基于字典学习和纠错码的无导频无签名随机接入

张振天，*IEEE* 学生会员，党健，*IEEE* 高级会员，张再臣，*IEEE* 高级会员，吴亮，*IEEE* 高级会员，朱秉成，*IEEE* 会员，以及王磊

arXiv:2303.05070v1 [cs.IT] 9 Mar 2023

摘要——**大规模机器类通信（mMTC），又称海量接入，是第五代移动通信（5G）及未来蜂窝网络中的关键场景。随着设备数量从数百万激增至数十亿，在结合用户标识的免授权随机接入协议中，为每个用户分配唯一导频已不再适用。无源随机接入（URA）的特点是只需通过公共码本解调接收信号。本文提出一种适用于基站配备多天线的海量接入蜂窝系统的 URA 协议。所提方案包括：一个用于构建稀疏传输帧的码本、一个采用字典学习和纠错码的接收机，以及一种针对碰撞码字的碰撞消解策略。与现有方案必须为前导信号预留开销不同，所提方案无需开销或预定义导频序列，有利于实现节能传输并降低时延。数值结果验证了所提方案在实际海量接入场景中的可行性。**

索引词—**无源随机接入、海量机器类通信、多输入多输出、字典学习、纠错码。**

一、引言

MASSIVE 机器类通信（mMTC），也称为大规模连接或海量接入，旨在为数十亿能量受限设备提供高效、可靠且无处不在的无线通信 [1]。物联网（IoT）是 mMTC 的典型应用。与长期演进（LTE）等主要为人类交互而设计的传统通信不同，mMTC 场景具有几个显著特征。例如：1）上行驱动的突发业务：在某个传输时刻，只有一部分设备处于活跃状态，其余设备保持静默；2）短包传输：通常，设备只传输少量比特，出于资源效率的考虑，短包传输更为可取；3）节能通信协议：为延长电池寿命，必须采用巧妙的策略来降低功耗。因此，在 mMTC 背景下，需要新的传输协议来支持大规模连接。

张振天、J. Dang、张再臣、L. Wu、B. Zhu 和 L. Wang 任职于东南大学国家移动通信研究实验室、移动信息通信与安全前沿科学中心，地址为中国南京市，邮编 210096。J. Dang、张再臣、L. Wu、B. Zhu 和 L. Wang 也任职于紫金山实验室，地址为中国南京市，邮编 211111（电子邮件：zhangzhentian@seu.edu.cn；dangjian@seu.edu.cn；zczhang@seu.edu.cn；wu-liang@seu.edu.cn；zbc@seu.edu.cn；wang lei seu@seu.edu.cn）。通讯作者：J. Dang_(dangjian@seu.edu.cn)

在 LTE 等蜂窝系统中，基于授权的随机接入协议已得到广泛采用。在这种协议中，活跃设备必须向基站（BS）发送请求并获得许可，才能接入网络。然而，随着活跃用户密度急剧上升，正交前导序列不足及由此导致的高碰撞率，使设备与基站之间出现较高时延或接入失败 [2], [3]。为缓解上述问题，免授权随机接入协议被视为实现 mMTC 的关键技术 [4]。在免授权接入中，活跃设备无需事先向基站请求并获得批准即可传输信号。具体而言，活跃设备直接发送附带唯一非正交前导序列的信息，无需获得基站确认。因此，接入时延和传输开销均显著降低。一般来说，接收机旨在从所有码字中检测活跃用户，并实现信息恢复。由于业务具有突发性，这些问题可以表述为基于压缩感知（CS）的稀疏恢复框架 [5]或基于协方差的问题 [6]。然而，由于缺乏正交性，传输的前导信号会受到严重的同信道干扰，这对活动检测算法提出了更高要求。与基于授权的协议相比，免授权范式以更高的计算复杂度为代价降低了接入时延。尽管如此，随着设备数量激增，必须设计更大的码本来支持前导分配。然而，持续扩展码本最终会带来难以承受的计算复杂度。

近期，有人提出了另一种称为无授权随机接入（URA）的免授权随机接入方式，并引起了广泛关注 [7]。在 URA 中，活跃设备并非各自获得分配的前导码，而是共享一个公共码本；如果设备希望发送用于标识或授权的信号，就可以将这些信号作为额外载荷加入帧中。设备直接向基站发送信号，基站的任务是在不进行预调度且不识别设备的情况下恢复信息，由此形成所谓的无源特性，即无源随机接入无需协调中心 [9]。Polyanskiy 已证明，URA 能够以每用户错误概率为衡量标准，可靠地支持大量活跃设备。在实际应用中，如何为单个用户提供理想的可靠性，仍是一个有待探讨的问题。如何避免上行传输中用户之间的严重干扰，以及如何设计实用的编码结构，是 URA 面临的两个关键因素。活跃设备间的干扰抑制和资源复用会直接影响系统的总容量。

SCMA [8] 是时域物理层中一种经典的资源复用增强技术。在 SCMA 中，通过为各用户单独分配码本，以稀疏方式安排传输模式，从而提升系统容量。然而，出于共享公共码本的考虑，这种方法并不适用于 URA。此外，接收到发送信号后，还需要执行检测和估计任务，以恢复信息。通常，前导码会作为额外载荷用于完成估计任务，但考虑到海量机器类通信中的短包传输，额外载荷所能占用的空间有限。这些任务的结构与 URA 中的编码设计密切相关。要利用 URA 提升大规模连接能力，需要一种采用实用码本、可行编码方案且载荷更少的新颖解决方案。本文考虑多输入多输出（MIMO）URA 场景下的上行传输，其中大量单天线设备通过配备多天线的基站接入网络。

A. 相关工作

从上行传输的普遍视角来看，传输结构设计对于提升整体传输容量至关重要。具体而言，直接扩频传输及其过渡变体 [12], [13] 得到了广泛应用。直接扩频可建模为 K_a 个用户、输入为 k比特且输出为长度为n的重叠码字的高斯多址信道（GMAC）。对于 T-Fold ALOHA[12], , “T-Fold”表示任意时隙中发生碰撞的用户总数均受阈值 T 限制。这意味着接收机只需具备在一个时隙内处理一定数量用户的能力。T-Fold重复时隙ALOHA（T-Fold RSA） [13]指定部分用户或所有用户重复发送分组，重复次数可以是固定的，也可以是随机的。这可以通过分组编码获得分集增益，并使接收机能够进行分组级连续干扰消除。在此基础上，传输模式的稀疏度是提升容量的关键因素。

无授权随机接入（URA）领域的另一类研究是编码方案设计，将活动检测与信息恢复结合起来。编码压缩感知（CCS）方案[14]采用分而治之策略进行检测和恢复。待传输的帧被划分为较小的分段，并按顺序传输。随后添加冗余奇偶校验位，以便将各分段拼接起来。这种分段方式降低了压缩感知（CS）过程中对大型感知矩阵的需求。较小的感知矩阵降低了接收机的计算复杂度。然而，用于拼接所有分段的奇偶校验位会降低传输效率。与 CCS 不同，交织分多址（IDMA） [15]仅将消息帧划分为两个分段。第一段通过码本实现活动检测，检测到的码字也对应于第二段中的交织模式。换言之，帧第二部分的交织模式嵌入在第一段中。此外，第二段先进行零填充，再进行交织。通过零填充和交织，用户间的干扰得以消除，从而提高了传输容量。 [16], [29] 采用不同的信道编码设计其结构，且均考虑具有完美信道状态信息（CSI）的广义多址信道（GMAC）。 [16]采用低密度奇偶校验（LDPC）码结构， [29] 则选择极化码作为基础多址码。然而，在多输入多输出（MIMO）场景下，完美 CSI 并非可以成立的假设。在 [27],中，利用基于字典学习（DL）的感知矩阵更新方法来估计 MIMO 通道。[28]分配了因用户而异的类导频先验信息，以辅助采用 DL 方法，尤其是解决观测值分解后遇到的模糊问题，相关内容将在第二节说明。该方案在基于用户 ID 的免授权 MIMO 系统中表现良好。然而，使用大型码本进行活动检测效率较低；并且由于无授权随机接入（URA）中的先验信息有限，类似方法仍需进一步研究。

B. 贡献与文章结构

本文介绍了一种用于多输入多输出蜂窝系统海量接入的无授权随机接入协议，其中单天线设备与多天线基站进行通信。所提方案由面向稀疏传输模式的码本、基于字典学习和纠错码（ECC）的接收机，以及冲突消解过程组成。活跃设备首先从公共码本中选择码字，然后生成稀疏帧，并按照所选码字将调制符号扩展到帧中。符号的稀疏模式与后续的活动检测和信息恢复直接相关。对于接收机，基站恢复稀疏帧，并通过字典学习和纠错码修正估计得到的信道矩阵。帧中的稀疏性有助于实现字典学习。结合字典学习和纠错码，即可实现所提无导频海量随机接入协议。尤其是，与现有研究不同，该方案基本无需用于信道估计、活动检测等不同用途的前导信号，这对于海量机器类通信中功率受限设备的短包传输十分有利。

借助所提出的基于字典学习和纠错码的协议，配备多天线的基站能够以无授权随机接入的方式支持海量设备，而无需预协调。本文还阐述了根据字典学习和纠错码的特点设计的冲突消解过程。数值结果展示了该协议的可行性，并将其性能与其他基于字典学习的方法进行了比较。本文组织结构如下：第二节介绍系统模型，并简要介绍字典学习和纠错码的背景，同时详细阐述字典学习中的模糊问题。第三节详细介绍所提出的接收机结构，第四节展示系统性能的数值结果。最后，第五节总结全文。

符号说明：对于矩阵 $\mathbf{A}$，$\mathbf{A}^{-1}$ 表示其逆矩阵（若$\mathbf{A}$ 可逆），$\mathbf{A}^{*}$ 和$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ 分别表示$\mathbf{A}$的复共轭和转置，而 $[\mathbf{A}]_{i,\ j}$ 表示矩阵$\mathbf{A}$中第 i行、第 j列的元素。 $[\mathbf{A}]_{i,\ :}$ 表示矩阵的第 i 行， $[\mathbf{A}]_{:,\ j}$ 表示第 j列。**zeros(**$n,\ m$**)**

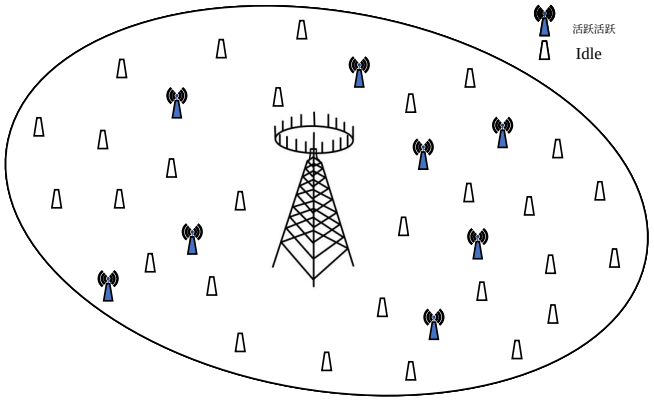


图1. 配备多输入多输出基站的海量机器类通信系统中间歇性上行传输示意图。

创建一个大小为 $n \times m$ 的全零矩阵。对于向量，a 表示列向量，a^{T}表示行向量。在矩阵 A 中，使用分号分隔行向量：$= \left[\mathsf{a}_1^{\mathrm{T}}; \mathsf{a}_2^{\mathrm{T}}; \ldots; \mathsf{a}_n^{\mathrm{T}}\right]$；使用逗号分隔列向量：$\mathsf{A} = [\mathsf{a}_1, \mathsf{a}2, \ldots, \mathsf{a}_n]$。$[\mathsf{a}]_i$ 表示第 i个元素。 $\|\mathsf{a}\|_p$ 表示 p-范数，其中$\|\mathsf{a}\|_0$ 表示向量中的非零元素个数。$diag(\mathsf{a})$是一个对角元素均为a的方阵。对于集合 A， $|A|$ 表示 A 的基数，$\|A\|_0$ 表示集合中非零元素的个数。$(A_1 - a)$表示移除元素 a后得到的新集合。对于标量 a， $|a|$ 表示 a的绝对值。$\mathcal{CN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$表示均值为 $\boldsymbol{\mu}$ 、协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}$的多元复高斯分布。

II. 系统模型

A. 上行传输模型

如图1所示，考虑由 K_{tot} 个单天线设备组成的单小区蜂窝网络的上行链路，这些设备由配备 M 根天线的基站提供服务。假设设备间歇性活动，即 $\mathcal{A} \subset \{1, 2, ..., K_{tot}\}$ 表示相干时间内活跃用户的集合，且集合基数为 $|\mathcal{A}| = K_a \ll K_{tot}$。每个设备有 B 个信息比特需要编码并嵌入到帧中，并在L 次信道使用中传输。$\mathbf{x}_k \in \{0,1\}^{B\times 1}$ 表示第 k个活跃设备的二进制消息。 $f(\cdot)$是所提方案中的编码函数，表示纠错码（ECC）编码、从公共码本中选择码字以及符号调制。该编码过程将在第三节中详细说明。假设设备之间同步传输，接收信号可表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{u\in\mathcal{A}} \sqrt{\rho_u}\mathbf{h}_u f(\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}) + \mathbf{N} \tag{1}$$

其中， ρ_u 表示每个符号的接收功率，$\mathbf{h}_u \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ 表示第 u个活跃设备的信道向量，并考虑$\mathbf{h}_u \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0},\mathbf{I})$瑞利衰落模型；$\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}} \in \{0,1\}^{1\times B}$ 表示二进制消息行向量， $f(\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}})$ $\in \mathbb{C}^{1\times L}$ 表示$\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$编码器的输出，即活跃设备 $u \in \mathcal{A}$的码字；$\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{M\times L}$ 表示加性白高斯噪声矩阵，其元素相互独立且服从$\mathcal{CN}(0,1)$分布。

B. 字典学习

本节简要介绍信号的稀疏表示与字典学习之间的关系。含噪测量的典型恢复问题 [17] 可表述为从 $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{n\times 1}$ 中进行估计

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n} \tag{2}$$

其中，$\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{m\times 1}$ 是测量向量，$\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{m\times n}$是已知的感知矩阵或字典矩阵，而$\mathbf{n}$ 是噪声向量。在压缩感知中，感知矩阵通常是宽矩阵，即 $m \ll n$，这会导致欠定情形，难以得到唯一解，因此通常存在无穷多个解。然而，利用 $\tilde{\mathbf{x}}$ 的稀疏性特征，可以找到最稀疏解 [18]。借助 $\tilde{\mathbf{x}}$ 的稀疏属性，这个 NP难但可解的问题可以通过多种方法妥善解决。例如，在 [19], 正交匹配追踪（OMP）算法中，这是一种贪心且易于实现的算法，能够恢复并控制 $\tilde{\mathbf{x}}$ 的稀疏度。尽管如此，其他解决方案 [20]–[24] 也已得到充分讨论，可利用海量机器类通信中的稀疏性特征实现各种目标，例如活动检测和信道估计。

压缩感知使用线性测量和欠定感知矩阵进行稀疏恢复，而字典学习（DL）则根据接收信号生成字典或感知矩阵。通常，字典学习可视为对$\mathbf{Y} = \mathbf{DX} + \mathbf{N}$进行$\tilde{}$ $\tilde{}$分解，其中$\mathbf{N}$ 是噪声矩阵，$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}2, ..., \mathbf{y}_L]$，$\mathbf{X} = [\tilde{}\mathbf{x}_1, \tilde{}\mathbf{x}_2, ..., \tilde{}\mathbf{x}_L]$。其基本思想是使用预先指定的$\tilde{}$或初始字典$\mathbf{D}$ 对观测$\mathbf{Y}$ 进行分解，得到系数；也就是说，将观测近似表示为字典列向量的线性组合。然后，通过更新字典、系数或两者，进一步减小偏差。例如，首先使用 OMP 将$\mathbf{Y}$ 分解为初始字典$\mathbf{D}$与$\mathbf{X}$的$\tilde{}$ $\tilde{}$乘积。随后，最优方向法（MOD）算法 [25] 在系数固定的情况下修改字典，使近似更加准确；或者，K-SVD [26] 算法通过奇异值分解，按列迭代地同时更新字典和系数。具体而言，上述过程可表示为

$$\begin{aligned} &\arg\min_{\tilde{\mathbf{D}},\{\tilde{\mathbf{x}}_i\}} \sum_{i=1}^{L} \|\tilde{\mathbf{x}}_i\|_0 , \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{L} \left\|\mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{x}}_i\right\|_2 \le \epsilon \end{aligned} \tag{3}$$

其中， ϵ 是可接受误差，利用它，方程可得到具有所需稀疏度的$\mathbf{X}$ $\tilde{}$。等价地，另一种形式为

$$\begin{aligned} &\arg\min_{\tilde{\mathbf{D}},\{\tilde{\mathbf{x}}_i\}} \sum_{i=1}^{L} \left\|\mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{x}}_i\right\|_2 , \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{L} \|\tilde{\mathbf{x}}_i\|_0 \le C_0 \end{aligned} \tag{4}$$

$\tilde{}$其中设置一个常数 C_0 来约束$\mathbf{X}$的稀疏度。值得注意的是，假设

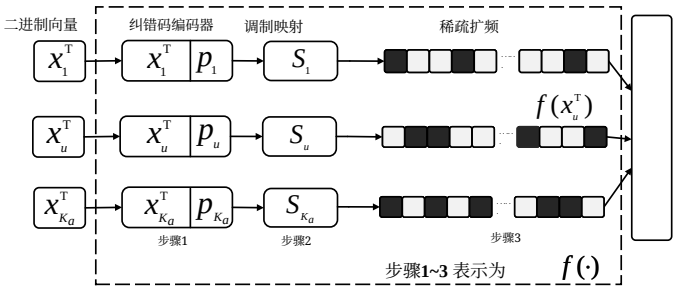


图2. 图示了所提方案在传输前的所有编码过程，包括ECC编码、调制映射以及面向码字的稀疏扩频。

$\mathbf{D}$ 和$\mathbf{X}$ 是原始矩阵。1）置换模糊：˜这意味着，解$\mathbf{D}$ 和˜ $\mathbf{X}$ 的行和列会随机置换，即$\mathbf{DX} = \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{\Pi} \times \mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{X}}$，$\mathbf{\Pi}$ 是一个方形置换矩阵，每行和每列中仅有一个元素的值为1˜。$\mathbf{D\Pi}$ 是$\mathbf{D}$ 列置换后的版本，而 $\mathbf{\Pi}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{X}}$ 是$\mathbf{X}$ 行置换后的版本。2）标量歧义：这意味着，当字典矩阵和系数矩阵分别乘以一个常数及其逆矩阵时，乘积与原始乘积相同，即$\mathbf{DX} = \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{\Lambda}^{-1} \times \mathbf{\Lambda}\tilde{\mathbf{X}}$，$\mathbf{\Lambda}$ 是一个对角常数矩阵。这两者是字典学习中的固有问题，当解的置换和标量至关重要时，需要谨慎处理。在第三节中，将详细阐述如何在所提方案中应对这些歧义。本文所提方案首次提出如何将字典学习与纠错码结合起来，以在基站实现活动检测和信息恢复，并将在第三节中进一步讨论。

III. 基于字典学习和ECC的接收机设计

本节根据式（1）中的模型，介绍一种由字典学习和ECC构成的实用UMA方案。首先，详细说明稀疏帧构造，以便将符号插入帧中。接着，设计一种结合字典学习和ECC的接收机处理方案，以实现对接收信号的活动检测和信息恢复。最后，为解决无授权随机接入中码字碰撞概率较低的问题，利用ECC活动检测的特性设计冲突消解方案。

A. 帧结构与稀疏性构造

本小节详细介绍帧的组成和传输策略。稀疏帧结构使得能够通过字典学习和ECC实现活跃码字识别与信息恢复。假设活跃用户 $u \in \mathcal{A}$ 要在包含 L 次信道使用的帧内传输一个二进制向量 $\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$。图2展示了传输前的整个流程。向量 $\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$ 通过以下步骤编码为 $f(\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}})$：ECC编码、调制映射以及根据码字模式进行稀疏扩频。在不失一般性的前提下，以下描述采用低密度奇偶校验（LDPC）码作为ECC编码。为便于说明，$f(\cdot)$表示二进制向量经历上述三项操作后的结果。

首先进行LDPC编码。根据预先设定的校验矩阵 $\mathbf{H}$ 构造含有 p 个比特的奇偶校验二进制向量 $\mathbf{p}_u$；该矩阵可以修改，以满足不同的比特率。LDPC编码阶段完成后，将校验比特附加到初始消息的末尾。接下来，通过调制方式将含有 $(B+p)$ 个比特的向量 $\left[\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}, \mathbf{p}_u\right]$ 映射为复值符号向量 $\mathbf{S}_u$。本文采用正交相移键控（QPSK）。最后，按照所选码字的稀疏模式扩展符号，从而构造帧。在我们的方案中，活跃用户所选的码字也控制传输的稀疏模式。然而，与现有工作不同，所提方案不采用预设的导频序列或类导频比特；并且遵循UMA的特性，不会为用户唯一分配码字。$\mathbf{c}_u^{\mathrm{T}} \in \{0,1\}^{1\times L}$ 是第 u 个活跃用户的码字，其中包含 $S = \binom{B+p}{2}$ 个取值为1的非零元素和 $L-S$ 个零元素。S 等于调制符号的数量，L 等于帧长。此外，$S \ll L$表示$\mathbf{c}_u^{\mathrm{T}}$ 中只有极少数元素为非零，且 L/S 用于量化向量的稀疏程度。零元素表示静默时隙，即不发送信号；待传输的符号则分散在非零元素所在的位置。图2-步骤3展示了这一稀疏扩频过程，其中深色方格表示扩频后的符号，浅色区域表示静默时隙。例如，根据所选码字 $[1,0,0,1,0,...,0,0,1,0]$的稀疏模式，将符号向量 $[S_1, S_2, ..., S_k]$ 插入帧$[S_1,0,0,S_2,0,...,0,0,S_k,0]$中。时隙若为静默时隙，则不传输任何信号。之后将利用帧的这种稀疏性实现活动检测和信息恢复。

请注意，单个码字中非零元素的排列总数遵循 $\binom{L}{S}$，其中 $\binom{L}{S}$ 表示组合数公式，它意味着存在大量不同的码字，并表明当随机选择码字时，活跃用户之间发生碰撞的可能性相当低；同时，$L \gg S$ 使传输向量的稀疏度易于控制，从而有利于后续的DL过程。

B. 联合活跃设备与信息检测

本小节介绍一种旨在联合执行活跃设备与信息检测的接收机。以下内容将介绍如何将 UMA 与字典学习相关联，以及如何利用纠错码解决字典学习中的模糊问题。

*1) DL*问题建模：在一个帧时间内，(1) 可改写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{GX} + \mathbf{N} \tag{5}$$

其中，$\mathbf{G} = \left[\sqrt{\rho_1}\mathbf{h}_1, \sqrt{\rho_2}\mathbf{h}_2, \ldots, \sqrt{\rho_{K_{tot}}}\mathbf{h}_{K_{tot}}\right] \in \mathbb{C}^{M\times K_{tot}}$ 为信道矩阵，且 M 为天线数量。按行来看，$\mathbf{X} = \left[f(\mathbf{x}_1^{\mathrm{T}}); f(\mathbf{x}_2^{\mathrm{T}}); \ldots; f(\mathbf{x}_{K_{tot}}^{\mathrm{T}})\right] \in \mathbb{C}^{K_{tot}\times L}$, $\mathbf{X}$ 是一个行稀疏矩阵。如III-A节所述，信号按照由所选码字确定的特定稀疏模式进行传输，即由于码字的特性，$\mathbf{X}$ 的行向量呈现高度稀疏模式

的 $S/L \ll 1$。这也使得$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_L]^{K_{tot} \times L}$成为一个列稀疏矩阵。$\mathbf{x}_l, l \subset \{1, 2, \cdots, L\}$ 中的非零元素服从二项分布。具体而言，考虑第 l次信道使用，接收信号可写为：

$$\mathbf{y}_l = \mathbf{G}\mathbf{x}_l + \mathbf{n} \tag{6}$$

其中 $l \in [1, L]$，$\mathbf{y}_l$ 是 $\mathbf{Y}$ 的第 l 列。$\mathbf{y}_l$ 表示为 $\mathbf{G}$ 中各列的稀疏线性组合，而 $\mathbf{x}_l$ 是系数向量。根据式 (4) 和 (6)，式 (5) 可表述为第二节第 II-B 节中提到的一个字典学习问题：

$$\begin{aligned} (\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{X}}) = &\arg\min_{(\mathbf{G}, \mathbf{X})} \sum_{l=1}^{L} \|\mathbf{y}_l - \mathbf{G}\mathbf{x}_l\|_2 , \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{l=1}^{L} \|\mathbf{x}_l\|_0 \leq K \end{aligned} \tag{7}$$

然而，直接应用深度学习算法无法解决这种无授权随机接入系统中的问题。原因在于，信息蕴含在$\mathbf{X}$的稀疏行模式中。然而，经过深度学习分解后，行的排列是任意的。还需要进一步检测，以确定哪些行处于活跃状态，并将这些行与其码字匹配，从而提取所需信息；也就是说，需要解决模糊问题，这引出了以下任务。

算法1 基于稀疏帧的活跃码字检测

1: 输入 $\mathbf{\Omega}$、$\mathbf{C}$、 $\tilde{\mathcal{A}} = \mathbf{zeros}(1, 1: K_{tot})$
2: **内积** $\mathbf{P} = \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{C}$
3: **对于** $i = 1: K_a$ **do**
4: $(k, n) =$ **求解(** $\mathbf{P} = max[\mathbf{P}]$ **)**
5: $\left[\tilde{\mathcal{A}}\right]_k = n$
6: $[\mathbf{P}]_{k, :} =$ **零**$(1, K_{tot})$
7: </style}结束循环
8: 输出 $\tilde{\mathcal{A}}$

2）活跃码字检测：假设接收信号$\mathbf{Y} \approx \mathbf{G}\mathbf{X}$成功˜ ˜分解后，与期望的$\mathbf{X}$相比，$\mathbf{X}$ 可视为经过行置换和标量乘法后的结果，这是由置换和标量歧义导致的。然而，逐行置换不会影响消息的顺序。如第三节 III-A 所述，所有活跃设备都从公共码本中随机选择一个稀疏码字，并按照所选˜码字中非零元素的顺序传输符号，这意味着$\mathbf{X}$ 继承了码字的稀疏性特征。由于$\mathbf{X}$ 的列顺序和稀疏˜模式在$\mathbf{X}$中得到了很好的保留，我们可以利用稀疏模式来检测并区分潜在的活跃设备。具体而言，分解后，我们假设 $\tilde{}\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$ 已被完美恢复。这表明 $\tilde{}\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$的非零元素仅出现在所选码字对应的非零元素位置上，即 $\tilde{}\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$ 和$\mathbf{c}_u$ 具有相同的稀疏模式。此外，由于 $S/L \ll 1$，$\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$ 与码字$\mathbf{c}_u^{\mathrm{T}} \cdot \tilde{}\mathbf{x}_u = S \cdot a$和$\mathbf{c}_{\tilde{u}}^{\mathrm{T}} \cdot \tilde{}\mathbf{x}_u \ll S \cdot a$之间的内积，其中 a 是一个复常数，且 $\tilde{u} \in (\mathcal{A} - u)$。这意味着$\mathbf{c}_u^{\mathrm{T}}$是与 $\tilde{}\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}$ 最匹配的码字，而非其他码字。因此，可以利用帧的稀疏结构实现活跃码字检测，并为后续步骤做好准备。

检测每个潜在的活跃码字，就是将 $\tilde{}\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{K_{tot} \times L}$ 的每一行与码本的所有列配对，即$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \ldots, \mathbf{c}_{K_{tot}}] \in \{0, 1\}^{L \times K_{tot}}$，这等价于˜计算$\mathbf{X}$ 的每一行与$\mathbf{C}$的每一列之间的内积。首先，我们通过定义以下内容来提取 $\mathbf{X}$ 的稀疏模式：

$$[\mathbf{\Omega}]_{i,j} = \begin{cases} 1, \tilde{\mathbf{X}}_{i,j} \neq 0 \\ 0, \tilde{\mathbf{X}}_{i,j} = 0 \end{cases}, 1 \leq i \leq K_{tot}, 1 \leq j \leq L \tag{8}$$

通过这种方式，$\mathbf{\Omega} = \left[\mathbf{\Omega}_1^{\mathrm{T}}; \mathbf{\Omega}_2^{\mathrm{T}}; \ldots; \mathbf{\Omega}_{K_{tot}}^{\mathrm{T}}\right] \in \{0, 1\}^{K_{tot} \times L}$与 $\tilde{}\mathbf{X}$具有相同的稀疏模式。行向量Ω_i^{T}和$\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}$的非零元素数量和顺序完全相同。我们定义$\mathbf{P}$

$$= \cdot = \left[\begin{array}{ccc} \mathrm{T} & \mathrm{T} & \mathrm{T} \\ 1 & 2 & \ldots \\ & & K_{tot} \end{array}\right] \in \mathbb{R}^{K_{tot} \times K_{tot}}$$

$\mathbf{\Omega}$ $\mathbf{C}$ $\mathbf{p}$；$\mathbf{p}$；；$\mathbf{p}$，其中行向量$\mathbf{p}_i^{\mathrm{T}}$表示$\Omega_i^{\mathrm{T}}$与所有码字之间的内积。理想情况下，$\mathbf{\Omega}_u^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{c}_u = S$ 和$\mathbf{\Omega}_u^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{c}_{\tilde{u}} \ll S$，表明稀疏模式匹配。然而，由于外部干扰，分解可能不像预期的那样顺畅，即当$\mathbf{Y}$ 进行分解时，由于噪声，$\mathbf{X}$各行的非零˜元素数量和顺序变得相对不确定，内积也可能不会像预期那样显著。为解决这一问题，我们将$\mathbf{P}$ 中的最大元素视为潜在活跃码字的指示。

上述内容在算法1中进行了描述，其中输出˜$\boldsymbol{\mathcal{A}}$的第 k 个元素存储检测到的码字数值标签n。 k 是$\mathbf{X}$的行数值标签。第6行的操作将一行中的所有元素置零，从而确保每一行只与一个码字匹配。需要˜说明的是，恢复的$\mathbf{X}$ 中的元素是在各次信道使用中传输的符号，但仍需解调；矩阵中的行则包含潜在的活跃设备以及其他冗余向量。算法1通过˜将恢复的信息$\mathbf{X}$ 的每一行或信道矩阵的每一列与一个可能的码字匹配，成功解决了字典学习过程中的置换模糊。因此，可以提取初步所需的信息，但标量歧义仍有待消除。

3）通过纠错码和字典学习细化字典矩阵：图3展示了接收机的整体结构，包括活动检测，其中通过算法1利用预定义的稀疏帧构造来提取信息。下文将详细阐述其余步骤，尤其是如何采用纠错码消除字典学习算法中遇到的歧义。一般而言，观测分解和近似改进是字典学习的两个主要步骤。后者可通过同时或单独采用字典或系数矩阵细化策略来实现，从而获得更精确的近似，例如MOD和K-SVD。这体现了字典学习的核心思想：通过一组基向量形成所需的线性组合。然而，算法无法保证完全正确的稀疏恢复以及后续的完美细化，尤其是在存在外部噪声偏差时，因此所提方案需要进一步的处理步骤。

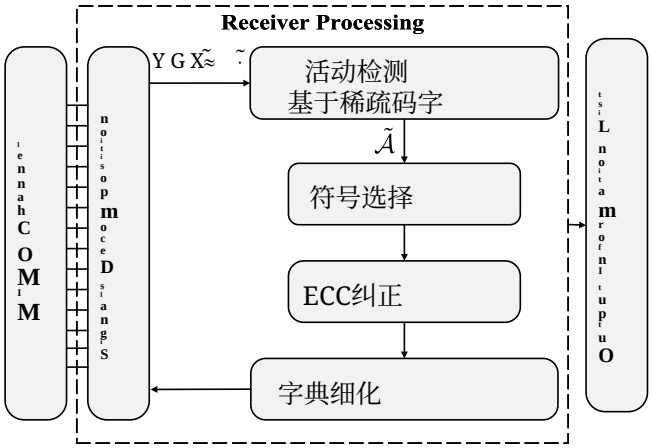


图 3. 通过字典学习和纠错码方法在接收机处执行的流程示意图。

在完成分解和活跃码字检测后，字典细化阶段旨在消除标量歧义并恢复所需信息。回顾可知，恢复信息的行向量 $\tilde{\mathbf{x}}_u^{\mathrm{T}}$ 根据固有的稀疏模式，与最匹配的码字 $\tilde{\mathbf{c}}_u^{\mathrm{T}}$ 相匹配。码字中的零元素表明，$\tilde{\mathbf{x}}_u^{\mathrm{T}}$ 在对应位置也应具有相同的零元素。可将其总结如下：

$$\begin{aligned} &\arg\min_{\tilde{\mathbf{G}},\tilde{\mathbf{X}}} \left\| \mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{X}} \right\|_2^2, \\ &\text{s.t. } \left[\mathbf{x}_u^{\mathrm{T}}\right]_i = 0,\ if\ \ [\mathbf{c}_u]_i = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

很自然，当字典和系数矩阵恢复得更加准确时，近似结果也会更加精确。(9)可视为对$\tilde{}$信息矩阵的第一次细化。此外，如果能够检测并纠正$\mathbf{X}$ 中的错误，将该矩阵转换为更理想的信息矩阵$\mathbf{X}$，即$\mathbf{X}$ 比$\mathbf{X}$ 更接近初始$\mathbf{X}$，那么基于$\mathbf{X}$ 进行字典细化将使$\mathbf{G}$ 朝着实际信道矩阵演化。因此，近似结果会更加精确。

算法 2 由纠错码和 MOD 优化的字典

1: 输入 $\tilde{\mathbf{X}},\ \tilde{\mathbf{G}},\ \tilde{\mathcal{A}},\ \mathbf{C},\ \mathbf{H}$
2: 定义 $\boldsymbol{\upsilon} = \mathbb{EX}\left[\mathbf{c}_u\right]$ 为模式提取矩阵
3: **对于** $i = 1 : K_a$ **do**
4: $k =$**寻找**$(\tilde{\mathcal{A}}_{i\text{-th}} \neq 0)$
5: $\boldsymbol{\upsilon} = \mathbb{EX}\left[\mathbf{c}_{[\mathcal{A}]_k}\right]$
6: $\left[\hat{\mathbf{X}}\right]_{i,:} = \left[\tilde{\mathbf{X}}\right]_{k,:} \cdot \boldsymbol{\upsilon}$
7: $\left[\hat{\mathbf{G}}\right]_{:\,i} = \left[\tilde{\mathbf{G}}\right]_{:\,k}$
8: **结束循环**
9: **解调** $\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{llr}} = \mathbb{DM}[\hat{\mathbf{X}}]$
10: **纠错码解码器** $\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{binary}} = \mathbb{LDPC}^{-1}[\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{llr}},\ \mathbf{H}]$
11: 编码 $\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{binary}}$ 到 $f(\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{binary}})$，传输过程中的状态，用于修改信道矩阵
12: **字典细化** $\hat{\mathbf{G}} = \mathbb{MOD}[f(\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{binary}}), \mathbf{Y}]$
13: 输出$\mathbf{G}$

假设活跃码字检测成功，算法 2详细说明了纠错码和字典学习所执行的细化过程。在第2行，$\boldsymbol{\upsilon}$ 是根据向量中非零元素的模式生成的矩阵，旨在从原始向量中提取非零元素。其列数等于向量中非零元素的总数；如果第 m个非零元素位于第 n个序列位置，则$[\boldsymbol{\upsilon}]_{n,m} = 1$，例如，对于行向量$\mathbf{v} = [1,0,1,1]$ $\boldsymbol{\upsilon} = [1,0,0,0\ \ 0,0,1,0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1]^T \in \{0,1\}^{4\times 3}$，；；,,,以及$\mathbf{v}_{\mathrm{nonezero}} = \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\upsilon} = [1,1,1]$。第4行表示在集合中查找第 i个非零元素。第6—7行删去$\mathbf{X}$ （$\mathbf{G}$）中的冗余行（列），第6行则利用选定的码字提取潜在符号$\hat{}$。在第9—11行，首先将$\mathbf{X}$ 从符号解调为以LLR（对数似然比）表示的$\hat{}$值。随后，$\mathbf{X}$ 成为纠错码解码器的输入，其中采用基于置信传播算法的LDPC软解码，$\mathbf{H}$ 为校验矩阵。完成纠错码纠错后，为进行字典细化，将$\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{binary}} \in \{0,1\}^{K_a \times B}$的每一行编码为 $f(\hat{\mathbf{X}}_{\mathrm{binary}}) \in \mathbb{C}^{K_a \times L}$，这是由于(5)所规定的约束，而 $f(\cdot)$用于对矩阵的行向量进行编码。第12行的最后一步是进行字典细化，采用MOD 算法对字典进行修改，因为该算法易于实现且能够保证收敛。

请注意，标量歧义已在第 9–12 行中隐式解决，因为经过解调、纠错码解码和编码 $f(\cdot)$ 后，标量矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 不再是任意复数标量矩阵，而只是一个矩阵 $\mathbf{I} = diag([a_1, a_2, \ldots, a_K])$，其元素均为非复数，即 $\mathbf{DX} = \hat{\mathbf{D}}\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \cdot \boldsymbol{\Lambda}\hat{\mathbf{X}}$，其中 $\boldsymbol{\Lambda}$ 在字典学习分解阶段曾是任意且不可预测的，而现在其影响可以忽略不计，因为其元素只能是正或负的常数。就信息幅度而言，由于统一的标量乘法，它几乎不会损害映射解调和纠错码解码；也就是说，整个信息向量乘以一个标量不会影响解码阶段的信息结果。例如，采用 QPSK 时，解调后的符号向量可以表示为近似 LLR 的形式，以抵消幅度标量乘法，从而解决标量歧义。至于相位的影响，最坏的情况是整个向量发生相位反转，这可以通过差分编码方法（例如曼彻斯特编码）有效解决。

C. 冲突消解

当所有用户共享一个公共码本时，两个或更多设备可能会选择相同的码字 $\tilde{\mathbf{c}}$。如第三节-A中所述，在该方案中这种情况发生的概率可能很小。当多个设备选择同一码字来控制传输模式时，接收机随后收到的信号可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{\mathrm{collide}} &= \sum_{i\in C} \mathbf{h}_i \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} + \mathbf{N} \\ &= (\sum_{i\in C} \mathbf{h}_i \boldsymbol{\Lambda}_i)\tilde{\mathbf{c}}^{\mathrm{T}} + \mathbf{N} \end{aligned} \tag{10}$$

其中，$\tilde{\mathbf{c}}^{\mathrm{T}}$ 是发生碰撞的码字，$\mathbf{\Lambda}_i\tilde{\mathbf{c}}^{\mathrm{T}}=\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{\Lambda}_i$ 是一个对角复矩阵，$\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\in\{0,1\}$ 是二进制消息，$\mathbf{N}$ 是干扰，C 是包含发生碰撞设备的集合。在所提方案中，这意味着第三节-B中的约束$\mathbf{\Omega}_u^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{c}_u=S$和$\mathbf{\Omega}_u^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{c}_{\tilde{u}}\ll S$无效，从而导致活跃用户识别及后续阶段失败。当算法1将一个码字检测为多个设备处于活跃状态时，可能发生碰撞。这可能是式(10)中重叠或外部干扰所致。需要判断其原因是外部噪声，还是确实发生了碰撞。尽管如第三节-A所述，由于潜在码字数量充足，发生碰撞的概率微乎其微，但碰撞仍有可能发生；算法3描述了一种旨在防止此类情况的碰撞解决协议。第4行中的 $\mathfrak{V}_i$ 是算法 2 中定义的模式提取矩阵，由码字$\mathbf{c}_i$生成。第6行表示错误检测过程，例如使用奇偶校验。

算法3 碰撞解决协议

1：当检测到一个码字处于激活状态时，若有 d 多个设备且 $d>\quad m$，则可能发生碰撞。m 是可容忍的码字重复次数。
2：**执行**以下协议
3：　**遍历**码字以提取信息
4：　　$\hat{\mathbf{x}}_i^{\mathrm{T}}=\hat{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\cdot\mathfrak{V}_i$
5：　**解调** $\hat{\mathbf{x}}_{i,\text{binary}}^{\mathrm{T}}=\mathbb{DM}[\hat{\mathbf{x}}_i^{\mathrm{T}}]$
6：　**ECC错误数** $e_i=\mathbb{PARITY}[\hat{\mathbf{x}}_{i,\text{binary}}^{\mathrm{T}}]$
7：　选择 c_i，使**最小** e_i，且**最大**内积 $\hat{\mathbf{x}}_i^{\mathrm{T}}\cdot c_i$
8：**结束**
9：更新 $\mathcal{A}$

D. 原子数优化

回顾式（2）和式（4），通过字典学习进行稀疏近似，利用字典中的一组基向量，从测量值$\mathbf{y}$生成系数或原子 $\tilde{\mathbf{x}}$。通常，由于稀疏近似的特性，$\tilde{\mathbf{x}}$ 中非零元素的数量远小于全部测量值的数量，而实现可靠恢复所需的条件和可接受的计算复杂度会随原子数而变化。例如，[19] 从理论和实证上表明，对于 d 维、包含 m 个非零原子的列向量$\mathbf{x}$，以及行数等于测量值数量的 N 维字典矩阵，OMP算法至少需要 $\mathcal{O}(m\ln d)$个信号测量值，计算成本为 $\mathcal{O}(mNd)$。

因此，在海量接入中采用字典学习算法时，需要考虑如何为$\mathbf{x}$ 合理初始化适量的原子或设置行稀疏度。下文将阐述如何将码本的统计特征与恢复信息的稀疏度联系起来，以降低计算复杂度并减小基站的天线规模。在 (5) 中，$\mathbf{X}\in\mathbb{C}^{K_{tot}\times L}$ 和 $\mathbf{G}\in\mathbb{C}^{M\times K_{tot}}$，$M$ 是基站的天线数，L 是帧长。$\mathbf{X}$中仅有 $K_a\ll K_{tot}$ 行具有非零元素，这些行表示经随机排列的活跃设备。因此，可以据此确定行原子数的上界 $m_{max}=K_a$，并据此简单设置字典学习的原子数。然而，上界难以反映行稀疏度。为获得合适的原子数，本文提出一种新的思路。假设公共码本完全随机生成，具体而言，这意味着单个码字中的每个元素为非零的概率均为 $\gamma=S/L\ll 1$，且一列中元素的分布也是随机的，与各行的分布无关。由于随机活跃设备通过相应的稀疏码字传输消息，$\mathbf{X}$ 也具有这一特性。因此，总体而言，$\mathbf{X}$ 矩阵中的元素独立同分布，由此可得列向量的非零元素平均数 m 为 $(K_a\cdot S)/L=K_a\cdot\gamma\ll K_a$，其中 $K_a\cdot S$ 是矩阵中非零元素的总数，γ 由码本的设计决定。

就此而言，例如采用OMP时，矩阵的计算复杂度（CC）与 $\mathcal{O}(mMK_{tot}L)=\mathcal{O}(\alpha mK_a)$成正比，其中假设 $\alpha=(MK_{tot}L)/K_a$保持为常数。若将原子数设为上界 $m=K_a$ 或 $m=K_a\cdot\gamma$，则CC分别为 $\mathcal{O}(\alpha K_a^2)$和 $\mathcal{O}(\beta K_a)$，其中 $\beta=\alpha K_a\cdot\gamma$。显然，CC大幅降低，不再呈指数增长。同样，鲁棒恢复所需的最少测量值也会随原子数减少而降低。第四节的数值结果验证了利用码本的统计特征指导原子数选择对结果的有益影响。上述分析也为扩展到码本行向量服从各种分布的情形提供了启示；在这种情况下，需要考虑行向量对列向量统计特征的影响。

E. 求解未知量 K_a

前面各部分将活跃设备的数量视为已知参数，但在实际应用中，通常需要对其进行估计。由于基站配备了大规模 MIMO，根据大数定律，可以通过功率估计得到潜在设备数量的上界

$$\hat{K}=\frac{1}{\check{\rho}S}\left(\frac{\|\mathbf{Y}\|_F^2}{M}-L\right)\tag{11}$$

其中，$\check{\rho}$ 是接收机接收到的最小符号功率。一种可行的补救方法是，使用根据下界符号功率值通过式（11）估计得到的活跃设备数量上界 $\hat{K}$ 来初始化字典学习，然后在字典学习阶段的结果中，同时考虑原子的功率和内积值，滤除不符合条件的潜在行，从而得到最终估计 K_{est}。算法4详细说明了使用初始值 K 进行的矩阵裁剪过程，以及算法1中的活跃码字检测。

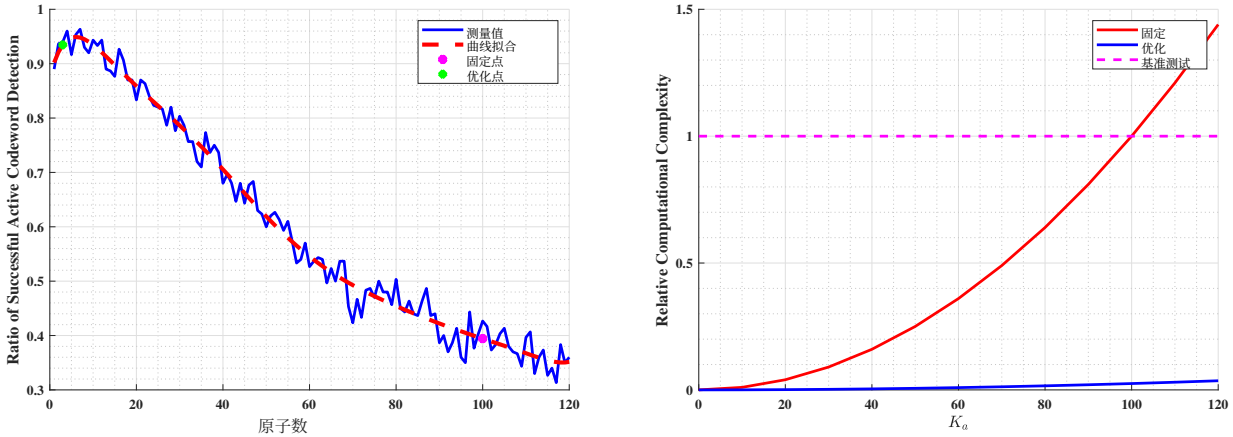


图4. 原子数选择对活动检测和计算复杂度的影响。(a) 成功活跃码字检测率与原子数的关系，其中 K_{tot}=1000, K_a=100, M=64, L=1600, S=L/40，信噪比=10dB。(b)计算复杂度与原子数的关系，其中 K_{tot}=1000, M=64,L=1600 S=L 40 ,/。

算法4 按模式和功率裁剪矩阵

1: 输入 $\hat{K}$, $\mathbf{Y}$, $\tilde{\mathbf{X}}$, $\tilde{\mathbf{G}}$, $\tilde{\mathcal{A}}$
2: 初始化为 $\hat{K}$
3: **当** $i \leq \left\|\tilde{\mathcal{A}}\right\|_0$ do
4: k =**查找**($\tilde{\mathcal{A}}_{i\text{-th}} \neq 0$)
5: $\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} = \left[\tilde{\mathbf{X}}\right]_{k,:} \cdot \upsilon_i$, $\mathbf{h}_i = \left[\tilde{\mathbf{G}}\right]_{:k}$
6: **如果** $\|\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\|_2^2 \cdot c_i < threshold$
7: $\hat{K} = \hat{K} - 1$
8: 从 $\tilde{\mathbf{X}}$ 和 $\tilde{\mathbf{G}}$中排除$\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}$ 和$\mathbf{h}_i$
9: **结束 if**
10: **结束 while**
11: $K_{\text{est}} = \hat{K}$
12: 输出 K_{est}

IV. 数值结果

本节通过仿真结果展示所提方案在大规模 MIMO 基站场景下进行无源海量接入的可行性。在仿真中，所有设备共享一个随机生成的公共码本，并通过 ECC 方法对二进制消息进行编码。随后，ECC 编码后的消息通过正交相移键控（QPSK）映射为符号，并利用所选码字的稀疏帧模式进行传输。长度为 L 的帧包含 S 个非零项和（$L-S$）个静默时隙，其排列由码本决定。假设设备与接收机之间实现了完美同步。不使用导频前导或类导频比特，并假设独立同分布瑞利衰落信道在一个帧时长内保持不变，其信道向量为$\mathbf{h}_k$ ，服从$\mathcal{CN}(\mathbf{0},\mathbf{I})$。二进制消息采用码率为 0.5 的低密度奇偶校验码进行编码，并在 ECC 过程中通过置信传播算法 [10]进行解码；字典学习阶段则采用 OMP 和 MOD 算法。除非另有说明，假设设备之间不会发生碰撞，活跃设备数量 K_a 已知，且符号功率相同。

A. 活跃码字识别

系统性能用用户错误概率（PUPE） [7], 来表示，包括用户漏检概率 p_{md} 和用户虚警概率 p_{fa}。前者定义为

$$p_{\text{md}} = \frac{\mathbb{E}\left[n_{\text{md}}\right]}{K_a} \tag{12}$$

其中，期望是针对随机生成的码本、衰落和噪声取的，n_{md} 表示已传输但最终被遗漏的消息数量。实际上，由于我们假设所有设备传输的消息长度相同，n_{md} 等于被遗漏的活跃码字数量。后者定义为

$$p_{\text{fa}} = \mathbb{E}\left[\frac{n_{\text{fa}}}{|\mathcal{L}|}\right] \tag{13}$$

这与估计的活跃码字数量相关，记为

$$|\mathcal{L}| = n_{\text{fa}} + K_a - n_{\text{md}} \tag{14}$$

n_{fa} 是虚警数量，即检测到的消息实际上并未被任何设备传输。注意，当基站已知活跃设备数量 K_a 时，$|\mathcal{L}| = K_a$，因此错误概率等价于$p_{\text{fa}} = p_{\text{md}}$，记为 p_e，其中活跃设备数量已知。码字中的零表示未传输信号的静默时隙，而 $\bar{\rho}$ 是每个设备每个符号的平均接收功率，噪声方差 σ^2 不失一般性地设为 1。由此，比特能量定义为

$$E_b/n_0 \triangleq \frac{\bar{\rho} \cdot S}{2L \cdot \sigma^2} \tag{15}$$

1) 原子数的选择：图4(a)展示了采用字典学习算法时，在不同原子数选择下活跃码字检测的成功率。K_a=100 个活跃设备从 K_{tot}=1000 个潜在单天线设备中选出，发送嵌入了 S的 L长度帧。

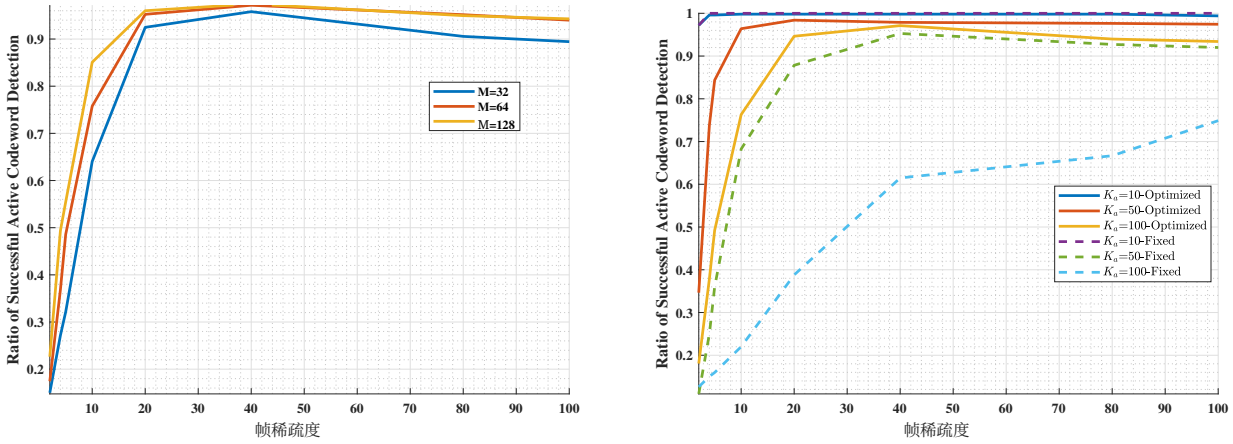


图5。（a）在 K_{tot}=1000、 K_a=100、 L=1600、信噪比=10dB条件下，基站配备不同数量天线时，成功活跃码字检测率随帧稀疏度的变化。（b）在 K_{tot}=1000、 M=64、 L=1600、信噪比=10dB条件下，不同原子数选择时，成功活跃码字检测率随帧稀疏度的变化。

这些符号以信噪比=10dB发送至配备 M=64 根天线的基站。未分配前导码。虚线根据离散测量值拟合而成，用于说明基于码本统计特征选择原子数的可行性。图中的固定点是原子数的上界。结果表明，选择过多的原子数可能会导致字典学习过程中出现冗余，从而降低识别活跃码字的鲁棒性。图4(b)比较了采用优化原子数与上界原子数时，使用OMP算法分解接收信号$\mathbf{Y}$ 的计算复杂度。相对复杂度以 $K_a = 100$处红色曲线的值为基准进行归一化。红色曲线表示原子数等于 K_a（即上界）时的计算复杂度，蓝色曲线则表示采用优化原子数时的计算复杂度。采用优化的原子数选择时，复杂度的增长速度明显较慢。

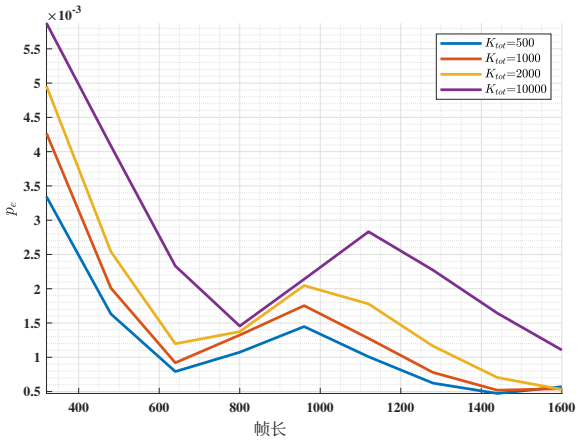


图 6. K_a=100、 M=64、 L/S=40条件下每用户错误概率随帧长的变化，信噪比为=10dB

正如压缩感知理论所表明的，稀疏恢复所需的最小测量规模会随着所选原子数的增加而增大。在本文中，测量规模等同于基站的天线数量。图5（a）展示了当帧稀疏度（L/S）变化时，基站配备不同数量天线下身份识别性能的变化。对于较低的冗余度以及所提供的相对充足的信息而言，适度的帧稀疏度可在 $L/S = 20$ 之后保证良好的身份识别结果。由于信息日益不足，所有曲线在 $L/S = 40$ 之后均呈下降趋势。然而，当天线数量选择为 $M = 64$和 $M = 128$ 时，在帧稀疏度20之后的相似性能表明，通过在算法中灵活选择原子数，可使用更少的天线来支持一定规模的用户；最重要的是，这为针对不同潜在用户规模选择天线提供了指导。图5（b）说明了在不同活跃设备数量和原子数选择下，帧稀疏度如何影响成功身份识别率。虚线通过以下方式设置原子数

上界对应的曲线为实线，否则则为统计优化的原子数。当活跃设备数量

较少时，两种原子数选择都能准确识别所有活跃码字；然而，随着 K_a 增大，上界选择的性能会明显变差。上述结果验证了优化原子数选择的可行性，以下仿真均基于此进行。

2) 每用户错误概率：在图6中，对于不同数量的潜在设备 K_{tot} 以及固定数量的活跃设备 K_a=100，仿真展示了在固定帧稀疏度 L/S=40下采用更长帧长时每用户检测错误 p_e 的变化。曲线可能会短暂波动，但最终会降至较理想的水平；这是因为随着帧长增加，并结合算法中适当选择原子数，增加的信息量会提高活跃码字的身份识别精度。值得注意的是，无论 K_{tot} 的大小如何， p_e 都会随着帧长增加而下降。也就是说，码本大小对成功码字检测的影响并不显著，这有利于海量接入场景，因为活跃用户总数

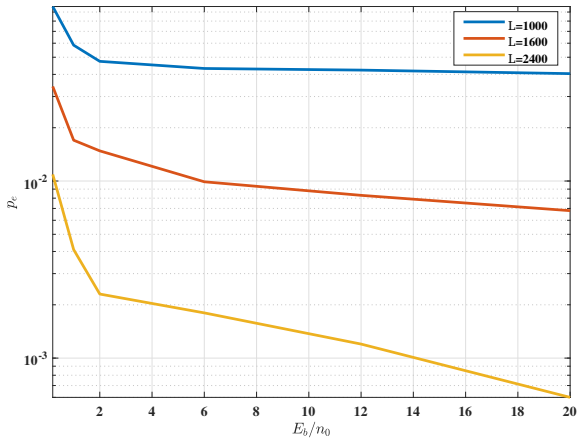


图 7. 每用户错误概率与 E_b/n_0 的关系，其中 K_{tot}=1000 、K_a=100、 M=64、 L/S=100

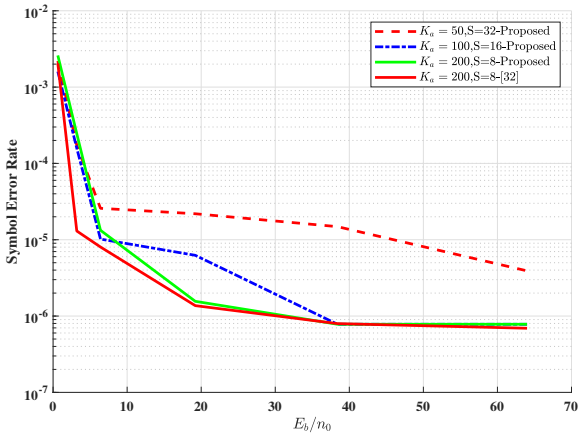
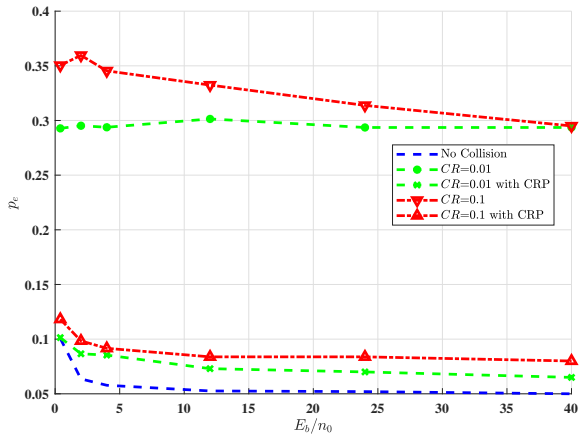


图 8. 不同 K_a 和符号数 S下，符号错误率随 E_b/n_0 变化的曲线，其中 K_{tot}=1000, M=64 。

K_a 通常远小于码本大小。结合图5和图6，可以灵活选择合适的参数，在实际应用中控制折衷关系，因为帧稀疏度直接决定了符号数量。图 7展示了固定帧稀疏度 L/S=100 时，不同帧长设置下 p_e 与每比特能量之间的相关性。无论帧长如何，都可以观察到 E_b/n_0 增加会导致 PUPE 恶化；在稀疏度固定的情况下，增加信息量有利于活跃码字检测。结合图5中固定帧长、不同稀疏度下的观测结果，帧长对于提升检测性能也起着关键作用。如[9]，中所述，帧长最多可设为 120,000。在总帧长或帧稀疏度受限的情况下，灵活地采用适度较低的帧稀疏度或相对较长的帧长，可以在保持良好检测结果的同时增加信息量。



当 K_{tot} = 1000, K_a = 100, M = 64, L = 1000, $S = 20$ $m = 2$ ，时，不同碰撞率（CR）下采用或未采用碰撞解决协议（CRP）以及无碰撞情况下， p_e 随 E_b/n_0 变化的对比。

3）信息恢复：在码字检测过程中，分解会生成承载待恢复信息的矩阵 $\mathbf{X}$ 。通过纠错码解码器进行纠错，并利用字典细化得到的新矩阵 $\mathbf{G}$ 进一步分解，即可恢复信息。需要注意的是，只有正确检测出码字，才能恢复嵌入各行中的信息。因此，以下结果均为对正确检测出的设备所进行的估计。停止准则以奇偶校验总次数表示；当奇偶校验错误总数维持在某一水平时，信息恢复阶段便会停止。

图 8 中的符号错误率（SER）展示了在活跃设备数量不同的情况下，对总比特流相同的传输符号进行信息恢复的结果。同时，将所提方案与 [28]中的方案进行了比较；该方案的帧结构包含唯一用户标识，其中若干符号用作导频，并假定为基站已知的先验信息，接收机的设计思路同样基于字典学习。采用唯一用户标识的方案得益于类导频比特和唯一用户标识，在相对较低的 E_b/n_0 下 SER 下降更快，并且与所提

方案之后为 $E_b/n_0 = 18$。然而，当潜在设备数量巨大时，在基站恢复所有先验信息是难以接受的。

随着 E_b/n_0 增大，可以观察到符号错误率降低；活跃用户数量增加时，较短的比特包会带来更好的符号错误率，这符合海量机器类通信中短包的特点。随着待传输比特长度缩短，达到特定符号错误率所需的比特能量也会降低。这体现了通过较大的稀疏帧实现小包传输的优势：它能大幅减少活跃设备之间的干扰。海量用户群体发送的符号越少，共同干扰就越容易消除。

B. 碰撞解决协议

本部分展示了所提出的碰撞消解方法的可行性。其核心思想是在存在外部干扰时，减少由不准确分解导致的错误码字检测，并综合考虑奇偶校验错误数和内积值，尽可能识别碰撞码字，以继续后续流程。此外，由于碰撞概率极低，以下内容将碰撞可能性视为一个较小的比例常数，并将

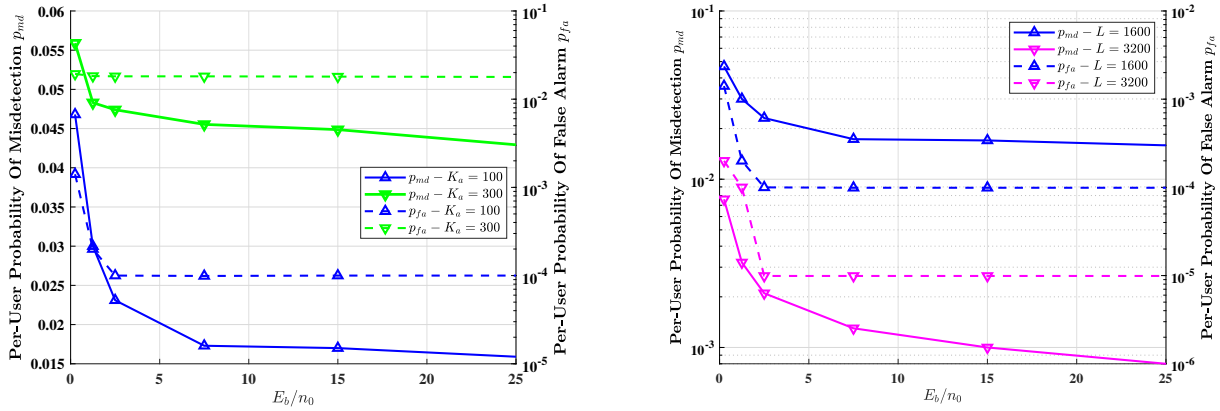


图10. 在 K_a 估计下，每用户漏检概率 p_{md} 和每用户虚警概率 p_{fa}。(a) 当实际活跃设备数为100和300时，在活跃用户数估计下， p_{md} 和 p_{fa} 随 E_b/n_0 的变化，其中 $K_{tot}=1000$、 $M=64$、 $L=1600$、 $S=20$。(b) 当 $K_{tot}=1000$、 $K_a=100$、 $M=64$、 $L/S=80$时，在不同帧长 $L=1600$ 和 $L=3200$ 下，活跃用户数估计中的 p_{md} 和 p_{fa} 随 E_b/n_0 的变化。

碰撞率记为 CR ，将碰撞解决协议缩写为 CRP。同时，假设码字选择重复次数的最大值为固定常数 m，也就是说，每个码字在传输前最多只能被选取 m 次。鉴于碰撞可能性极低，这一假设是合理的。

图 9 展示了所提出的碰撞解决协议的有效性，其中码字重复次数的上界 $m=2$ 和 CR 分别设为0.01和0.1，并据此采用该协议。采用该协议后，活跃码字检测中的 p_e 趋近于假设不存在碰撞的情况。此外，采用CRP的曲线与无碰撞曲线之间的差距会随着 CR增大而扩大，但通常发生碰撞的可能性要低得多。

C. 未知量的估计 K_a

上述内容假设活跃设备的数量是已知常数，但实际中几乎不会如此。考虑原子功率和内积值的影响后，消除式（11）估计结果中的冗余行，以提高 K_{est} 的估计精度，为后续步骤做好准备。当活跃设备数量是估计值时，活动检测分为两个性能指标：每用户漏检概率 p_{md} 和每用户虚警概率 p_{fa}。

在图10中，左侧纵轴表示 p_{md} （实线曲线），右侧纵轴表示 p_{fa} （点线）。图10(a)展示了在不同实际活跃设备数量下， E_b/n_0 对每用户错误概率的积极影响，从而证明了算法4中所提出的活跃设备数量 K_{est} 估计方法的有效性。在 $K_a=300$ 下的性能不如在$K_a=100$下的对应性能。然而，由于无授权随机接入中的稀疏业务，活动率通常远低于0.3。图10(b)将帧长扩展至图10(a)的两倍，采用$K_a=100$ 且稀疏度相同。由于在理想稀疏度下提供的信息量增加，设备数量估计精度也相应提高。上述结果与图 7一致，并验证了所提出的估计方法的可行性。

V. 结论

本文提出了一种基于字典学习和纠错码的无源随机接入方案，可作为无源随机接入多输入多输出场景的一种潜在解决方案。该方案涵盖活跃码字检测、信息恢复、冲突消解和活跃设备数量估计。该方案以公共码本为基础，通过其控制帧的稀疏模式，并利用字典学习和纠错码。无需导频信号开销是一项颇具吸引力的特点。数值结果验证了该方案的有效性，并展示了在原子数、帧长、稀疏度和每比特能量等关键参数下的每用户错误概率。由于字典学习分析较为困难，本文仅对所提方案进行了数值分析。理论分析对于权衡不同参数、优化系统至关重要。此外，稀疏公共码本设计以及对异步传输场景的研究，也是实际无源随机接入系统设计中的重要研究方向。

参考文献

[1] X. Chen, D. W. K. Ng, W. Yu, E. G. Larsson, N. Al-Dhahir 和 R. Schober，《5G及以后时代的大规模接入》，*IEEE*通信领域精选期刊，第39卷，第3期，第615-637页，2021年3月。[2] C. Bockelmann 等，《5G大规模机器类型通信：物理层和MAC层解决方案》，*IEEE*通信杂志，第54卷，第9期，第59-65页，2016年9月。[3] M. Hasan、E. Hossain 和 D. Niyato，《LTE-Advanced网络中机器间通信的随机接入：问题与方法》，*IEEE*通信杂志，第51卷，第6期，第86-93页，2013年6月。

[4] A. C. Cirik、N. M. Balasubramanya、L. Lampe、G. Vos 和 S. Bennett，《迈向3GPP免授权操作及相关NOMA策略的标准化》，IEEE通信标准杂志，第3卷，第4期，第60-66页，2019年12月。[5] K. Senel 和 E. G. Larsson，《免授权海量MTC大规模MIMO：一种压缩感知方法》，IEEE通信汇刊，第66卷，第12期，第6164-6175页，2018年12月。[6] S. Haghighatshoar、P. Jung 和 G. Caire，《大规模MIMO系统中活动检测的改进标度律》，载于IEEE国际信息论研讨会（ISIT）论文集，美国科罗拉多州韦尔，2018年6月17日至22日，第381-385页。[7] Y. Polyanskiy，《关于大规模随机接入的观点》，载于IEEE国际信息论研讨会（ISIT）论文集，德国亚琛，2017年6月25日至30日，第2523-2527页。[8] H. Nikopour 和 H. Baligh，《稀疏码多址接入》，载于IEEE第24届个人、室内和移动无线电通信国际年度研讨会（PIMRC）论文集，英国伦敦，2013年9月8日至11日，第332-336页。[9] Y. Li 等，《面向6G海量机器类通信的无源多址接入》，《中国通信》，第19卷，第3期，第70-87页，2022年3月。[10] D. J. C. MacKay，《基于极稀疏矩阵的优良纠错码》，IEEE信息论汇刊，第45卷，第2期，第399-431页，1999年3月。[11] T. Venugopal 和 S. Radhika，《无线网络中的信道编码综述》，载于IEEE国际通信与信号处理会议（ICCSP）论文集，印度金奈，2020年7月28日至30日，第0784-0789页。[12] O. Ordentlich 和 Y. Polyanskiy，《高斯随机接入信道的低复杂度方案》，载于IEEE国际信息论研讨会（ISIT）论文集，德国亚琛，2017年6月25日至30日，第2528–2532页。[13] E. Paolini、G. Liva 等，《编码时隙ALOHA：一种用于非协调多址接入的基于图的方法》，IEEE信息论汇刊，第61卷，第12期，第6815-6832页，2015年12月。[14] V. K. Amalladinne、J.-F. Chamberland 和 K. R. Narayanan，《一种用于无源多址接入的编码压缩感知方案》，IEEE信息论汇刊，第66卷，第10期，第6509-6533页，2020年10月。[15] Li Ping、Lihai Liu、Keying Wu 和 W. K. Leung，《交织分多址》，IEEE无线通信汇刊，第5卷，第4期，第938-947页，2006年4月。[16] A. Vem、K. R. Narayanan、J.-F. Chamberland 和 J. Cheng，《一种面向无源随机接入高斯信道、与用户无关的连续干扰消除编码方案》，IEEE通信汇刊，第67卷，第12期，第8258-8272页，2019年12月。[17] J. W. Choi、B. Shim、Y. Ding、B. Rao 和 D. I. Kim，《无线通信中的压缩感知：实用技巧与窍门》，IEEE通信调查与教程，第19卷，第3期，第1527-1550页，2017年第3季度。[18] E. J. Candes 和 M. B. Wakin，《压缩采样简介》，IEEE信号处理杂志，第25卷，第2期，第21-30页，2008年3月。[19] J. A. Tropp 和 A. C. Gilbert，《通过正交匹配追踪从随机测量中恢复信号》，IEEE信息论汇刊，第53卷，第12期，第4655-4666页，2007年12月。[20] J. A. Tropp 和 A. C. Gilbert，《通过正交匹配追踪从随机测量中恢复信号》，IEEE信息论汇刊，第53卷，第12期，第4655-4666页，2007年12月。[21] M. Bayati 和 A. Montanari，《稠密图上的消息传递动力学及其在压缩感知中的应用》，IEEE信息论汇刊，第57卷，第2期，第764-785页，2011年2月。[22] M. A. T. Figueiredo，《使用杰弗里斯先验进行自适应稀疏化》，载于神经信息处理系统进展（NIPS）论文集，加拿大不列颠哥伦比亚省温哥华，2002年12月9日至14日，第697-704页。[23] G. Lim、H. Ji 和 B. Shim，《面向物联网海量机器类通信的混合式活跃用户检测》，载于IEEE国际信息与通信技术融合会议（ICTC）论文集，韩国济州岛，2018年10月17日至19日，第1049-1052页。[24] H. Djelouat、M. Leinonen、L. Ribeiro 和 M. Juntti，《利用空间信道协方差进行联合用户识别与信道估计》，IEEE无线通信快报，第10卷，第4期，第887-891页，2021年4月。[25] K. Engan、S. O. Aase 和 J. H. Hakon-Husoy，《用于帧设计的最优方向法》，载于IEEE国际声学、语音与信号处理会议（ICASSP）论文集，美国亚利桑那州凤凰城，1999年3月15日至19日，第5卷，第2443-2446页。

[26] M. Aharon、M. Elad 和 A. Bruckstein，“K-SVD：一种用于设计稀疏表示超完备字典的算法”，*IEEE*信号处理汇刊，第54卷，第11期，第4311-4322页，2006年11月。[27] Y. Ding 和 B. D. Rao，“基于字典学习的频分双工大规模 MIMO 系统稀疏信道表示与估计”，*IEEE*无线通信汇刊，第17卷，第8期，第5437-5451页，2018年8月。[28] Y. Han、B. D. Rao 和 J. Lee，“大规模 MIMO 中的大规模非协调接入：一种字典学习方法”，*IEEE*无线通信汇刊，第19卷，第2期，第1320-1332页，2020年2月。[29] M. Zheng、Y. Wu 和 W. Zhang，“面向大规模无源随机接入的极化编码与稀疏扩频”，载于*IEEE*第*92*届车辆技术会议论文集（*VTC2020-Fall*），加拿大不列颠哥伦比亚省维多利亚，2020年11月18日至12月16日，第1-5页。