arXiv:2303.06793v1 [physics.optics] 13 Mar 2023

# 高前向推力超表面乘光束帆

PRATEEK R. SRIVASTAVA, [1] APRATIMMAJUMDAR, [2] RAJESH MENON, [2] 以及 GROVER A. SWARTZLANDER, JR.[1], *

[1]*Chester F. Carlson* 成像科学中心，罗切斯特理工学院，美国纽约州罗切斯特，*14623*[2]电气与计算机工程系，犹他大学，美国犹他州盐湖城，*84112*[*]*grover.swartzlander@gmail.com*

**摘要：** 本文分析了一维双光栅上的辐射压力和力矩。该光栅由 Si –$SiO_2$ 高对比度二元超光栅组成，旨在实现稳定乘光束：高功率激光器产生扩展的高斯辐照度分布，在不受引力影响的外层空间推动光栅前进。二元超光栅结构经过同步优化，可提供高前向推力，并在发生微小线性和角扰动时产生校正性的恢复力和恢复力矩。我们证明，可以通过牺牲前向推力来增强稳定性。时域有限差分和有限元数值方法之间的良好一致性，进一步验证了我们的超材料研究结果。为减轻质量并提高前向加速度，这种激光驱动帆的设计不包含稳定桅杆。

© 2023 Optica 出版集团

## 1. 引言

光镊或单光束光学阱是非接触操控纳米／微观物体的最强大手段之一，应用领域极其广泛，从生物学 [1] 到量子光力学 [2]。然而，光镊操控米级宏观物体的潜力一直受限于对紧聚焦光束的需求，因为这类光束只能在非常有限的体积和有效距离内产生梯度力。通过设计物体的散射特性和光束形状，可以控制宏观物体的动力学，从而实现有效的捕获、操控、悬浮，甚至推进，而无需使用紧聚焦光束。最近，NASA 和 Breakthrough Starshot Initiative 计划利用这些辐射压力，将米级光帆以相对论速度推进至最近的恒星。迄今文献中提出的几乎所有稳定几何设计都存在三个方面的不足：（a）圆锥形／球形／凹形／凸形帆维持自身形状的能力值得怀疑；（b）平面衍射／纳米光子学设计需要一个不理想的桅杆，将质心移至光帆之外以实现稳定性 [3]；（c）所有设计都牺牲了推力，以换取悬浮／推进能力，从而产生恢复力来确保稳定性。

在本研究中，我们展示了一种由硅/$SiO_2$亚波长单元构成的双光栅光帆的稳定性。我们对单元胞几何结构进行了优化，以设计衍射效率，使光帆在质心与光帆之间不存在偏移的情况下，同时实现对线性扰动和旋转扰动的稳定性，并获得最大的前向推力。本研究与 [4]的不同之处在于：（1）前向推力也是优化目标；（2）比较了两种不同前向推力下的稳定性盆，以量化前向推力与稳定初始条件之间的权衡。此外，我们还使用有限元法（MEEP）和FDTD（COMSOL）方法验证了力和力矩。本研究所呈现的二维动力学分析和电磁响应可以扩展到三维

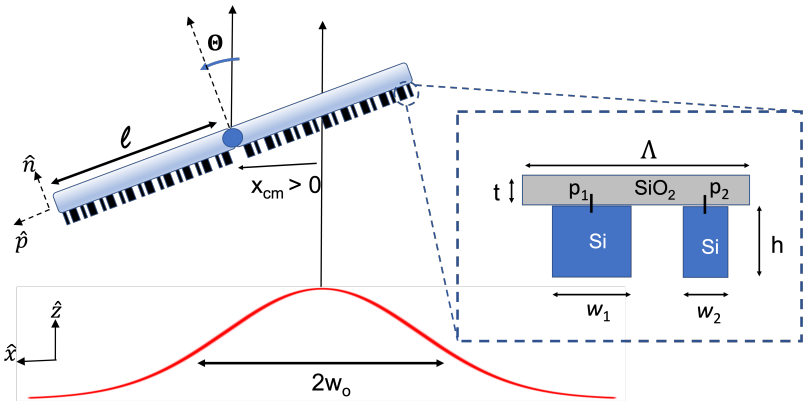



图 1. 高斯光束驱动的高对比度超表面双光栅结构。该双光栅由晶胞组成，其几何参数如插图所示。$p_{1,\ 2}$ 以晶胞中心为基准测量。

采用 [5,6]中所述的方案。

## 2. 理论

考虑图 1 所示的结构，该结构由两个不同的面板 $L$（左）和 $R$（右）组成，长度均为 $l$。每个面板均由人工设计的亚波长周期晶格构成，其特性主要源于超构原子或晶胞的设计与排布。受形状双折射和有效介质理论原理的启发，本文选用的晶胞为一种脊宽调制高对比度光栅，其低折射率 $SiO_2$ 基底上具有硅纳米柱。如图 1（插图）所示，这是一个周期为 $\Lambda$ 的多层亚波长二元单元胞。高度为$h_1 = h_2$ 的高折射率硅纳米柱沉积在厚度为 $t$的低折射率 $SiO_2$ 基底上。纳米柱的宽度和位置分别为 $w_{1,\ 2}$ 和 $p_{1,\ 2}$。采用这种亚波长二元设计具有多项优势：(a) 已有研究表明，该设计能够实现稳定悬浮； [7], (b) 通过辐射冷却实现最佳热管理； [8], 以及 (c) 利用现有的电子束光刻技术即可轻松实现这些特征尺寸

双光栅受到辐射压力的作用，在受光照射时可能悬浮或推进。为对这些力进行建模，方便起见，可考虑两个不同的参考系：$(\hat{x},\ \hat{z})$ 和 $(\hat{p},\ \hat{n})$，分别固定于激光器和双光栅。双光栅的总质量为 $M$（包括有效载荷），且在 $x_{cm}$ 处，双光栅的中心与系统的质心重合，因此二者之间不存在偏移。这两个坐标空间之间的关系为 $p = (x - x_{cm})/\cos\Theta$，其中 $\Theta = -\theta_i$ 是光帆绕 $\hat{y}$ 旋转后的姿态， $\theta_i$ 是入射到双光栅上的光束角度。

超构原子在其共振附近能够对波前和散射响应进行卓越的控制，并可针对双光栅结构所需的力和力矩进行设计。假设双光栅为非相对论的、无自旋状态，则在结构的参考系中，入射波长与散射波长相等，因此，相应的波矢可表示为 $\vec{k}_i = k\hat{n}$ 和 $\vec{k}^{L,\ R}_{m} = k(\cos\theta^{L,\ R}_{m}\hat{n} + \sin\theta^{L,\ R}_{m}\hat{p})$，其中 $k = 2\pi/\lambda$。衍射角由光栅方程决定，

$$\sin\theta^{L,R}_{t_m} = -\sin\theta^{L,R}_{r_m} = m\mathbb{K}^{L,R} - \sin\Theta \tag{1}$$

其中， $\mathbb{K}^{L,\ R}$ 为光栅动量，使得 $\mathbb{K}^{L} = -\mathbb{K}^{R}$，而（$\theta^{L,\ R}_{t_m}$、 $\theta^{L,\ R}_{r_m}$）分别为 $m^{\text{th}}$（透射、反射）阶的衍射角。光子动量的变化

$\Delta\vec{k}^{L,\ R} = (\vec{k}_i - \vec{k}^{L,\ m\ R})\ /k_i$ 在单元胞的参考系中现在可表示为

$$\Delta\vec{k}^{L,R}(\Theta) = -\sin\Theta\ \hat{p} + \cos\Theta\ \hat{n} - \sum_{m=-1}^{m=1}(\eta_{r_m}^{L,R}\sin\theta_{r_m}^{L,R} + \eta_{t_m}^{L,R}\sin\theta_{t_m}^{L,R})\hat{p} - (\eta_{r_m}^{L,R}\cos\theta_{r_m}^{L,R} + \eta_{t_m}^{L,R}\cos\theta_{t_m}^{L,R})\hat{n} \tag{2}$$

其中 $\eta^{L,\ r_m\ R,\ t_m}$ 是相应面板（$L$，$R$）反射（ $m^{\text{th}}$ ）或透射（$r$）模式的衍射效率。或者，光子动量的变化也可表示为

$$\Delta\vec{k}^{L,R}(\Theta) = \frac{1}{P_0/c}\left(\int_{\partial S} T_{ij}\cdot\hat{n}dA + \int_{\partial S} T_{ij}\cdot\hat{p}dA\right) \tag{3}$$

其中，$T_{ij}$ 为表示为如下形式的麦克斯韦应力张量。

$$T_{ij} = \epsilon_0(E_iE_j - \frac{1}{2}|\mathbf{E}|^2\delta_{ij}) + \frac{1}{\mu_0}(B_iB_j - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2\delta_{ij}) \tag{4}$$

其中，$E$ 和 $B$ 分别为电场和磁场，$mu_0$ 和 $epsilon_0$ 分别为自由空间的磁导率和介电常数，$\delta_{ij}$ 为克罗内克δ函数。

双光栅受到峰值功率为 $P_0$、波长为 $\lambda << L$、特征束宽为 $2w_0$且具有高斯辐照度分布的激光束照射时，可能会受到力和力矩

$$I(p) = \frac{P_0}{2w_0^2\sqrt{\pi/2}}\cos\Theta\exp\left(-2\frac{(p\cos\Theta + x_{cm})^2}{w_0^2}\right) \tag{5}$$

因此，每个面板所受的力 $\vec{F}^{L,\ R}$和力矩 $\vec{N}^{L,\ R}$现在可表示为

$$\vec{F}^L(p,\Theta) = \int_{-\ell}^{0}\frac{I(p)}{c}\Delta\vec{k}^L dp \quad \& \quad \vec{F}^R(p,\Theta) = \int_0^{\ell}\frac{I(p)}{c}\Delta\vec{k}^L dp \tag{6a}$$

$$\vec{N}^L(p,\Theta) = \int_{-\ell}^{0} p\hat{p}\times\frac{I(p)}{c}\Delta\vec{k}^L dp \quad \& \quad \vec{N}^R(p,\Theta) = \int_0^{\ell} p\hat{p}\times\frac{I(p)}{c}\Delta\vec{k}^R dp \tag{6b}$$

因此，光束参考系中的横向（$F_x$）力和纵向（$F_z$）力可表示为

$$F_x = (F_p^L\cos\Theta + F_p^R\cos\Theta + F_n^L\sin\Theta + F_n^R\sin\Theta)\hat{x} \tag{7a}$$

$$F_z = (F_n^L\cos\Theta + F_n^R\cos\Theta - F_p^L\sin\Theta - F_p^R\sin\Theta)\hat{z} \tag{7b}$$

在两个参考系中，力矩是相同的。

上述非自旋二维系统包含 3 个自由度：沿 $\hat{x}$ 的平移，以及在沿 $\hat{z}$ 推进时绕 $\hat{y}$ 的旋转。我们定义状态向量$\mathbf{x} = [x,\theta]^T$，以分析双光栅系统稳定的横向动力学。类比振荡弹簧系统，双光栅的横向动力学可以线性化，并表示为一组常微分方程（ODE）$\ddot{\mathbf{x}} = -K\mathbf{x}$，其中$K$ 是一个具有刚度 系数的雅可比矩阵

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 & k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M}\frac{\partial F_x}{\partial x} & \frac{1}{M}\frac{\partial F_x}{\partial\Theta} \\ \frac{1}{J_y}\frac{\partial N_y}{\partial x} & \frac{1}{J_y}\frac{\partial N_y}{\partial\Theta} \end{bmatrix}_e \tag{8}$$

其中，系数是在平衡点 $\mathbf{x}_e = [0,0]^T$ 的邻近区域内计算的，这一点由 $e$ 所暗示。如果 $\text{Im}(\mathbf{eig}(K)) = 0$ 且 $\text{Re}(\mathbf{eig}(K)) < 0$，则称该超表面处于临界稳定状态；也就是说，只允许实特征值存在，从而振荡频率为实数。一般而言，

Ta图 1. [中的优化几何结构 $\mu$m] (t=0.5 $\mu$m, $\lambda$ = 1.2 $\mu$米)

| | $n_{\mathrm{Si}}$ | $n_{\mathrm{SiO_2}}$ | $\Lambda$ | h | $p_1$ | $w_1$ | $p_2$ | $w_2$ | $F_z/(P_0/c)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 单元胞 I | 3.5220 | 1.4582 | 2.24 | 0.78 | -0.50 | 0.80 | 0.46 | 0.56 | 120% |
| 单元胞 II | 3.5220 | 1.4582 | 2.24 | 0.80 | -0.52 | 0.76 | 0.46 | 0.54 | 170% |

系统将表现出两个稳定振荡频率 $\omega_{1,2} = \sqrt{-\mathrm{Re}(\mathbf{eig}(K))}/2\pi$ Hz。需要注意的是，我们未对刚度系数的性质施加任何限制；它们可以为正，也可以为负。

根据公式 2 和公式 6，我们可以得出结论：有可能设计出一种晶胞几何结构，使其同时具备较高的前向推力和对小扰动的稳定性。然而，力取决于 $\eta$，而且除较简单的几何结构外，对衍射效率进行解析表征非常困难。对于上述单元胞，必须采用严格衍射理论。我们使用 Python 中一个基于 FDTD 的软件包 MEEP [9] 来求解麦克斯韦方程。假设沿 $\hat{n}(\hat{p})$ 方向的边界条件为 PML（布洛赫周期性）。为考虑制造约束和 FDTD 中的数值色散问题，我们将分辨率限制为步长 20 nm，即每微米 50 个像素。当面内偏振的波长为 $\lambda$ 的光入射到该结构上时，仿真将持续进行，直到场衰减至其峰值的 $10^{-6}$。我们在 COMSOL 中进行了类似的有限元分析仿真，以验证 MEEP 的结果。现在可以将该问题表述为一个多目标优化问题，即对于变量集合（$\Lambda, h, p_{1,2}, w_{1,2}$）以及 Si($n = 3.5220$)/$SiO_2$($n = 1.4582$)，我们寻求一种具有两个品质因数（FOM）的光帆设计：(a) $\mathrm{FOM}_1 = \mathrm{Im}(\mathbf{eig}(K))$ 最小化，直至其为 0；(b) 前向推力 $F_z/F_0$ 最大化，其中 $F_0 = 2P_0/c$。对于以下参数：$L = 1, w_0 = 0.5L, \lambda = 1.2\mu$m、$M = 1$gm 和 $P_0 = 10$kW，采用称为 NSGA-II [10]的遗传算法对双光栅光束系统进行优化。

### 3. 结果与分析

由于这是一个多目标优化问题，因此不存在唯一解。相反，存在许多帕累托最优解，即在两个相互竞争的目标之间达到最优权衡的解。在获得的多个帕累托最优解中，我们选取了一些易于制造的设计，如表 1 所示。左侧面板所示的两种单元胞几何结构的衍射效率分别使用 MEEP(FDTD) 和 COMSOL(有限元分析)进行评估，并在图 2(a) 和 (b) 中显示为入射角的函数。两种方法之间表现出极好的一致性。光子动量的变化 $\delta K(\theta)$通过衍射效率和麦克斯韦应力张量进行评估，二者之间的极好一致性可见于图 2(c) 和 (d)。显然，两种结构都具有非常高的反射率，从而实现较高的前向推力，因此 $\Delta k_z^L$；而非零的 $\Delta k_x^L$则能够在非平衡位置产生恢复稳定力，如图 2(c) 和 (d) 所示。

然而，双光栅上的总力和力矩，是每个面板相对于光束中心的单独响应所产生的结果。因此，力和力矩都是角度以及相对于平衡点的位移的函数。图3展示了在扩展填充（$w_0 = l$）和非扩展欠填充（$w_0 = 0.5l$）光束条件下，两种结构作用于双光栅的力和力矩。由图可明显看出，相对于平衡点的小扰动下，恢复力和力矩呈线性关系；这些曲线的斜率对应于雅可比矩阵，如式8中所述，可用于线性稳定性分析。

不过，线性稳定性分析只能部分反映稳定性，即系统在平衡点附近受到极小扰动时的稳定性。因此，运动方程

必须采用龙格-库塔等数值方法求解，才能全面了解系统稳定性。对于初始扰动（$\delta x/l$ = 0。01，$\delta\theta$ = 0。01弧度，$\delta\dot{x}/l$ = 0，$\delta\theta$ = 0），分别针对两种几何结构和两种不同的光束宽度（$w_0$ = 0。5$l$和 $w_0$ = $l$）求解运动方程。结果如图4所示。所有情况下的相图均为闭合曲线，表明系统稳定。请注意，这些模拟针对 $P_0$ = 10kW进行；对于 Breakthrough Starshot 系统所提出的吉瓦级激光器，系统仍将保持闭合且有界，不过振荡频率会相应缩放。

对一系列初始条件重复上述模拟，以测试稳定性的极限，结果如图5所示。从图5(A)和(B)可以明显看出，对于欠填充光束宽度，前向推力从120%增加到170%会导致稳定域缩小3.4%。对于扩展光束，也可以观察到类似的行为，如图5(C)和(D)所示；也就是说，较高的前向推力意味着必须牺牲可接受的稳定条件。然而，与未扩展的欠填充光束相比，扩展光束产生的前向推力较低。

## 4. 结论

总之，我们设计、优化并交叉验证了一种兼具稳定性和推力的刚性双光栅光帆。我们提出了两种不同的几何结构，可产生两种不同的前向推力，同时量化了稳定初始条件的范围。对于欠填充光束和扩展填充光束，该光帆均能保持稳定。因此，该设计非常适用于毫米/厘米尺度物体的悬浮光机械学，或用于受限于太阳系的空间任务、由激光推进的米尺度光帆等应用。最后需要指出的是，在实际实现这些光帆时仍存在重大挑战。例如，该设计对波长非常敏感；对于Breakthrough Starshot的相对论性光帆而言，在多普勒频移波长下会变得不稳定。如果可调谐相控阵激光器成为现实，那么所提出的设计将成为一种

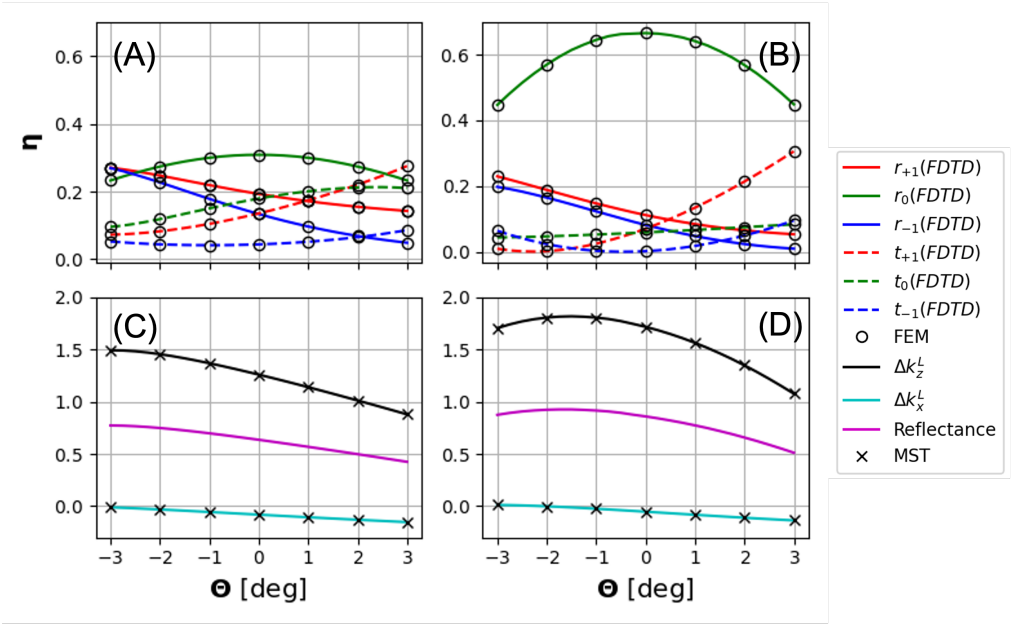



图 2. 光帆倾斜 Θ 时各级次的衍射效率。（A）和（B）分别对应两种结构，其 $F_z/$（$P_0/c$）= 1.26 和 $F_z/$（$P_0/c$）= 1.70。直线和圆圈分别对应 MEEP（FDTD）和 COMSOL（有限元法）的结果。

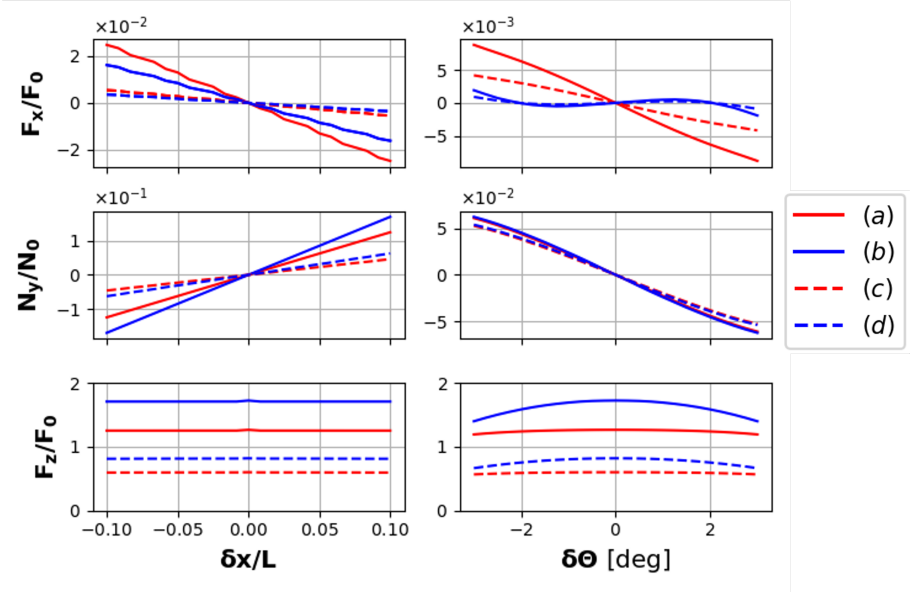



图3. 两种帆面晶胞设计的力和力矩随位移和旋转扰动的变化。

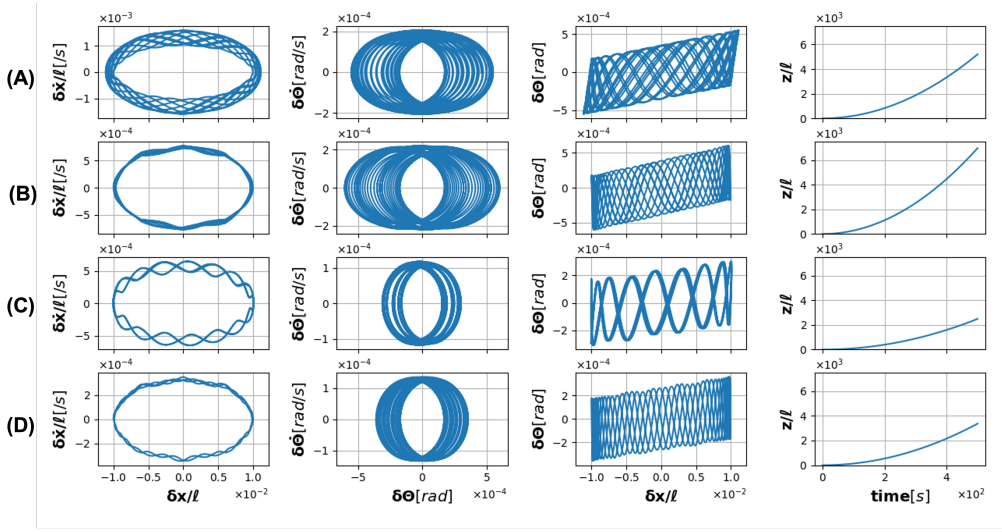



图4. 两种帆面设计在两种（光束宽度，前向推力）条件下的运动方程龙格-库塔解：(A)($w_0 = l/2, F_z/F_0 = 1.20$) (B)($w_0 = l/2, F_z/F_0 = 1.70$) (C)($w_0 = l,\ F_z/F_0 = 0.60$) (A)($w_0 = l,\ F_z/F_0 = 0.45$)

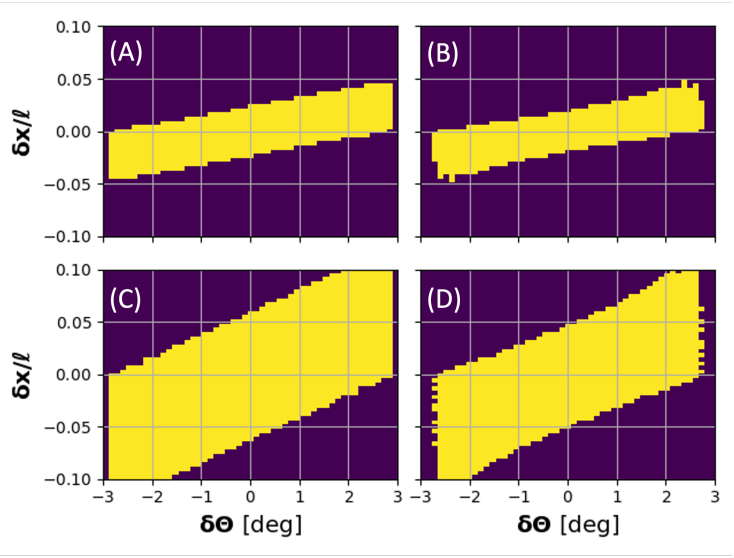



图5. 假设（光束宽度、前向推力）为以下数值时，针对初始扰动和旋转具有稳定轨迹的光帆：(A)( $w_0 =$ 2 $F_z$ $F_0 =$ 1 20 $w_0 =$ 2 $F_z$ $F_0 =$ l/ , / .) (B)(l/ , / . /) (C)(l, / .) 1 70, 499 2601 $w_0 =$ $F_z$ $F_0 =$ 0 60 $w_0 =$ $F_z$ $F_0 =$ 0 45 (D)(l, / .)

理想选择。此外，还必须考虑光帆的非刚性，并使用拉格朗日力学对其进行建模 [11]。同样，全介电薄帆的局部变形也可以依据共形超表面的原理进行优化和建模 [12]。

**资助**。 NASA总部（80NSSC19K0975）；突破奖基金会（7dBPF Starshot有限责任公司）。

**披露**。 作者声明不存在利益冲突。

**数据可用性**。 本文所呈现结果的基础数据目前尚未公开，但在合理请求的情况下可向作者获取。

## 参考文献

1. K. Dholakia 和 T. Čižmár，“塑造操控的未来”，《自然·光子学》**5**，335–342（2011）。2. M. Bhattacharya、A. N. Vamivakas 和 P. Barker，“悬浮光机械学：简介”，J. Opt. Soc. Am. B **34**，LO1（2017）。3. P. R. Srivastava、Y.-J. L. Chu 和 G. A. Swartzlander，“稳定衍射光束骑乘器”，Opt. Lett. **44**，3082（2019）。4. H. A. Atwater、A. R. Davoyan、O. Ilic、D. Jariwala、M. C. Sherrott、C. M. Went、W. S. Whitney 和 J. Wong，“星际航行光帆的材料挑战”，Nat. Mater. **17**，861–867（2018）。5. P. R. Srivastava 和 G. A. Swartzlander，“稳定衍射轴锥光帆的光机械学”，The Eur. Phys. J. Plus **135**（2020）。6. A. Kumar、D. Kindem 和 O. Ilic，“自支撑光子超表面的光机械自稳定性”，Phys. Rev. Appl. **16**（2021）。7. O. Ilic 和 H. A. Atwater，“纳米结构宏观物体的自稳定光子悬浮与推进”，《自然·光子学》**13**，289–295（2019）。8. M. M. Salary 和 H. Mosallaei，“作为相对论性光帆的光子超表面：用于多普勒展宽稳定光束骑乘和辐射冷却”，Laser & Photonics Rev. **14**，1900311（2020）。9. A. F. Oskooi、D. Roundy、M. Ibanescu、P. Bermel、J. Joannopoulos 和 S. G. Johnson，“Meep：一种用于通过 FDTD方法进行电磁仿真的灵活免费软件包”，Comput. Phys. Commun. **181**，687–702（2010）。10. K. Deb、A. Pratap、S. Agarwal 和 T. Meyarivan，“快速且精英化的多目标遗传算法：NSGA-II”，IEEE Trans. on Evol. Comput. **6**，182–197（2002）。11. V. J. MODI，“带柔性附属结构的卫星姿态动力学——简要综述”，J. Spacecr. Rocket. **11**，743 751 1974–（）。12. K. Wu、P. Coquet、Q. J. Wang 和 P. Genevet，“作者更正：自由曲面共形超表面的建模”，Nat. Commun. **11**（2020）。