arXiv:2303.05230v2 [cond-mat.quant-gas] 3 Jan 2025

远离平衡态的自旋or玻色–爱因斯坦凝聚体的普适类

SeungJung Huh，[1] Koushik Mukherjee，[2,3] Kiryang Kwon，[1] Jihoon Seo，[1] Junhyeok Hur，[1] Simeon I. Mistakidis，[4,5,6] H. R. Sadeghpour，[5,6] 以及 Jae-yoon Choi[1]，*[1]物理系，韩国科学技术院，韩国大田 *34141*[2]数学物理系与 *Nanolund*，隆德大学，瑞典隆德 *22100*[3] 物理系，印度理工学院卡拉格普尔分校，卡拉格普尔 *721302*，印度 [4] 物理系，印度理工学院卡拉格普尔分校，*721302*，印度[5]理论原子、分子与光学物理研究所，哈佛大学，美国剑桥 *02138*[6]物理系，哈佛大学，美国剑桥 *02138*（日期：2025年1月6日）

物理学中的尺度不变性和自相似性，为分类经典和量子系统中接近平衡态的物质相及其动力学性质提供了统一框架。这一范式进一步拓展至远离平衡态的孤立多体量子系统，其中物理可观测量呈现具有普适标度指数的动力学标度。普适动力学广泛存在于各种情境中，包括宇宙学、夸克胶子物质、超冷原子和量子自旋磁体。然而，在非平衡系统中，普适动力学如何依赖于底层哈密顿量的对称性，仍是一项亟待解决的挑战。在此，我们报告了对淬火二维铁磁自旋玻色气体中普适粗化动力学的分类。我们观测到自旋关联函数的时空标度，其可区分的标度指数分别表征二元流体和扩散流体。粗化动力学的普适类由序参量的对称性以及拓扑缺陷（如畴壁和涡旋）的动力学决定。我们的研究依据系统的对称性，对远离平衡态的量子动力学普适类进行了分类。

热力学平衡中的临界行为既存在于经典领域，也存在于量子领域。这类静态临界现象可划分为不同的普适类，每个普适类都由同一组指数描述。人们认识到，属于同一静态普适类的两个系统，可能属于不同的动力学类别 [1]。将普适性这一概念扩展到远离平衡的量子多体系统，是物理学面临的一项艰巨挑战 [2–4]。众多平台上的大量实验观察到，在晚期动力学过程中，物理可观测量呈现普适行为和时空标度；此时，标度指数和标度函数与微观细节及初始条件无关。著名的例子包括幺正玻色气体的预热动力学 [5, 6] 、原子超流体中的波湍流 [7], 、自旋关联的弛豫动力学 [8] 、动量分布的弛豫动力学 [9–11], ，以及涌现的超扩散自旋输运 [12–14]。

近年来，人们逐渐形成了关于孤立量子系统中普适动力学的完整图景：远离平衡态的量子态会经历临界减速，并呈现与非热固定点相关的自相似时间演化 [15–21], 。在经淬火的多组分玻色-爱因斯坦凝聚体中，拓扑缺陷的湮灭会驱动普适粗化动力学 [21–25], ；这与经典的相序动力学理论不同，因为这些量子多体系统并未与热浴接触 [26]。针对可积模型，人们发展了广义流体力学 [27, 28],；同时，人们预测量子磁体中的超扩散输运 [29–31], 可由 Kardar-Parisi-Zhang 普适类描述 [32]。然而，远离平衡态的量子动力学及其普适类是否以及如何取决于哈密顿量的对称性和涌现的拓扑织构，仍是一个尚未解答的问题。

本文通过研究二维（2D）淬火强铁磁超流体中的普适粗化动力学，探讨这些问题。我们证明，普适类可依据以下因素分类：i）淬火后相中序参量的对称性；ii）相关拓扑缺陷（如畴壁和涡旋）的合并与湮灭动力学。通过淬火二次塞曼能（QZE），使系统跨越相变，会自发产生尺寸相对较小的磁畴，随后这些磁畴逐渐合并，在长时间演化中进入粗化阶段。通过监测不同保持时间下的自旋关联函数，我们确认，无论实验条件如何变化，动力学都具有自相似性。具体而言，当淬火后的基态具有 $\mathbb{Z}_2$ （自旋反演）对称性时，畴生长动力学可由实验和有限尺寸模拟中的普适标度指数 $1/z_{\rm exp} \simeq 0.58(2)$ [$1/z_{\rm sim} \simeq 0.59(1)$] 描述。在高动量处，结构因子中还观察到所谓的“Porod 尾部” [26] ，这是动力学具有普适性的印记，与边缘锐利的磁畴形成有关。结果表明，涌现的动力学在惯性流体动力学机制下属于二元流体普适类 [1, 22, 24]。当哈密顿量具有 SO(3) 自旋旋转对称性时，随后发生的磁畴粗化特征会发生改变。在畴长度的扩散生长动力学中，实验（理论）测得的标度指数为 $1/z_{\rm exp} \simeq 0.43(3)$[$1/z_{\rm sim} \simeq 0.40(1)$], ，属于 O($N$) 对称哈密顿量的非热普适类 [21, 33]。我们通过物质波干涉测量识别出自旋涡旋的形成，并.....

* jae-yoon.choi@kaist.ac.kr

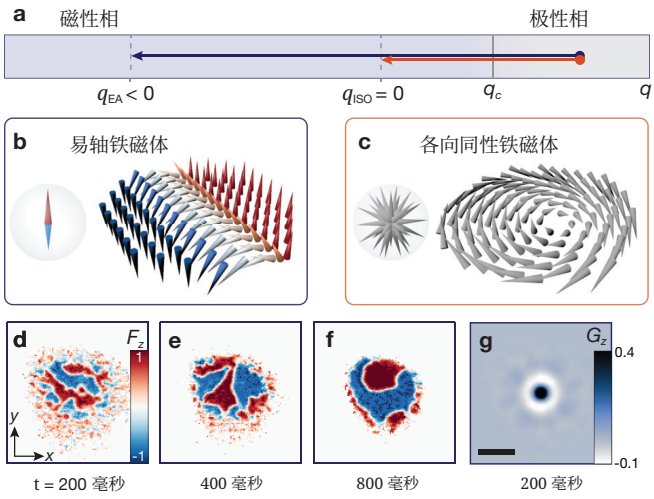


图 1. **普适粗化动力学与拓扑缺陷。a,** 实验序列示意图。通过调节二次塞曼能q，将初始制备的极性凝聚体淬火至磁性相$q < q_c$。在 (i) $q_{EA} < 0$ 具有 $\mathbb{Z}_2$ 自旋对称性的易轴铁磁相和 (ii) $q_{Iso} = 0$ 具有 SO(3) 对称性的各向同性铁磁相中，研究普适粗化动力学。**b,** 易轴铁磁相中磁畴的示意图**c,** 以及各向同性铁磁相中的自旋涡旋。每种情形下的磁化强度矢量以缺陷左侧的自旋球表示。**d-f,** 将极性凝聚体淬火至易轴相$q_{EA}/h = -200$ Hz 后，在不同保持时间拍摄的磁化强度快照。**g** 纵向磁化强度的关联函数$G_z(x, y)$，测量时间为$t = 200$ 毫秒。比例尺对应 100 μm。数据取自 100 次实验实现的平均值。

指出，它们的湮灭与观测到的扩散动力学密切相关。还需注意，上述指数与热力学极限预测值之间的差异，即 $1/z \simeq 2/3$ [22–24] 和$1/z \simeq 1/2$ [21, 25, 33]，分别可归因于外部陷阱引入的有限尺寸效应。

铁磁自旋-1系统

我们的实验首先在光学偶极阱 [34]中制备由 ^{7}Li原子组成的二维简并自旋-1玻色气体。二维自旋-1凝聚体的哈密顿量由 [35, 36]描述。

$$H = \int d^2\mathbf{r} \left[\Psi^\dagger \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2M} + q f_z^2 + V_{\text{trap}} \right) \Psi + \frac{c_0}{2} n^2 + \frac{c_2}{2} |\mathbf{F}|^2 \right], \quad (1)$$

其中， $\Psi = (\Psi_1, \Psi_0, \Psi_{-1})^T$ 是各超精细能级（m $= -1$, 0, 1）的波函数， n $= \Psi^\dagger\Psi$ 是光学偶极阱 Vtrap中的原子密度。自旋密度为 F $= (F_x, F_y, F_z)$，其中其 j $= \{x,y,z\}$ 分量为 $F_j = \Psi_m^\dagger f_j \Psi_m$，$f_j$为自旋-1矩阵。系数 c_0 和 c_2 分别表示自旋无关和自旋相关相互作用系数，并且 q 是二次塞曼能。 ^{7}Li 自旋or气体具有铁磁性自旋相互作用（$c_2 < 0$），其基态已知具有不同的相 [37]，具体取决于相对强度 $q/|c_2|n$ （图 1a）。当 $q \gg |c_2|n$时，系统处于极性相，其中磁化强度为零，且仅占据 $m_z = 0$ 分量。区域 $0 < q < 2|c_2|n$称为易面相，其磁化强度沿x-y平面方向，且所有m_z 分量的布居数均不相等。$q = 0$ 对应各向同性点，此时三个自旋分量的布居数相等。进入 $q < 0$后，磁化强度沿z轴方向，该相称为易轴相。在实验中，简并玻色气体是在有限磁场下产生的，从而使自旋量系统处于极性相（方法）。

为启动非平衡动力学，我们打开微波场，将二次塞曼能从$q/h = 510$ Hz（极性相）淬火至最终值（图1a）。这使系统能够快速穿越相边界，从而使初始极化态变得不稳定，形成磁畴。 [38]。经过保持时间t后，我们测量每种自旋态的原位 原子密度，并记录沿垂直F_z 或水平自旋轴F_x 方向的磁化强度（见方法）。我们系统的一个关键特点是具有很强的铁磁自旋相互作用 [34], ，因此其特征时间（长度）尺度远短于（小于）其他碱金属原子系统。例如，囚禁中心处的自旋相互作用能为$c \simeq -h \times 160$ Hz，畴形成的特征时间尺度为$t_s = \hbar/2|c| \simeq 0.5$ 毫秒 [38]。如此强的相互作用使我们能够观测自旋or气体长达$t \simeq 2 \times 10^3\, t_s \simeq 1$ 秒的演化时间，足以研究涌现的普适粗化动力学 [22–25]。由于自旋依赖相互作用能较高，畴最初在谐振阱中心形成。随后，这些小磁畴在普适区域内合并并长大，其幂律指数不受凝聚体密度影响。因此，即使谐振阱造成密度不均匀，我们也能够研究普适粗化动力学。为验证实验观测结果，我们针对实验装置对底层Gross-Pitaevskii方程进行了大量数值模拟。我们采用截断维格纳近似 [39]，以考虑初始极化态中的量子与热涨落；更多细节见方法。

具有 $\mathbb{Z}_2$ 对称性的粗化动力学

我们首先研究易轴铁磁相中的非平衡动力学，$q_{EA}/h = -200$ Hz。易轴中的序参量具有$U(1) \times \mathbb{Z}_2$对称性，支持磁畴壁作为拓扑缺陷的形成（图 1b）。淬火后，极性相在动力学上不稳定，并产生具有 $|F = 1, m_z = \pm 1\rangle$($|\pm 1\rangle$)自旋态且动量相反的原子对。所产生自旋态的动能 ε_k源于淬火后二次塞曼效应及相关的自旋相互作用能 $\varepsilon_k = -q_{EA} - c$ [37, 40]。由于动能与凝聚体化学势相当——

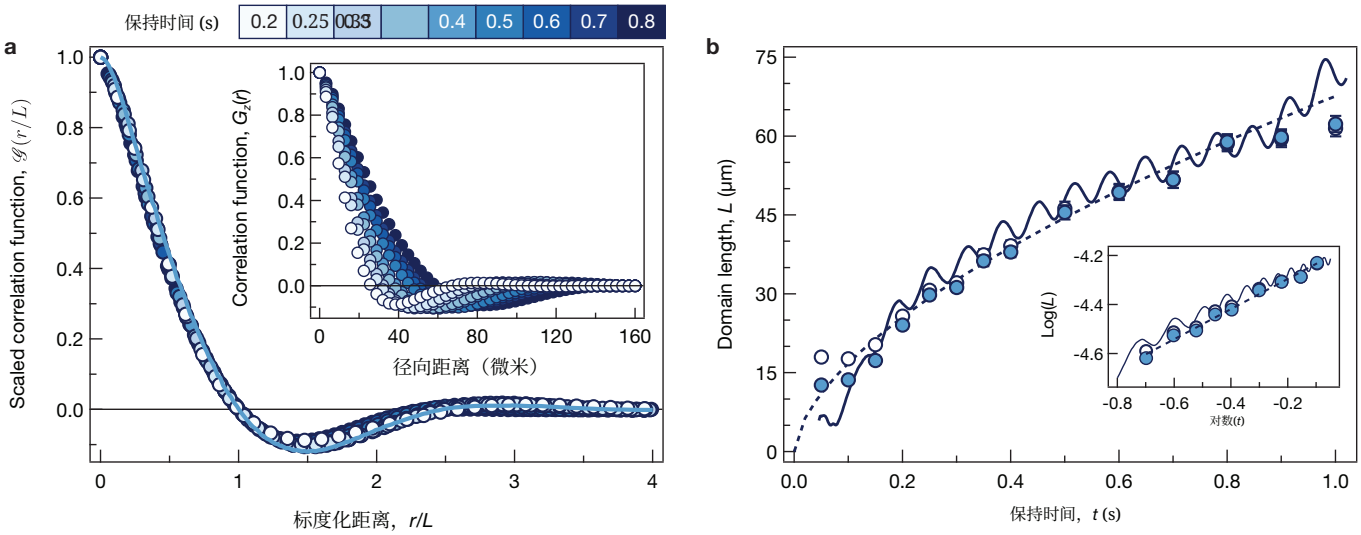


图2. **动力学标度与畴长度的幂律增长。a,** 不同保持时间下的标度化关联函数 $\mathscr{G}(r/L)$，$t \in [0.2\,\mathrm{s}\ 0.8\,\mathrm{s}]$。不同保持时间下的纵向自旋关联函数（插图）在将径向位置按畴长度 $L(t)$ 重新缩放后，塌缩为单一函数。这里，$L(t)$ 由满足 $G_z(r,t) = 0$ 的距离确定。实线（浅蓝色）表示采用实验参数得到的数值结果。**b,** 畴长度 $L(t)$ 的幂律增长。实心（空心）圆点表示反卷积后（未经反卷积）的重新缩放畴长度。实线为理论曲线。振荡行为源于凝聚体的呼吸运动。虚线表示幂律函数 $L(t) \sim t^{1/z}$，其中 $1/z = 0.61$；该函数通过对畴增长动力学的双对数图（插图）进行线性拟合得到。畴长度的完整动力学过程见扩展数据图 2，其中我们仔细选定了标度范围。长演化时间下理论与实验之间观察到的微小偏差，归因于微波缀饰导致的原子损失（扩展数据图 3）。每个数据点均由 100 次以上独立实验运行得到，均值的一个标准误（s.e.m.）小于数据点的大小。

与凝聚体化学势 $\mu/h = 310$ Hz 相当，因此可以确定，自旋or气体被驱动至远离平衡态。在早期，$t < 10$ ms 时，会发生自旋混合，自旋 $|\pm1\rangle$态的种群呈指数增长，并在 100 ms 后达到稳定值（扩展数据图1）。自旋混合过程中，$|\pm1\rangle$态中会出现规范涡旋，它们要么相互湮灭，要么漂移出凝聚体，从而让位于磁畴 [41]。随后，自旋畴数量减少、尺寸增大，这一过程称为粗化动力学（图 1d-f）。在粗化动力学过程中，随时间的演化呈现自相似行为，其特征是普适标度律；此时凝聚体既不处于初始态，也不处于平衡态。在更长的演化时间（$t \sim 2$ s）后，只剩下少数几个磁畴，粗化过程也随之终止（扩展数据图 2）。

通过分析纵向磁化强度的等时关联函数 [24], $G_z(\mathbf{r},t) = \frac{1}{\mathcal{N}} \int d^2\mathbf{r}' \langle F_z(\mathbf{r}+\mathbf{r}',t) F_z(\mathbf{r}',t) \rangle$（见图 1g），可以理解这种缩放行为。这里，$\mathbf{r} = (x, y)$，而 $\mathcal{N} = \int d^2\mathbf{r}' \langle F_z(\mathbf{r}',t)^2 \rangle$ 是归一化因子，在粗化阶段 [8]保持不变。图 2a 的插图展示了不同保持时间下自旋关联函数 $G_z(\mathbf{r},t)$ 的径向分布。$G_z(\mathbf{r},t)$ 所呈现的反关联表明，形成了具有相反自旋态的磁畴。我们通过实验和理论，将关联函数首次为零处定义为平均畴尺寸 $L(t)$，即 $G_z(L,t) = 0$ [24]。事实上，对径向距离进行缩放 $\mathbf{r} \to \mathbf{r}/L(t)$ 后，不同保持时间下的关联函数会坍缩到同一条曲线上，$\mathscr{G}[r/L(t)]$（图 2a），这表明普适动力学具有自相似特征。

普适的增长动力学表现为畴长度$L(t) \sim t^{1/z}$ 的幂律增长（图 2b），其中动力学临界指数 $1/z$ 决定了涌现的粗化动力学的普适类。在易轴相中，自旋or气体简化为仅由$m_z = \pm1$ 分量构成的二元超流体系统，因此其粗化动力学属于二元流体普适类，即 H模型 [1]。此前在热力学极限下开展的数值研究确实证实了这一论点，并预测标度指数为 $1/z = 2/3$ [22–24]。

图 2b 展示了从实验和理论中提取的$L(t)$的幂律增长。实验中的标度指数（空心圆）为 $1/z_{\mathrm{exp}} = 0.57(2)$，与采用实验参数进行的平均场模拟结果 $1/z_{\mathrm{sim}} \simeq 0.59(1)$极为一致。此处，标度区间的时间间隔设为$t \in [0.2\,\mathrm{s}\ 0.8\,\mathrm{s}]$, , 并证明了标度指数与时间间隔无关（扩展数据图 2a、b）。然而，实验和理论得到的指数均小于热力学极限下的预测值$1/z = 2/3$ [22–24], 。我们将这一差异归因于外部陷阱所导致的系统有限尺寸。尽管普适标度论证严格适用于热力学极限，但有限尺寸修正应会使指数减小，如 $1/z \simeq 2/3(1 - \mathcal{O}(\xi_s/L))$ [23, 42], 其中 $\xi_s = \hbar/\sqrt{2m|c|} \simeq 2.2\ \mu m$ 为自旋愈合长度。谐振阱中的模拟结果进一步支持了这一点，其标度

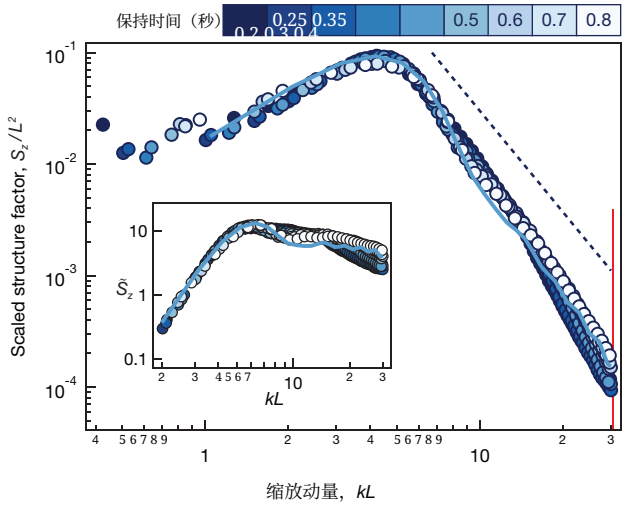


图3. 易轴淬火中自旋结构因子的动力学标度。纵向磁化强度的结构因子 $S_z(k,t)$ 按畴长度重新缩放：$S_z \to S_z/L^2$，且 $k \to kL$。虚线表示普适的 Porod 尾部 $S_z(k,t) \sim k^{-3}$，并为便于观察作了偏移。竖线（红色）表示 $t = 0.2$ s 时的动量分辨率。随着时间推移，高动量尾部趋向普适的 k^{-3} 缩放。高动量处偏离 k^{-3} 的现象可追溯至实验中 CCD 像素有限的成像分辨率（3.2 μ m），以及模拟中的有限空间离散化。插图显示了补偿结构因子 $\tilde{S}_z = S_z(k,t)Lk^3$。实线（浅蓝色）表示在 $t \simeq 0.8$ s 时重新缩放后数值计算得到的结构因子。

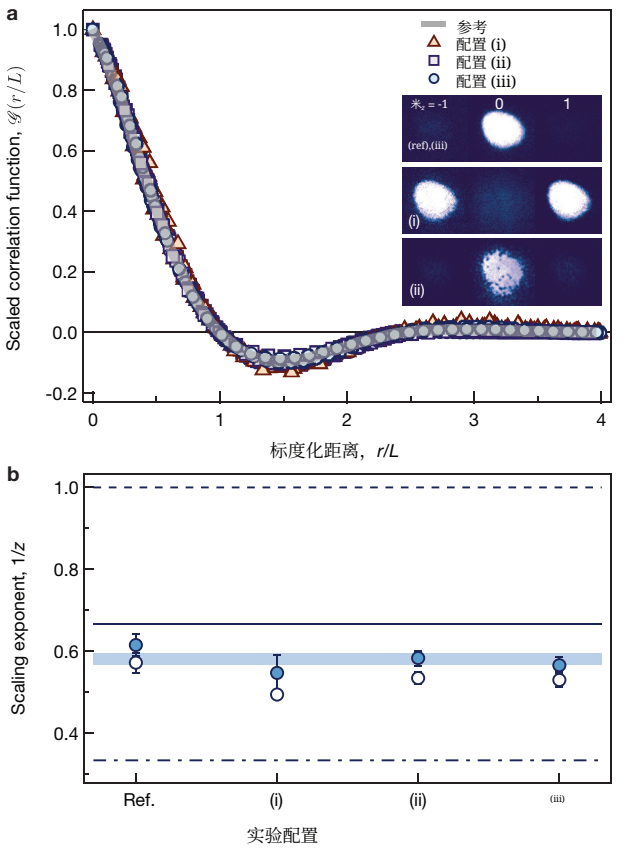


图 4. **易轴相中的普适粗化动力学。a,** 粗化阶段中四种不同实验配置下的缩放自旋关联函数 $\mathscr{G}(r/L)$（见正文）。参考实验指的是初态为极性相、在 $q_{EA}/h = -200$ Hz 下的粗化动力学（图 2a）。插图展示了不同初态下的自旋分辨吸收图像。经过 6 ms 的短飞行时间后，可以辨认出（ii）中的涡旋。**b,** 不同配置下的动力学标度指数（图 4a）。实心（空心）圆点表示反卷积后（未经反卷积）的指数。误差棒表示拟合误差（重采样误差小于拟合误差）。阴影线表示有限系统尺寸下的数值计算结果，实线表示热力学极限下惯性流体动力学区间的动力学指数 $1/z = 2/3$。实验结果与二元流体普适类中黏性区间的其他动力学指数 $1/z = 1$（虚线）及扩散区间的动力学指数 $1/z = 1/3$（点划线）有所区别。

指数 $1/z_{sim} = 2/3$ 在原子数较大时（$N \simeq 10^8$） [41]。此外，我们的成像系统有效分辨率为 5 μm，这可能会增大畴长度。采用维纳反卷积法，我们重新校准了畴尺寸，得到 $1/z_{exp} = 0.61(3)$。对淬火后的磁畴数进行计数，也观察到了类似的普适行为（扩展数据图2c）。

动力学标度也体现在结构因子中：$S_z(k,t) = L(t)^2 S_u(kL(t))$，它是自旋关联函数的傅里叶变换，其中包含标度函数 S_u [24]。这种标度形式与非热固定点理论一致；该理论指出，在 d 个空间维度中，$S_z(k,t) = t^{d/z} f_S(t^{1/z}k)$，标度函数为 f_S [16–21]。图3给出了时间区间 $t \in [0.2\ s\ 0.8\ s]$内经过重标度的结构因子。我们观测到了 Porod 尾部的普适标度，$S_z(k) \sim k^{-3}$ [26]。在早期（$t < 100$ 毫秒），我们观察到结构因子单调下降（未显示）；只有当系统进入粗化阶段后，才会显现出特征性的“膝状”形状和普适的高动量尾部。k^{-3} 标度行为源自关联函数的线性衰减；关联函数在 $m_z = \pm 1$ 态之间具有尖锐的畴壁边缘 [26]。我们的实验通过对 M_z 和 M_x [41]成像证实了这一点。

为展示普适性，我们进一步研究了三种不同实验配置下的淬火动力学（图 4a）：（i）我们取 $|{\pm}1\rangle$态的等权叠加作为初态，令 $q/h = 510$ Hz，并研究淬火动力学，频率为$q_{EA}/h = -200$ Hz。该初态具有不同于极性凝聚体的动力学不稳定性 [37, 43]，，我们观察到的是畴分离 [44]，而非自旋对产生。(ii) 淬火前，通过拖动排斥势垒，在极性凝聚体中印刻出许多涡旋和反涡旋 [41]，，并研究涡旋对粗化动力学的影响。(iii) 我们制备极性凝聚体，并将 QZE 淬火至$q_{EA}/h = -120$ Hz。该频率低于参考实验中的频率（$q_{EA}/h = -200$ Hz），但仍处于易轴相。在这种情况下，微波缀饰导致的$L(t)$衰减时间从 7 s 延长至 40 s。尽管实验配置如此不同，我们仍

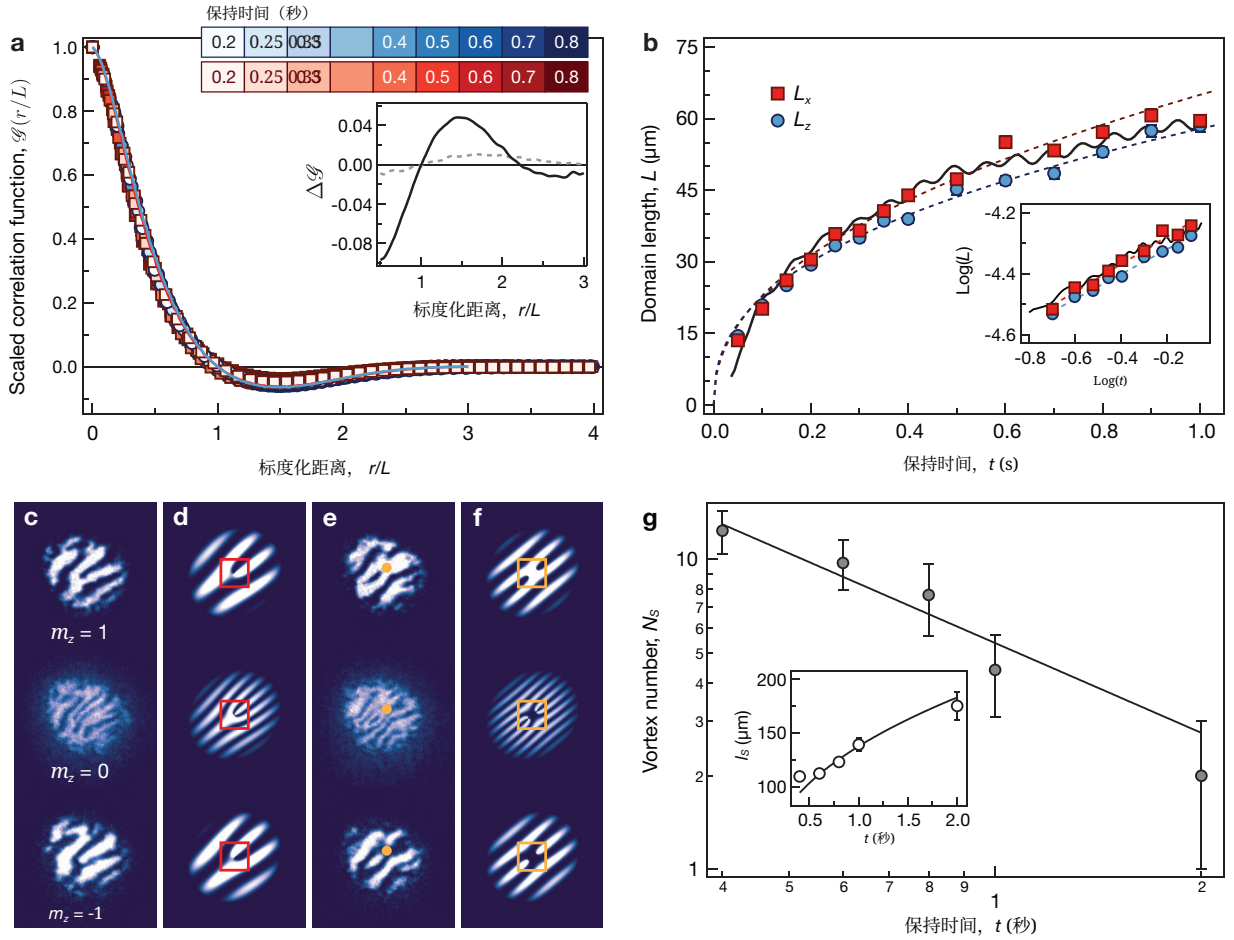


图 5. 各向同性铁磁相中的粗化动力学。a，实验与理论（实线）得到的沿 x 轴（红色方块）和 z 轴（蓝色圆圈）的磁化强度标度化关联函数。两个轴向的畴长度 L(t) 均由关联函数的第一个零点确定，$G_{x,z}(L,t) = 0$。插图：标度化关联函数之差。实线为 $\Delta\mathcal{G} = \mathcal{G}_{q_{\rm Iso}} - \mathcal{G}_{q_{\rm EA}}$，其中 $\mathcal{G}_{q_{\rm Iso}} = (\mathcal{G}_x + \mathcal{G}_z)/2$ 和 $\mathcal{G}_{q_{\rm EA}}$ 由图 2a 中的数据插值得到。虚线为 $\mathcal{G}_x - \mathcal{G}_z$。b，各轴向自旋畴的增长动力学。实线为采用我们实验参数得到的数值结果。插图为畴长度动力学的双对数图，标度指数由线性拟合（虚线）提取。c，粗化动力学过程中（$t = 1$ s）的物质波干涉图像。自旋 $|\pm1\rangle$（$|0\rangle$）态中的二叉（三叉）叉形条纹分别表示涡旋核心周围 2π（4π）的相位绕转。d，囚禁中心存在自旋涡旋时的模拟干涉图样（红色方框）。e，$t = 1$ s 时含自旋涡旋和反涡旋对的干涉图像（橙色圆圈）。f，涡旋对位于囚禁中心时的数值模拟（H 形图样，橙色方框）。g，自旋涡旋数 N_S 随时间的变化。插图：演化过程中的涡旋间距 l_S。实线为幂律参考线，$N_S(t) \sim 1/L(t)^2$ 且 $l_S \sim L(t)$。涡旋数为 40 次独立实验的平均值，误差棒表示 1 个标准误差。

发现，经自旋关联函数缩放后，得到相同的普适曲线（图4a），且动力学标度指数均约为 $1/z \simeq 0.58$（图4b）。这凸显了普适粗化动力学对实验细节的不敏感性，与近平衡临界现象 [1] 截然不同；近平衡临界现象需要精细调节系统参数。此外，该标度指数与其他二元流体普适类的指数相去甚远，例如具有$z = 1$ 的黏性流体动力学，或具有$z = 3$ [26]的扩散动力学。我们再次确认，易轴相下二维铁磁超流体的粗化动力学属于惯性流体动力学区间内的二元流体普适类 [1]。

具有 SO(3) 对称性的粗化动力学

现在，我们转而考察$q_{\rm Iso} = 0$处的粗化动力学（图1c）。与易轴相不同，基态在此处在自旋旋转下保持不变。因此，我们旨在探究序参量的对称性（此处遵循 SO(3) 旋转对称性）以及拓扑缺陷的性质对自旋量系统普适行为的影响。由于 SO(3) 的第一同伦群为$\pi_1[\mathrm{SO}(3)] = \mathbb{Z}_2$，凝聚体支持 $\mathbb{Z}_2$ 自旋涡旋作为拓扑缺陷 [37]。近期一项研究认为，与易轴相一样，自旋各向同性点也会出现普适粗化动力学，但其临界指数不同，

数 $1/z = 0.5$ [25]。这一结果与非热固定点理论的预测一致：对于具有 O(N) 或 U(N) 对称性的玻色哈密顿量，在 $d \geq 2$ 维空间中，动力学标度指数为 $1/z \simeq 0.5$ [21, 33]。此外，平均场框架下的数值研究 [25] 也报告称，粗化动力学伴随着 $\mathbb{Z}_2$ 自旋涡旋的湮灭。

图 5 总结了我们关于自旋各向同性哈密顿量下粗化动力学的实验结果。由于自旋矢量可以指向任意方向，因此在F_x 和F_z 中都观察到了畴粗化（扩展数据图 5）。按照易轴淬火实验中的相同分析方法，我们用$L(t)$对关联函数进行缩放，并观察到它们塌缩为一条曲线（图 5a），这与平均场分析一致。每个自旋轴测量得到的这些普适曲线彼此相似，但与易轴淬火实验得到的曲线不同（图 5a 插图），这表明自旋各向同性点的动力学属于不同的普适类。畴长度$L(t)$随时间的标度指数 $\sim t^{1/z}$ （图 5b）也进一步支持这一结论：我们实验测得F_x 的指数为 $1/z_{\rm exp} \simeq 0.45(3)$，而$F_z$的指数为 $1/z_{\rm exp} \simeq 0.41(2)$。这里的指数接近热力学预测值 $1/z = 0.5$ [25]，且与我们的有限尺寸数值模拟结果 $1/z_{\rm sim} \simeq 0.40(1)$吻合良好。

为确定 SO(3) 相中粗化动力学背后的机制，我们监测自旋涡旋，并研究其在粗化阶段的衰变动力学。为此，我们采用物质波干涉，通过读取自旋态之间的相对相位绕数来确定涡旋核心的位置（方法）。图 5c 展示了自旋涡旋的典型干涉图样，其中三个自旋分量均清晰呈现出叉形条纹。我们还观察到紧密束缚的自旋涡旋与自旋反涡旋对（图 5e）。模拟干涉图像很好地再现了这些自旋涡旋和涡旋对的存在（图 5d、f 和扩展数据图 6）。

将自旋涡旋（涡旋对）的位置确定为叉形（H形）图案中的交汇点，据此统计自旋涡旋数 N_S，并计算不同保持时间下的涡旋间平均距离 l_S （图 5g）。涡旋数逐渐减少，而均值随时间推移而增大。由于成像分辨率大于自旋愈合长度，当凝聚体中含有许多涡旋时，我们会低估涡旋数。然而，涡旋数与畴尺寸成比例变化，即 $N_S \sim 1/L(t)^2$，且 $l_S \sim L(t)$。自旋涡旋对的衰减过程发生在相近的时间尺度上 [41],，这提示它与各向同性 SO(3) 对称相中的普适粗化动力学存在复杂联系。我们的数值模拟进一步支持这一点：在模拟中，我们能够计算横向自旋矢量的辐角，并追踪相应的相位跳变 [41]。

结论与展望

利用强铁磁自旋or凝聚体，我们观察到二维中的普适粗化动力学。我们发现，根据序参量的对称性以及畴壁和自旋涡旋等拓扑缺陷的动力学，普适动力学可归入一个定义明确的普适类。我们的研究展示了冷原子量子模拟器在表征非平衡量子动力学方面的多种能力，从而为跨学科研究领域全面理解量子热化过程迈出了重要一步。未来可进一步研究由其他类型激发介导的普适动力学，例如二维超流体中的涡旋 [45–47], 一维中的孤子 [48, 49], 海森堡自旋模型中的磁振子 [50, 51] 以及具有自旋轨道相互作用的手性量子磁化 [52, 53]。此外，我们的强相互作用平台为探索二维中的长时热化动力学提供了新机遇；在此过程中，长寿命拓扑缺陷可能减缓平衡化 [54]。

致谢

我们感谢与 Immanuel Bloch、Suk- Bum Chung、Fang Fang、Timon Hilker、Panayotis Kevrekidis、Kyungtae Kim、Se Kwon Kim 和 Yong-il Shin 的讨论。J.-y.C. 获得三星科学与技术基金会（项目编号 BA1702-06）、韩国国家研究基金会（NRF）项目资助（项目编号 RS-2023-00207974 和 2023M3K5A1094812），以及 KAIST UP 计划的支持。S.I.M 和 H.R.S. 感谢美国国家科学基金会通过资助哈佛大学 ITAMP 提供的支持。K.M. 获得克努特与爱丽丝·瓦伦堡基金会（KAW 编号 2018.0217）和瑞典研究委员会的经费支持；此外，也感谢印度人力资源发展部、印度政府在本研究早期为其提供研究奖学金。

[1] P. C. Hohenberg 和 B. I. Halperin，动态临界现象理论，《现代物理评论》**49**，435（1977年）。[2] A. Polkovnikov、K. Sengupta、A. Silva 和 M. Vengalattore，综述：封闭相互作用量子系统的非平衡动力学，《现代物理评论》**83**，863（2011年）。[3] J. Eisert、M. Friesdorf 和 C. Gogolin，非平衡量子多体系统，《自然·物理》**11**，123（2015年）。

[4] M. Ueda，超冷原子中的量子平衡化、热化与预热化，《自然综述：物理》**2**，669（2020年）。[5] P. Makotyn、C. E. Klauss、D. L. Goldberger、E. A. Cornell 和 D. S. Jin，简并幺正玻色气体的普适动力学，《自然·物理》**10**，116（2014年）。[6] C. Eigen、J. A. P. Glidden、R. Lopes、E. A. Cornell、R. P. Smith 和 Z. Hadzibabic，淬火至幺正性时玻色气体的普适预热动力学，《自然》（伦敦）**563**，221

（2018年）。[7] M. Gałka、P. Christodoulou、M. Gazo、A. Karailiev、N. Dogra、J. Schmitt 和 Z. Hadzibabic，均匀玻色气体中二维波湍流的各向同性涌现与动力学标度，《物理评论快报》129，190402（2022年）。[8] M. Pr¨ufer、P. Kunkel、H. Strobel、S. Lannig、D. Linnemann、C.-M. Schmied、J. Berges、T. Gasenzer 和 M. K. Oberthaler，远离平衡的自旋or玻色气体中普适动力学的观测，《自然》（伦敦）563，217（2018年）。[9] S. Erne、R. B¨ucker、T. Gasenzer、J. Berges 和 J. Schmied- mayer，远离平衡的孤立一维玻色气体中的普适动力学，《自然》（伦敦）563，225（2018年）。[10] J. A. P. Glidden、C. Eigen、L. H. Dogra、T. A. Hilker、R. P. Smith 和 Z. Hadzibabic，远离平衡的孤立玻色气体中的双向动态标度，《自然·物理》17，457（2021年）。[11] Q. Fontaine、D. Squizzato、F. Baboux、I. Amelio、A. Lemaˆıtre、M. Morassi、I. Sagnes、L. L. Gratiet、A. Harouri、Wouters、I. Carusotto、A. Amo、M. Richard、A. Minguzzi、L. Canet、S. Ravets 和 J. Bloch，一维极化激元凝聚体中的Kardar–Parisi–Zhang普适性，《自然》（伦敦）608，687（2022年）。[12] C. Zu、F. Machado、B. Ye、S. Choi、B. Kobrin、T. Mittiga、S. Hsieh、P. Bhattacharyya、M. Markham、D. Twitchen、A. Jar- mola、D. Budker、C. R. Laumann、J. E. Moore 和 N. Y. Yao，强相互作用偶极自旋系综中的涌现流体动力学。《自然》（伦敦）597，45（2021年）。[13] D. Wei、A. Rubio-Abadal、B. Ye、F. Machado、J. Kemp、K. Srakaew、S. Hollerith、J. Rui、S. Gopalakrishnan、N. Y. Yao、I. Bloch 和 J. Zeiher，Kardar–Parisi–Zhang超扩散的量子气体显微镜观测，《科学》376，716（2022年）。[14] M. K. Joshi、F. Kranzl、A. Schuckert、I. Lovas、C. Maier、R. Blatt、M. Knap 和 C. F. Roos，长程量子磁体中涌现流体动力学的观测，《科学》376，720（2022年）。[15] R. Baier、A. Mueller、D. Schiff 和 D. Son，重离子碰撞中的“自下而上”热化，《物理快报B》502，51（2001年）。[16] J. Berges、A. Rothkopf 和 J. Schmidt，非热固定点：强关联系统远离平衡时的有效弱耦合，《物理评论快报》101，041603（2008年）。[17] J. Schole、B. Nowak 和 T. Gasenzer，非热固定点附近二维超流体的临界动力学，《物理评论A辑》86，013624（2012年）。[18] M. Schmidt、S. Erne、B. Nowak、D. Sexty 和 T. Gasenzer，一维玻色气体中的非热固定点与孤子，《新物理学杂志》14，075005（2012年）。[19] J. Berges、K. Boguslavski、S. Schlichting 和 R. Venugopalan，超相对论能量下重离子碰撞中的湍流热化过程，《物理评论D》89，074011（2014年）。[20] J. Berges、K. Boguslavski、S. Schlichting 和 R. Venugopalan，远离平衡的普适性：从超流玻色气体到重离子碰撞，《物理评论快报》114，061601（2015年）。[21] A. Pi˜neiro Orioli、K. Boguslavski 和 J. Berges，非热固定点附近相对论与非相对论场论的普适自相似动力学，《物理评论D》92，025041（2015年）。[22] K. Kudo 和 Y. Kawaguchi，铁磁性玻色-爱因斯坦凝聚体中的磁畴生长：电流的影响，《物理评论A辑》88，013630（2013年）。[23] J. Hofmann、S. S. Natu 和 S. Das Sarma，二元玻色凝聚体的粗化动力学，《物理评论快报》113，095702（2014年）。[24] L. A. Williamson 和 P. B. Blakie，《骤冷铁磁自旋-1 凝聚体的普适粗化动力学》，《物理评论快报》116，025301（2016年）。[25] L. A. Williamson 和 P. B. Blakie，《各向同性铁磁超流体的粗化动力学》，《物理评论快报》119，255301（2017年）。[26] A. Bray，《相序动力学理论》，Advances in Physics 43，357（1994年）。[27] B. Bertini、M. Collura、J. De Nardis 和 M. Fagotti，《非平衡 XXZ 链中的输运：荷与流的精确分布》，《物理评论快报》117，207201（2016年）。[28] O. A. Castro-Alvaredo、B. Doyon 和 T. Yoshimura，《非平衡可积量子系统中的涌现流体动力学》，Phys. Rev. X 6，041065（2016年）。[29] M. Ljubotina、M. ˇZnidariˇc 和 T. Prosen，《可积系统中非均匀骤冷引发的自旋扩散》，Nat Commun 8，16117（2017年）。[30] S. Gopalakrishnan 和 R. Vasseur，《XXZ 自旋链中自旋扩散与超扩散的动力学理论》，《物理评论快报》122，127202（2019年）。[31] M. Ljubotina、M. ˇZnidariˇc 和 T. Prosen，《量子海森堡磁体中的 Kardar-Parisi-Zhang 物理》，《物理评论快报》122，210602（2019年）。[32] M. Kardar、G. Parisi 和 Y.-C. Zhang，《生长界面的动力学标度》，《物理评论快报》56，889（1986年）。[33] A. N. Mikheev、C.-M. Schmied 和 T. Gasenzer，《多组分玻色气体非热固定点的低能有效理论》，《物理评论A辑》99，063622（2019年）。[34] S. Huh、K. Kim、K. Kwon 和 J.-y. Choi，《强铁磁自旋or玻色-爱因斯坦凝聚体的观测》，Phys. Rev. Research 2，033471（2020年）。[35] T.-L. Ho，《光学阱中的自旋or玻色凝聚体》，《物理评论快报》81，742（1998年）。[36] T. Ohmi 和 K. Machida，《碱金属原子气体中具有内部自由度的玻色-爱因斯坦凝聚》，Journal of the Physical Society of Japan 67，1822（1998年）。[37] Y. Kawaguchi 和 M. Ueda，《自旋or玻色-爱因斯坦凝聚体》，Phys. Rep. 520，253（2012年）。[38] L. E. Sadler、J. M. Higbie、S. R. Leslie、M. Vengalattore 和 D. M. Stamper-Kurn，《骤冷铁磁自旋or玻色-爱因斯坦凝聚体中的自发对称性破缺》，Nature（伦敦）443，312（2006年）。[39] P. B. Blakie、A. S. Bradley、M. J. Davis、R. Ballagh 和 C. Gardiner，《利用经典场技术研究超冷玻色气体的动力学与统计力学》，Advances in Physics 57，363（2008年）。[40] K. Kim、J. Hur、S. Huh、S. Choi 和 J.-y. Choi，《自旋or玻色-爱因斯坦凝聚体发射自旋关联物质波射流》，《物理评论快报》127，043401（2021年）。[41] 材料见补充信息。[42] D. A. Huse，《自旋odal分解晚期行为的修正：Lifshitz-Slyozov 标度与蒙特卡洛模拟》，Phys. Rev. B 34，7845（1986年）。[43] A. Bourges 和 P. B. Blakie，《骤冷自旋or凝聚体中自旋序与超流序的不同增长率》，《物理评论A辑》95，023616（2017年）。[44] S. De、D. L. Campbell、R. M. Price、A. Putra、B. M. Anderson 和 I. B. Spielman，《骤冷二元玻色-爱因斯坦凝聚体：自旋畴形成与粗化》，《物理评论A辑》89，033631（2014年）。[45] G. Gauthier、M. T. Reeves、X. Yu、A. S. Bradley、M. A. Baker、T. A. Bell、H. Rubinsztein-Dunlop、M. J. Davis 和 T. W. Neely，《二维量子流体中的巨型涡旋簇》

[46] S. P. Johnstone、A. J. Groszek、P. T. Starkey、C. J. Billington、T. P. Simula 和 K. Helmerson，《二维超流体中湍流产生的大尺度流动的演化》，《科学》364，1267（2019年）。[47] M. Karl 和 T. Gasenzer，《淬火二维玻色气体中的强异常非热固定点》，《新物理学杂志》19，093014（2017年）。[48] C.-M. Schmied、M. Pr¨ufer、M. K. Oberthaler 和 T. Gasenzer，《自旋or玻色气体中接近非热固定点的双向普适动力学》，《物理评论A辑》99，033611（2019年）。[49] K. Fujimoto、R. Hamazaki 和 M. Ueda，《一维反铁磁自旋-1玻色气体中的佛兰德弦磁孤子与非热固定点》，《物理评论快报》122，173001（2019年）。[50] S. Bhattacharyya、J. F. Rodriguez-Nieva 和 E. Demler，《海森堡铁磁体中的普适预热化动力学》，《物理评论快报》125，230601（2020年）。[51] J. F. Rodriguez-Nieva、A. P. Orioli 和 J. Marino，《二维海森堡模型中的远离平衡普适性》，《美国国家科学院院刊》119，e2122599119（2022年）。[52] I. Dzyaloshinsky，《反铁磁体“弱”铁磁性的热力学理论》，《固体物理与化学杂志》4，241（1958年）。[53] T. Moriya，《各向性交换作用与弱铁磁性》，《物理评论》120，91（1960年）。[54] J. Guzman、G.-B. Jo、A. N. Wenz、K. W. Murch、C. K. Thomas 和 D. M. Stamper-Kurn，《简并 F = 1 ^{87}Rb 自旋or玻色气体中自旋纹理的长时间尺度动力学》，《物理评论A辑》84，063625（2011年）。[55] S. Hild、T. Fukuhara、P. Schauß、J. Zeiher、M. Knap、E. Demler、I. Bloch 和 C. Gross，《海森堡量子磁体中的远离平衡自旋输运》，《物理评论快报》113，147205（2014年）。[56] T. W. Neely、E. C. Samson、A. S. Bradley、M. J. Davis 和 B. P. Anderson，《扁椭圆玻色-爱因斯坦凝聚体中涡旋偶极子的观测》，《物理评论快报》104，160401（2010年）。[57] W. J. Kwon、G. Moon、S. W. Seo 和 Y. Shin，《玻色-爱因斯坦凝聚体涡旋脱落的临界速度》，《物理评论A辑》91，053615（2015年）。[58] J.-y. Choi、W. J. Kwon 和 Y.-i. Shin，《反铁磁自旋or玻色-爱因斯坦凝聚体中拓扑稳定二维斯格明子的观测》，《物理评论快报》108，035301（2012年）。[59] S. Inouye、S. Gupta、T. Rosenband、A. P. Chikkatur、A. G¨orlitz、T. L. Gustavson、A. E. Leanhardt、D. E. Pritchard 和 W. Ketterle，《玻色-爱因斯坦凝聚体中涡旋相位奇点的观测》，《物理评论快报》87，080402（2001年）。[60] K. Mukherjee、S. I. Mistakidis、P. G. Kevrekidis 和 P. Schmelcher，《淬火诱导二元玻色–爱因斯坦凝聚体中涡旋-亮孤子形成》，《物理学杂志B：原子、分子与光学物理》53，055302（2020年）。[61] K. Kwon、K. Mukherjee、S. J. Huh、K. Kim、S. I. Mistakidis、D. K. Maity、P. G. Kevrekidis、S. Majumder、P. Sc hmelcher 和 J.-y. Choi，《驱动的玻色-爱因斯坦凝聚体中星形表面图案的自发形成》，《物理评论快报》127，113001（2021年）。[62] J. Crank 和 P. Nicolson，《热传导型偏微分方程解的数值求解实用方法》，《剑桥哲学学会数学会刊》43，50–67（1947年）。[63] X. Antoine、W. Bao 和 C. Besse，《非线性薛定谔/格罗斯–皮塔耶夫斯基方程动力学的计算方法》，《计算物理通讯》184，2621（2013年）。

方法

实验系统。我们在准二维光学偶极阱中制备了由^{7}Li 原子组成的自旋or凝聚体 [34]，其频率为（ω_x，ω_y，ω_z）$=2\pi\times$（7，8，635）Hz。凝聚体包含 2.7×10^{6} 个原子，热组分可忽略不计（$<5\%$）。凝聚体的化学势为 $\mu/h=310$ Hz，表明横向激发受到抑制。事实上，沿轴向未观察到自旋结构，因此我们确认粗化动力学发生在二维空间中。为了将凝聚体制备在极性相中，我们沿竖直轴施加了大小为$B=1$ G 的外磁场。在此磁场下，二次塞曼能（QZE）大于临界值$q>q_c=2|c|$（正文图 1a），因此所有原子都占据相同的自旋态 $|F=1,\ m_z=0\rangle\equiv|1,0\rangle$。

借助微波缀饰技术 [40]，我们在实验中实现了量子泽诺效应的瞬时淬火。量子泽诺效应表示为$q=q_{\mathrm{B}}+q_{\mathrm{MW}}$，其中$q_{\mathrm{B}}/h=\alpha B^2$ 是 ^{7}Li原子超精细态的二阶塞曼分裂，其数值为 $\alpha=610\,\mathrm{Hz/G^2}$,；而$q_{\mathrm{MW}}/h=\Omega^2/4\delta$表示微波场导致的相应能量位移。在实验中，我们在 7 毫秒内将外部偏置场降至$B\simeq100\,\mathrm{mG}$，并同时调节微波频率，使磁场变化过程中量子泽诺效应的数值始终高于临界点（$q>q_c$）。我们在 1 μ秒内改变微波频率，将量子泽诺效应淬火至目标点，从而启动自旋or气体的非平衡动力学。淬火后 2 秒，通过研究自旋种群的统计分布来校准量子泽诺效应的大小 [54]。磁场梯度被补偿至低于 30 μG/cm，因此即使在淬火很久之后（$t=2$ s），我们仍能观察到取向随机的畴壁。保持时间内，微波场会使原子损失并导致加热，因为它将原子耦合到$F=2$ 自旋态（扩展数据图 3）。在深易轴区（$q/h=-200$ Hz），这一影响变得明显，此时我们可能会低估畴长度和动态标度指数。所幸，只有在所有畴合并后的很长时间内，原子损失才会变得明显；整个演化过程中，热组分基本保持在 10% 以下。因此，原子损失和加热都不会对普适粗化动力学产生显著影响。

实验参数的长期漂移通过拍摄参考图像进行校准。例如，每隔 150 min（约 300 次测量）监测一次$t=2$ s 时的平均磁化强度，并在需要时调整磁场梯度。量子泽诺效应的不确定性主要来自外场噪声，其大小为±0.3 Hz。在所考虑的时间尺度内，即使对于自旋各向同性粗化动力学，量子泽诺效应的微小涨落也可忽略不计。量子泽诺效应虽小但非零，在更长的演化时间下可能导致粗化转变，此时畴长度的标度指数遵循易平面相或易轴相动力学 [25]。实验中的磁场涨落为$q/q_0<10^{-3}$，因此跃迁会在$t>1$ s（$t>2,000\,t_s$）之后发生。

原位自旋分辨成像。通过选择性地将目标自旋态转变为较高能级的超精细态，再采用标准吸收成像技术记录较低能级超精细自旋态中的原子密度分布。例如，在 100 mG 磁场下，我们施加微波，将原子从 $|1,1\rangle$ 态转移到 $|2,1\rangle$ 态。随后使用共振光，通过 $|\mathrm{F}=2\rangle \rightarrow |\mathrm{F}'=3\rangle$ 跃迁对 $|2,1\rangle$ 态中的原子分布成像。其他自旋态中的原子也以类似方式测量。具体而言，拍摄第一张图像后，我们施加额外的微波脉冲，将超精细自旋态从$|1,0\rangle$ ($|1,-1\rangle$)翻转至 $|2,1\rangle$ ($|2,-2\rangle$)，并对转移后的原子成像。为避免 F = 1态内图像间的串扰，在拍摄后续图像之前，我们会移除所有处于 $|\mathrm{F}=2\rangle$ 态的原子。该成像序列也用于测量沿自旋 x 方向的磁化强度 F_x。具体来说，施加共振射频脉冲，将测量基从自旋 z 轴旋转至 x 轴，并记录各自旋态的密度分布。淬火至自旋各向同性点（$\mathrm{q}_{\mathrm{Iso}}=0$）后，沿 x 和 z 方向磁化强度的典型图像见扩展数据图 5。

为表征成像分辨率，我们制备了自旋螺旋结构，它在每个自旋态中都呈现周期性密度调制。通过在有限磁场梯度 [55]作用下，使水平面内的自旋矢量演化，可以制备出这种状态 λ_{sp} 。调制周期 $\lambda_{\mathrm{sp}}=10$ μ由梯度强度和曝光时间决定，而对比度则受成像系统影响。例如，在 λ_{sp}m 处，对比度降至 30%。通过考察对比度对波长 5 μ的依赖关系，可以估算出成像分辨率为 m。为获得更好的信噪比和成像分辨率，我们对成像参数进行了优化。成像光强设为 0。5 I_{sat}，成像脉冲设为 4 μs，其中 $I_{\mathrm{sat}}=2.5$ mW/cm^2 为饱和强度。

极性凝聚体中的涡旋脱落。为了证明动力学指数对初始条件不敏感，我们在淬火前于极性相中印刻了许多涡旋。采用涡旋脱落技术 [56, 57]可以制备包含许多涡旋的初态。具体而言，在囚禁中心施加排斥性光势垒，并通过压电镜架使其平移。当势垒速度超过临界阈值时，凝聚体中会产生涡旋和反涡旋 [56]。光学障碍物由沿z方向聚焦的 532 nm 蓝失谐激光构成。其 $1/e^2$ 束腰为8 μm，障碍物高度为$V_0/\mu\approx 3$。势垒从囚禁中心扫掠的距离为 $d=60$ μm，平移速度为 6 mm/s。经过 6 ms 飞行时间后，可以辨认出涡旋核心（图 4 插图）；具体而言，淬火前产生了约 15 个涡旋。事实上，我们使用这一包含涡旋的初态，按照上述方法进行了淬火动力学实验，并测量了临界指数，发现其不受影响；例如，易轴相的临界指数仍为 $1/z=0.58(2)$。

物质波干涉。为了推断自旋涡旋的自旋绕数，我们采用物质波干涉 [58, 59]，实验步骤如下：对凝聚体施加 60 mG/cm 的磁场梯度$t_{\mathrm{grad}}=6$ 毫秒。接着，施加共振射频脉冲以诱导 $|1,\ 0\rangle \leftrightarrow |1,\ \pm1\rangle$ 跃迁。最后，使用选择性自旋转移成像技术，对$F=1$ 态中的所有自旋分量成像。在无涡旋态中，我们观察到沿梯度方向排列的条纹线，这是凝聚体内相位积累的结果。然而，存在相位缺陷时，条纹线会发生错位；通过这种错位，我们可以读出自旋纹理中相对相位绕数的大小。由于成像分辨率有限，我们将条纹图案的周期设为 ~ 10 μm。因此，这成为利用该方案检测到的自旋涡旋之间的最小距离。通过分析自旋矢量确定的数值模拟中的涡旋位置，与利用物质波干涉技术识别出的相位奇点位置相同（扩展数据图 6）。

自旋-1 气体的平均场方程。自旋-1 凝聚体的动力学由以下一组耦合三维 Gross-Pitaevskii 方程描述

$$\frac{\partial \Psi(\mathbf{r};t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2M}+V_{\mathrm{trap}}(\mathbf{r})+qf_z^2+c_0n(\mathbf{r};t)+c_2\mathbf{F}(\mathbf{r};t)\cdot\mathbf{f}. \tag{2}$$

各超精细能级 $\mathrm{m}_z=-1,0,1$ 的波函数记为 $\Psi=(\Psi_1,\Psi_0,\Psi_{-1})^T$，原子质量为 M，且 r $=\{\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z}\}$。自旋无关非线性项 $\mathrm{c}_0\mathrm{n}$ 的特征由有效强度 $\mathrm{c}_0=4\pi\hbar^2(\mathrm{a}_0+\mathrm{a}_2)/(3\mathrm{M})$ 和总密度 $\mathrm{n}=\sum_{m_z}|\Psi_{m_z}|^2$决定。这里，$\mathrm{a}_0$ 和 a_2 分别指原子在总自旋 F = 0 和 F = 2 散射通道中的三维 s 波散射长度。相比之下，描述超精细能级间相互作用的自旋相关非线性项 $\mathrm{c}_2\mathrm{F}\cdot\mathrm{f}$ 包含耦合常数 $\mathrm{c}_2=4\pi\hbar^2(\mathrm{a}_2-\mathrm{a}_0)/(3\mathrm{M})$ 和自旋密度 $\mathrm{F}=(F_x,F_y,F_z)$，其 $\mathrm{j}=\{\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z}\}$分量为 $F_j=\Psi^\dagger_{m_z}\mathrm{f}_j\Psi_{m_z}$，其中 f_j 表示自旋-1 矩阵。正如正文所述，我们重点研究具有强铁磁相互作用的 ^{7}Li 凝聚体，即 $\mathrm{c}_2<0$。三维外部谐振囚禁势 $V_{\mathrm{trap}}=\frac{1}{2}\mathrm{M}(\omega_x^2\mathrm{x}^2+\omega_y^2\mathrm{y}^2+\omega_z^2\mathrm{z}^2)$由面内囚禁频率 $\omega_x\approx\omega_y$ 和面外囚禁频率 ω_z 表征，二者满足条件 $\omega_z\gg\omega_x\approx\omega_y$，从而将原子运动限制在二维空间内。本文始终考虑实验中采用的囚禁频率 $(\omega_x,\omega_y,\omega_z)=2\pi\times(7,8,635)$ Hz。此外，系统的长度和能量尺度分别用谐振子长度 $\mathrm{l}_{\mathrm{osc}}=\sqrt{\hbar/\mathrm{M}\omega_x}$ 和能量量子 $\hbar\omega$ 表示。为便于模拟，我们进一步通过将空间坐标缩放为 $\mathrm{x}'=\mathrm{x}/\mathrm{l}_{\mathrm{osc}}$、$\mathrm{y}'=\mathrm{y}/\mathrm{l}_{\mathrm{osc}}$ 和 $\mathrm{z}'=\mathrm{z}/\mathrm{l}_{\mathrm{osc}}$，时间缩放为 $\mathrm{t}'=\omega_x\mathrm{t}$，并将波函数缩放为 $\Psi_{m_z}(\mathrm{x}',\mathrm{y}',\mathrm{z}')=\sqrt{(\mathrm{l}_{\mathrm{osc}}^3/\mathrm{N})}\Psi_{m_z}(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})$，将三维 GP 方程（2）改写为无量纲形式。更多细节参见参考文献 [60, 61]。

根据 q/(|c$_2$|n) 的相对强度，可以实现丰富的相图，其中包含一阶和二阶相变，详见参考文献 [37]。例如，量子临界点 q $= q_c = 2|c_2|n_{peak}$（其中 n_{peak} 为陷阱中心附近的凝聚体峰值密度）将所谓的未磁化极化态与易平面铁磁相区分开来：在前者中，所有原子均处于 m$_z = 0$ 态；在后者中，所有 m$_z$ 态均被占据。后一相存在于区间$0 < q < q_c$ 内，其序参量为 $F_\perp = F_x + iF_y$，对应横向磁化 [25]，其中 $F_x = [\Psi_1^*\Psi_0 + \Psi_0^*(\Psi_1 + \Psi_{-1}) + \Psi_{-1}^*\Psi_0]/\sqrt{2}$，且 $F_y = i[-\Psi_1^*\Psi_0 + \Psi^*t_0(\Psi_1 - \Psi_{-1}) + \Psi_{-1}^*\Psi_0]/\sqrt{2}$。另一方面，当 q < 0 时，基态对应易轴铁磁相，其磁化沿 z 轴方向，相关序参量为纵向磁化 $F_z = |\Psi_{+1}|^2 - |\Psi_{-1}|^2$。

利用量子涨落和热涨落制备初态。自旋-1 气体的初态（易轴极化态）是在$q = 2q_c$下实现的，其临界二次塞曼位移为$q_c = 2|c_2|n_{peak}/h$。它由如下波函数表示

$$\Psi_{polar} = (0, \Psi_0, 0)^T. \tag{3}$$

后者通过在虚时间中使用分步时间克兰克-尼科尔森方法对方程（2）进行数值求解而得到 [62,63]。为触发动力学过程，我们对二次塞曼系数进行突变q 从其初始值 $q_i/h = 510$ Hz（极化态）变为最终值 $q_{EA}/h = -200$ Hz（易轴态）或 $q_{Iso}/h = 0$（各向同性点）。

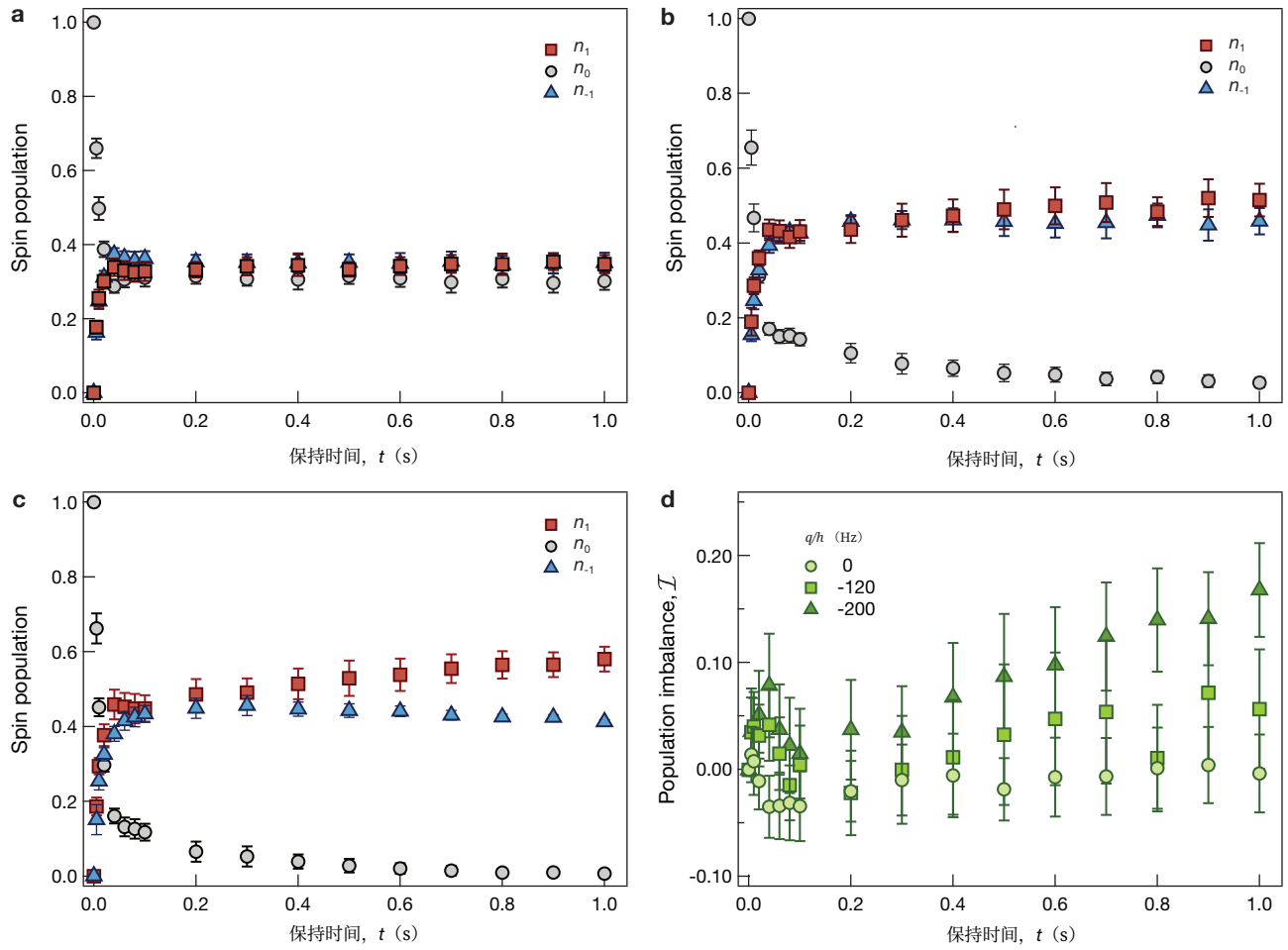
为监测系统的非平衡动力学，必须考虑初始零温平均场态[Eq. (3)]之上的量子和热涨落。这一贡献为随后在 q 经淬火后出现的动力学不稳定性提供了种子。我们采用截断Wigner近似 [39], 纳入量子和热效应 $\Psi_I = \Psi_{polar} + \delta$即将波函数表示为 $\delta =$，其中$\delta^{+1}(\delta^0, \delta^{-1}, ^T)\Psi_{polar}$是一个噪声向量，由系统的博戈留博夫准粒子模构造。具体而言，首先计算稳态解（ $\Psi_{m_z} = \Psi_{polar} + \varepsilon()$，随后按照以下试探解对其进行扰动$_{mz}U^{i\Omega t} + e^*V^{-i\Omega^*}$ mze)t ε。将此试探解代入 Eq. (2)，并对小振幅进行线性化，得到相应的能量本征值问题；通过数值对角化求解该问题，即可确定系统的本征频率 $\{\Omega^j\}$ 和本征函数 $\{U_{jmz}, V_{jmz}\}$。对于极化稳态，其中 $\Psi_{\pm1} = 0$ 和 $\Psi_0 = \Psi_0$，相应的本征值问题为：

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ U_1 \\ V_1 \\ U_{-1} \\ V_{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b^* & -a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & -c & -d^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & c & 0 \\ 0 & 0 & -d^* & 0 & 0 & -c \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ U_1 \\ V_1 \\ U_{-1} \\ V_{-1}. \end{pmatrix} \tag{4}$$

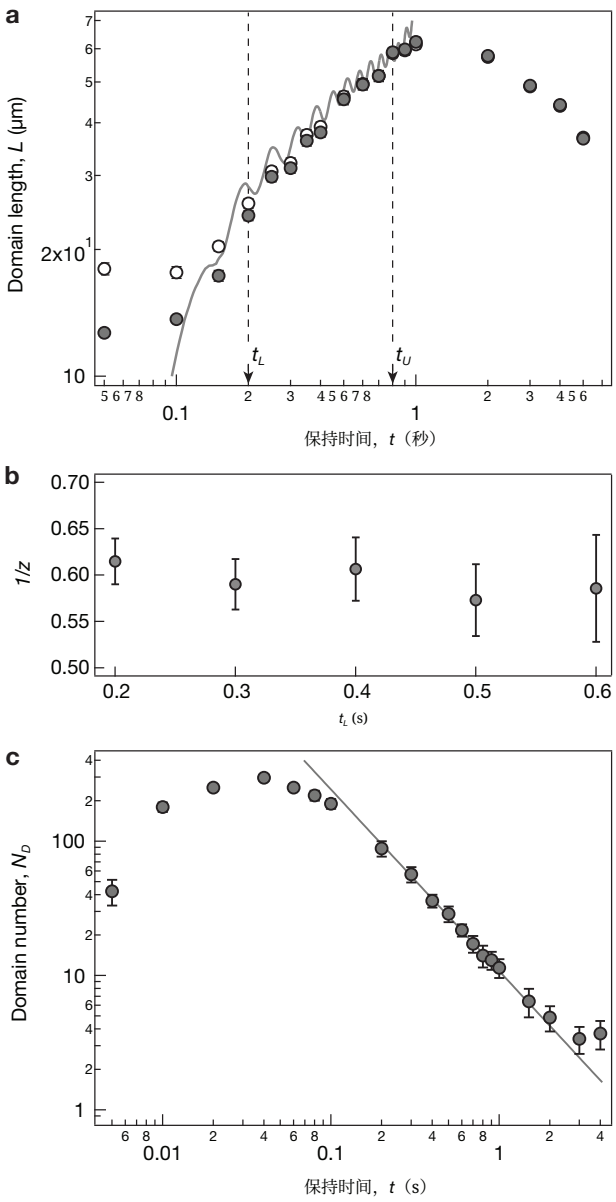
这里，矩阵元分别为 $= -\frac{1}{2}\nabla_\perp^2 + V - \mu + 2c_0|\Psi_0|^2$、b $= c_0(\Psi_0)^2$, c $= -\frac{1}{2}\nabla_\perp^2 + V_{trap} - \mu + q$和 d $= c_2(\Psi_0)^2$，其中 μ 为系统的化学势。已知本征模 $\{U\,jmz, V\,jmz\}$ 和本征值 Ω^j 后，可将噪声场表示为 $\delta_{m_z} = \sum_{j>0} U\,jmz\beta jmz + (V\,jmz)^*(\beta jmz)^*$，即将其分解为初态的低能集体模，并由随机系数 $\beta^j_{m_z}$ 对其加权。这些系数的生成方式如下

$$\beta^j_{m_z=\pm1} = \frac{x_j + iy_j}{2} \quad \text{and} \quad \beta^j_{m_z=0} = \sqrt{(\bar{n}_j + \frac{1}{2})}\frac{x_j + iy_j}{\sqrt{2}}, \tag{5}$$

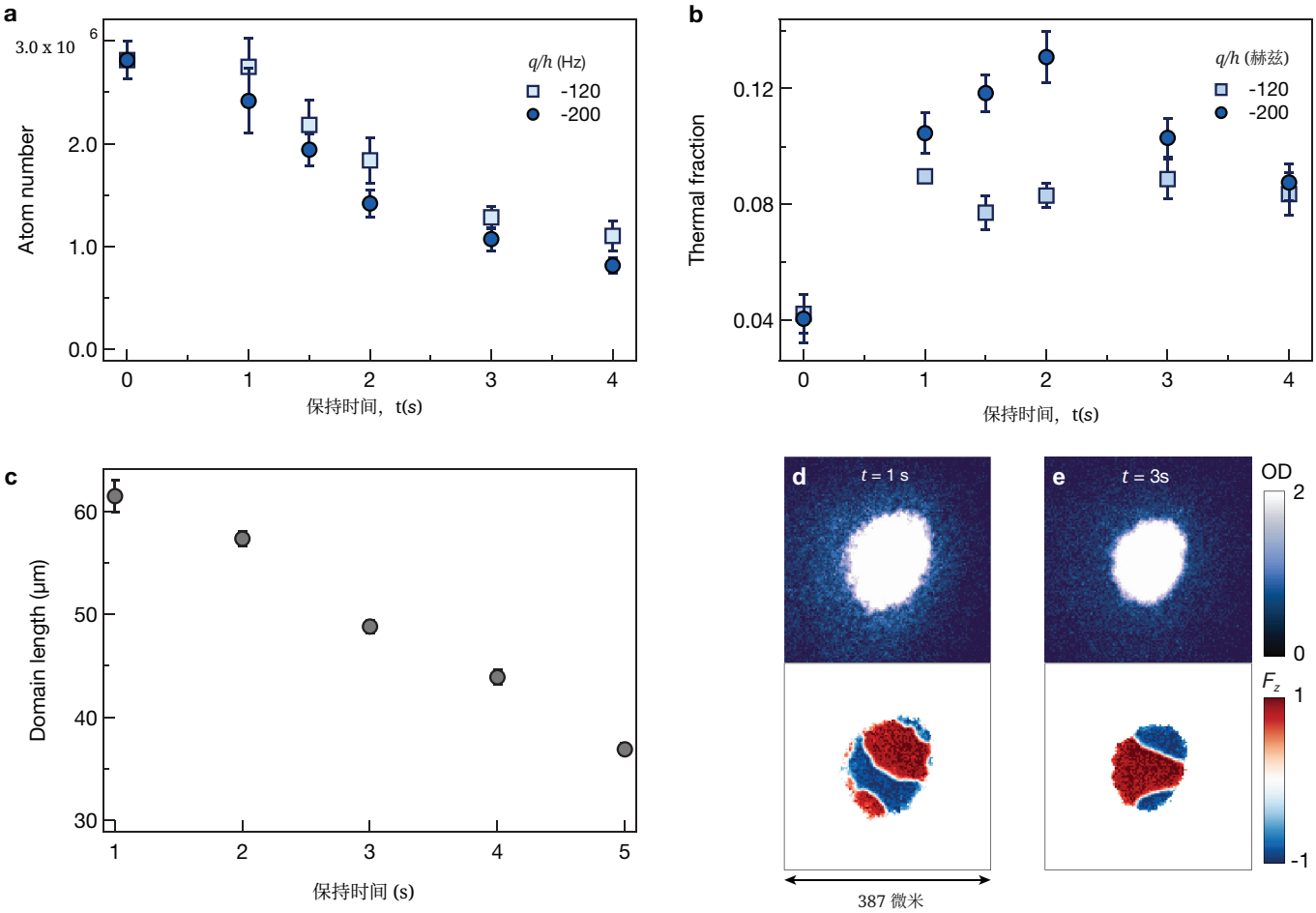
其中，x_j 和 y_j 是从正态分布的高斯分布中随机抽取的数值，该分布的均值为零、方差为单位方差；而 $\bar{n}\,j = (e^{\Omega j}h/(KBT) - 1)^{-1}$表示温度为 T 时 BEC 的平均热占据数。还请注意，方程（5）中出现的常数 1/2 因子源自真空噪声。从这个意义上说，系统的初态由含有热激发的凝聚体（位于 $m_z = 0$）以及仅含真空噪声的 m$_z = \pm1$ 分量组成。在实验中，检测到的初始热组分低于 5%。为将这一点纳入考虑，在我们的模拟中，我们采用 T $= 35$ 纳开尔文作为系统温度，此时平均热组分约占总原子数的 4%。我们指出，热原子数对应于 $N_T = \int dr[\sum_j\{[(U\,j\,mz{=}0)^2 + (V\,j\,mz{=}0)^2]\bar{n}_j + (V\,j\,mz{=}0)^2\}]$; 关于凝聚体热组分与温度之间的关系，另见参考文献 [39]。值得一提的是，在我们的模拟中，我们还考察了改变初始温度的影响，同时确保热组分保持在 6% 以下，以符合实验条件。有趣的是，我们发现，这种温度变化对粗化动力学没有明显影响。



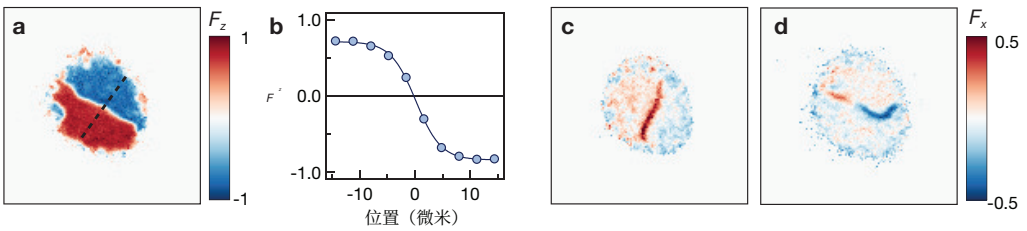
扩展数据图1. 二次塞曼能淬火后的自旋布居。a，淬火至各向同性铁磁相（q/h ＝0 Hz）后，自旋 |0⟩ 态中的原子迅速衰变并产生自旋 |±1⟩ 态。100 ms 后，自旋布居达到稳态，且各分量布居相等（n_1,n_0,n_{-1}）≃（1/3,1/3,1/3）。在整个粗化动力学过程中，所有自旋态的自旋布居均保持不变。在易轴铁磁相中（b，q/h ＝−120 Hz；c，q/h ＝−200 Hz），初始 |0⟩ 态迅速消失，并产生布居相等的自旋 |±1⟩ 态。粗化动力学过程中 |0⟩ 态的残余自旋分量，归因于畴壁处沿水平面的自旋矢量（扩展数据图 4）。受微波缀饰场影响，自旋布居逐渐变化。d，不同二次塞曼能下自旋布居不平衡（$\mathcal{I}=n_1-n_{-1}$）随时间的演化。在深易轴区（q/h ＝−200 Hz），布居不平衡较为明显，但如图 2 所示，其对畴长度的影响并不显著。每个数据点均基于 100 次以上独立实验运行获得，误差棒表示均值标准误。



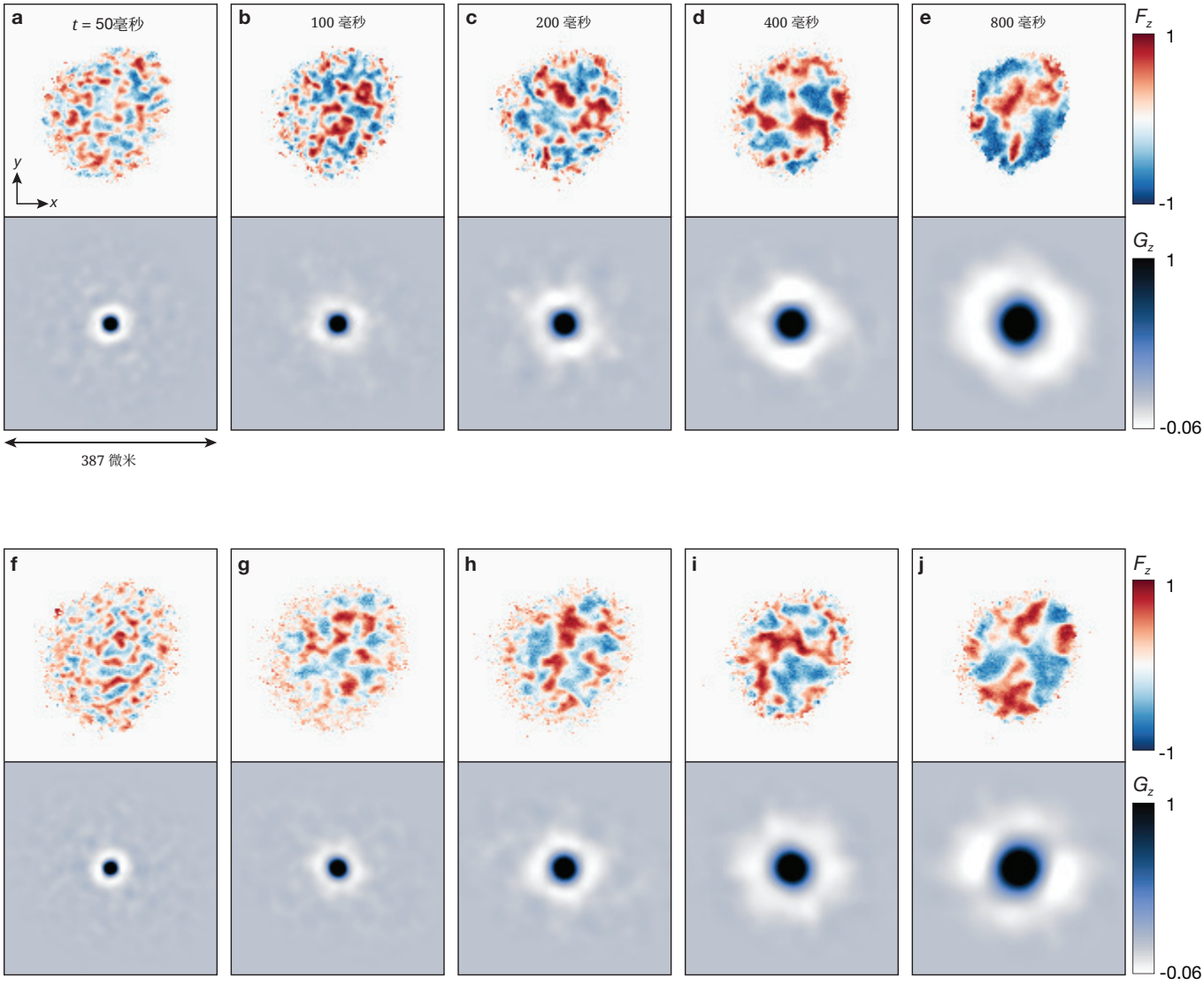
扩展数据图 2。**易轴铁磁相中粗化动力学与标度指数在完整演化过程中的变化。a,** 实验中可观测的完整演化过程中，畴长度L（t）。实心（空心）圆表示反卷积后（未经反卷积）的畴长度。虚线表示标度时间区间$t \in [0.2\ \mathrm{s}\ 0.8\ \mathrm{s}]$。时间区间的下限选定为确保淬火后凝聚体进入粗化阶段。时间区间的上限受系统有限尺寸和凝聚体寿命寿命的限制。**b,** 标度指数 $1/z$ 对时间区间下限t_L的依赖关系。误差棒表示拟合参数的 1σ 置信区间。**c,** 淬火后的磁畴数量。磁畴数量N_D 使用 Hoshen-Koppelman 算法 [41]计数。磁畴数量遵循幂律衰减（实线），$N_D \sim t^{-2/z}$，其中$1/z = 0.63(4)$。



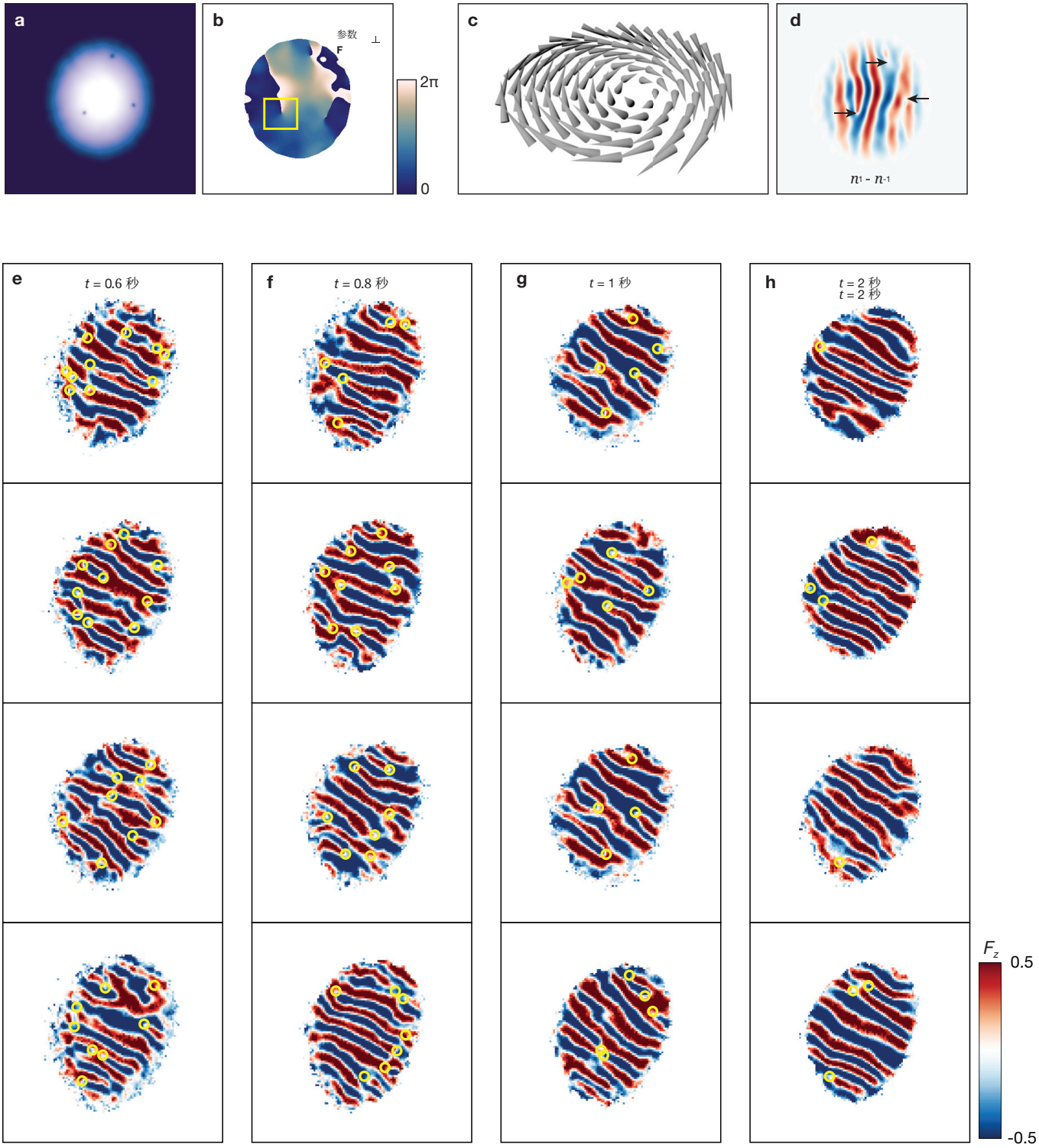
扩展数据图 3。**微波缀饰对自旋or玻色气体的影响。a,** 原子数和**b**热组分的长时间演化，在$q/h = -120$ Hz（方形，浅蓝色）和 -200 Hz（圆形，深蓝色）下。**c,** 易轴淬火$q/h = -200$ Hz下畴长度的长时间演化。粗化终止后（$t = 1$ s），再保持1 s后，畴长度从 61 μm减小至 57 μm。这表明，普适动力学期间的畴长度$t \in [0.2s0。8s]$ 可能被低估了5%。**d,e** 不同保持时间下的吸收图像（上）和磁化密度（下）（见图例）。原子损失导致畴尺寸减小。每个数据点由40次不同的实验实现获得，误差棒表示均值的一个标准误。



扩展数据图 4. **易轴铁磁相中的磁畴壁。a,** 保持时间为 1.5 s 后的磁化强度F_z，以及**b,** 磁畴的横截面轮廓。实线为拟合曲线$F_z(r) = F_{z0}\tanh(r/\xi_d)$，其中 $\xi_d = 4.5(2)$ μm。**c、d,** 沿水平轴的磁化强度F_x。自旋矢量可沿同一轴排列（c，布洛赫型或奈尔型畴壁），也可指向相反方向（d，布洛赫线）。水平自旋矢量的长波长调制可能意味着磁畴中存在自旋波激发。



扩展数据图 5. **各向同性铁磁相中自旋畴的时间演化。a-e,** 不同保持时间下的纵向磁化强度 F_z（上）及其二维自旋关联函数 $G_z(x,y)$（下）。**f-j,** 横向磁化强度 F_x 的快照，以及关联函数 $G_x(x,y)$。与易轴相不同，在自旋各向同性点，两个轴向上均可观察到粗化动力学，且畴边界比$q < 0$ 自旋畴的畴边界宽得多。自旋关联函数是对给定保持时间下的 100 次不同实现取平均得到的。



扩展数据图 6. **对 $\mathbb{Z}_2$ 自旋涡旋的物质波干涉进行数值模拟。a,** 密度分布和**b,** 自旋各向同性点处畴粗化动力学进行$t = 3.5$ 秒后，*x*-*y* 平面内横向自旋矢量 $\phi = \tan^{-1}(F_y/F_x)$ 的辐角。可根据涡旋核心周围的相位跃变识别自旋涡旋（黄色方框）。**c,** 突出显示区域（黄色方框）附近*x*-*y* 平面内的三维自旋矢量$\mathbf{F} = (F_x,F_y,F_z)$。不仅面内自旋矢量绕涡旋核心转动，纵向自旋矢量也如此，表明这是一个 $\mathbb{Z}_2$ 自旋涡旋。**d,** 物质波干涉后的模拟图像。自旋涡旋的位置可通过自旋不平衡图像中的叉形图案清晰识别。不同保持时间下物质波干涉后的代表性实验图像（见不同的行）。所有图像均来自独立的实验运行。在无涡旋区域，磁化强度呈现连续条纹图案；而自旋涡旋会使条纹发生位错，形成一分为二的叉形图案。涡旋位置以黄色圆圈标出。