统一机会约束与鲁棒最优潮流，实现电网韧性运行

´Alvaro Porras、Line Roald、Juan Miguel Morales 和 Salvador Pineda

arXiv:2303.05412v2 [math.OC] 7 May 2024

摘要——可再生能源发电的不确定性可能对电网运行造成不利影响。为应对这一影响，人们提出了多种方法，从随机规划和机会约束规划到鲁棒优化。然而，这些方法往往过于保守，或使系统容易受到低概率、高影响的不确定性实现的冲击。为解决这一问题，我们提出了一种新的随机最优潮流公式化模型，明确区分“正常运行”和“不利运行”：在“正常运行”下，自动发电控制（AGC）足以保证系统安全；在“不利运行”下，系统运营商则需要采取额外操作，例如手动备用调度。我们在 IEEE-118 和 IEEE-300 母线系统的案例研究中，将这一新公式化模型与经典模型进行了比较。研究发现，考虑极端场景使我们能够获得比典型机会约束公式更安全、同时又比仅依靠 AGC 保证鲁棒可行性的方案成本更低的解决方案。

索引词——最优潮流、机会约束、自动发电控制、人工调节、风电

符号说明

下文列出了全文所用的主要符号，供快速查阅。

A. 集合

$\mathcal{G}$ 机组集合，索引为 g。$\mathcal{L}$ 输电线路集合，索引为 l。$\mathcal{N}$ 节点集合，索引为 n。

´Alvaro Porras、Juan Miguel Morales 和 Salvador Pineda 任职于西班牙马拉加的马拉加大学 OASYS研究组。电子邮箱：alvaroporras19@gmail.com；juanmi82mg@gmail.com（通讯作者）；spineda@uma.es。Line Roald 任职于美国威斯康星州麦迪逊的威斯康星大学麦迪逊分校电气与计算机工程系。电子邮箱：roald@wisc.edu。

本项目部分经费由西班牙科学与创新部（AEI/10.13039/501100011033）通过项目 PID2020-115460GB-I00 资助，部分由欧洲研究委员会（ERC）通过欧盟地平线2020研究与创新计划（资助协议编号 755705）资助。´Alvaro Porras 还获得西班牙科学、创新与大学部通过大学教师培训计划提供的资助，奖学金编号为 FPU19/03053。LineRoald 获能源部科学办公室高级科学计算研究办公室应用数学计划资助，合同编号为 DE-AC02-06CH11347。作者谨此感谢马拉加大学 SCBI（超级计算与生物信息学）中心提供的计算资源、技术专长与协助。

B. 参数

c_g 发电机组 g [€ 的线性运行成本，单位为/MWh]。c_g^d/c_g^u 发电机组的向下/向上备用容量成本 g [€，单位为/MW]。c_g^-/c_g^+ 发电机组的向下/向上备用成本g [€，单位为/MWh]。B_{ln} 输电线路 l 相对于节点 n 的功率传输分布因子（PTDF）。d_n 节点 n [的预测负荷，单位为 MW]。$\overline{f}_l$ 输电线路 l [的最大容量，单位为 MW]。$\underline{p}_g/\overline{p}_g$ 机组 g [的最小/最大出力，单位为 MW]。$\overline{r}_g^d/\overline{r}_g^u$ 发电机 g 提供向下和向上备用的能力，单位为 MW [。$\tilde{w}_n$ 节点 n [的实际风电出力，单位为 MW]。$\widehat{w}_n$ 节点 n [的预测风电出力，单位为 MW]。ω_n 节点 n [的预测风电功率误差，单位为 MW]。

C. 变量

p_g 机组的有功出力调度 g [MW]。$r_g(\boldsymbol{\omega})$ 机组已部署备用 g [MW]。$r_g^-(\boldsymbol{\omega})/r_g^+(\boldsymbol{\omega})$ 机组已部署的向下/向上备用 g [MW]。r_g^d/r_g^u 机组的向下/向上备用容量g [MW]。$\alpha_g(\boldsymbol{\omega})$ 机组有功出力调度的人工调节 g [MW]。β_g 机组的参与因子 g。

I. 引言

OPTIMIZATION 在不确定性下运行是一项艰巨的任务；而在网络系统中，任务更具挑战性，因为网络不同部分的不确定性实现值可能相互作用，造成意想不到的困难，使网络难以维持平衡状态并满足潮流约束。在许多系统中，可以区分正常运行和不利运行：前者指系统按预期运行，且可通过简单的自动控制管理（轻微）扰动；后者则指系统安全受到威胁，可能需要采取额外的控制措施，以避免系统遭受重大影响。通常，我们希望限制系统进入不利运行状态的概率，也就是说，确保正常运行控制能够以较高概率保证约束满足。不过，同样重要的是，确保存在有效的控制措施，以便在进入不利运行状态时限制系统影响并

恢复可行运行。本文通过探索一种兼具机会约束与鲁棒优化特点的问题公式化模型来研究这一问题，该模型与 [1] 提出的带恢复的机会约束规划思想相关。为具体阐述问题公式化模型，我们考虑不确定性下电力电网的运行问题。不过，管理不利运行概率并确保所有场景下可行性恢复的类似问题，也适用于其他多种网络，例如供应链网络、应急响应网络等。

A. 不确定性下的电网运行

最优潮流（OPF）是经典工具，广泛用于日前和实时电力系统运行、电力市场、长期规划以及许多其他应用 [2]。在确定性版本中，OPF 问题旨在确定成本最低的火力发电机组调度方案，以满足系统负荷，同时遵守发电和输电电网设备的技术限制 [3]。然而，随着可再生能源在电力系统中的接入比例不断提高，发电及相关潮流的波动性和不确定性也随之增加。理解并量化这种不确定性对 OPF 等决策问题的影响，对于确保电力系统安全运行至关重要 [4]。

在此背景下，大量且日益增多的研究针对最优潮流的随机版本（SOPF）问题展开 [5]。SOPF 旨在考虑随机参数的不确定性，同时将预期运行成本降至最低并避免约束违反。现有研究采用多种方法处理 SOPF 中的不确定性，例如多阶段随机规划[6]，、鲁棒或最坏情形优化 [7]–[9] ，以及机会约束 [10]–[15]。主要挑战在于设计一种模型，既能刻画约束违反风险并准确反映电力系统运行情况，又能保持计算上的可处理性。

B. 发电备用的激活

在对不确定发电对短期运行（即从日前到实时）的影响进行建模时，通常假设预测误差和可再生能源的波动将通过调用发电备用来平衡，尤其是通过自动发电控制（AGC）等系统 [16]。通过 AGC 对系统平衡进行建模的一个优点是，它可以自然地表示为仿射控制策略，从而也简化了优化问题的求解。然而，文献中常见的 AGC 模型通常假设所有发电机都按照仿射策略提供备用功率，即使在不确定性偏差很大的情况下也是如此。实际上，当发电机输出达到其发电限值（下限或上限）时，便会饱和（或停止增加/减少随着偏差进一步增大）。此外，在偏差极大的情况下，运营商通常会采取额外操作来管理平衡和拥塞。例如，北美电力可靠性公司（NERC） [17] 关于规范 AGC 使用的标准 BAL-005 规定，如果 AGC 失效或可能损害互联系统的可靠性，系统运营商必须使用人工控制调整发电，以确保平衡。

虽然少数研究表明，对发电机饱和进行建模 [18] 或考虑大偏差期间的人工备用激活 [19] 能够改善运行条件，但这些模型的计算成本通常较高。因此，更常见的做法是采用仿射控制策略，但明确忽略最严重的一部分运行条件下的约束满足情况。通常通过引入机会约束来实现，允许在一定比例（通常较小）的场景中[10]–[15], 出现违约；或者求解鲁棒优化公式，其中不确定集经过设计，包含一定的概率质量 [20]。

遗憾的是，由于未对最坏场景（即不考虑约束满足情况的场景）的影响进行建模，机会约束公式可能会使系统易受包括发电机和输电线路停运或负荷削减在内的重大扰动影响。正如 [12], 中所讨论的，即使不存在较大的总功率偏差，发电机组合与可再生能源出力也可能相互作用，导致潮流显著超过线路额定值。当输电线路的最大额定值被超过时，该线路更有可能跳闸，使电网易受级联故障及其相关负荷削减的影响。

C. 贡献

为解决这一问题，本文提出了一种新的随机最优潮流模型，该模型区分两种不同的运行状态，即正常运行和不利运行。在安全约束最优潮流的语境下，正常运行是指自动发电控制足以维持系统平衡的情况，而不利运行是指系统运营商可能需要采取额外操作（例如人工调节）来维护系统安全的情况。

不同于标准的联合机会约束最优潮流（JCC- OPF）仅限制技术约束违反的联合概率，我们的公式化模型采用联合机会约束来控制使用不同备用措施的概率。因此，我们可以设定以较高概率仅依靠自动发电控制（AGC）即可满足需求，而仅在最不利场景下才实施额外的纠正措施。这样既减少了对运行人员频繁人工干预（计算成本高昂）的需求，又能确保有额外资源可用于应对不利运行条件，例如通过调度更多备用容量以供手动部署。

为展示所提出公式化模型的适用性，我们开展了一项计算实验，将其与两种最先进的方法进行比较。第一种是标准的联合机会约束最优潮流（JCC-OPF），其缺点是使电力系统容易受到严重事件的影响，例如调度不足的发电容量，或放弃缓解拥塞。第二种方法仅使用自动发电控制（AGC）来保证鲁棒可行性，因此会产生较为保守的解决方案，并增加运行成本，例如因发电容量配置低效且过大而导致成本上升。与第一种方法相比，我们提出的新公式化模型能够做出更可靠的决策；与第二种方法相比，则更具成本效益。

因此，我们工作的主要贡献如下：

- 我们提出了一种新颖的最优潮流模型，同时考虑不利运行和正常运行，以及它们与实际电力系统运行中采用的各种备用措施（如自动发电控制和人工再调度）之间的关系。
- 我们的公式化模型结合了机会约束和鲁棒优化的特点。我们采用联合机会约束来限制进入不利运行状态的概率，同时确保在所有场景下均可通过额外控制措施实现可行性恢复。具体而言，我们限制发生人工调整的概率，而非限制违反技术约束的概率，并保证通过人工控制，系统在所有场景下均保持可行。这代表了一种现实情形：自动发电控制在普通系统运行条件下运行，而非自动执行的人工调整仅在不利场景下实施。
- 我们表明，与现有的机会约束和鲁棒优化方法相比，我们的方法有望获得不同的解。具体而言，与传统的联合机会约束直流最优潮流相比，我们的方法所得解更可靠；而与仅依靠自动发电控制来保证鲁棒可行性的方法相比，其成本更低。

本文其余部分安排如下。第二节介绍所提出的随机最优潮流模型，该模型源自文献中的两种传统方法。第三节介绍为使我们的提案具有可解性和计算效率而采用的重新建模方法和算法。第四节说明我们用于评估该方法的基准测试方法，第五节则讨论案例研究的实验结果。最后，第六节总结全文。

II. 问题公式化

本节首先介绍一种标准且广为人知的联合机会约束直流最优潮流问题公式化模型。我们以此模型为基础，构建并阐释所提出的随机最优潮流模型，后文将立即对其进行介绍。

在深入探讨详细的数学公式化模型之前，我们想先强调所提出的公式化模型与常见随机优化方法之间的一些区别特征。尽管我们提出的公式化模型包含联合机会约束，因此属于机会约束规划，但它与常见的联合机会约束优化存在一些显著差异。在我们的公式化模型中，机会约束控制的是人工备用激活的概率，而非约束违反的概率。在更一般的情形下，机会约束可以视为用于管理从正常运行转为不利运行的概率。此外，我们提出的问题公式化模型保证所有场景均可通过利用额外控制措施（本例中为人工备用激活）变为可行，从而实现跨场景的鲁棒约束满足。因此，我们提出的公式化模型融合了机会约束优化与鲁棒优化的特点。

为简化符号表示，与 [14], 中一样，我们假设每个节点 n都有一台可调度发电机、一个不确定电源（例如风电场）和一项电力负荷。发电机的功率调度、不确定电源的发电量以及电力负荷的消耗量分别记为 p_n、 $\tilde{w}_n$ 和 d_n。

不确定电源在节点 n 产生的功率 $\tilde{w}_n$ 被建模为一个随机变量，并将其分解为 $\tilde{w}_n = \widehat{w}_n + \omega_n$，其中 $\widehat{w}_n$ 为预测值（假设无偏）， ω_n 为相应的预测误差。系统级总预测误差为 $\Omega = \sum_{n\in\mathcal{N}} \omega_n$，由此产生的系统级功率不平衡通过部署备用，由可调度发电机进行平衡。备用部署遵循仿射控制策略，用以建模自动发电控制（AGC）的操作。根据该策略，节点 n 处发电机提供的备用为 $r_n(\boldsymbol{\omega}) = -\beta_n\Omega$，其中 β_n 为参与因子， $\boldsymbol{\omega}$ 表示所有节点的功率预测误差向量。此外，我们区分向上或正备用 $r_n^+(\boldsymbol{\omega})$和向下或负备用$r_n^-(\boldsymbol{\omega})$，其中 $r_n(\boldsymbol{\omega}) = r_n^+(\boldsymbol{\omega}) - r_n^-(\boldsymbol{\omega})$。

有了上述符号表示，联合机会约束直流最优潮流问题可表述如下：

$$\min_{\Xi} \quad \sum_n c_n\, p_n + c_n^u r_n^u + c_n^d r_n^d + \mathbb{E}\left[c_n^+ r_n^+(\boldsymbol{\omega}) - c_n^- r_n^-(\boldsymbol{\omega})\right] \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \sum_n \beta_n = 1 \tag{1b}$$

$$\sum_n (p_n + \widehat{w}_n - d_n) = 0 \tag{1c}$$

$$\underline{p}_n + r_n^d \le p_n \le \overline{p}_n - r_n^u, \quad \forall n \tag{1d}$$

$$0 \le r_n^d \le \overline{r}_n^d, \quad \forall n \tag{1e}$$

$$0 \le r_n^u \le \overline{r}_n^u, \quad \forall n \tag{1f}$$

$$r_n^+(\boldsymbol{\omega}) - r_n^-(\boldsymbol{\omega}) = -\Omega\beta_n, \forall n \tag{1g}$$

$$\mathbb{P}\left(\begin{array}{l} -r_n^d \le -\Omega\beta_n \le r_n^u, \quad \forall n \\ -\overline{f}_l \le \sum_n B_{ln}(p_n - \Omega\beta_n + \\ \qquad +\widehat{w}_n + \omega_n - d_n) \le \overline{f}_l, \forall l \end{array}\right) \ge 1-\epsilon \quad \text{(1h)}$$

$$\beta_n, r_n^+(\boldsymbol{\omega}), r_n^-(\boldsymbol{\omega}) \ge 0, \quad \forall n, \qquad \text{(1i)}$$

其中， $\Xi = (p_n, r_n^+(\boldsymbol{\omega})\ r_n^-(\boldsymbol{\omega})\ r_n^d, r_n^u, \beta_n)$ 是决策变量集。需要指出的是， r_n^d 和 r_n^u 分别是节点 n 处可调度发电机提供的向下备用容量和向上备用容量。系统运营商会在预测误差 $\boldsymbol{\omega}$ 已知之前采购这些备用容量。

目标函数 (1a) 中待最小化的三项分别对应电力调度成本、采购备用容量的成本，以及与实际部署该容量相关的期望成本。通过方程 (1b) 和 (1c)，系统功率平衡得以确保对 $\boldsymbol{\omega}$ 的所有可能实现值均成立。请注意，通过要求 (1i) 中的 $\beta_n \ge 0$，我们确保所有备用部署仅用于抵消预测误差，而不允许通过发电机之间重新调度来缓解拥塞。约束 (1d) 确保可调度发电机的发电量及其提供的备用容量处于其最小和最大发电功率限值 $\underline{p}_n$ 和 $\overline{p}_n$ 范围内。具体做法是根据每台发电机提供的相应备用容量，调整可调度发电的发电限值。约束 (1e) 和 (1f) 对每台发电机愿意或能够提供的最大备用容量设定了上限。方程 (1g) 描述了我们前面讨论的备用部署仿射控制策略（自动发电控制）。表达式 (1h) 构成联合机会约束系统，系统运营商借此规定，备用部署量和线路潮流以大于或等于 $1-\epsilon$的概率处于各自的限值范围内。因此，参数 ϵ 表示运营商设定的约束违反最大允许概率，以反映其风险偏好。请注意，通过采用联合机会约束（而非多个单独的机会约束等），我们可以将 ϵ 解读为衡量整体系统安全性的指标。在机会约束最优潮流文献中，ϵ 通常取值在 0–10% 的范围内。在 (1h) 中，l 表示电力网络中输电线路的索引，$\overline{f}_l$ 表示输电线路 l的容量限值。请注意，联合机会约束限制了备用激活超过合约备用容量的概率；因此，结合 (1d)，它确保发电限值以较高概率得到满足。最后，(1i) 要求决策变量 β_n 以及随机函数 $r_n^+(\boldsymbol{\omega})$ 和 $r_n^-(\boldsymbol{\omega})$ 对所有 n均为正。请注意，(1h) 中的概率是在 $\boldsymbol{\omega}$ 的概率空间上计算的，而等式 (1g) 和不等式 (1i) 必须对几乎所有 $\boldsymbol{\omega}$成立。

联合机会约束公式化模型 (1) 之所以广受欢迎，是因为它能够确保所有约束以较高概率保持满足，从而保障整个系统的安全；与此同时，相比鲁棒优化，它还能大幅降低预期系统运行成本，方法是允许备用

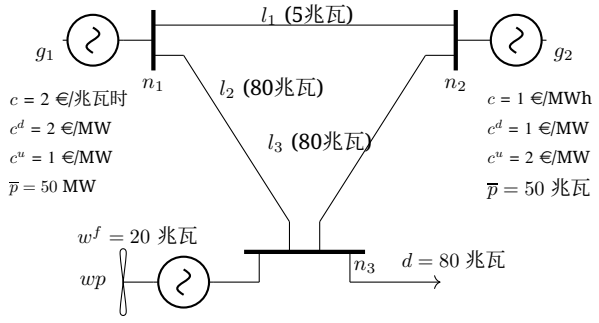

图1：三节点示例

容量约束和/或输电线路潮流限值在 $\boldsymbol{\omega}$ 的实现值中占比很小的ϵ情况下被违反。这些实现值（即场景）就成本而言对系统最为不利。参数 ϵ 控制系统运营商的风险厌恶程度（ϵ 越低，风险厌恶程度越高）。如果 ϵ 设为 0，公式化模型 (1) 就具有鲁棒可行性，这意味着所有约束和变量限值都以概率 1 得到满足。

尽管机会约束最优潮流已受到广泛关注，并且与现有的可靠性和备用采购标准密切相关，但电力系统的关键性实际上迫使运营商保证鲁棒可行性。事实上，对于极少数 $\boldsymbol{\omega}$ 场景，如果自动发电控制无法确保系统完整性，或确保完整性的成本过高，运营商仍可接管仿射控制策略，并手动设定系统中部分发电机的新运行点，以确保系统约束得到满足，同时理想情况下使成本最低。公式化模型 (1) 忽略了人工控制可能需要接管自动发电控制这一情况（尽管发生概率很低），因此当 $\epsilon > 0$ 时会低估运行成本，而在追求鲁棒可行性时则会高估运行成本（$\epsilon = 0$）。最终，公式化模型 (1) 可能会产生不经济或次优的仿射控制策略。

为说明这一点，我们以图1所示的小型电力系统为例。该系统包含两台火力发电机，其线性生产成本、备用容量成本和最大功率限值如图所示。为简化起见，假设所有线路的电纳均为 1 标幺值，且每条线路的容量也如图所示。节点 n_3处有一项 80 兆瓦的负荷，那里还设有一个风电场，其预测出力为 20 兆瓦。我们假设相关的（随机）预测误差仅可能取三个不同值，即 20、10 和 -20 兆瓦，分别对应三个等概率实现值或场景 1、2 和 3。向上备用和向下备用的部署成本，即 c_n^+ 和 c_n^-，分别为发电机线性运行成本的 1.2 倍和 0.8 倍。

当 $\epsilon = 1/3$ 和 $\epsilon = 0$时，问题 (1) 的结果列于表 I 的前两行。这些结果包括最优功率调度、参与因子和采购的备用容量，以及最优期望运行成本。不出所料，结果相当

表 I：结果——示例说明

方法	p_1	p_2	β_1	β_2	r_1^u	r_2^u	r_1^d	r_2^d	成本（€）
模型 (1)（$\epsilon = 1/3$）	15	45	0	1	0	0	0	20	95
模型 (1)（$\epsilon = 0$）	12.5	47.5	0.625	0.375	12.5	7.5	12.5	7.5	137.5
模型 (3)（$\epsilon = 1/3$）	15	45	0	1	20	0	0	20	123

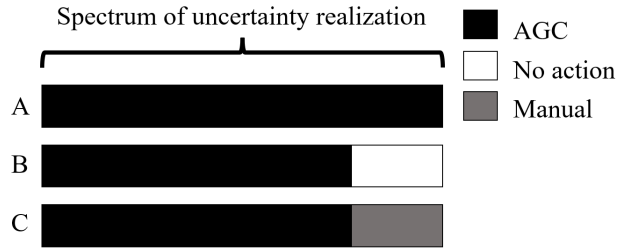

图 2：为缓解不平衡并确保电力系统的可靠性，针对不确定性实现范围规划的操作。A：带有 $\epsilon = 0$ 的模型 (1)，B：带有 $\epsilon > 0$ 的模型 (1)，C：提案。

受 ϵ影响。例如，当其设为零（以实现鲁棒可行性）时，相较于允许系统在某个场景下违反约束，尤其是情景3，需要采购更多备用容量。因此，当 ϵ 从 1/3 变为 0 时，成本从 €95 增加到€137.5。相反，如果采用针对 $\epsilon = 1/3$ 得出的解，而实际发生情景3，即风电预测误差为 -20MW，则自动发电控制要求发电机g_2 提高出力至 65MW，超过其最大出力限值，同时也超过输电线路 l_1 的最大容量。然而，从实际角度来看，更重要的是，在这种场景下，当 $\epsilon = 1/3$ 时，问题 (1) 的解不允许进行任何人工再调度，因而无法在事后立即恢复系统可行性，因为事先并未采购向上备用容量。因此，公式化模型 (1) 可能风险过高或成本过高。

为了解决这一问题，我们提出了一种新颖的直流最优潮流问题联合机会约束公式化模型，该模型考虑了在 ϵ% 的事件中采用人工重新调度的可能性；在这些事件中，实施自动发电控制的成本过高，甚至不可行。我们的方法通过人工调整，在极端条件下实现功率平衡并确保可靠性；而采用 $\epsilon = 0$ 的模型 (1) 仅使用自动发电控制，采用 $\epsilon > 0$ 的模型 (1) 则不考虑针对不利场景的任何纠正措施。为了得到我们的公式化模型，我们用以下约束替换 (1) 中的约束集合 (1g)–(1h)：

$$\sum_n \alpha_n(\boldsymbol{\omega}) = 0 \tag{2a}$$

$$r_n^+(\boldsymbol{\omega}) - r_n^-(\boldsymbol{\omega}) = -\Omega\beta_n + \alpha_n(\boldsymbol{\omega}), \forall n \tag{2b}$$

$$-r_n^d \le -\Omega\beta_n + \alpha_n(\boldsymbol{\omega}) \le r_n^u, \quad \forall n \tag{2c}$$

$$-\overline{f}_l \le \sum_n B_{ln}(p_n - \Omega\beta_n + \alpha_n(\boldsymbol{\omega}) + \widehat{w}_n + \omega_n - d_n) \le \overline{f}_l, \quad \forall l \tag{2d}$$

$$\mathbb{P}\left(\alpha_n(\boldsymbol{\omega}) = 0, \quad \forall n\right) \ge 1 - \epsilon, \tag{2e}$$

其中，$\alpha_n(\omega)$ 是一个随机变量，表示位于节点 n 的发电机功率输出的人工调整。

方程 (2a) 是必要的，以确保实施的功率调整维持功率平衡。方程 (2b) 与 (1g) 类似，但加入了系统运营商要求的人工调节。不等式 (2c) 和 (2d) 确保结合使用自动发电控制与人工再调度，能够保证在 $\boldsymbol{\omega}$ 的任意实现值下满足系统约束。最后，在我们的提案中，机会约束规划的用途与式 (1) 中不同。具体而言，机会约束 (2e) 旨在将人工控制描述为一种偶发的补救行动，从而确保自动发电控制是标准控制策略。同样，对于几乎所有 $\boldsymbol{\omega}$，都必须满足约束 (2a)–(2d)。

因此，我们的提案可公式化如下：

$$\min_{\Xi} \quad \sum_n c_n p_n + c_n^u r_n^u + c_n^d r_n^d + \mathbb{E}\left[c_n^+ r_n^+(\boldsymbol{\omega}) - c_n^- r_n^-(\boldsymbol{\omega})\right] \tag{3a}$$

$$\text{s.t.} \quad (1b) - (1f), (2a) - (2e), (1i). \tag{3b}$$

回到我们的示例，式（3）的结果也列于表 I 的最后一行。可以看到，与包含 $\epsilon = 0$ 的公式化模型（1）相比，系统运行成本显著降低。此外，与包含 $\epsilon = 1/3$ 的公式化模型（1）类似，我们的提案也给出了这样一个解：若情景3发生，实施自动发电控制会违反发电机 g_2 的最大出力限值以及输电线路 l_1 的容量。然而，与式（1）的解不同，我们的提案从发电机 g_1 预留了 20 MW 的向上备用容量，因此，系统运营商可以解除该发电机的自动发电控制，并在情景3下手动调度其出力至 20 MW。为便于说明，图 2 总结了上述方法对不确定场景的响应。

在下一节中，我们将讨论如何求解公式化模型（1）和（3）。

III. 求解方法

诸如 (1) 和 (3) 的机会约束规划属于 NP难问题。一般而言，机会约束 (1h) 或 (2e) 不存在有限且易于求解的重新建模方法。因此，人们提出了多种不同的方法来近似由这些约束确定的可行域，即分布鲁棒

优化 (DRO) [21], 情景方法 (SA) [22],样本均值近似 (SAA) [23], 以及基于条件风险价值 (CVaR) [24] 或 ALSO-X [25]的内凸近似。本文采用经界限、收紧和有效不等式增强的 SAA。因此，机会约束规划 (1) 和 (3) 被重新建模为混合整数规划 (MIP)。为此，我们假设 $\boldsymbol{\omega}$ 具有由一组原子 $\{\boldsymbol{\omega}_s \in \mathbb{R}^{|\mathcal{N}|}, s \in \mathcal{S}\}$及其相应概率质量

$$\mathbb{P}\left(\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_s\right) = \frac{1}{|\mathcal{S}|} \quad \forall s \in \mathcal{S} = \{1, \ldots, |\mathcal{S}|\},$$

定义的有限离散支撑。相应地，和 Ω 是相应随机变量在场景 s下的实现值，而节点n 处可调度机组的决策 α_{ns}、 r^+_{ns} 和 r^-_{ns} 可随场景 s变化。我们定义 $q = \lfloor \epsilon |\mathcal{S}| \rfloor$ 以及由二元变量 y_s、 $\forall s \in \mathcal{S}$构成的向量 $\boldsymbol{y}$。因此，问题 (3) 的 MIP 重新建模如下：

$$\min_{\Theta} \quad \sum_n c_n p_n + c^u_n r^u_n + c^d_n r^d_n + \frac{1}{|\mathcal{S}|} \sum_s c^+_n r^+_{ns} - c^-_n r^-_{ns} \tag{4a}$$

$$\text{s.t.} \quad (1b) - (1f) \tag{4b}$$

$$\sum_n \alpha_{ns} = 0, \quad \forall s \tag{4c}$$

$$r^+_{ns} - r^-_{ns} = -\Omega_s \beta_n + \alpha_{ns}, \quad \forall n, s \tag{4d}$$

$$-r^d_n \le -\Omega_s \beta_n + \alpha_{ns} \le r^u_n, \quad \forall n, s \tag{4e}$$

$$-\overline{f}_l \le \sum_n B_{ln}(p_n - \Omega_s \beta_n + \alpha_{ns} + \widehat{w}_n + \omega_{ns} - d_n) \le \overline{f}_l, \quad \forall l, s \tag{4f}$$

$$-y_s \overline{r}^d_n \le \alpha_{ns} \le y_s \overline{r}^u_n, \quad \forall n, s \tag{4g}$$

$$\beta_n, r^+_{ns}, r^-_{ns} \ge 0, \quad \forall n, s \tag{4h}$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} y_s \le q \tag{4i}$$

$$y_s \in \{0, 1\}, \quad \forall s, \tag{4j}$$

其中，决策变量集合为 $\Theta = (p_n, r^-_{ns}, r^+_{ns} r^d_g, r^u_g, y_s, \alpha_{ns}, \beta_n)$。约束 (4g)–(4j) 表示联合机会约束 (2e) 的基于样本的 MIP 重新建模。对于给定的场景 $s \in \mathcal{S}$，不等式 (4g) 确保只有在 $y_s = 1$时，才能在场景 s 中对节点 n 处可调度机组的发电量进行人工调节。否则，如果 $y_s = 0$，则必须由自动发电控制处理功率预测误差。表达式 (4i) 确保满足联合机会约束的概率要求，(4j) 则强制变量 y_s具有二元特性。(1) 的样本均值近似的 MIP 重新建模见 [26]。

如上所述，随着电力系统规模和/或场景数量 $|\mathcal{S}|$ 增大，问题 (4)（以及基于 SAA 的问题 (1) 重新建模）会迅速变得难以求解。为缓解这一问题，我们采用了 [26], 中提出的方法，该方法结合使用约束筛选和有效不等式。具体而言，我们筛除了在所有场景 $s \in \mathcal{S}$ 下均不紧 binding 的线路潮流约束。通过在问题 (4) 的松弛问题上计算最坏情况潮流，来识别这些约束即每条输电线路 l 、每个场景 s 下两个方向的潮流。实质上，这需要针对每条输电线路 l 求解 $2 \times |\mathcal{S}|$ 个线性规划，分别最大化（最小化）相应的线路潮流。如果场景 s 下相应的最大（最小）线路潮流严格小于（大于）线路容量 $\overline{f}_l$ 的相反数（$-\overline{f}_l$），则可安全地从 (4) 中删除 (4f) 内的 $\le$约束（$\ge$）。此外，为收紧 (4) 的松弛线性规划表述，我们引入了 [26], 中提出的有效不等式，以保证在至少 $(1-\epsilon)$% 的场景中，仅通过自动发电控制的调度即可分别满足约束 (4e) 和 (4f)。

或者，我们还实现了内凸近似 ALSO-X [25], 的一种改编版本，该版本能够找到问题 (4) 的优质可行解。与原始近似算法一样，我们的改编版本采用迭代方式：首先放松 $\boldsymbol{y}$ 的整数性，然后进入一个循环，其核心步骤是对参数 q 执行二分搜索。算法1给出了伪代码。

算法1 ALSO-X 的改进

输入：停止容差参数 δ
要求：放宽 $\boldsymbol{y}$ 的整数性
1: $\underline{q} \leftarrow 0, \overline{q} \leftarrow \lfloor \epsilon |\mathcal{S}| \rfloor$
2: 当 $\overline{q} - \underline{q} \ge \delta$ 时
3: 设置 $q = (\underline{q} + \overline{q})/2$ 并检索 Θ^* 作为最优值式（4）的解。
4: 设置 $\underline{q} = q$，如果 $\mathbb{P}(\boldsymbol{y}^* = 0) \ge 1 - \epsilon$；否则，$\overline{q} = q$
5: 结束循环
输出：模型（4）的一个可行解。

IV. 评估流程

本节概述评估本文所比较的两种方法性能的流程，即：

- 仅包含自动发电控制的联合机会约束问题如式（1）所示，以下记为 AGC-ϵ。对于 $\epsilon = 0$，约束必须对所有场景均成立，因此模型（1）被构建为线性规划。对于 $\epsilon \ne 0$，模型（1）被重新构建为混合整数规划问题，并采用 [26] 中所述的程序高效求解。- 同时包含自动发电控制和手动发电控制的联合机会约束问题如式（3）所示，记为 AMGC-ϵ。请注意，对于 $\epsilon = 0$, AGC-0 和 AMGC-0 得到的结果相同。对于 $\epsilon \ne 0$，模型（3）被重新构建为混合整数规划模型（4），并采用第三节中所述的程序求解。采用算法1中所述启发式程序求解模型（4）的方法记为 AMGC-H-ϵ。

首先，令 $(p^*_n, r^{d,\ *}_g, r^{u,\ *}_g, \beta^*_n)$ 表示由 AGC-ϵ、AMGC-ϵ 或 AMGC-H-ϵ 根据样本内场景集 $\mathcal{S}$ 得出的最优调度和备用容量决策。我们

评估这些决策在样本外场景集上的表现，该场景集记为 $\mathcal{S}'$，并由 s' 编号，其中 $|\mathcal{S}| \ll |\mathcal{S}'|$。每个样本外场景 s' 由预测误差 $\omega_{ns'}$ 的实现值以及系统级总预测误差 $\Omega_{s'}$ 表征，其中 $\Omega_{s'} = \sum_{n\in\mathcal{N}} \omega_{ns'}$。对于每个场景 s'，我们构建以下实时运行问题：

$$\min_{\Psi} \sum_n c_n p_n^* + c_n^u r_n^{u,*} + c_n^d r_n^{d,*} + c_n^+ r_{ns'}^+ - c_n^- r_{ns'}^- + P(\Delta_{ns'}^+ + \Delta_{ns'}^-) \quad (5a)$$

$$\text{s.t.} \sum_n \alpha_{ns'} + \Delta_{ns'}^+ - \Delta_{ns'}^- = 0, \quad (5b)$$

$$r_{ns'}^+ - r_{ns'}^- = -\Omega_{s'}\beta_n^* + \alpha_{ns'}, \quad \forall n \quad (5c)$$

$$-r_n^{d,*} \le -\Omega_{s'}\beta_n^* + \alpha_{ns'} \le r_n^{u,*}, \quad \forall n \quad (5d)$$

$$-\overline{f}_l \le \sum_n B_{ln}(p_n^* - \Omega_{s'}\beta_n^* + \alpha_{ns'} + \widehat{w}_n + \omega_{ns'} - d_n + \Delta_{ns'}^+ - \Delta_{ns'}^-) \le \overline{f}_l, \quad \forall l \quad (5e)$$

$$r_{ns'}^+, r_{ns'}^-, \Delta_{ns'}^+, \Delta_{ns'}^- \ge 0, \quad \forall n. \quad (5f)$$

注意，$\Psi = (r_{ns'}^+, r_{ns'}^-, \alpha_{ns'}, \Delta_{ns'}^+, \Delta_{ns'}^-)$，其中 $\Delta_{ns'}^+$和 $\Delta_{ns'}^-$ 是两个松弛变量，分别用于量化每个节点 n处的正向和负向功率偏差。这些偏差通过参数 P在目标函数中进行惩罚；该参数应设置得足够大，以确保只要相应的松弛变量取严格正值，就将场景 s' 计为不可行。对于每个场景 s'，模型 (5) 都会确定备用部署，以最低成本维持电网平衡。请注意，约束 (5b)-(5f) 等价于约束 (4c)-(4h)，但增加了松弛变量 $\Delta_{ns'}^+, \Delta_{ns'}^-$，从而保证模型 (5) 对任意场景实现均具有可行性。

利用模型 (5) 的解，我们将样本外场景集 $\mathcal{S}'$ 划分为以下三个子集。首先，将变量 $\alpha_{ns'}$, $\Delta_{ns'}^+$ 和 $\Delta_{ns'}^-$ 固定为 0，求解模型 (5)，即强制要求只能通过自动发电控制处理预测误差。如果问题可行，则场景 s' 属于子集 $\mathcal{S}'_{\text{A}}$，实时运行成本记为 $C_{s'}$。如果问题不可行，则在不固定任何变量的情况下求解模型 (5)。如果 $\max(\Delta_{ns'}^+, \Delta_{ns'}^-) = 0$，则可利用自动和人工备用抵消预测误差，场景 s' 被归入子集 $\mathcal{S}'_{\text{M}}$。最后，如果 $\max(\Delta_{ns'}^+, \Delta_{ns'}^-) > 0$，则自动和人工备用不足以维持功率平衡，实时运行期间会出现功率偏差。在这种情况下，场景 s' 属于子集 $\mathcal{S}'_{\text{D}}$。下一节将通过比较属于各子集的场景百分比以及实时运行的期望成本，评估不同方法的性能。

V. 数值结果

在本节中，我们使用经修改的 IEEE-118 和 IEEE-300 测试系统，对第二节中介绍的不同方法的性能进行比较。这些测试系统广泛应用于该主题的技术文献中。118 母线系统（中等案例）展示了我们新模型在最坏场景下的性能：在此场景中，能够提供备用的发电机很少，且其边际成本要么非常低，要么非常高。另一方面，300 母线系统（大型算例）展示了该模型在规模更大的系统中的性能；此外，由于拥有更多具备备用能力的发电机，该系统也具有更高的灵活性。

A. 中等案例：IEEE-118

IEEE-118测试系统包含118个节点、19台发电机和186条输电线路，该系统的原始数据可在代码仓库 [27] 中公开获取。我们假设其中6台发电机能够提供备用，其对应数据见表II。请注意，机组12、65和111的发电成本远高于机组49、61和100。对于这6台机组，备用调用成本计算为 $c_n^- = 0.8\,c_n$ 和 $c_n^+ = 1.2\,c_n$，备用容量成本为 $c_n^d = c_n^u = 0.2c_n$。此外，我们按照 [28]中的建议，在整个系统中新增25个风电场。我们假设风电预测误差服从正态分布，即 $\boldsymbol{\omega} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$，其中$\mathbf{0}$和 Σ分别表示零向量和协方差矩阵。我们还假设节点 n 处 ω_n的标准差为风电预测值 w_n的15%。风电场可再生能源发电的不确定性通过1000个场景进行描述，即$|\mathcal{S}| = 1000$。最后，偏差惩罚成本 P 为成本最高的发电机发电成本的两倍。该改进的118节点系统的所有数据均可在 [29]获取。

表II：能够提供备用的发电机。

n	c_n	c_n^-	c_n^+	c_n^d/c_n^u	$\overline{r}_n^d/\overline{r}_n^u$
12	124.6	99.7	149.5	24.9	85
49	16.7	13.3	20.0	3.3	223
61	16.1	12.8	19.3	3.2	195
65	100.0	80.0	120.0	20.0	441
100	12.6	10.1	15.1	2.5	653
111	110.0	88.0	132.0	22.0	79

为获得有意义的统计数据，每种方法均针对十组不同的随机生成场景运行。因此，我们报告这十个实例的平均结果。所有优化问题均使用 GUROBI 9.1.2 [30] 求解，运行环境为基于 Linux 的服务器，CPU 主频为 2.6 GHz，配备 6 个线程和 16 GB 内存。所有情况下，最优性间隙均设为 10^{-9}%，时间限制设为 10 小时。

我们按照第四节所述的样本外评估流程进行比较，使用从同一分布中抽取的 100000 个不同场景，即 $|\mathcal{S}'| = 100\,000$。我们比较了四种不同方法的结果，即：i）AGC-0，对应于 $\epsilon = 0$% 的联合机会约束最优潮流模型 (1)（即必须满足所有场景）；ii）AGC-5，对应于 $\epsilon = 5$% 的联合机会约束最优潮流模型 (1)（也就是说，最多 50 个场景可以违反约束）；iii）

所提出的 AMGC-5 方法，即采用 $\epsilon = 5\%$ 的所提出随机最优潮流模型 (3)（50 个场景可通过人工调整重新调度发电机）；以及 iv）AMGC-H-5，即采用启发式 ALSO-X 程序求解所提出的随机最优潮流模型 (3)，以求解 AMGC-5。表 III 所示结果包括：(i) 仅使用自动发电控制处理预测误差的场景百分比 $|\mathcal{S}'_{\mathrm{A}}|$；(ii) 为维持整个电网的功率平衡而需要进行人工再调度的场景百分比 $|\mathcal{S}'_{\mathrm{M}}|$；(iii) 自动和人工备用不足以抵消功率不平衡，因此功率偏差不可避免且系统安全受到影响的场景百分比 $|\mathcal{S}'_{\mathrm{D}}|$；以及 (iv) 总期望成本。

表 III：中等案例：样本外性能比较。

	$\lvert\mathcal{S}'_{\mathrm{A}}\rvert$	$\lvert\mathcal{S}'_{\mathrm{M}}\rvert$	$\lvert\mathcal{S}'_{\mathrm{D}}\rvert$	$\mathbb{E}[C_{s'}]$ (k€)
AGC-0	99.56%	0.16%	0.28%	73.65
AGC-5	94.12%	0.17%	5.71%	53.04
AMGC-5	94.30%	5.41%	0.29%	60.15
AMGC-H-5	94.77%	4.98%	0.25%	61.05

正如预期，AGC-0 给出的方案非常保守且成本高昂，但仅使用 AGC 就能在 99.56% 的场景中处理功率不平衡，且仅有 0.28% 的场景出现系统安全受损的情况。相比之下，我们观察到，AGC-5 方案的期望成本平均比 AGC-0 低 28%，且在 94.12% 的场景中，自动发电控制激活足以保障系统安全（接近 95% 的目标违约概率）。然而，在 5.71% 的场景中，AGC-5 无法利用两种类型的备用抵消功率不平衡，从而危及系统安全。所提出的 AMGC-5 方法能够在同时考虑自动和人工备用的情况下计算调度方案。正如预期，不平衡在 94.30% 的场景中由 AGC 补偿，而仅在 5.41% 的场景中需要手动备用。请注意，这些百分比与 95% 和 5% 的目标值非常接近。尽管仍有 0.29% 的场景出现系统安全受损的情况，但与 AGC-0 （其可靠性水平）相比，所提出的方法将期望成本降低了 18%。最后，启发式 ALSO-X 算法 AMGC-H-5 得到的结果略微比 AMGC-5 更保守、成本更高。不过，这些结果证实，算法1能够为所提出的公式化模型（4）提供良好的可行解。

为进一步详细说明不同方法的样本外性能，表 IV 汇总了最优潮流决策 β^*_n, $r^{d,}{}_n{}^*$和 $r^{u,}{}_n{}^*$。为简洁起见，我们将提供备用的机组归为低成本和高成本发电机。有趣的是，AGC-0 得出的最优潮流决策更为保守，因为低成本和高成本发电机都被调度来提供 AGC。相反，其他方法

表 IV：AGC 与 AMGC 决策的比较。

	低成本发电机			高成本发电机		
	β	r^d	r^u	β	r^d	r^u
AGC-0	0.77	533.6	538.5	0.23	160.1	162.5
AGC-5	1.00	509.4	364.5	0.00	0.0	0.0
AMGC-5	0.99	684.7	386.3	0.01	7.9	314.7
AMGC-H-5	0.96	675.7	395.3	0.04	16.9	305.6

主要仅将 AGC 分配给低成本发电机。请注意，在 AGC-5 的情况下，高成本发电机的 β, r^d 和 r^u 值均为 0，这意味着在电力系统实时运行期间，这些机组无法提供手动备用，因此发生危险功率偏差的概率会增加。相反，AMGC-5 和 AMGC-H-5 都采购了更多备用容量，使低成本和高成本发电机能够有效且高效地重新调度，从而在降低功率偏差的同时，将实时运行成本降至最低。

为了进一步说明本节比较的各方法之间的差异，我们针对每个样本外场景 s' 计算整体不可行性水平，并按如下方式用总偏差 $\Delta_{s'}$ 进行量化：

$$\Delta_{s'} = \sum_{n} \left(\Delta^{+}_{ns'} + \Delta^{-}_{ns'}\right)$$

图3绘制了每种方法在10个独立样本中偏差最大的5%场景（$\bar{\Delta}^{5\%}$）的 $\Delta_{s'}$ 平均值与期望成本。可以看出，AGC-0的偏差水平很低，但期望成本最高。采用 AGC-5时，期望成本有所降低，但代价是系统偏差增大。最后，所提出的AMGC-5和AMGC-H-5能够维持与 AGC-0同样低的偏差水平，同时显著降低成本。

作为本案例研究的总结，我们给出不同方法的平均计算时间。由于AGC-0被建模为线性规划问题，平均求解时间为6.1秒。采用 [26], 中提出的高效求解程序，AGC-5的求解时间为14.3秒。由于所提出的AMGC-5需要使用额外变量来恰当建模手动备用的部署，其平均计算时间增加至3288.5秒。尽管如此，第三节所述的启发式程序能够将这一时间缩短至73.6秒，同时对 AMGC-5性能的影响极小。

B. 大型算例：IEEE-300

IEEE-300测试系统有300个节点、57台发电机和411条输电线路，该系统的原始数据也可在代码仓库[27]中公开获取。该系统中有15台发电机能够使用备用，即可以确定备用规模。系统各处共分布着119座小型风电场，占比为40%。与IEEE-118案例研究一样，预测误差也服从正态分布，其标准

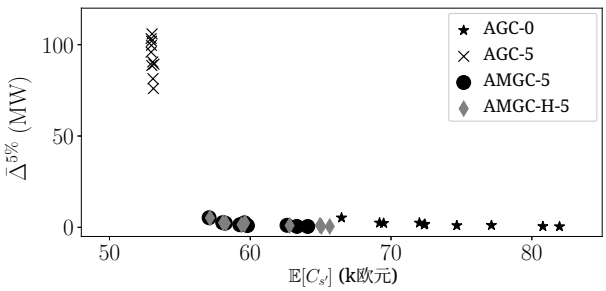

图3：对于所考虑的四种方法，偏差最大的 %5 个场景的平均偏差与期望成本之间的关系。AGC-0 的结果（以星号表示）聚集在图的右下方，表明该方法能够找到可靠性很高、但成本也很高的解。AGC-5 的结果（以叉号表示）聚集在图的左上方，表明该方法找到的解成本较低，但可靠性也低得多。所提出的方法 AMGC-5 和相应的启发式方法 AMGC-H-5 的结果聚集在图的中间，表明所提出的方法在成本和可靠性之间实现了良好的权衡。请注意，AMGC-5 和 AMGC-H-5 的标记部分重叠，表明启发式方法 AMGC-H-5 能够找到近似最优解。

差为预测值的15%（求解器的优化设置以及样本内和样本外场景的数量也相同）。这一修改后的300节点系统的所有数据均可在 [29]获取。

表V：大型算例：样本外性能比较。

	$\lvert\mathcal{S}'_{\mathrm{A}}\rvert$	$\lvert\mathcal{S}'_{\mathrm{M}}\rvert$	$\lvert\mathcal{S}'_{\mathrm{D}}\rvert$	$\mathbb{E}[C_{s'}]$ (k€)
AGC-0	99.22%	0.21%	0.56%	242.73
AGC-5	93.86%	0.39%	5.75%	238.51
AMGC-5	94.31%	5.03%	0.54%	239.64
AMGC-H-5	94.78%	4.68%	0.65%	240.92

如表V所示，在该系统中，得到的结果与表 III 中的结果相似。AGC-0 得到的解决方案最保守、成本最高，其中 99.22% 的场景由 AGC 处理。相反，AGC-5 得到的解决方案比 AGC-0 便宜约 1.8%[1]，但可靠性低得多，因为在 5.75% 的场景中无法保证系统安全。对于所提出的方法 AMGC-5，94.31% 的场景中的不平衡由 AGC 补偿，另有 5.03% 的场景需要人工调节。其可靠性与 AGC-0 相似，只有约 0.5% 的样本存在系统不安全性。然而，AMGC-5 的解决方案便宜 1.3%。这再次凸显了所提出的模型相较于现有方法能够提供更可靠、成本更低的解决方案。

如上所述，所提出的 AMGC-5 模型有一个不利之处：与 AGC-0 和 AGC-5 相比，其计算时间显著更长。AGC-0 和 AGC-5 的求解时间分别约为 20 秒和 100 秒。相比之下，AMGC-5 的求解时间超过了 10 小时的时限，最终达到的混合整数规划间隙在 0.2% 至 0.5% 之间。缩短计算时间的一种方法是采用所提出的启发式方法 AMGC-H-5，而不是 AMGC-5。对于300节点系统，AMGC-H-5 的求解时间约为 170 秒。计算时间的增加是以解决方案成本略高为代价的。AMGC-H-5 的可靠性与 AMGC-5 和 AGC-5 相当或更高，但其运行成本比 AMGC-5 高 0.5%。鉴于其成本仍显著低于 AGC-0，且解决方案的可靠性远高于 AGC-5，我们认为，启发式方法 AMGC-H-5 是将所提出的优化模型扩展至更大系统的良好选择。

[1]请注意，在该系统中，成本差异要小得多，因为能够提供备用的发电机数量更多，也就是说，系统灵活性更高，因此 AGC-0 能够采用更优的仿射控制策略。

VI. 结论

现有求解随机最优潮流的方法要么过于保守且成本高昂，要么会使系统暴露于低概率、高影响事件的风险之下。为解决这一问题，我们提出了一种新颖的随机最优潮流模型，该模型区分了“正常”运行状态和“异常”运行状态：在正常状态下，功率偏差仅通过自动发电控制进行平衡；而在异常状态下，则需要采取人工再调度措施。因此，与文献中的现有方法相比，我们的方法能够得出更可靠且保守性更低的解。

我们的模型被构建为一个联合机会约束规划，用于限制操作人员人工调整发电机功率输出的概率。为评估本提案的贡献，我们将其与现有方法进行比较，测试对象包括用于说明的3节点网络，以及更贴近实际的118节点系统和300节点系统。较大系统的结果表明，所提出的方法能够获得安全水平几乎相同、但成本更低的调度决策；相比之下，其他方法在任何不确定性实现下都仅依靠自动发电控制措施来确保可行性。所提出方法的一个缺点是，由于对人工再调度措施进行建模，计算负担有所增加。不过，我们还提出了一种启发式算法来求解所提出的模型，并验证了该算法能够大幅缩短计算时间，同时不会显著降低性能。

尽管所提出的方法推动随机最优潮流问题中的备用激活建模朝着更加贴近现实的方向迈进了一步，但仍有若干尚待解决的问题。未来值得探索的方向包括：如何纳入对人工备用激活的限制（例如，限制参与人工激活的发电机数量）；如何更细致、真实地建模备用成本，并考虑自动发电控制备用与人工激活备用之间可能存在的成本差异；以及如何应对问题变得不可行的情况（例如，由于不确定性水平较高、系统拥塞严重或发电容量有限）。

参考文献

[1] X. Liu、S. K¨uç¸ukyavuz 和 J. Luedtke，“两阶段机会约束规划的分解算法”，《Mathematical Programming》，第 157 卷，第 1 期，第 219–243 页，2016 年。[2] M. Shahidehpour、H. Yamin 和 Z. Li，《电力系统市场运行：预测、调度与风险管理》。John Wiley & Sons，2003 年。[3] S. Frank、I. Steponavice 和 S. Rebennack，“最优潮流：文献综述 I”，《能源系统》，第 3 卷，第 3 期，第 221–258 页，2012 年。[4] L. Xie、P. M. Carvalho、L. A. Ferreira、J. Liu、B. H. Krogh、N. Popli 和 M. D. Ili´c，“电力系统中的风电并网：运行挑战与可能的解决方案”，《IEEE会刊》，第 99 卷，第 1 期，第 214–232 页，2010 年。[5] L. A. Roald、D. Pozo、A. Papavasiliou、D. K. Molzahn、J. Kazempour 和 A. Conejo，“不确定性下的电力系统优化：方法与应用综述”，《电力系统研究》，第 214 卷，文章编号 108725，2023 年。[6] J. M. Morales、A. J. Conejo 和 J. Perez-Ruiz，“高比例风电电力系统中备用的经济价值评估”，《IEEE电力系统汇刊》，第 24 卷，第 2 期，第 900–910 页，2009 年。[7] R. A. Jabr、S. Karaki 和 J. A. Korbane，“含储能和可再生能源的鲁棒多时段最优潮流”，《IEEE电力系统汇刊》，第 30 卷，第 5 期，第 2790–2799 页，2015 年。[8] J. Warrington、P. Goulart、S. Mari´ethoz 和 M. Morari，“电力系统的基于策略的备用”，《IEEE电力系统汇刊》，第 28 卷，第 4 期，第 4427–4437 页，2013 年。[9] A. Lorca 和 X. A. Sun，“自适应鲁棒多时段交流最优潮流问题”，《IEEE电力系统汇刊》，第 33 卷，第 2 期，第 1993–2003 页，2018 年。[10] W. Van Ackooij、R. Zorgati、R. Henrion 和 A. M¨oller，“机会约束规划及其在能源管理中的应用”，《不确定性下的优化——探寻不确定情形下的最优解》，第 291–320 页，2011 年。[11] M. Vrakopoulou、K. Margellos、J. Lygeros 和 G. Andersson，“风力发电系统 N-1安全性的概率保证”，载于《风电并网电力系统的可靠性与风险评估》，第 59–73 页，施普林格，2013 年。[12] D. Bienstock、M. Chertkov 和 S. Harnett，“机会约束最优潮流：不确定性下的风险感知网络控制”，《SIAM评论》，第 56 卷，第 3 期，第 461–495 页，2014 年。[13] M. Lubin、Y. Dvorkin 和 S. Backhaus，“一种针对可再生能源发电的机会约束最优潮流鲁棒方法”，《IEEE电力系统汇刊》，第 31 卷，第 5 期，第 3840–3849 页，2015 年。[14] A. M. Hou 和 L. A. Roald，“ 最优潮流的机会约束调优”，载于《2020 年概率方法在电力系统中的应用国际会议（PMAPS）》，第 1–6 页，2020 年。[15] A. Esteban-P´erez 和 J. M. Morales，“结合上下文信息的分布鲁棒最优潮流”，《欧洲运筹学杂志》，第 306 卷，第 3 期，第 1047–1058 页，2023 年。[16] J. Warrington、P. J. Goulart、S. Mari´ethoz 和 M. Morari，“使用仿射策略实现电力系统中的鲁棒备用运行”，载于《2012 年 IEEE 第 51 届决策与控制会议（CDC）》，第 1111–1117 页，2012 年。[17] 北美电力可靠性公司（NERC），“BAL-005标准——自动发电控制”。 [在线]。网址：https://www.nerc.com/pa/Stand/Pages/Default.aspx，2009 年。[18] R. Kannan、J. R. Luedtke 和 L. A. Roald，“具有备用饱和的随机直流最优潮流”，《电力系统研究》，第 189 卷，文章编号 106566，2020 年。[19] L. Roald、S. Misra、M. Chertkov 和 G. Andersson，“采用加权机会约束和通用发电控制策略的最优潮流”，载于《2015 年 IEEE 第 54 届决策与控制会议（CDC）》，第 6927–6933 页，IEEE，2015 年。[20] K. Margellos、V. Rostampour、M. Vrakopoulou、M. Prandini、G. Andersson 和 J. Lygeros，“随机机组组合与备用调度：一种具有概率证书的易处理公式化模型”，载于《2013 年欧洲控制会议（ECC）》，第 2513–2518 页，2013 年。[21] G. A. Hanasusanto、V. Roitch、D. Kuhn 和 W. Wiesemann，“均值与离散度信息下的模糊联合机会约束”，《运筹学》，第 65 卷，第 3 期，第 751–767 页，2017 年。

[22] A. Nemirovski 和 A. Shapiro，《机会约束的情景近似》，《不确定性设计的概率与随机化方法》，第 3–47 页，2006 年。[23] J. Luedtke 和 S. Ahmed，《带概率约束的优化的样本近似方法》，《SIAM 优化期刊》，第 19 卷，第 2 期，第 674–699 页，2008 年。[24] A. Nemirovski 和 A. Shapiro，《机会约束规划的凸近似》，《SIAM 优化期刊》，第 17 卷，第 4 期，第 969–996 页，2007 年。[25] N. Jiang 和 W. Xie，《ALSO-X 和 ALSO-X+：机会约束规划的更优凸近似》，《运筹学》，2022 年。[26] ´A. Porras、C. Dom´ınguez、J. M. Morales 和 S. Pineda，《联合机会约束最优潮流的紧致样本均值近似》，arXiv 预印本 arXiv:2205.03370，2022 年。[27] Power Grid Lib，2022 年。GitHub 代码仓库，网址：(https://github.com/power-grid-lib/pglib-opf)。[28] L. Roald、S. Misra、M. Chertkov、S. Backhaus 和 G. Andersson，《风电场弃电及备用条件下的机会约束最优潮流》，arXiv 预印本 arXiv:1601.04321，2016 年。[29] OASYS，《118节点电力系统数据》，GitHub 代码仓库 (https://github.com/groupoasys/AGC and Manual Reserve CC)，2023 年。[30] Gurobi Optimization, LLC，《Gurobi 优化器参考手册》，2022 年。