arXiv:2303.06098v1 [quant-ph] 10 Mar 2023

非幺正多量子比特操作的实验实现

M. W. van Mourik,[1] E. Zapusek,[2] P. Hrmo,[1] L. Gerster,[1] R. Blatt,[1] T. Monz,[1,3] P. Schindler,[1] 和 F. Reiter[2]

[1]*Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstraße 25/4, 6020 Innsbruck, Austria*[2]*Institute for Quantum Electronics, ETH Zürich, Otto-Stern-Weg 1, 8093 Zürich, Switzerland*[3]*AQT, Technikerstraße 17, 6020 Innsbruck, Austria*

我们展示了一套新颖的实验工具，可在量子平台上实现不可逆的多量子比特操作。为说明这一方法，我们实现了两种基本的非幺正操作：或门和或非门。两个被囚禁的 $^{40}Ca^{+}$离子的电子态承载逻辑信息，而共同囚禁的 $^{88}Sr^{+}$离子则通过边带冷却提供耗散通道，使量子门具有不可逆性。我们测得或门和或非门的成功率分别为 87% 和 81%。本文介绍的方法是迈向其他非幺正操作的重要一步，例如用于量子纠错和量子机器学习的操作。

引言。— 经典计算是一种极为成功的信息处理范式。计算的成功很大程度上可归因于计算能力的迅速提升，而这种提升得益于由经典、不可逆门操作构成的底层电路不断微型化（参见图 1(a)）。如今，经典处理器上量子门数量的指数级增长正逼近基本物理极限 [1]。为持续提升计算能力，人们正在探索大量替代技术 [2–13]。

作为一种有别于经典信息处理的途径，量子计算近来备受关注。在这一领域，人们取得了重大进展，并首次展示了量子纠错等关键要素 [14–19]。这得益于新颖先进的方案，以及既有技术的持续改进 [20–24]。可控性的进步使量子计算更接近这样一种理想：通过幺正演化得到输出态。然而，在某些算法中，除了幺正量子门之外，还需要执行非幺正操作。这类算法包括量子机器学习、量子优化和模拟算法，它们被视为近期最具前景的应用之一——

用于量子信息处理 [18, 25–38]。具体而言，生成低温热态 [27–30], 、作为投影滤波器 [31], 、模拟开放系统 [32–37], , 或应用于量子神经网络 [18, 38]，都需要非幺正操作。已有研究提出通过辅助量子比特、随机化电路或混合输入态来实现非幺正组件 [27, 30–36]。

耗散本质上是非幺正的，因此是实现不可逆操作的天然选择。耗散工程（又称储库工程）利用量子系统与环境自由度之间的相互作用，完成量子信息处理任务 [18, 39–52]。其应用包括通过光抽运进行态制备、压缩 [40, 41], 、纠缠生成 [42–49], 、量子模拟 [50], 和量子纠错 [51]。向环境耗散免除了对

(a)

OR		NOR	
In	Out	In	Out
$\|00\rangle$	$\|00\rangle$	$\|00\rangle$	$\|10\rangle$
$\|01\rangle$	$\|11\rangle$	$\|01\rangle$	$\|01\rangle$
$\|10\rangle$	$\|10\rangle$	$\|10\rangle$	$\|00\rangle$
$\|11\rangle$	$\|11\rangle$	$\|11\rangle$	$\|01\rangle$

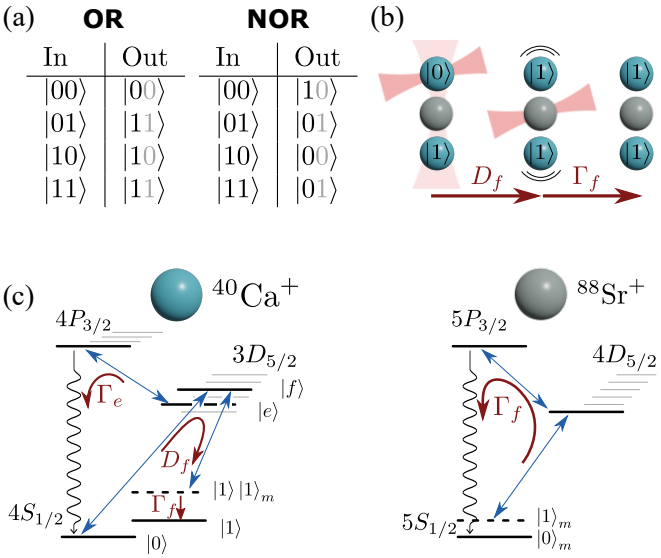


图 1。（a）经典或门和或非门的真值表，输出为两个量子比特。逻辑输出映射到左侧量子比特上。（b）或门作用于 $|01\rangle$ 的示意图：工程化共振过程 D_f 由全局激光脉冲和单离子激光脉冲组合而成，二者共同使系统转移到所需状态 $|11\rangle$，并增加运动模占据数。通过冷却旁观离子种类来耗散 Γ_f 这一额外运动，可使该过程不可逆。（c）数据离子 $^{40}Ca^{+}$ 和冷却离子 $^{88}Sr^{+}$ 中相关能级的概览。逻辑比特 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 存储在钙的 $4S_{1/2}$ 基态中。$3D_{5/2}$ 流形中的辅助能级用于工程化共振转移 D_f。钙和锶中，Γ_e 和 Γ_f 通过 $P_{3/2}$ 到 $S_{1/2}$的自发衰变实现耗散。

经典测量和反馈，并且相较于幺正方法[43–45]，具有可扩展性和鲁棒性优势。已有形式化证明表明，耗散可用于实现通用量子计算 [53]。不过，迄今为止，耗散工程主要聚焦于量子态制备和子空间稳定化。我们通过展示利用

工程化耗散。

本文介绍了利用耗散工程在囚禁离子系统中实现非幺正操作的物理方法。通过运用耗散工程技术，可以创建确定性运行且无需辅助量子比特 [54]的非幺正量子门。为此，我们基于量子力学相互作用，设计出所需的投影动力学，以实现经典门操作。我们实现了经典或门和或非门，其真值表见图 1(a)；门操作的输出映射到左侧量子比特上。我们利用离子的共享运动模，通过选择性相干耦合有条件地激发电子态，示意图见图 1(b)。伴随冷却和经由辅助能级的衰变均作为非幺正组成部分，共同完成门操作。在实验中，所需的动力学可在具备单量子比特寻址能力的混合物种囚禁离子系统中实现 [55]。我们的工作表明，经过精心设计的非幺正量子动力学有望通过执行多种操作，丰富量子工程师的工具箱。

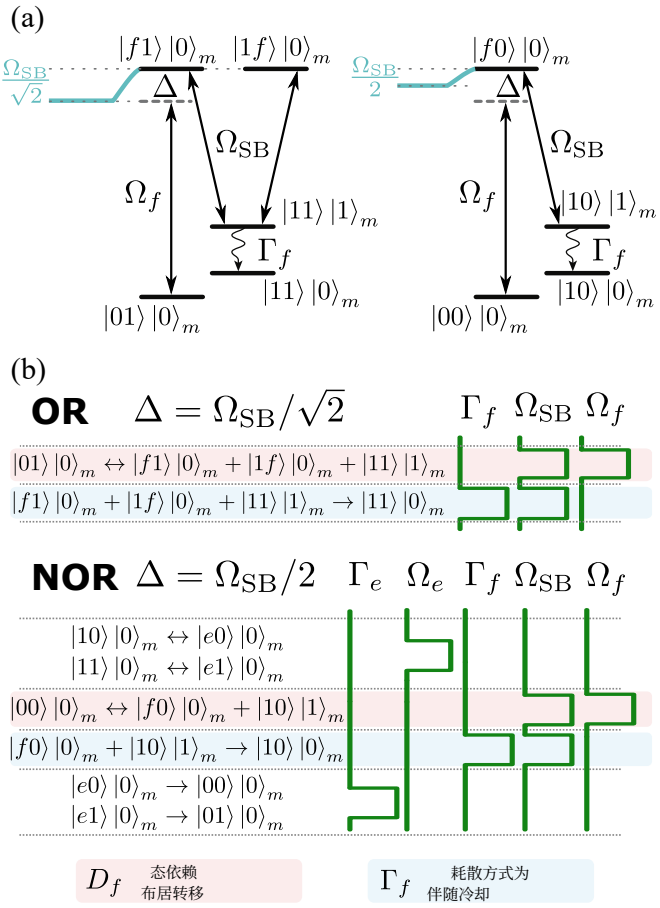


图 2. 量子门机制概述。(a) 或门的预期过程（左）和非预期过程（右）。态 $|01\rangle|0\rangle_m$ 受到失谐驱动，跃迁至 $|f1\rangle|0\rangle_m$，拉比频率为 Ω_f。由于耦合 Ω_{SB}，$|f1\rangle|0\rangle_m$ 与态 $|11\rangle|1\rangle_m$ 和 $|1f\rangle|0\rangle$发生杂化，导致缀饰态分裂。对于 $\Delta = \Omega_{SB}/\sqrt{2}$，载波驱动与缀饰态共振，因此该态受到激发。通过协同冷却运动模，完成量子门操作。可从$|00\rangle|0\rangle_m$到达的缀饰态 $|f0\rangle|0\rangle_m$ 和 $|10\rangle|1\rangle_m$发生了 $\pm\Omega_{SB}/2$的频移，因此与载波驱动不共振。从 $|00\rangle|0\rangle_m$ 出发的激发因此受到抑制。(b) 或门和或非门的脉冲序列。实验中使用的跃迁如图 1(c)所示。Ω_f 和 Ω_e 作用于第一离子，使 $|0\rangle$ 与 $|f\rangle$ 耦合，并使 $|1\rangle$ 与 $|e\rangle$耦合。Ω_{SB} 作用于两个离子，使$|1\rangle$ 和 $|f\rangle$的红边带耦合。

工作原理.— 两颗共同囚禁的 $^{40}Ca^+$离子充当信息载体，逻辑态 $|0\rangle$和 $|1\rangle$ 编码在 $4S_{1/2}(m=-1/2)$与$(m=+1/2)$塞曼子能级中（见图 1(c)）。离子囚禁于谐势中，并共享运动模。我们使用记号 $|i\rangle_1 \otimes |j\rangle_2 \otimes |n\rangle_m = |ij\rangle|n\rangle_m$表示离子 1 和离子 2 的电子态 i 与 j，以及特定运动模 m的模占据数 n。为简洁起见，当$n=0$时，我们通常在记号中省略模占据数 n，即 $|ij\rangle = |ij\rangle|0\rangle_m$。如图 1(a)的真值表所示，或门对应于将 $|01\rangle$ 映射为 $|11\rangle$；这类似于以下条件：当且仅当第二个量子比特处于状态 $|1\rangle$时，第一个量子比特才从 $|0\rangle$ 翻转为 $|1\rangle$。通过利用特定运动模来编码系统宇称信息，可以实现所需的条件操作。通过辅助态 $|f\rangle$可以访问运动模；我们采用亚稳态$3D_{5/2}(m=+1/2)$能级作为该辅助态。通往该辅助态的 $4S_{1/2} \leftrightarrow 3D_{5/2}$ 跃迁由相干的729纳米光耦合。

布居转移机制总结如下（详情见补充材料 [56]）。将拉比频率为 Ω 的驱动 f 和失谐量为 Δ的驱动施加于第一离子的 $|0\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ 跃迁上。我们将此驱动称为探测驱动。在没有其他耦合的情况下，探测驱动会激发两个态 $|00\rangle$和$|01\rangle$，并使态 $|10\rangle$ 和 $|11\rangle$ 保持不变。第二个驱动称为边带驱动，施加于两个离子的 $|f\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 跃迁上，其频率相对于运动振动模红失谐。因此，该驱动会耦合态$|f\rangle|n\rangle_m \leftrightarrow |1\rangle|n+1\rangle_m$。特别是，$|f\rangle|0\rangle_m \leftrightarrow |1\rangle|1\rangle_m$之间的跃迁以拉比频率 Ω_{SB}发生。在 $\Omega_{SB} \gg \Omega_f$ 的条件下，这些态从 $|01\rangle|0\rangle_m$激发以形成缀饰态（$|f1\rangle|0\rangle_m + |1f\rangle|0\rangle_m \pm \sqrt{2}|11\rangle|1\rangle_m$）$/2$。如图2(a)左图所示，这些缀饰态相对于裸$|f1\rangle|0\rangle_m$态的频移为 $\pm\Omega_{SB}/\sqrt{2}$。相比之下，初始态 $|00\rangle|0\rangle_m$ 被激发至缀饰态（$|f0\rangle|0\rangle_m \pm |10\rangle|1\rangle_m$）$/\sqrt{2}$（图2(a)右图），其频率为 $\pm\Omega_{SB}/2$。由于耦合 $\{|1f\rangle|0\rangle_m, |f1\rangle|0\rangle_m\} \leftrightarrow |11\rangle|1\rangle_m$产生相长干涉，三能级缀饰态的频移比二能级缀饰态更大。选择一个

因此，探测脉冲失谐 $\Delta = \Omega_{\mathrm{SB}}/\sqrt{2}$使得能够从 $|01\rangle$激发，而从 $|00\rangle$ 激发则偏离共振，因而受到抑制。图1(b)和(c)中以 D_f 表示这种通过工程化共振实现的布居转移。

通过对共同囚禁的$^{88}Sr^{+}$离子进行边带冷却，使衰变过程得以发生，从而令条件激发成为非幺正过程，如图1(c) 所示。在或门中，经由 $|11\rangle|1\rangle_m$ 循环的布居以耗散方式转移至 $|11\rangle|0\rangle_m$，速率为 Γ_f。由于 $|11\rangle|0\rangle_m$ 既不与边带驱动耦合，也不与探测驱动耦合，布居会留在该态中，从而完成转移$|01\rangle \to |11\rangle$。为避免在探测过程中干扰激发，耗散在后续步骤中实现 [44, 48]。

我们将这一机制扩展至通用或非门，其真值表如图1(a) 所示。该门可通过串接幺正非门和或门构造。然而，我们提出了一种完全耗散式实现，其中映射 $|00\rangle \to |10\rangle$ 遵循与或门相同的过程。与或门不同的是，对于或非门，我们使用失谐量 $\Delta = \Omega_{\mathrm{SB}}/2$来激发初始态 $|00\rangle$。此外，门操作还需要转移$|11\rangle \to |01\rangle$ 和 $|10\rangle \to |00\rangle$ ，这可通过单量子比特耗散过程实现。两种映射均通过光泵浦第一离子来实现：第一离子从 $|1\rangle$ 跃迁至 $|0\rangle$ ，经过另一个辅助能级 $3D_{5/2}(m = -3/2) \equiv |e\rangle$，随后跃迁至 $4P_{3/2}(m = -3/2)$，自发衰变再将布居带回 $|0\rangle$ 态。

实验概述.— 实验是在低温环境 [55] 中使用分段式表面阱进行的。离子以 Ca-Sr-Ca 构型存储。与背景气体粒子的碰撞可能会破坏这一排列。因此，我们会定期向离子阱电极施加一系列电压，将离子确定性地恢复到所需构型 [57, 58]。

我们将边带驱动设定为与晶体的轴向同相模（ip）耦合。囚禁势设定为使同相模频率为 $\omega_{\mathrm{ip}}/(2\pi) = 550\,\mathrm{kHz}$。该数值是在确保运动模加热率较低（$\dot{\bar{n}} \propto \omega^{-\alpha}{}_{\mathrm{ip}}$ ，其中 $\alpha \approx 2$）与通过激光相互作用实现足够强的运动模耦合 Ω_{SB} （$\Omega_{\mathrm{SB}} \propto \omega^{-1/2}{}_{\mathrm{ip}}$ ） [59]之间折衷选取的。在此频率下，我们测得轴向同相模的加热率为每秒 106(20) 个声子，边带冷却后的初始平均模占据数为 0.14 个声子。离子晶体的轴向同相模和反相模均经过边带冷却。通过光抽运将离子初始化为 $|00\rangle$ 。我们结合单离子和集体 π 脉冲，对$|0\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ 和 $|f\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 跃迁进行操作，以制备其余可能的初始态 $|01\rangle$、 $|10\rangle$和 $|11\rangle$。

或门和或非门操作的操作序列示意如图 2(b) 所示，对应图 1(c) 中所示的状态。其中，Ω_f 和 Ω_e 仅作用于第一离子，将 $|0\rangle$ 与 $|f\rangle$ 以及 $|1\rangle$ 与 $|e\rangle$分别耦合。Ω_{SB} 作用于两个离子，并耦合 $|1\rangle$ 和 $|f\rangle$的红边带。

对于或运算，初始态 $|01\rangle$ 将被转移至 $|11\rangle$，而所有其他初始态保持不变。通过拉比频率为 $\Omega_{\mathrm{SB}}/(2\pi) \approx 8$ kHz 的边带驱动产生缀饰态分裂。同时施加于第一离子的探测光束相对于 $|0\rangle \leftrightarrow |f\rangle$载波跃迁失谐 $\Delta = \Omega_{\mathrm{SB}}/\sqrt{2}$ ，其共振时的拉比频率为 $\bar{\Omega}_f/(2\pi) \approx 1.15\,\mathrm{kHz}$。这些脉冲持续 $2\pi/\Omega_f = 900\mu\mathrm{s}$，使 $|01\rangle$ 激发至缀饰态，如图2(a)左图所示。由于未满足图2(a)右图所示的共振条件，因此初始态为 $|00\rangle$ 时的类似转移受到抑制。

经过这一态依赖布居转移后，通过冷却锶离子，状态 $|11\rangle|1\rangle_m$ 耗散转移至 $|11\rangle|0\rangle_m$ 。冷却步骤期间，边带耦合 Ω_{SB} 保持不变，从而完全耗尽已布居的缀饰态。

或非门采用与上述类似的流程，如图 2(b) 所示，但此时通过选择 $\Delta = \Omega_{\mathrm{SB}}/2$，使从$|00\rangle$ 发生的布居转移得以实现，同时抑制从 $|01\rangle$发生的激发。或非运算所需的额外耗散通道 $|1\rangle \to |0\rangle$ 仅针对第一离子执行；由于它会与同时所需的$|00\rangle \to |10\rangle$ 操作冲突，因此需分多个步骤完成。在工程化耗散之前，第一离子的 $|1\rangle$ 态中的布居被存储在$|e\rangle$中。工程化耗散之后，854 纳米的 σ^- 偏振光将 $|e\rangle$ 中的布居转移至 $4P_{3/2}$ 能级，使其优先进入 $m = -3/2$塞曼子能级；随后，自发衰变使其到达 $|0\rangle$。

序列结束时，使用电子倍增电荷耦合器件相机进行态依赖荧光探测，以读出布居数；该探测可区分S 和 D 流形的激发。由于逻辑信息承载在两个 S能级上（参见图 1(c)），测量前需要将 $|1\rangle$ 中的布居转移到 $|e\rangle$ 。这种态读出无法区分 $|1\rangle$ 和 $|f\rangle$。我们用符号 P_{ij} 表示状态 $|ij\rangle$中的布居数。通过施加一个与锶离子的某个 $5S_{1/2} \leftrightarrow 4D_{5/2}$ 跃迁的红边带或蓝边带共振的脉冲，并读出其状态 [59]，可以单独测量振动模的占据数。红、蓝边带激发概率之差可用于推断运动基态中的布居数。

结果。—我们首先展示共振工程的核心构件——依赖态的布居转移：使用失谐量 $\Delta = \Omega_{\mathrm{SB}}/2$，展示其时间演化。图中显示了全部四种初始态的布居变化。图3(a) 清楚地展现了预期行为：从 $|00\rangle$ 出发发生拉比振荡，而从其他初始态出发则没有转移。实线表示模拟数据。模拟通过数值求解系统的主方程 [56], ，并采用上述实验测定的参数，包括

初始声子数和加热率。灰色虚线标示了脉冲持续时间；在此时长下，态转移达到最大值，为 600 µs，此时 $|00\rangle$ 中的布居耗尽了 82%，而 $|01\rangle$ 中仅耗尽了 16%。未能实现完全布居转移，原因被归结为非零的初始声子数和加热率；模拟结果也证实了这一点。

完成这次布居转移后，状态 $(|10\rangle|1\rangle_m + |f0\rangle|0\rangle_m)/\sqrt{2}$ 应通过耗散转移到$|10\rangle|0\rangle_m$。图 3(b) 展示了布居 P_{f0} 和 P_{10} 以及声子基态占据数随时间的演化，以说明这一过程。通过进行两次测量来区分电子态：一次将 $|1\rangle$ 转移到 $|f\rangle$，另一次则不进行转移。后一次测量无法区分 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$。布居 P_{10} 由两次测量结果之差推断得出。我们还测量了声子占据数。图中的曲线为模拟结果，采用与 (a) 中相同的边带耦合强度 Ω_{SB} 。通过对模拟结果和测量结果进行最小二乘拟合，确定耗散率为$\Gamma_f = 4.5(6)$ kHz。施加耗散脉冲 1 ms 后，约 80% 的布居处于 $|10\rangle|0\rangle_m$。由于耗散具有不可逆性，布居会被困在该状态中。

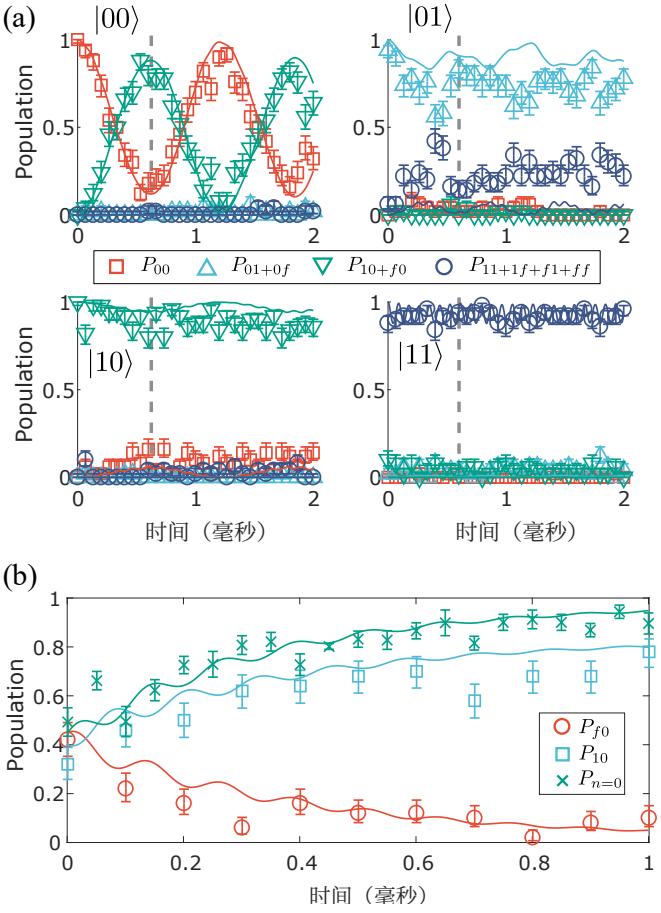


图 3. (a) 展示了在 $\Delta = \Omega_{\mathrm{SB}}/2$ 条件下，对每种可能的初始态进行的态依赖布居转移实验演示。曲线表示模拟结果，其中将测得的初始声子数和加热率作为模拟参数。(b) 在从 $|00\rangle$ 进行最大探测转移后（时间点由 (a) 中的灰色虚线标出），展示耗散过程。我们展示了 P_{f0} 和 P_{10} 的演化，并对锶离子进行边带测温，以推断基态声子占据数。曲线表示模拟结果，其中耗散率 Γ_f 通过模拟数据与测量数据之间的最小二乘拟合得到。

在展示并表征工程化共振和耗散过程后，我们将这些步骤应用于图 2(b) 所示的完整脉冲序列，以实现或门和或非门。图 4 显示了或门和或非门针对四种可能初始态测得的布居结果。每种输入态的布居数据均由 50 次实验重复测量确定。两个真值表都呈现出预期的量子门行为：对于所有输入态，大部分布居都转移到了目标态，该状态在图中用虚线框标出。初始态 $|01\rangle$ 和$|00\rangle$ 按照或门和或非门的工程化共振方案进行转移，成功率分别为 84(5)% 和 74(6)%。模拟和解析结果 [60]，证实，误差的主要来源是非零的初始声子数和加热率。由于运动边带的耦合强度取决于声子数，工程化布居转移的共振条件对 $n \geq 1$ 并不成立。

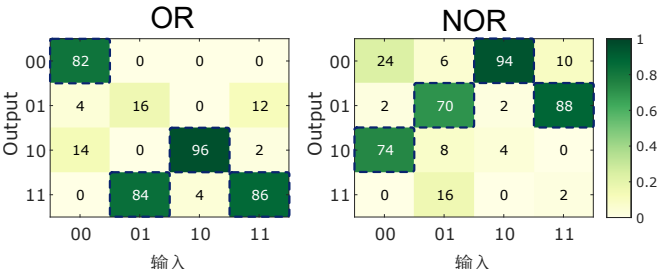


图 4. 或门和或非门测得的布居真值表，预期输出态以虚线标出。数值以百分比表示，每种输入设置均根据 50 次实验测量确定。或门和或非门的平均布居保真度分别为 87(5)% 和 81(5)%.

结我们利用工程化耗散，在一个囚禁离子系统中实现了非幺正多量子比特操作。或门和或非门方案的平均保真度分别为 87(5)% 和 81(5)%。这构成了首次耗散量子门操作的实现。主要误差来源是加热，因此，预期耗散过程所经由的振动模冷却不充分。

这一加热过程由离子阱表面的电子噪声，以及模耦合导致的其他未冷却运动模中的声子转移所引起；众所周知，这两者都是微加工离子阱面临的挑战

[61，62]，混合物种操作所涉及的复杂因素会进一步加剧这一问题 [58]。这些问题属于技术层面，并非根本性限制：未来的实验可以改进离子阱的设计和制造工艺，以减少技术噪声导致的加热；还可以采用更先进的冷却技术，例如偏振梯度冷却 [63] 和电磁诱导透明（EIT）冷却 [64]。正如近期的耗散型高保真纠缠态制备方案 [46–49] 提升了其相较于第一代方案的保真度一样，我们预计，未来的实现也会提高保真度。

非幺正操作与广泛的量子信息算法息息相关。例如，在含噪声中等规模量子（NISQ）背景下，量子卷积神经网络利用测量和条件反馈操作来处理信息 [18, 38]。这些环节可以由集成式非幺正操作取代，从而避免经典测量和前馈。

关于通用容错量子计算，量子纠错同样是一个非幺正过程，因为多个错误过程会被映射到同一个纠正后的状态。我们的工作可视为迈向实现自主量子纠错的一块垫脚石；在这一过程中，错误状态会被相干地映射为振子激发，随后通过耗散将其移除 [51]。在本次实验中，我们展示了所需的技术：共振工程和伴随冷却，

实验。

致谢

我们衷心感谢与 Jonathan Home 的讨论，并感谢欧盟量子技术旗舰项目 AQTION 根据编号为 820495 的资助协议提供的支持，以及美国陆军研究办公室通过资助编号 W911NF-14-1-010 和 W911NF-21-1-0007 提供的支持。我们也感谢奥地利科学基金（FWF）通过 SFB BeyondC（FWF 项目编号 F7109）和 ERC-2020-STG 948893 提供的资助，以及 IQI GmbH 的资助。本研究还基于国家情报总监办公室（ODNI）通过美国陆军研究办公室资助编号 W911NF-16-1-0070，对情报高级研究计划局（IARPA）相关工作的支持。F.R. 和 E.Z. 感谢瑞士国家科学基金会提供的资助（Ambizione资助，编号 PZ00P2 186040）以及 ETH研究资助 ETH-49 20-2。

作者贡献E.Z. 在 F.R. 的指导下制定了理论方案。M.v.M、F.R.、P.S. 和 E.Z. 设计了实验。M.v.M. 执行了实验并分析了数据。M.v.M.、P.H. 和 L.G. 参与了实验装置的搭建。R.B.、T.M.、F.R. 和 P.S. 监督了项目。所有作者均为手稿作出了贡献。

[1] *International Technology Roadmap for Semiconductors 2.0* 2015 ，

技术报告（ITRS，）。[2] M. M. Shulaker、G. Hills、N. Patil、H. Wei、H.-Y. Chen、H.-S. P. Wong 和 S. Mitra，《自然》**501**，526（2013）。[3] D. D. D. Ma、C. S. Lee、F. C. K. Au、S. Y. Tong 和 S. T. Lee，《科学》**299**，1874（2003）。[4] M. Y. Han、B. ¨ Ozyilmaz、Y. Zhang 和 P. Kim，《物理评论快报》**98**，206805（2007）。[5] S. Sugahara 和 M. Tanaka，Appl. Phys. Lett. **84**，2307（2004）。[6] S. Salahuddin 和 S. Datta，Nano Lett. **8**，405（2008）。[7] F. Chen、H. Kam、D. Markovic、T.-J. K. Liu、V. Stojanovic 和 E. Alon，载于 *2008 IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*（IEEE，圣何塞，美国加利福尼亚州，2008）第 750–757 页。[8] C. Zhou、D. M. Newns、J. A. Misewich 和 P. C. Pattnaik，Appl. Phys. Lett. **70**，598（1997）。[9] X. Qian、J. Liu、L. Fu 和 J. Li，《科学》**346**，1344（2014）。[10] K.-S. Lee 和 S.-K. Kim，J. Appl. Phys. **104**，053909（2008）。[11] P. Andreakou、S. V. Poltavtsev、J. R. Leonard、E. V. Calman、M. Remeika、Y. Y. Kuznetsova、L. V. Butov、J. Wilkes、M. Hanson 和 A. C. Gossard，Appl. Phys. Lett. **104**，091101（2014）。[12] M. Feng、N. Holonyak、G. Walter 和 R. Chan，Appl. Phys. Lett. **87**，131103（2005）。

[13] J. A. Currivan-Incorvia, S. Siddiqui, S. Dutta, E. R. Evarts, J. Zhang, D. Bono, C. A. Ross 和 M. A. Baldo，《自然·通讯》**7**, 10275 (2016). [14] J. M. Pino, J. M. Dreiling, C. Figgatt, J. P. Gaebler, S. A. Moses, M. S. Allman, C. H. Baldwin, M. Foss-Feig, D. Hayes, K. Mayer, C. Ryan-Anderson 和 B. Neyen- huis，《自然》**592**, 209 (2021). [15] F. Kranzl, M. K. Joshi, C. Maier, T. Brydges, J. Franke, R. Blatt 和 C. F. Roos，《物理评论A辑》**105**, 052426 (2022). [16] L. Egan, D. M. Debroy, C. Noel, A. Risinger, D. Zhu, D. Biswas, M. Newman, M. Li, K. R. Brown, M. Cetina 和 C. Monroe，《自然》**598**, 281 (2021). [17] L. Postler, S. Heuβen, I. Pogorelov, M. Rispler, T. Feld- ker, M. Meth, C. D. Marciniak, R. Stricker, M. Ring- bauer, R. Blatt, P. Schindler, M. M¨uller 和 T. Monz，《自然》**605**, 675 (2022). [18] J. Herrmann, S. M. Llima, A. Remm, P. Zapletal, N. A. McMahon, C. Scarato, F. Swiadek, C. K. Andersen, C. Hellings, S. Krinner, *et al.*，《自然·通讯》**13**, 4144 (2022). [19] Z. Chen, K. J. Satzinger, J. Atalaya, A. N. Korotkov, A. Dunsworth, D. Sank, C. Quintana, M. McEwen, R. Barends, P. V. Klimov, *et al.*，《自然》**595**, 383 (2021). [20] T. Olsacher, L. Postler, P. Schindler, T. Monz, P. Zoller 和 L. M. Sieberer，《PRX量子》**1**, 020316 (2020). [21] C. Zhang, F. Pokorny, W. Li, G. Higgins, A. P¨oschl, I. Lesanovsky 和 M. Hennrich，《自然》**580**, 345 (2020).

[22] S. Krinner, N. Lacroix, A. Remm, A. Di Paolo, E. Genois, C. Leroux, C. Hellings, S. Lazar, F. Swiadek, J. Her- rmann, *et al.*, 《自然》605, 669 (2022). [23] P. Hrmo, B. Wilhelm, L. Gerster, M. W. van Mourik, M. Huber, R. Blatt, P. Schindler, T. Monz 和 M. Ring- bauer, arXiv:2206.04104 (2022). [24] J. Chu, X. He, Y. Zhou, J. Yuan, L. Zhang, Q. Guo, Y. Hai, Z. Han, C.-K. Hu, W. Huang, *et al.*, 《自然·物理》19, 126 (2023). [25] J. Preskill, 《量子》2, 79 (2018). [26] K. Bharti, A. Cervera-Lierta, T. H. Kyaw, T. Haug, S. Alperin-Lea, A. Anand, M. Degroote, H. Heimonen, J. S. Kottmann, T. Menke, *et al.*, 《现代物理评论》94, 015004 2022( ). [27] J. Foldager, A. Pesah 和 L. K. Hansen, 《科学报告》12, 3862 2022( ). [28] J. Wu 和 T. H. Hsieh, 《物理评论快报》123, 220502 (2019). [29] D. Zhu, S. Johri, N. M. Linke, K. A. Landsman, C. Huerta Alderete, N. H. Nguyen, A. Y. Matsuura, T. H. Hsieh 和 C. Monroe, 美国国家科学院院刊 117, 25402 (2020). [30] Y. Wang, G. Li 和 X. Wang, 《物理评论应用》16, 054035 2021( ). [31] G. Mazzola, P. J. Ollitrault, P. K. Barkoutsos 和 I. Tavernelli, 《物理评论快报》123, 130501 (2019). [32] G. Verdon, J. Marks, S. Nanda, S. Leichenauer 和 J. Hidary, arXiv:1910.02071 (2019). [33] H. Wang, S. Ashhab 和 F. Nori, 《物理评论A辑》83, 062317 2011( ). [34] L. Del Re, B. Rost, A. F. Kemper 和 J. K. Freericks, 《物理评论B辑》102, 125112 (2020). [35] Z. Hu, R. Xia 和 S. Kais, 《科学报告》10, 3301 (2020). [36] Z. Hu, K. Head-Marsden, D. A. Mazziotti, P. Narang 和 S. Kais, 《量子》6, 726 (2022). [37] J. Lepp¨akangas, N. Vogt, K. R. Fratus, K. Bark, J. A. Vaitkus, P. Stadler, J.-M. Reiner, S. Zanker 和 M. Marthaler, arXiv:2210.12138 (2022). [38] I. Cong, S. Choi 和 M. D. Lukin, 《自然·物理》15, 1273 (2019). [39] P. M. Harrington, E. J. Mueller 和 K. W. Murch, 《自然综述：物理学》4, 660 (2022). [40] A. Kronwald, F. Marquardt 和 A. A. Clerk, 《新物理学杂志》16, 063058 (2014). [41] G. S. Agarwal 和 S. Huang, 《物理评论A辑》93, 043844 (2016). [42] F. Reiter, D. Reeb 和 A. S. Sørensen, 《物理评论快报》117, 040501 (2016). [43] M. J. Kastoryano, F. Reiter 和 A. S. Sørensen, 《物理评论快报》106, 090502 (2011). [44] Y. Lin, J. P. Gaebler, F. Reiter, T. R. Tan, R. Bowler, A. S. Sørensen, D. Leibfried 和 D. J. Wineland, 《自然》504, 415 (2013). [45] G. Morigi, J. Eschner, C. Cormick, Y. Lin, D. Leibfried 和 D. J. Wineland, 《物理评论快报》115, 200502 (2015). [46] D. C. Cole, J. J. Wu, S. D. Erickson, P.-Y. Hou, A. C. Wilson, D. Leibfried 和 F. Reiter, 《新物理学杂志》23, 073001 2021( ). [47] D. C. Cole, S. D. Erickson, G. Zarantonello, K. P. Horn, P.-Y. Hou, J. J. Wu, D. H. Slichter, F. Reiter, C. P. Koch 和 D. Leibfried, 《物理评论快报》128, 080502 (2022). [48] M. Malinowski, C. Zhang, V. Negnevitsky, I. Rojkov, F. Reiter, T.-L. Nguyen, M. Stadler, D. Kienzler, K. K. Mehta 和 J. P. Home, 《物理评论快报》128, 080503 (2021). [49] E. Doucet, F. Reiter, L. Ranzani, 和 A. Kamal, Physical Review Research **2**, 023370 (2020). [50] J. T. Barreiro, M. M¨uller, P. Schindler, D. Nigg, T. Monz, M. Chwalla, M. Hennrich, C. F. Roos, P. Zoller, 和 R. Blatt, 《自然》**470**, 486 (2011). [51] F. Reiter, A. S. Sørensen, P. Zoller, 和 C. A. Muschik, 《自然·通讯》**8**, 1822 (2017). [52] C. Wang 和 J. M. Gertler, Physical Review Research **1**, 033198 (2019). [53] F. Verstraete, M. M. Wolf, 和 J. Ignacio Cirac, 《自然·物理》**5**, 633 (2009). [54] E. Zapusek, A. Javadi, 和 F. Reiter, 《量子科学与技术》**8**, 015001 (2023). [55] M. F. Brandl, M. W. van Mourik, L. Postler, A. Nolf, K. Lakhmanskiy, R. R. Paiva, S. M¨oller, N. Daniilidis, H. H¨affner, V. Kaushal, *et al.*, 《科学仪器评论》 **87**, 113103 2016 ( ).[56] 描述系统动力学的方程见补充材料 A 节。 [57] J. D. Jost, J. P. Home, J. M. Amini, D. Hanneke, R. Oz- eri, C. Langer, J. J. Bollinger, D. Leibfried, 和 D. J. Wineland, 《自然》**459**, 683 (2009). [58] J. P. Home, 载于 *Advances In Atomic Molecular and Optical Physics* 62 2013 231 277 ,,, 第卷（爱思唯尔, ）第 – 页。[59] M. Brownnutt, M. Kumph, P. Rabl, 和 R. Blatt, 《现代物理评论》**87**, 1419 (2015).[60] 误差的解析表达式见补充材料 B 节。[61] I. A. Boldin, A. Kraft, 和 C. Wunderlich, 《物理评论快报》**120**, 023201 (2018). [62] J. P. Home, D. Hanneke, J. D. Jost, D. Leibfried, 和 D. J. Wineland, 《新物理学杂志》**13**, 073026 (2011). [63] M. K. Joshi, A. Fabre, C. Maier, T. Brydges, D. Kiesen- hofer, H. Hainzer, R. Blatt, 和 C. F. Roos, 《新物理学杂志》**22**, 103013 (2020). [64] G. Morigi, J. Eschner, 和 C. H. Keitel, 《物理评论快报》**85**, 4458 (2000).

《补充材料》非幺正多量子比特操作的实验实现

I. 系统

我们的系统动力学可由 Lindblad 形式的主方程很好地描述。哈密顿量项 H 描述相干相互作用，而耗散过程则由 Lindblad 跳跃算符 L_k描述:

$$\dot{\rho} = -i[\hat{H}, \rho] + \sum_k \hat{L}_k \rho \hat{L}_k^\dagger - \frac{1}{2}(\hat{L}_k^\dagger \hat{L}_k \rho + \rho \hat{L}_k^\dagger \hat{L}_k). \quad \text{(S1)}$$

我们考虑三个子系统：第一离子的电子态 k、第二离子的电子态 l，以及一个共同的运动模 m，其中占据着 n 个声子。我们采用记号 $|k,\ n\rangle_1 \otimes |l,\ n\rangle_2 = |kl\rangle\,|n\rangle_m$。提及单量子比特耦合时，我们写作 $|a\rangle_j\langle b|$，其中 j 表示被寻址的离子。系统哈密顿量可写为:

$$\hat{H} = \delta \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{H}_{f,1} + \hat{H}_{f,2} + \hat{V}_1. \quad \text{(S2)}$$

这里，$\hat{a}^{(\dagger)}$ 是振子模的湮灭（产生）算符。算符的下标表示相应耦合所作用的量子比特。

我们在 $|0\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ 跃迁上施加一个载波驱动，称为探测驱动

$$\hat{V}_1 = \frac{\Omega_f}{2}(|f\rangle_1\langle 0| + |0\rangle_1\langle f|). \quad \text{(S3)}$$

在 $|f\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ 跃迁上，我们施加一个边带驱动

$$\hat{H}_{f,j} = \frac{\Omega_{\mathrm{SB}}}{2}(\hat{a}\,|f\rangle_j\langle 1| + \hat{a}^\dagger\,|1\rangle_j\langle f|) + \Delta\,|f\rangle_j\langle f|\,. \quad \text{(S4)}$$

或门和或非门均采用伴随冷却作为耗散项。它使第一个量子比特的激发态衰变至状态 $|1\rangle$，由以下 Lindblad算符表示:

$$\hat{L}_{\Gamma_f} = \sqrt{\Gamma_f}\hat{a}. \quad \text{(S5)}$$

或非门还使用经由辅助能级的衰变:

$$\hat{L}_{\Gamma_e} = \sqrt{\Gamma_e}\,|0\rangle_j\langle e|\,. \quad \text{(S6)}$$

这种耦合同时存在于两个量子比特上。

II. 解析误差分析

原则上，本文提出的逻辑门可以在任意低的误差水平下运行。然而，由于实验缺陷和耦合强度有限，我们观察到

初始态 测量值		数值	解析
$\|00\rangle$	86	79	79
$\|01\rangle$	84	86	82

表 S1. 输入态 $|00\rangle$ 和 $|01\rangle$的实测保真度与解析近似值的比较。初始化保真度为 0.98，这解释了分析结果与实验结果之间的部分差异。初始态 $|10\rangle$ 和 $|11\rangle$ 未显示，因为其保真度接近于 1。

误差。我们分析了或门的误差过程，并推导出误差的解析近似，以便更好地理解这些缺陷。

实验分为激发和衰减两个独立步骤进行。在此分析中，我们假设伴随冷却导致的衰减过程完美无缺，且所有由拉比脉冲激发的布居都会衰减至目标态。

误差的主要来源是加热。加热与伴随冷却相竞争，使谐振子的占据数增加。态制备后，谐振子处于平均声子数为 $\bar{n} = 0.14$的热态。对于如此低的占据数，处于福克态 $|0\rangle_m$ 的概率为 $P_0 = 1/(1+\bar{n})$，处于福克态 $|1\rangle_m$ 的概率为 $P_1 \approx 1 - P_0$。

第一步中，通过一个共振拉比脉冲，将 $|01\rangle\,|0\rangle_m$ 中的布居转移到缀饰态 $|\psi_-\rangle = (|f1\rangle\,|0\rangle_m + |1f\rangle\,|0\rangle_m - \sqrt{2}\,|11\rangle\,|1\rangle_m)/2$。该缀饰态由有效拉比频率 $\Omega_f/2$驱动。因此，脉冲持续时间为 $t_\pi = 2\pi/\Omega_f$。

使 $|01\rangle\,|0\rangle_m$ 发生共振激发的同一个脉冲也会作用于态 $|00\rangle\,|0\rangle_m$，并通过失谐驱动使其跃迁到$|\phi_-\rangle = (|f0\rangle\,|0\rangle_m - |10\rangle\,|1\rangle_m)/\sqrt{2}$。其失谐量为$\Delta_d = \Omega_{\mathrm{SB}}(\sqrt{2}-1)/2$，驱动它的拉比频率为 $\Omega_d = \Omega_f/\sqrt{2}$。利用这些数值，我们可以像计算简单失谐拉比脉冲那样，求出激发概率:

$$P_e^{00}(n=0) = \frac{\Omega_d^2}{\Delta_d^2 + \Omega_d^2} \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{\Delta_d^2 + \Omega_d^2}\, t_{\pi/2}\right) \approx 17\%. \quad \text{(S7)}$$

这一过程如图 S1(a) 所示。如果系统初始处于 $n=1$，缀饰态处于共振状态，并由拉比频率 $\Omega_d = \Omega_f/\sqrt{2}$ 驱动（见图 S1(b)）。我们观测到的总误差概率为:

$$P_e^{00} = P_0 P_e^{00}(n=0) + P_1 P_e^{00}(n=1) \approx 23\%. \quad \text{(S8)}$$

在实验中，我们测得误差为 $P_e^{00} = 14\%$。

当系统处于初始态 $|01\rangle\,|1\rangle_m$ 时，它会被驱动到由彼此耦合的态$|f1\rangle\,|1\rangle_m, |11\rangle\,|2\rangle_m, |1f\rangle\,|1\rangle_m$和 $|ff\rangle\,|0\rangle_m$组成的激发子空间（参见图 S1 (c)）。此外，边带驱动将态 $|01\rangle\,|1\rangle_m$耦合到 $|0f\rangle\,|0\rangle_m$，形成缀饰态 $|\psi_\pm\rangle = (|01\rangle\,|1\rangle_m \pm |0f\rangle\,|0\rangle_m)/\sqrt{2}$。态 $|\psi_-\rangle$ 接近共振，由 $\Delta_{01-} = (1+\sqrt{2}-\sqrt{6})\Omega_{\mathrm{SB}}/2$ 驱动，且 $\Omega_d = \Omega_f(1/\sqrt{8} + 1/\sqrt{12})$。利用式 (S7)，可以求得该初始态的误差概率约为

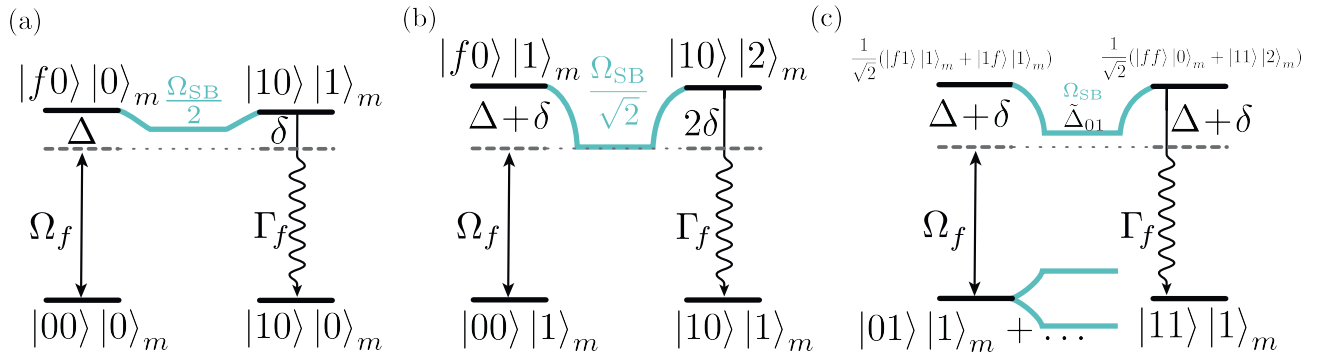


图 S1. 误差过程的能级示意图。(a) 该方案固有的误差过程。即使不存在任何谐振子激发，$|00\rangle\,|0\rangle_m$ 中的部分布居也会被非共振激发。通过提高边带频率 Ω_{SB}，使其相对于其他耦合更大，可以抑制这一误差。(b) 若谐振子处于状态 $n=1$，则从 $|00\rangle\,|1\rangle_m$ 跃迁至的激发态能量会移动 δ，它们之间的耦合也会增强。这使探测驱动进入共振。(c) 存在谐振子激发时所期望的过程。额外的激发使系统能够耦合至双激发态 $|ff\rangle\,|0\rangle_m$，并将频率调整至 $\Delta+\delta$。此外，$|01\rangle\,|1\rangle_m$ 与 $|0f\rangle\,|0\rangle_m$ 形成缀饰态。频率最低的缀饰态位于 $\tilde{\Delta}_{01}$。

24%。态 $|\psi_+\rangle$ 相对于激发态流形的失谐为 $\tilde{\Delta}_{01+}=(-1+\sqrt{2})\Omega_{SB}/2$，由拉比频率 $\Omega_d=\Omega_f/2$ 驱动。因此，其误差概率为 89%。结合这两种误差概率以及振子处于激发态的初始概率，初始态 $|01\rangle$ 的总误差概率为

$$P_e^{01}=P_e^{01}(n=1)(1-P_0)\approx 7\%. \tag{S9}$$

该数值低于 P_e^{01} =16% 的实验误差。差异解释如下：

我们独立测得，实验缺陷会导致拉比振荡衰减，而这一现象可用拉比频率的高斯统计展宽来建模，其标准差为 4%。将这一展宽纳入我们的量子门误差模型后，得到表中所示的结果。

S1.

对于初始态 $|00\rangle$ 和 $|01\rangle$，我们高估了转移到激发态的布居。这里我们只考虑了振子的初始占据数，而在实验中，$\pi/2$ 脉冲期间还会发生加热。此外，除 $|00\rangle$ 以外的其他态，其态制备保真度为 98%。脉冲时序校准不准也可能是误差来源之一。此外，我们没有考虑衰减步骤期间的误差。这些因素综合起来，可以解释实验结果与数值模型及解析模型之间的差异。这些误差来源都是技术性的，因此并非根本性限制。这为改进量子门性能指明了明确的方向。