，它们分别提供自由度$N_S(T - N_S)$、$n_r(T - N_S)$ 和 $N_S^* N_S$。因此，端到端自由度为 (14)。

当 $T_{SD} = KT_{RD}$ 时，我们的源传输块长度为 KT_{RD}，其中子块长度为 T_{RD}。对于第一个子块，源节点采用乘积叠加，发送

$$\mathbf{X}_S^1 = \mathbf{U}[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^1] \in \mathbb{C}^{N_S\times T_{RD}}. \quad (27)$$

在其余长度为 T_{RD} 的 $K-1$ 个子块中，源节点发送

$$\mathbf{X}_S^k = \mathbf{U}[\mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^k] \in \mathbb{C}^{N_S\times T_{RD}}, \quad (28)$$

其中 $n_r \le \min\{N_S, N_D - N_S\}$，U$\in$ $\mathbb{C}^{N_S\times N_S}$，V $^1_S \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{RD}-n_r-N_s)}$ 和 $\mathrm{V}_S^k \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{RD}-n_r)}$，$k$ =2, 3, . . ., K。

前 N_S 个时隙内的接收信号为

$$\mathbf{Y}_R' = \mathbf{H}_{SR}\mathbf{U} + \mathbf{W}_R'. \quad (29)$$

中继已知H_{SR}并解码 U。随后，它使用 n_r 根发射天线并发送

$$\mathbf{X}_R^1 = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^1] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{RD}}, \quad (30)$$

在长度为 T_{RD} 的第一个子块期间。在剩余的$K-1$ 子块中，中继发送

$$\mathbf{X}_R^k = [\mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^k] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{RD}}. \quad (31)$$

在第一个子块期间，目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^1 = \mathbf{H}_{SD}\mathbf{X}_S^1 + \mathbf{H}_{RD}^1\mathbf{X}_R^1 + \mathbf{W}_D^1$$

$$= [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}^1] \begin{bmatrix} \mathbf{U}[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S \times n_r}, \mathbf{V}_S^1] \\ \mathbf{0}_{n_r \times N_S}, \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^1 \end{bmatrix} + \mathbf{W}_D^1$$
$$= [\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}, \mathbf{H}_{RD}^1] \left[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)}, \begin{bmatrix} \mathbf{V}_S^1 \\ \mathbf{V}_D^1 \end{bmatrix} \right] + \mathbf{W}_D^1. \quad (32)$$

目的地在前$N_S + n_r$个时隙期间估计等效信道[$\mathbf{H}_{SD}$ U,$\mathbf{H}_{RD}^1$] ，并解码$\mathbf{V}_S^1$。

在子块 k期间，目的地的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^k = \mathbf{H}_{SD}\mathbf{X}_S^k + \mathbf{H}_{RD}^k\mathbf{X}_R^k + \mathbf{W}_D^k$$
$$= [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}^k] \begin{bmatrix} \mathbf{U}[\mathbf{0}_{N_S \times n_r}, \mathbf{V}_S^k] \\ \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^k \end{bmatrix} + \mathbf{W}_D^k$$
$$= \left[\mathbf{H}_{RD}^k, [\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}, \mathbf{H}_{RD}^k] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_S^k \\ \mathbf{V}_R^k \end{bmatrix} \right] + \mathbf{W}_D^k. \quad (33)$$

目的地在前 n_r 个时隙内估计 $\mathbf{H}_{RD}^k$ 。由于目的地已估计出 $\mathbf{H}_{SD}$U，因此已知等效信道 [$\mathbf{H}_{SD}$U、$\mathbf{H}_{RD}^k$]。在剩余时隙内，目的地对 $\mathbf{V}_S^k$、$\mathbf{V}_R^k$进行解码，它们分别提供自由度 $N_S(T - n_r - N_s)$和 $N_S(T - n_r)$。数据矩阵 $\mathbf{V}_R^1$ 提供自由度 $n_r(T - n_r - N_s)$，而 $\mathbf{V}_R^k$提供自由度 $n_r(T - n_r)$。将自由度相加，并优化中继的发射天线数量，可得式（15）。证明完毕。

□

推论1. 在以下信道条件 $T_{SD} = T_{SR}$ 和天线配置下，定理1中的自由度是最优的：

$$(N_D^* - N_S)(T_{SD} - N_D^*) \le N_S^* N_S \quad (34)$$

其中 N_D^*，$\min\{N_S + n_R, N_D\}$。在这种情况下，自由度为：

$$d_{opt} = N_D^*(1 - \frac{N_D^*}{T_{SD}}). \quad (35)$$

证明. 为证明可达性，中继启用 $n_r = N_D^* - N_S$根天线进行传输。由于条件（34）成立（等价于 $n_r \le \frac{N_S^* N_S}{T_S D - n_r - N_S}$），根据定理1，自由度

$$\frac{1}{T_{SD}}\{N_S(T_{SD} - n_r - N_S) + n_r(T_{SD} - n_r - N_S)\} = N_D^*(1 - \frac{N_D^*}{T_{SD}})$$

是可实现的。对于反向证明，根据割集界，中继的容量上界为 $I(\mathbf{Y}_D; \mathbf{X}_R, \mathbf{X}_S)$。由于源节点-目的地链路与中继-目的地链路的相干时间相同，且相干块彼此对齐，因此该互信息等价于一个具有 $N_S + n_R$ 个发射天线和 N_D 个接收天线、相干时间为 T_{SD}的点对点信道的容量。该点对点信道的自由度上界为 $N_D^*(1 - \frac{N_D^*}{T_{SD}})$。证明完毕。

□

推论2。当 $N_S < N_D$、$T_{SD} = T_{RD}$ 和 $T_{SR} = \infty$ 时，乘积叠加所能实现的自由度严格高于仅使用源-目的地链路所能实现的自由度。

证明。根据定理1，仅使用直达链路可实现以下自由度：$d' = \frac{N_S}{T_{SD}} \times (T_{SD} - N_S)$。选择 $n_r = 1$。若 $n_r > \frac{N_S^* N_S}{T_{SD} - n_r - N_S}$，所提方案所实现的自由度为

$$d \ge \frac{1}{T_{SD}}(N_S(T_{SD} - 1 - N_S) + N_S N_S^*) = \frac{N_S}{T_{SD}}(T_{SD} - N_S + N_S^* - 1). \quad (36)$$

显然， $d \ge d'$；若 $n_r \le \frac{N_S^* N_S}{T_{SD} - n_r - N_S}$，则实现的自由度为

$$d \ge \frac{1}{T_{SD}}(N_S(T_{SD} - 1 - N_S) + (T_{SD} - 1 - N_S)) = \frac{N_S + 1}{T_{SD}}(T_{SD} - 1 - N_S). \quad (37)$$

由于 $T_{SD} \ge 2N_D \ge 2N_S + 2$,

$$d \ge \frac{N_S + 1}{T_{SD}}(T_{SD} - 1 - N_S) > \frac{N_S}{T_{SD}}(T_{SD} - N_S) = d'. \quad (38)$$

证明完毕。 □

备注1。定理1突显了严格为正的增益。但在某些条件下，例如中继-目的地链路的相干时间过短时，中继导频开销会侵蚀这些增益。例如，当 $N_S = N_R = 3, N_D = 5, T = 4, K = 3$, $d = 2, d' = \frac{9}{4}$ 时，中继不会带来自由度增益。在此计算中，我们假设 $n_r > 0$，即中继并非处于非激活状态。

注 2. 当 $T_{SR} = T_{SD} = \infty$ 时，直达链路可以达到自由度外界，即 $\min(N_S, N_D)$。当$T_{SR} = T_{RD} = \infty$时，将 (14) 中的 K 设为 ∞，则自由度为 $\max_{n_r} \min\{(N_S + n_r)(1 - \frac{N_S}{T_{SD}}), N_S(1 - \frac{N_S - N_S^*}{T_{SD}})\}$。

注 3. 在本文采用的块马尔可夫编码前向译码版本中，中继在第一个块不传输数据。经过长序列的块后，这种未传输造成的影响可摊销至零，因此无需在速率或自由度分析中予以考虑。

D. 相干条件 $T_{SR} < \infty$

当 T_{SR} 有界时，不能再假设中继可以在训练成本可忽略的情况下获知 $\mathbf{H}_{SR}$。下述定理给出了可实现的自由度。

定理 2. 对于链路相干时间为$T_{SR} = KT_{SD}$、天线配置为 $N_S < N_D$的中继信道，以下自由度可实现：若 $T_{SD} = T_{RD}$,

$$d = \max_{n_r}(1 - \frac{N_S + n_r}{T_{SD}}) \times \min\{N_S + n_r, N_S + \frac{(K-1)N_S^* N_S}{K(T_{SD} - n_r - N_S)}\}. \quad (39)$$

如果 $T_{RD} = K'T_{SD}$ 且所有相干长度对的比值都是整数，等价地，$\max(K,K') \ \overline{\min(K,K')} \in \mathbb{N}$,

$$d = \max_{n_r}(1 - \frac{N_S + n_r}{T_{SD}})$$

$$\times \min\Big\{(N_S+n_r)(1+\frac{(K'-1)n_r}{K'(T_{SD}-n_r-N_S)}),$$
$$N_S(1+\frac{K'(K-1)N_S^*+K(K'-1)n_r}{KK'(T_{SD}-n_r-N_S)})\Big\}. \quad (40)$$

如果 $T_{SD}=K'T_{RD}$,

$$d=\max_{n_r}(1-\frac{n_r}{T_{RD}})$$
$$\times \min\Big\{(N_S+n_r)(1-\frac{N_S}{K'(T_{RD}-n_r)}),$$
$$N_S(1+\frac{(K-1)N_S^*-KN_S}{KK'(T_{RD}-n_r)})\Big\}. \quad (41)$$

证明。当 $T_{SD}=T_{RD}$ 时，我们的传输块长度为KT_{SD}。该传输块包含 K 个长度为T_{SD}的子块。在第一个子块期间，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^1=[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S^1], \quad (42)$$

其中 $\mathbf{V}^1\in\mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。目的地估计信道 $\mathbf{H}_{SD}$。中继在前N_S 个时隙期间估计 $\mathbf{H}_{SR}$ 。

在接下来的 $(K-1)$ 个子块中，源节点发送

$$\mathbf{X}_S^k=\mathbf{U}^k[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S^k],\ k=2,\dots,K, \quad (43)$$

其中 $n_r\le\{N_S,N_D-N_S\}$ $\mathbb{C}^{N_S\times T_{SD}-n_r-N_S}$ $^k\in\mathbb{C}^{N_S\times N_S}$ $_S^k\in$ min、U 和 V()。

中继处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_R^k=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}^k[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S^k]. \quad (44)$$

中继已知 $\mathbf{H}_{SR}$ ，并对 $\mathbf{U}^k$ 进行解码，且使用 n_r 根发射天线发送

$$\mathbf{X}_R^k=[\mathbf{0}_{n_r\times N_S},\mathbf{I}_{n_r},\mathbf{V}_R^k]\in\mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \quad (45)$$

其中 $\mathbf{V}_R^k\in\mathbb{C}^{n_r\times\ (T_{SD}-n_r-N_S)}$ 。目的地处的接收信号为:

$$\mathbf{Y}_D^k=\mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{X}_S^k+\mathbf{H}_{RD}^k\mathbf{X}_R^k+\mathbf{W}_D^k$$
$$=[\mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{U}^k,\mathbf{H}_{RD}^k]\Big[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)},\begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^k\\ \mathbf{V}_R^k\end{bmatrix}\Big]+\mathbf{W}_D^k. \quad (46)$$

因此，目的地在前 (N_S+n_r) 个时隙内估计等效信道$[\mathbf{H}_{SD}^k$ $\mathbf{U}^k$，$\mathbf{H}_{RD}^k]$ ，并分别对 $\mathbf{V}_S^k$ 和 $\mathbf{V}_R^k$进行解码，每个长度为 T_{SD} 的发射块分别提供 $N_S(T-n_r-N_S)$ 和 $n_r($ $T-n_r-N_S)$ 个自由度。对于所有 $k\in\{2,\dots,K\}$，通过 $\mathbf{U}^k$ 提供的自由度为 $N_S^*N_S$，因此，中继每个长度为 KT_{SD} 的发射块能够解码的自由度总数为 $(K-1)N_S^*N_S$。因此，将长度为 T_{SD} 的超块期间的自由度相加，并优化中继发射天线数，可得端到端自由度如式 (39) 所示。定理的第一部分证毕。

现在我们考虑 $T_{RD}=K'T_{SD}$。回顾一下，本节关注的是对齐的衰落块，因此任意一对相干时间之比都是整数。因此，相干时间配置有以下两种情况。

在第一种情况下，相干时间 $T_{RD}=(K'/K)T_{SR}=K'T_{SD}$，其中 (K'/K) 是一个整数。源节点的传输块长度为 T_{RD} ，并被划分为长度为 T_{SR} 的子块。在第一个子块中，即从时隙 1 到 T_{SD}，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^1=[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S^1]\in\mathbb{C}^{N_S\times T_{SD}}, \quad (47)$$

其中 $n_r\le\min\{N_S,N_D-N_S\}$，$\mathbf{V}^1\in\mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。中继估计 $\mathbf{H}_{SR}$ 并发送

$$\mathbf{X}_R^1=[\mathbf{0}_{n_r\times N_S},\mathbf{I}_{n_r},\mathbf{V}_R^1]\in\mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \quad (48)$$

其中 $\mathbf{V}_R^1\in\mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^1=[\mathbf{H}_{SD}^1,\ \mathbf{H}_{RD}]\Big[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)},\ \begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^1\\ \mathbf{V}_R^1\end{bmatrix}\Big]+\mathbf{W}_D^1. \quad (49)$$

目的地估计 $[\mathbf{H}_{SD}^1$、$\mathbf{H}_{RD}]$ 并解码 $\mathbf{V}_S^1$ 和 $\mathbf{V}_R^1$。然后，每隔 T_{SD} 个时隙，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^k=\mathbf{U}^{k-1}[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S^k]\in\mathbb{C}^{N_S\times T_{SD}}, \quad (50)$$

其中 $\mathbf{U}^{k-1}\in\mathbb{C}^{N_S\times N_S}$，$\mathbf{V}_S^k\in\mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。中继解码 $\mathbf{U}^{k-1}$ 并发送

$$\mathbf{X}_R^k=[\mathbf{0}_{n_r\times N_S},\mathbf{V}_R^k]\in\mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \quad (51)$$

其中 $\mathbf{V}_R^k\in\mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-N_S)}$。目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^k=[\mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{U}^k,\mathbf{H}_{RD}]\left[\mathbf{I}_{N_S},\begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^k\\ \mathbf{V}_R^k\end{bmatrix}\right]+\mathbf{W}_D^k. \quad (52)$$

目的地可以解码 $\mathbf{V}_S^k$ 和 $\mathbf{V}_R^k$ ，它们分别提供 $N_S(T-N_S)$ 和 $n_r(T-N_S)$ 个自由度，而 $\mathbf{U}^k$ 可以提供 $N_S^*N_S$ 个自由度。

在长度为 T_{SR} 的剩余子块中，中继-目的地信道保持恒定，且目的地已对其进行估计。因此，中继无需发送导频。于是，每隔 T_{SD} 个时隙，源节点的发送信号为: [2]

$$\mathbf{X}_S^1=[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{V}_S^k], \quad (53)$$
$$\mathbf{X}_S^k=\mathbf{U}^k[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{V}_S^k],2\le k\le K, \quad (54)$$

其中 $n_r\le\min\{N_S,N_D-N_S\}$，$\mathbf{V}_S^k\in\mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。中继对 $\mathbf{U}^k$ 进行解码并发送 (51)，其中码字表示最近解码的 $\mathbf{U}^k$ 所对应的消息。这样，目的地就可以对 $\mathbf{V}_S^k$ 和 $\mathbf{V}_R^k$进行解码。

中继能够解码的自由度为 $\frac{K'}{K}(K-1)N_S^*N_S$。源-目的地链路实现的总自由度为 $N_S(K'T_{SD}-n_r-K'N_S)$。中继-目的地链路实现的总自由度为 $n_r(K'T_{SD}-n_r-K'N_S)$。将其与源-目的地链路实现的自由度相加，并优化中继发射天线数，即可得到式 (40) 中可实现的自由度。

在第二种情况中，相干时间为 $T_{SR}=(K/K')T_{RD}=KT_{SD}$，其中 (K/K') 是一个整数。源节点的传输块长度为 T_{SR} ，并且

[2]以下表达式表示信号结构，承载信息的矩阵 $\mathbf{U}^k$ 和 $\mathbf{V}_S^k$ 在不同子块之间相互独立，但为方便起见，我们在不同子块中使用相同的记号。

被划分为长度为 T_{RD} 的子块。在第一个子块期间，即从时隙 1 到 T_{SD}，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^1 = [\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^1] \in \mathbb{C}^{N_S\times T_{SD}}, \tag{55}$$

其中 $n_r \le \min\{N_S, N_D - N_S\}$, $\mathrm{V}^1 \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。中继估计 H_{SR} 并发送

$$\mathbf{X}_R^1 = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^1] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \tag{56}$$

其中 $\mathrm{V}_R^1 \in \mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^1 = [\mathbf{H}_{SD}^1, \mathbf{H}_{RD}]\left[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)}, \begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^1\\ \mathbf{V}_R^1\end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D^1. \tag{57}$$

目的地估计 $[\mathrm{H}_{SD}^1$、$\mathrm{H}_{RD}]$ 并解码 V_S^1 和 V_R^1。然后，每隔 T_{SD} 个时隙，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^k = \mathbf{U}^{k-1}[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{V}_S^k] \in \mathbb{C}^{N_S\times T_{SD}}, \tag{58}$$

其中 $\mathrm{U}^{k-1} \in \mathbb{C}^{N_S\times N_S}$, $\mathrm{V}_S^k \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-N_S)}$。中继解码 U^{k-1} 并发送

$$\mathbf{X}_R^k = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{V}_R^k] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \tag{59}$$

其中 $\mathrm{V}_R^k \in \mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-N_S)}$。目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^k = [\mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{U}^k, \mathbf{H}_{RD}]\left[\mathbf{I}_{N_S}, \begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^k\\ \mathbf{V}_R^k\end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D^k. \tag{60}$$

在每个剩余的、长度为 T_{RD} 的子块中，从时隙 1 到 T_{SD}，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S^1 = \mathbf{U}^1[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^1], \tag{61}$$

其中 $n_r \le \min\{N_S, N_D - N_S\}$，$\mathrm{V}^1 \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。中继解码 U^1 并发送

$$\mathbf{X}_R^1 = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^1] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \tag{62}$$

其中 $\mathrm{V}_R^1 \in \mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。目的地的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^1 = [\mathbf{H}_{SD}^1, \mathbf{H}_{RD}]\left[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)}, \begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^1\\ \mathbf{V}_R^1\end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D^1. \tag{63}$$

目的地估计 $[\mathbf{H}_{SD}^1$，$\mathbf{H}_{RD}]$ 并解码 $\mathbf{V}_S^1$ 和$\mathbf{V}_R^1$。然后，每经过 T_{SD} 个时隙，源节点和中继就会发送结构与 (58),(59). 目的地的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^k = [\mathbf{H}_{SD}^k\mathbf{U}^k, \mathbf{H}_{RD}]\left[\mathbf{I}_{N_S}, \begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^k\\ \mathbf{V}_R^k\end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D^k. \tag{64}$$

中继能够解码的自由度为$(K-1)N_S^*N_S$。源-目的地链路可实现的总自由度为 $N_S(KT_{SD} - \frac{K}{K'}n_r - KN_S)$。中继-目的地链路可提供的总自由度为 $n_r(KT_{SD} - \frac{K}{K'}n_r - KN_S)$。取中继能够解码和能够传输的自由度中的较小值，再加上源-目的地链路可实现的自由度，并对中继发射天线数进行优化，即可得到式（40）中的可实现自由度。至此，定理的第二部分证明完毕。

当 $T_{SD} = K'T_{RD}$时，我们的源传输块长度为 T_{SR}，并划分为长度为 T_{SD}的子块。在第一个子块中，时隙1至 T_{RD}期间，源节点发送

$$\mathbf{X}_S^1 = [\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^1] \in \mathbb{C}^{N_S\times T_{RD}}. \tag{65}$$

中继估计 H_{SR} 并发送

$$\mathbf{X}_R^1 = [\mathbf{0}_{n_r\times N_S}, \mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^k] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{RD}}. \tag{66}$$

在剩余的 $(K'-1)T_{RD}$ 个时隙内，每经过 T_{RD}个时隙，源节点发送

$$\mathbf{X}_S^k = [\mathbf{0}_{N_S\times n_r}, \mathbf{V}_S^k] \in \mathbb{C}^{N_S\times T_{RD}}, 2 \le k \le K', \tag{67}$$

中继发送

$$\mathbf{X}_R^k = [\mathbf{I}_{n_r}, \mathbf{V}_R^k] \in \mathbb{C}^{n_r\times T_{RD}}, \tag{68}$$

其中 $n_r \le \min\{N_S, N_D - N_S\}$, $\mathrm{V}_R^1 \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{RD}-n_r-N_s)}$和 $\mathrm{V}_R^k \in \mathbb{C}^{N_S\times(T_{RD}-n_r)}$，$k = 2, \ldots, K$。

在前 T_{RD} 个时隙中，目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^1 = [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}^1]\left[\mathbf{I}_{(N_S+n_r)}, \begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^1\\ \mathbf{X}_D^1\end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D^1.$$

目的地在前 $(N_S + n_r)$ 个时隙内估计 $[\mathrm{H}_{SD}$,$\mathrm{H}_{RD}^1]$，并解码 V_S^1 和 V_R^1。此后每隔 T_{RD} 个时隙，目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D^k = \left[\mathbf{H}_{RD}^k, [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}^k]\begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^k\\ \mathbf{V}_R^k\end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D^k.$$

在接下来的长度为 T_{SD} 的 $(K-1)$ 个子块中，源-中继信道H_{SR} 保持恒定，且中继已对其进行估计。因此，我们照搬定理1的证明中的传输策略，此时中继已知信道 H_{SR}。源节点和中继发送信号 (21)、(22)、(24) 和 (25)。

中继能够解码的自由度为 $(K-1)N_S^*N_S$。源-目的地链路提供的总自由度为 $KN_S(K'T_{RD} - K'n_r - N_S)$。中继-目的地链路能够提供的总自由度为 $Kn_r(K'T_{RD} - K'n_r - N_S)$。将其与源-目的地链路实现的自由度相加，并对中继发射天线数进行优化，即可得到式 (41) 中可实现的自由度。证明完毕。 □

图 3 比较了所提方案与一种根据最短相干时间设计信号的传统传输策略的性能，展示了自由度方面的增益。天线配置为 $N_S = N_R = 3$ 和 $N_D = 5$。相干区间为 $T_{SR} = \infty$, $T_{RD} = T_{SD} = T$。与传统传输相比，所提方案在自由度方面具有显著增益。图 4 考察了不同 K下 $T_{SR} = KT_{RD} = KT_{SD} = KT$, $T = 10$ 的情况。当 $K = 1$时，即所有链路的相干时间都相同，无法获得自由度增益；随着K 增大，所提方案取得的增益也随之增加。

注 4. 特殊情况 $T_{SD} = \infty$，且 $T_{SR} < \infty$ 或 $T_{RD} < \infty$（或两者皆有），$d = \min\{N_S, N_D\}$。这是

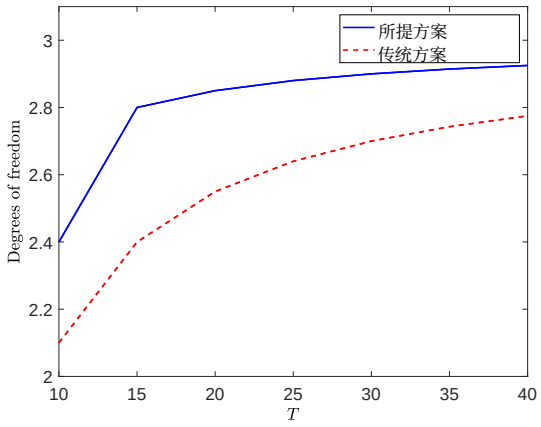

图3。 $T_{SR}=\infty$、 $T_{RD}=T_{SD}=T$的自由度。

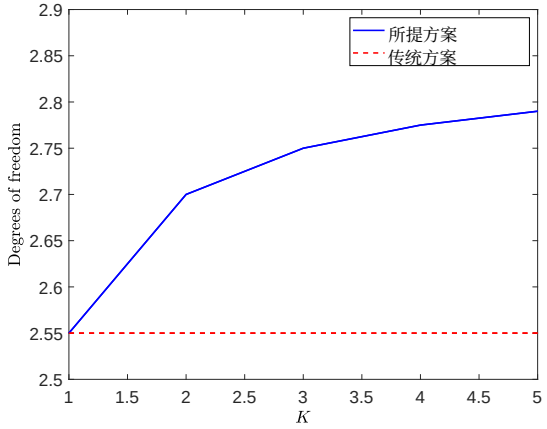

图4。 $T_{SR}=KT_{RD}=KT_{SD}=KT$、 $T=10$的自由度。

命题1在 $T_{SD}=T_{SR}=T_{RD}=\infty$ 时的推论，依据是缩短任意相干时间都不会增加自由度，并且注意到在这些情况下，通过停用中继可以实现自由度 $\min\{N_S,N_D\}$ 。

IV. 采用中继调度可实现的自由度

本节介绍一种结合乘积叠加与中继调度的新方案。采用中继调度，是为了在基于导频的方案中用于估计的时隙数与中继能够解码的消息自由度之间取得平衡。以下定理阐述了本节的主要结果。为便于表达并使结果简洁，我们定义：

$$\begin{aligned} d_1 &\triangleq N_S(T_{SD}-n_r-N_S),\\ d_2 &\triangleq n_r(T_{SD}-n_r-N_S),\\ d_3 &\triangleq N_S\min\{N_S,N_R\}, \end{aligned}$$

定理3. 在链路相干时间为$T_{SR}=\infty$、 $T_{SD}=T_{RD}=T$ 且天线配置为$N_S<N_D$的中继信道中，在对齐的相干块条件下，

- *If $d_2\le d_3$, the degrees of freedom $d=\frac{1}{T_{SD}}\max_{n_r}(d_1+d_2)$ are achievable.*
- 若 $d_2>d_3$，则以下自由度可实现，

$$d=\frac{1}{T_{SD}}\max_{n_r}\left(\frac{d_2-d_3}{d_2}N_S(T_{SD}-N_S)+\frac{d_3}{d_2}(d_1+d_2)\right). \tag{69}$$

证明。若 $d_2\le d_3$，则可达自由度由定理1给出。当 $d_2>d_3$ 时，采用中继调度的传输方案分为两个阶段，每个阶段持续整数倍的相干区间 T。两个阶段中，源节点均采用乘积叠加，但中继在两个阶段的操作不同。我们在阶段1传输 d_2-d_3 个相干区间，随后在阶段2传输 d_3 个相干区间。

阶段1期间，中继传输关闭，但源节点继续通过乘积叠加进行传输。在此阶段的每个长度为 T_{SD} 的相干区间内，源节点向目的地传送与其点对点自由度上界相对应的数据速率，即 $N_S(T_{SD}-N_s)$，同时向中继传送自由度为 d_3 的额外数据。阶段1持续传输 d_2-d_3 个相干区间，因此，该阶段归一化后的（每符号）平均自由度贡献为 $\frac{d_2-d_3}{d_2}\frac{1}{T_{SD}}N_S(T_{SD}-N_S)$。

在阶段2，中继被激活，源节点发送乘积叠加信号

$$\mathbf{X}_S=\mathbf{U}[\mathbf{I}_{N_S},\mathbf{0}_{N_S\times n_r},\mathbf{V}_S], \tag{70}$$

其中 $n_r\le\min\{N_S,N_D-N_S\}$, $\mathrm{U}\in\mathbb{C}^{N_S\times N_S}$ and $\mathrm{V}_S\in\mathbb{C}^{N_S\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。

中继知道 H_{SR} ，并解码 U。中继使用 n_r根天线进行传输，发送

$$\mathbf{X}_R=[\mathbf{0}_{n_r\times N_S},\mathbf{I}_{n_r},\mathbf{V}_R]\in\mathbb{C}^{n_r\times T_{SD}}, \tag{71}$$

其中 $\mathrm{V}_R\in\mathbb{C}^{n_r\times(T_{SD}-n_r-N_S)}$。

目的地在前 (N_S+n_r) 个时隙内估计等效信道[H_{SD} U, H_{RD}] ，然后解码其消息。目的地接收：来自源节点的 V_S和来自中继的 V_R ，分别提供自由度 d_1 和 d_2。阶段2包含 d_3个相干区间；此外，回想一下，中继除在阶段2接收的数据外，还存储了阶段1的数据。因此，中继可以向目的地发送具有 d_2 个自由度的数据。因此，在阶段2期间，归一化每符号自由度为$\frac{1}{T_{SD}}\frac{d_3}{d_2}(d_1+d_2)$。

将阶段1和阶段2实现的自由度相加，并优化要激活的中继发射天线数量，得到式（69）。至此，证明完毕。□

注5. 为便于比较，我们也给出不采用中继调度时的自由度。对于采用以下配置 $T_{SR}=\infty$、 $T_{SD}=T_{SR}=T$ 和 $N_S<N_D$ 的中继，根据定理1，可实现以下自由度：

$$d=\frac{1}{T_{SD}}\max_{n_r}\min\{d_1+d_2,d_1+d_3\}.$$

图5展示了结合乘积叠加与中继调度的所提方案的信号结构。

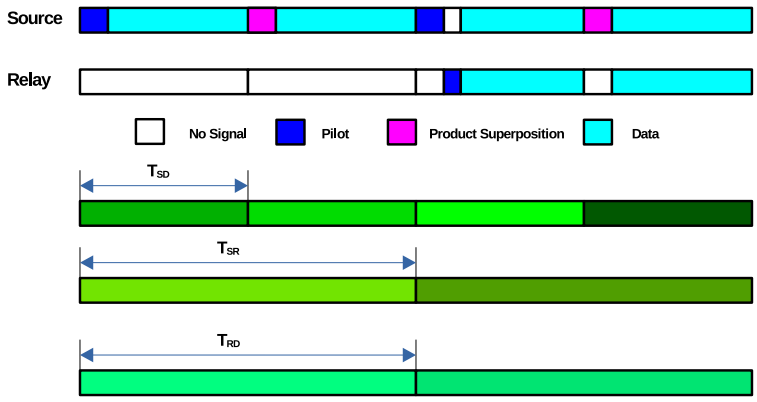

图5. 采用中继调度的信号结构。

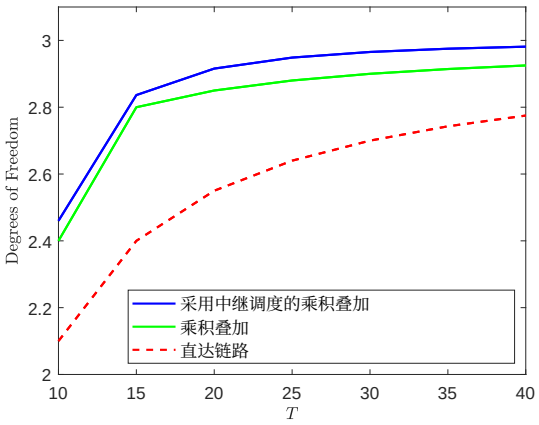

图6. 定理3中的可达自由度。

图6展示了在不同 T下，单独采用乘积叠加与结合中继调度时可实现自由度之间的比较，其中 $N_S=3$、 $N_D=5$。

V. 一般相干时间

A. 错列相干块

现在考虑相干块未完全对齐的情形。为了帮助理解并说明所提出方法的动机，我们先从第二节 III-B 中玩具示例的未对齐对应情形入手，然后将结果推广到任意相干时间。

未对齐的玩具示例如下：源节点和中继各配备 2 根天线，目的地配备 3 根天线。三条链路的相干时间如下：$T_{SR}=\infty$，即源节点—中继信道是静态的，因此该链路上的训练开销可分摊到大量样本上，我们可以假设中继已知 $\mathbf{H}_{SR}$。此外，我们假设 $T_{SD}=T_{RD}=8$。信道 $\mathbf{H}_{RD}$ 的相干块从 $\mathbf{H}_{SR}$ 的第 5 个时隙开始。

源节点采用乘积叠加，发送

$$\mathbf{X}_S=\mathbf{U}[\mathbf{I}_2,\mathbf{0}_{2\times1},\mathbf{V}_S], \tag{72}$$

其中 $\mathbf{U}\in\mathbb{C}^{2\times2}$ 和 $\mathbf{V}_S\in\mathbb{C}^{2\times5}$。

在中继处，接收信号为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_R&=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{X}_S+\mathbf{W}_R\\&=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}[\mathbf{I}_2,\mathbf{0}_{2\times1},\mathbf{V}_S]+\mathbf{W}_R.\end{aligned} \tag{73}$$

前两个时隙的接收信号为

$$\mathbf{Y}'_R=\mathbf{H}_{SR}\mathbf{U}+\mathbf{W}'_R. \tag{74}$$

中继已知 $\mathbf{H}_{SR}$ 并对 U 解码。假设中继在前一块中解码出的信号为 $\mathbf{U}'$，且 $\mathbf{U}'$ 的两行为 $\mathbf{u}'_1$、$\mathbf{u}'_2\in\mathbb{C}^{1\times2}$。

中继使用一根天线进行传输，并发送

$$\mathbf{X}_R=[\mathbf{0}_{1\times2},1,\mathbf{u}'_1,\mathbf{u}'_2,0]\in\mathbb{C}^{1\times8}. \tag{75}$$

现在，在 $\mathbf{H}_{SD}$ 的一个相干块内，由于 $\mathbf{H}_{RD}$ 的块未对齐，目的地的接收信号将在前 4 个时隙经历 $\mathbf{H}_{RD}$ 的两种实现，

$$\mathbf{Y}_D=[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U},\mathbf{H}_{RD1}]\left[\mathbf{I}_3,\begin{bmatrix}\mathbf{V}_S^1\\\mathbf{u}'_1(1)\end{bmatrix}\right]+\mathbf{W}_D. \tag{76}$$

目的地在前 3 个时隙估计等效信道$[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U},\mathbf{H}_{RD1}]$，并解码 $\mathbf{V}_S$, $\mathbf{u}'_1(1)$。

接下来的 4 个时隙中，接收信号为：

$$\mathbf{Y}_D=[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U},\mathbf{H}_{RD2}]\begin{bmatrix}\mathbf{V}_S\\\mathbf{u}'_1(2),\mathbf{u}'_2,0\end{bmatrix}+\mathbf{W}_D. \tag{77}$$

等效信道 $\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}$ 的第一部分已完成估计。第二部分 $\mathbf{H}_{RD2}$ 将在下一个发射块中进行估计。因此，目的地对 $\mathbf{V}_S^2$、$\mathbf{u}'_1(2)$ 和 $\mathbf{u}'_2$ 进行解码。这表明，当源节点和中继到目的地的相干块未对齐时，所提方案仍然可以使用。当相干块对齐且相干时间相同时，目的地可达到相同的自由度 $d=(2\times5+2\times1\times2)/8=1.75$。请注意，对于一种根据最短相干区间对所有链路进行训练的传统技术，其自由度为 $d'=2\times(8-2)/8=1.5$。

类似的推理可以用来验证：当源节点到中继以及源节点到目的地的相干块未对齐时，这些相干块之间的偏移不会影响所提方案的可达性。

B. 任意相干时间

以下定理给出了任意相干时间下可实现的自由度，图7展示了可实现方案的信号结构。

定理4. 对于链路相干时间满足 $T_{SR} > T_{SD}, T_{RD} > T_{SD}$. 且天线配置为 $N_S, N_R < N_D$ 的中继信道，可实现以下自由度：

$$\begin{aligned} d = & \frac{1}{T_{SR}T_{SD}T_{RD}} \\ & \times \max_{n_r}\{N_S(T_{SR}T_{SD}T_{RD} - N_S T_{SR}T_{RD} - n_r T_{SR}T_{SD}) \\ & + \min\{N_S^* N_S(T_{SR}T_{RD} - T_{SD}T_{RD}), \\ & \qquad n_r(T_{SR}T_{SD}T_{RD} - N_S T_{SR}T_{RD} - n_r T_{SR}T_{SD})\}\}. \end{aligned} \tag{78}$$

其中 N_S^*，$\min\{N_S, N_R\}$.

证明. 按照以下方式设计基于导频的可实现方案：

- 在多址侧，中继和源节点发送的导频将分配在不同的时隙中，从而互不干扰。此外，这些时隙内不发送数据，以避免导频污染。

- 在广播侧，源-中继链路所需的导频少于源-目的地链路。因此，乘积叠加能够向中继传输更多数据。

接下来，我们考虑长度为$T_{SR}T_{RD}T_{SD}$的超区间，之后相干区间将恢复原来的对齐方式。可实现的自由度计算如下：

在每个源-目的地相干区间 T_{SD}内，传输 N_S 个导频符号。我们将每个相干块中的导频符号称为一个导频序列。

因此，对于源-目的地链路，我们在长度为$T_{SR}T_{RD}T_{SD}$ 的超区间内，将长度为N_S 的导频序列重复 $T_{SR}T_{RD}$ 次。由于相干时间为 $T_{SR}T_{RD}$，中继需要 $T_{SD}T_{RD}$ 个导频序列。因此，可在长度为 N_S 的 $T_{SR}T_{RD} - T_{SD}T_{RD}$ 个导频序列期间应用乘积叠加，向中继发送数据。每个符号可以传输具有 N_S^* 个自由度的数据。

在每个超区间内，中继-目的地链路需要$T_{SR}T_{SD}$ 个长度为 n_r的导频序列。导频时隙与源终端发送的导频不重叠。

在每个超区间内，源节点和中继各有 ($T_{SR}T_{SD}T_{RD} - N_S T_{SR}T_{RD} - n_r T_{SR}T_{SD}$) 个时隙可用于发送数据。源节点每次传输可用的自由度为 N_S，中继每次传输可用的自由度为 n_r。

中继最多可解码 $N_S^* N_S(T_{SR}T_{RD} - T_{SD}T_{RD})$ 个自由度，因此其提供 $\min\{N_S^* N_S(T_{SR}T_{RD} - T_{SD}T_{RD}),\ n_r(T_{SR}T_{SD}T_{RD} - N_S T_{SR}T_{RD} - n_r T_{SR}T_{SD})\}$ 个自由度，即中继可接收和可发送的自由度中的最小值。

现在，我们可以将源端传输（受中继约束）所提供的自由度与中继传输所提供的自由度相加，并优化要激活的中继天线数量。证明至此完成。

□

以下推论展示了在任意相干时间下使用中继调度时可实现的自由度。

推论3。定义以下符号：

$$\begin{aligned} d_1 &\triangleq N_S(1 - \frac{N_S}{T_{SD}} - \frac{n_r}{T_{RD}}), \\ d_2 &\triangleq n_r(1 - \frac{N_S}{T_{SD}} - \frac{n_r}{T_{RD}}), \\ d_3 &\triangleq N_S^* N_S(\frac{1}{T_{SD}} - \frac{1}{T_{RD}}). \end{aligned}$$

在具有相干多样性的中继中，

- 若 $d_2 \le d_3$，则可实现自由度 $d = \max_{n_r}(d_1 + d_2)$。

- 如果 $d_2 > d_3$，则可以实现以下自由度。

$$d = \max_{n_r}(\frac{d_2 - d_3}{d_2} N_S(1 - \frac{N_S}{T_{SD}}) + \frac{d_3}{d_2}(d_1 + d_2)), \tag{79}$$

证明。如果 $d_2 \le d_3$，则可实现的自由度由定理4得出。当 $d_2 > d_3$。采用中继调度的传输方案分为两个阶段。在两个阶段中，源节点都采用乘积叠加，但中继在两个阶段采取的动作不同，后文将对此进行说明。我们提出在阶段1传输 $d_2 - d_3$ 个相干区间，随后在阶段2传输 d_3 个相干区间。

在阶段1，中继传输被停用，但源节点继续通过乘积叠加进行传输。在这一阶段，源节点向目的地传送数据，其数据速率对应于点对点自由度上界；根据 [20] 中的结果，该上界为 $N_S(T_{SD} - N_S)$。与此同时，源节点还向中继传送额外数据，其自由度为d_3。阶段1的传输持续 $d_2 - d_3$ 个相干区间，因此，这一阶段对归一化（每符号）平均自由度的贡献为 $\frac{d_2 - d_3}{d_2}\frac{1}{T_{SD}} N_S\ T_{SD} - (\ )$。$N_S$

在阶段2中，按照定理3证明中的策略，中继除了接收阶段2的数据外，还可以使用阶段1存储的数据。因此，中继可以向目的地发送自由度为 d_2 的数据。因此，阶段2的归一化每符号自由度为 $\frac{d_3}{d_2}(d_1 + d_2)$。

将阶段1和阶段2中实现的自由度相加，并优化要激活的中继发射天线数，可得式 (79)。至此，证明完毕。

□

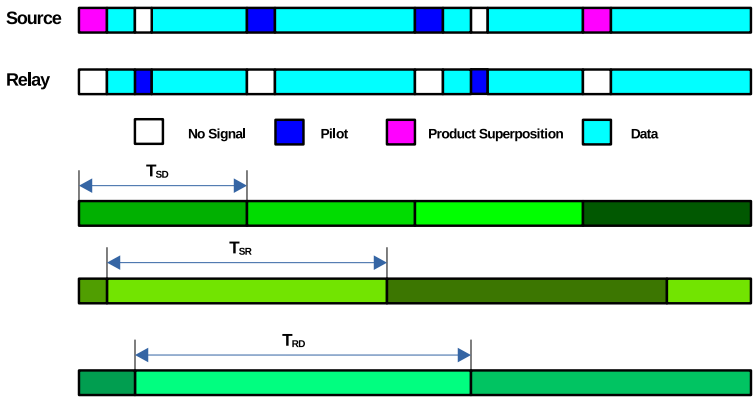

图 7. 任意相干时间下的信号结构。

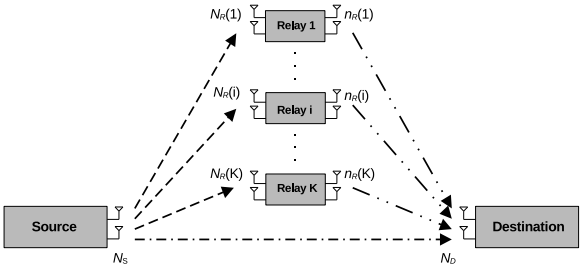

图 8. 多个并行中继的 MIMO 信道。

VI. 多个并行中继

本节研究相干多样性下具有 K 个全双工中继的MIMO中继信道。源节点和目的地分别配备 N_S 个和 N_D 个天线。中继 k 配备 $N_R(k)$ 根接收天线，并使用 $n_R(k)$ 根 $\leq N_R(k)$ 天线进行传输。图 8 展示了该系统的结构。中继和目的地处的接收信号为：

$$\mathbf{y}_R(k) = \mathbf{H}_{SR}(k)\mathbf{x}_S + \mathbf{w}_R(k), \qquad k = 1, \ldots, K \tag{80}$$

$$\mathbf{y}_D = \mathbf{H}_{SD}\mathbf{x}_S + \sum_{k=1,\ldots,K} \mathbf{H}_{RD}(k)\mathbf{x}_R(k) + \mathbf{w}_D, \tag{81}$$

其中，$\mathbf{x}_S$ 和 $\mathbf{x}_R(k)$分别是源节点和中继 k发射的信号。$\mathbf{w}_R$ 和 $\mathbf{w}_D$ 是独立同分布的零均值高斯噪声；$\mathbf{H}_{SR}(k)$、$\mathbf{H}_{RD}(k)$和 $\mathbf{H}_{SD}$ 是信道增益矩阵，其元素独立同分布且服从高斯分布。我们假设目的地没有免费的 CSI，且源节点或中继均不具备 CSIT。在并行中继拓扑中，中继间不存在链路，且这些中继之间没有协作。将源节点与中继 k 之间链路的相干时间记为$T_{SR}(k)$，将中继 k与目的地之间链路的相干时间记为 $T_{RD}(k)$。下面首先介绍双并行中继场景，以展示如何在多条链路中实现乘积叠加。

A. 两个并行中继的可达自由度

考虑如下具有两个并行中继的信道。$T_{SR}(2) = K_2T_{SR}(1) = K_2K_1T_{SD} = K_2K_1T$，且目的地知道 $\mathbf{H}_{RD}(1)$ 和 $\mathbf{H}_{RD}(2)$ 的信道状态，即$T_{RD}(1) = T_{RD}(2) = \infty$。记 $N_S^*(i) = \min\{N_S, N_R(i)\}$。若仅激活中继1或中继2，可实现的自由度为

$$d_i = \max_{n_R(i)} \Big\{ N_S(1 - \frac{N_S}{T}) + \min\Big\{(1 - \frac{1}{K_i})\frac{N_S^*(i)N_S}{T}, n_R(i)(1 - \frac{N_S}{T})\Big\}\Big\}. \tag{82}$$

当中继1和中继2均被激活时，考虑长度为 K_2K_1T 的传输区间。在每个长度为 K_2K_1T 的相干区间内，中继1和中继2发送它们在前一个区间中解码的消息。中继1和中继2在每个长度为 T 的子区间内发送的信号具有以下结构，并重复 K_2K_1 次：

$$\mathbf{X}_R(i) = [\mathbf{0}_{n_R(i)\times N_S}, \mathbf{V}_{Ri}], \quad i = 1, 2. \tag{83}$$

在第一个长度为 K_1T 的相干区间内，在第一个长度为 T 的子区间中，源节点发送 $\mathbf{X}_S = [\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{X}_D]$。中继 1 和中继2估计它们的信道。目的地处的信号为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_D &= [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}(1), \mathbf{H}_{RD}(2)] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{V}_D \\ \mathbf{0}_{n_R(1)\times N_S}, \mathbf{V}_{R1} \\ \mathbf{0}_{n_R(2)\times N_S}, \mathbf{V}_{R2} \end{bmatrix} + \mathbf{W}_D \\ &= \left[\mathbf{H}_{SD}, [\mathbf{H}_{SD}, \mathbf{H}_{RD}(1), \mathbf{H}_{RD}(2)] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_D \\ \mathbf{V}_{R1} \\ \mathbf{V}_{R2} \end{bmatrix}\right] + \mathbf{W}_D.\end{aligned} \tag{84}$$

目的地估计 $\mathbf{H}_{SD}$，并对 $\mathbf{V}_D$、$\mathbf{V}_{R1}$ 和 $\mathbf{V}_{R2}$ 中的消息进行解码，这些消息在长度为 $(T - N_S)$ 的这一间隔内分别提供每个符号 N_S、$n_R(1)$ 和 $n_R(2)$ 的自由度。

在剩余的长度为 T 的 $K_1 - 1$ 个时间间隔内，源节点发送信号

$$\mathbf{X}_S = \mathbf{U}_1^i[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{V}_D^i], \quad i = 1, 2, \ldots, K_1 - 1, \tag{85}$$

其中 $\mathbf{U}_1^i \in \mathbb{C}^{N_S \times N_S}$。中继1已在长度为 T 的第一时间间隔内估计了其信道。它可以解码 $\mathbf{U}_1^i$，获得自由度 $N_S^*(1)$ N_S。中继1能够解码的总自由度为 $(K_1-1)N_S^*(1)N_S$。目的地处的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D = \Bigg[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_1^i, [\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_1^i, \mathbf{H}_{RD}(1), \mathbf{H}_{RD}(2)] \begin{bmatrix}\mathbf{V}_D \\ \mathbf{V}_{R1} \\ \mathbf{V}_{R2}\end{bmatrix}\Bigg] + \mathbf{W}_D. \quad (86)$$

目的地估计 $\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_1^i$，并解码 $\mathbf{V}_D$、$\mathbf{V}_{R1}$ 和 $\mathbf{V}_{R2}$。

在其余每个长度为 K_1T 的 K_2-1 个相干区间内，发射机发送的信号结构与第一个长度为 T 的子区间相同，并从左侧乘以 $\mathbf{U}_2^j$，其中包含发往中继2的消息。在每个长度为 K_1T 的区间内，源节点的发送信号具有以下结构

$$\mathbf{X}_S = \mathbf{U}_2^j\Big[[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{X}_D^1], \mathbf{U}_1^1[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{X}_D^2], \mathbf{U}_1^2[\mathbf{I}_{N_S}\mathbf{X}_D^3], \ldots, \mathbf{U}_1^{(K_1-1)}[\mathbf{I}_{N_S}, \mathbf{X}_D^{K_1}]\Big]. \quad (87)$$

在这 K_2-1 个长度为 K_1T 的相干区间内，信道 $\mathbf{H}_{SR}$ (2) 保持与第一个长度为 K_1T 的子区间相同。因此，在每个长度为 K_1T 的区间内，中继2可达到 $N_S^*(2)N_S$ 个自由度。在长度为 K_2K_1T 的相干区间内，中继2可解码的自由度总数为 $(K_2-1)N_S^*(2)N_S$。

在中继1处，第一个长度为 K_1T 的子区间内接收到的前 N_S 个符号为

$$\mathbf{Y}_R(1) = \mathbf{H}_{SR}^j\mathbf{U}_2^j + \mathbf{W}_R(1). \quad (88)$$

Relay 1 在长度为 K_1T 的剩余子区间内接收到的前 N_S 个符号为

$$\mathbf{Y}_R(1) = \mathbf{H}_{SR}^j\mathbf{U}_2^j\mathbf{U}_1^i + \mathbf{W}_R(1),\ i = 1, \ldots, K_1-1. \quad (89)$$

Relay 1 首先估计其等效信道

$$\tilde{\mathbf{H}}_{SR}^j(1) = \mathbf{H}_{SR}^j(1)\mathbf{U}_2^j, \quad (90)$$

并解码 $\mathbf{X}_R^i(1)$，由此获得 $N_S^*(1)N_S$ 个自由度。Relay 1 能解码的总自由度为 $(K_2-1)(K_1-1)N_S^*(1)N_S$。

在目的地处，长度为 K_1T 的第一个子区间内的接收信号为

$$\mathbf{Y}_D = \Bigg[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_2^j, [\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_2^j, \mathbf{H}_{RD}(1), \mathbf{H}_{RD}(2)] \begin{bmatrix}\mathbf{V}_D \\ \mathbf{V}_{R1} \\ \mathbf{V}_{R2}\end{bmatrix}\Bigg] + \mathbf{W}_D, \quad (91)$$

而在长度为 K_1T 的其余每个子区间内，接收信号为

$$\mathbf{Y}_D = \Bigg[\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_2^j\mathbf{U}_1^i, [\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_2^j\mathbf{U}_1^i, \mathbf{H}_{RD}(1), \mathbf{H}_{RD}(2)] \begin{bmatrix}\mathbf{V}_D \\ \mathbf{V}_{R1} \\ \mathbf{V}_{R2}\end{bmatrix}\Bigg] + \mathbf{W}_D, \quad (92)$$

其中 $i = 1, \ldots, K_1-1$，$j = 1, \ldots, K_2-1$。目的节点估计等效信道 $\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_2^j$、$\mathbf{H}_{SD}\mathbf{U}_2^j\mathbf{U}_1^i$，并解码 $\mathbf{X}_D$、$\mathbf{V}_{R1}$ 和 $\mathbf{V}_{R2}$，它们分别在每个长度为 K_1T 的时间区间内每个符号提供自由度 N_S、$n_R(1)$ $n_R(2)$。

在每个长度为 K_2K_1T 的区间内，源节点-目的地链路始终能为每个符号提供 $N_S(1-\frac{N_S}{T})$ 个自由度。Relay 1 解码的最大自由度为 $(K_1-1)N_S^*(1)N_S + (K_2-1)(K_1-1)N_S^*(1)N_S = K_2(K_1-1)N_S^*(1)N_S$。Relay 2 解码的自由度为 $(K_2-1)N_S^*(2)N_S$。在每个长度为 K_2K_1T 的区间内，中继可用于发送数据的时隙数为 $K_2K_1(T-N_S)$。中继通过中继-目的地链路可提供的自由度为 $n_R(i)K_2K_1(T-N_S)$ $i = 1, 2$。注意到，中继发出的数据量受其能够解码的数据量限制，因此我们将两个中继的自由度相加，按每个符号进行归一化，并优化中继上激活的发射天线数。以下自由度可实现

$$d = \max_{n_R(i)} \Bigg\{ N_S(1-\frac{N_S}{T}) + \min\Big\{(1-\frac{1}{K_1})\frac{N_S^*(1)N_S}{T}, n_R(1)\frac{T-N_S}{T}\Big\} + \min\Big\{\frac{K_2-1}{K_1K_2}\frac{N_S^*(2)N_S}{T}, n_R(2)\frac{T-N_S}{T}\Big\}\Bigg\}. \quad (93)$$

B. K 并行中继的可达自由度

现在，我们将双中继框架中提出的思路和技术扩展到 K 个中继的情形。为简洁起见，与前文讨论相似的部分将予以精简或省略。

记 $\mathbf{T}_{SR}$ 和 $\mathbf{T}_{RD}$ 为大小为 K 的向量，分别包含源节点-中继和中继-目的端的相干时间；记 $\mathbf{N}_R$、$\mathbf{n}_R$ 为中继处的接收天线数和激活的发射天线数。此外，我们允许使用中继的一个子集 k。用大小为 k 的向量 $\mathbf{T}'$、$\mathbf{T}''$ 表示所选中继的相干时间，并用大小为 k 的向量 $\mathbf{N}'$、$\mathbf{n}'$ 表示所选中继处的接收天线数和激活的发射天线数。以下结果给出了可达自由度，该自由度通过选择中继及其激活的发射天线数进行最大化。我们定义一个选择矩阵 $\mathbf{P}_{k\times K}$，它包含单位矩阵 $\mathbf{I}_{K\times K}$ 的 k 行，对应于所选中继的 k 个索引。

定理5。对于多中继系统（80）和（81），可以实现以下自由度:

$$d = \max_{\mathbf{P},\mathbf{n}',k} \Big\{ N_S(1-\frac{N_S}{T_{SD}} - \sum_{i=1}^{k}\frac{n_i'}{T_i''}) + \sum_{i=1}^{k}\min\Big\{N_i^*N_S(\frac{1}{T_{i-1}'} - \frac{1}{T_i'}), n_i'(1-\frac{N_S}{T_{SD}} - \sum_{j=1}^{k}\frac{n_j'}{T_j''})\Big\}\Big\},$$

$$\textit{subject to:}\quad [\mathbf{T}'\ \mathbf{T}''\ \mathbf{N}'\ \mathbf{n}'] = \mathbf{P}[\mathbf{T}_{SR}\ \mathbf{T}_{RD}\ \mathbf{N}_R\ \mathbf{n}_R], \quad (94)$$

其中 T_0'、T_{SD}，P 是由大小为 K 的单位矩阵中的 k 行组成的选择矩阵，且 $N_i^* = \min\{N_S, N_i'\}$。

证明。该传输方案的设计思路与定理4相同：在多址侧，中继和源节点发送的导频分配在不同的时隙中；在广播侧，乘积叠加使得能够向中继传输额外的数据。在整个证明中，我们仅对激活的中继进行编号，例如，中继 i 指第 i个激活的中继。不失一般性，$T_1' \le T_2' \le \cdots \le T_k'$。定义 T_1、$\prod_{i=1}^{k} T_i'$以及 T_2、$\prod_{i=1}^{k} T_i''$。下文考虑一个长度为 $T_1T_2T_{SD}$的超区间，

在每个长度为 T_i'的相干区间内，中继 i需要 $T_{SD}T_2T_1/T_i'$ 个长度均为 N_S 的导频序列来进行信道估计。中继（$i-1$）需要 $T_{SD}T_2T_1/T_{i-1}'$ 个长度均为 N_S的导频序列。因此，可以在（$T_{SD}T_2T_1/T_{i-1}' - T_{SD}T_2T_1/T_i'$）个长度均为 N_S 的导频序列期间应用乘积叠加，向中继 i发送数据，从而每个符号可获得 N_i^*个自由度。

在源节点—目的地链路中，每个长度为 T_{SD} 的相干区间内会传输 N_S 个导频符号。在每个超区间内（见上文），会传输 T_1T_2 个长度为 N_S 的导频序列。

为了估计中继 i 与目的地之间的信道，在长度为 $T_1T_2T_{SD}$ 的超区间内，目的地需要 $T_1T_2T_{SD}/T_i''$ 个长度为 n_i' 的导频序列。

因此，在每个超区间内，源节点和中继可以利用 ($T_{SD}T_1T_2 - N_ST_1T_2 - \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i'}{T_i''}T_1T_2T_{SD}$) 个时隙发送数据。源节点每次传输可用的自由度为 N_S，而中继 i 每次传输具有 n_i' 个自由度。

中继 i 可解码的自由度至多为 $N_i'N_S$（$T_{SD}T_2T_1/T_{i-1}' - T_{SD}T_2T_1/T_i'$）。因此，中继 i 能够提供的自由度为：

$$\min\Big\{N_i'N_S\Big(\frac{T_{SD}T_2T_1}{T_{i-1}'} - \frac{T_{SD}T_2T_1}{T_i'}\Big),\; n_i'\Big(T_{SD}T_1T_2 - N_ST_1T_2 - \sum_{i=1}^{k}\frac{n_i'}{T_i''}T_1T_2T_{SD}\Big)\Big\},$$

中继 i 能够接收和发送的自由度中的较小值。

现在，我们可以将源节点和中继的自由度相加，并按符号数进行归一化。对待激活的中继（在 k 和 P 上）以及中继处的发射天线数 n′进行优化后，即可达到式 (94) 中的自由度。证明完毕。 □

图9和图10展示了配备 $N_S = 3$, $N_D = 6$,$N_R(1) = N_R(2) = 1$根天线的两个并行中继所能达到的自由度。在图9中，$T_{SD} = 5$, $T_{RD}\ 1 = T_{RD}\ 2 = \infty$ —— – 10 $T_{SD} = 5$ ( ) ( ) , $^{T_{SR}(1)T_{SR}(2)} = \frac{2}{3}$。在图中，,$T_{RD}\ 1 = T_{RD}\ 2 = \infty$ $T_{SR}\ 1 = 6$ —— ( ) ( ) , ( ) 以及不同的 $^{T_{SR}(2)T_{SR}(1)}$。

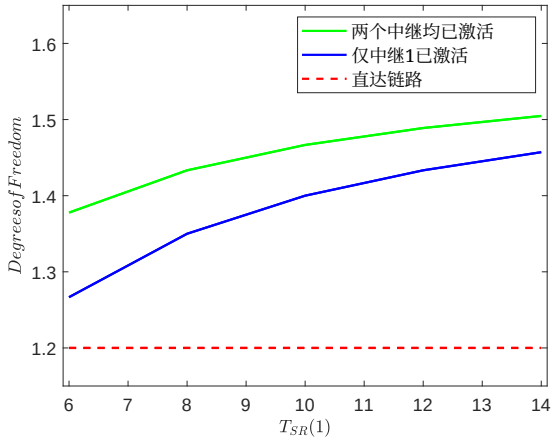

图9. 受 $^{T_{SR}(1)\ T_{SR}(2)} = \frac{2}{3}$ 约束的自由度。

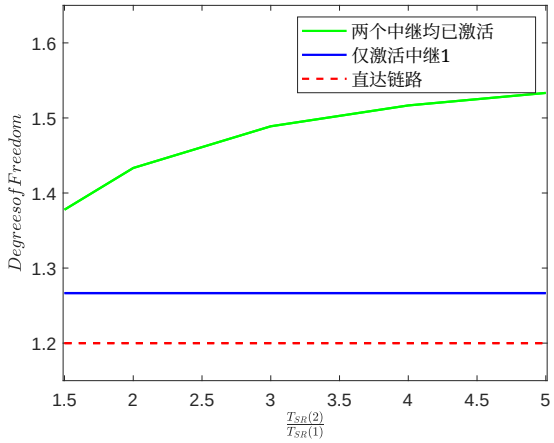

图 10. 在具有不同 $T_{SR}(1) = 6$ 的情况下，满足 $^{T_{SR}(2)\ T_{SR}(1)}$ 的自由度。

VII. 结论

本文研究相干分集下的 MIMO中继。当中继链路具有不同的相干时间时，本文的主要贡献是揭示了中继信道中新的自由度增益。我们提出并分析了能够实现这些增益的传输方案。本文的一项关键创新，是巧妙地将乘积叠加融入信号结构，分别控制中继和源节点对源节点及中继导频造成的干扰。此外，我们结合中继调度方案，在中继传输对源节点导频造成的干扰代价与中继增益之间取得平衡。我们先介绍链路相干时间对齐时所采用的技术，再将其扩展到相干区间未对齐的情况。我们还分析了多个并行中继，并计算了相应的可达自由度。

本文的结果可以直接扩展到半双工情形：与全双工情形一样，必须计算广播的自由度与多址接入信道的自由度中的较小值（这次需满足半双工约束）。然后，必须优化两个时隙的比例，以获得最佳自由度。

参考文献

[1] W. Zhou、J. Wu 和 P. Fan，“具有多普勒分集的高速移动无线通信：基本性能极限”，IEEE《无线通信汇刊》，第14卷，第12期，第6981–6992页，2015。

[2] A. Ghazal、Y. Yuan、C.-X. Wang、Y. Zhang、Q. Yao、H. Zhou 和 W. Duan，“面向高速移动无线通信系统的非平稳 IMT-Advanced MIMO 信道模型”，IEEE《无线通信汇刊》，第16卷，第4期，第2057–2068页，2016年。[3] N. Sun 和 J. Wu，“在信道状态信息不完美的情况下最大化高速移动系统的频谱效率”，IEEE《无线通信汇刊》，第13卷，第3期，第1462–1470页，2014年。[4] I. Chih-Lin、L. J. Greenstein 和 R. D. Gitlin，“面向低速和高速移动无线用户的微蜂窝/宏蜂窝架构”，IEEE《通信领域精选期刊》，第11卷，第6期，第885–891页，1993年。[5] J. Zhang、H. Du、P. Zhang、J. Cheng 和 L. Yang，“面向高速列车的5G移动中继系统性能分析”，IEEE《通信领域精选期刊》，第38卷，第12期，第2760–2772页，2020年。[6] S. Chakraborty 和 D. Sen，“高速移动环境下双向多中继系统的多载波频偏与信道增益联合估计”，IEEE《无线通信快报》，第6卷，第5期，第610–613页，2017年。[7] Y. Khattabi 和 M. Matalgah，“面向高速移动基于中继的协作系统的改进型零迫空时分集误码性能”，《电子快报》，第52卷，第4期，第323–325页，2016年。[8] F. Zhang 和 A. Nosratinia，“相干多样性下 MIMO 中继的自由度”，载于2019年IEEE国际信息论研讨会（ISIT），2019年，第1177–1181页。[9] I. Krikidis、H. A. Suraweera、S. Yang 和 K. Berberidis，“块衰落信道上的全双工中继：分集视角”，IEEE《无线通信汇刊》，第11卷，第12期，第4524–4535页，2012年12月。[10] K. Hu、Q. Gao、Z. Wang 和 W. Huang，“块衰落信道上双向解码转发中继的中断性能”，载于2017年第九届IEEE通信软件与网络国际会议（ICCSN），2017年5月，第51–55页。[11] V. Jamali、N. Zlatanov、H. Shoukry 和 R. Schober，“块衰落下半双工多跳缓存辅助中继信道的可达速率”，IEEE《无线通信汇刊》，第14卷，第11期，第6240–6256页，2015年11月。[12] M. Shaqfeh、A. Zafar、H. Alnuweiri 和 M. Alouini，“最大化块衰落缓存辅助中继信道的期望可达速率”，IEEE《无线通信汇刊》，第15卷，第9期，第5919–5931页，2016年9月。[25] A. A. Abotabl 和 A. Nosratinia，“全双工中继信道的多级编码调制”，IEEE《无线通信汇刊》，第17卷，第6期，第3543–3555页，2018年。

[13] R. Simoni、V. Jamali、N. Zlatanov、R. Schober、L. Pierucci 和 R. Fantacci，《块衰落及中继间干扰下的带缓冲菱形中继网络》，IEEE《无线通信汇刊》，第 15 卷，第 11 期，第 7357–7372 页，2016年11月。[14] V. Jamali、N. Zlatanov、A. Ikhlef 和 R. Schober，《块衰落下双向带缓冲中继信道的可达速率区域》，IEEE 信息论汇刊，第 60 卷，第 11 期，第 7090–7111 页，2014年11月。[15] B. Wang、J. Zhang 和 A. Host-Madsen，《MIMO中继信道的容量》，IEEE 信息论汇刊，第 51 卷，2005 年，第 43、1、29 页。[16] Y. Fan 和 J. Thompson，《中继信道的 MIMO 配置：理论与实践》，IEEE《无线通信汇刊》，第 6 卷，第 5 期，第 1774–1786 页，2007年。[17] H. Bolcskei、R. U. Nabar、O. Oyman 和 A. J. Paulraj，《MIMO中继网络中的容量标度定律》，IEEE《无线通信汇刊》，第 5 卷，第 6 期，第 1433–1444 页，2006年。[18] Y. Li 和 A. Nosratinia，《MIMO广播信道的乘积叠加》，IEEE 信息论汇刊，第 58 卷，第 11 期，第 6839–6852 页，2012年11月。[19] ——，《下行多用户MIMO的相干乘积叠加》，IEEE《无线通信汇刊》，第 14 卷，第 3 期，第 1746–1754 页，2015年3月。[20] M. Fadel 和 A. Nosratinia，《广播信道和多址信道中的相干时间差异》，IEEE 信息论汇刊，第 62 卷，第 12 期，第 7383–7401 页，2016年12月。[21] ——，《相干条件不匹配下的频率选择性多用户下行信道》，IEEE 通信汇刊，第 67 卷，第 3 期，第 2393–2404 页，2019年。[22] ——，《不等链路相干时间和信道状态信息下的 MISO 广播信道》，Entropy，第 22 卷，第 9 期，2020 年。[23] M. Duarte，《全双工无线通信：设计、实现与特性分析》，博士论文，莱斯大学，2012年。[24] S. Hong、J. Brand、J. I. Choi、M. Jain、J. Mehlman、S. Katti 和 P. Levis，《自干扰消除在 5G 及以后的应用》，IEEE《通信杂志》，第 52 卷，第 2 期，第 114–121 页，2014年。[26] L. Zheng 和 D. N. C. Tse，《格拉斯曼流形上的通信：非相干多天线信道的几何方法》，IEEE 信息论汇刊，第 48 卷，第 2 期，第 359–383 页，2002年2月。