arXiv:2303.07032v2 [quant-ph] 8 Mar 2024

利用量子计算机的高效光传播算法

Chanaprom Cholsuk,[1,2,*] Siavash Davani,[1,3] Lorc´an O. Conlon,[4] Tobias Vogl,[1,2] 和 Falk Eilenberger[1,3,5,†]

[1]阿贝光子学中心，应用物理研究所，耶拿弗里德里希·席勒大学，德国耶拿 *07745*
[2]慕尼黑工业大学计算、信息与技术学院计算机工程系，德国慕尼黑 *80333*
[3]马克斯·普朗克光子学学院，德国耶拿 *07745*
[4]量子计算与通信技术中心，澳大利亚国立大学量子科学系，澳大利亚首都领地堪培拉 *2601*
[5]弗劳恩霍夫应用光学与精密工程研究所（*IOF*），德国耶拿 *07745*
(日期：2024年3月11日)

量子算法有望突破计算困难问题的边界。现代光学的基石之一是光束传播算法，它可用于计算具有特定色散关系的波如何在时空中传播。该算法通过傅里叶变换、与传递函数相乘，随后进行逆变换，求解波传播方程。传递函数由相应的色散关系确定，而色散关系通常可展开为多项式。对于自由空间中的傍轴波传播或皮秒脉冲传播，该展开可截断于二次项。经典波传播求解需要$\mathcal{O}(NlogN)$个计算步骤，其中 N 是波函数离散化后的采样点数。本文表明，传播过程可以通过量子算法实现，仅需$\mathcal{O}((logN)^2)$个单控制相位门，表明计算复杂度呈指数级降低。我们在此展示这种量子光束传播方法（QBPM），并在一维和二维系统中，对双缝实验和高斯光束传播进行模拟。我们着重指出，选择合适的可观测量至关重要，这有助于在量子测量过程的统计特性影响下保留量子优势；这种统计特性会导致经典解中不存在的采样误差。

关键词：光传播，量子算法，量子优势

I. 引言

近年来，利用量子性质在计算、通信和传感方面取得卓越性能的重大突破已得到展示。尽管许多量子系统仍在研究之中 [1–7]，量子计算机 [8, 9]已能潜在地执行一些经典方法无法完成的任务或测量，例如量子传感 [10, 11]，量子通信 [12, 13]，和干涉测量 [14]。

尤其是，量子算法已得到加速，以突破经典计算无法解决的问题边界 [10, 15, 16] 并加速经典算法 [17–19]。例如，近期波物理领域的成果展示了量子优势，包括求解泊松方程 [20]，计算电磁散射截面 [21]，以及模拟非经典干涉现象 [22]。其中一些成果相较于已知的最佳经典算法实现了指数级加速，凸显了量子算法处理干涉问题的高效率。

最著名的量子算法包括利用量子傅里叶变换（QFT） [23, 24]在实空间和傅里叶空间表示之间高效转换的算法。其中包括量子相位估计算法（QPE） [25]，和Shor算法[26] 等许多算法。从物理角度看，傅里叶变换是求解线性微分方程的一种特别有力的工具，例如波传播中遇到的方程。因此，在量子计算机上求解波传播问题是一个活跃的研究领域，近期研究成果包括具有狄利克雷和诺伊曼边界条件的波动方程 [22] 以及单粒子薛定谔¨方程在各种势垒下的情况 [27, 28]。

然而，迄今为止，现代光学中的波传播求解仍未实现。与此前利用量子计算机研究波传播的工作不同，本文着重通过实现一种受经典光束传播法（BPM）启发的傅里叶变换技术，求解亥姆霍兹方程描述的波传播。经典情况下，BPM 通过以下步骤求解亥姆霍兹方程：先利用快速傅里叶变换（FFT）将每个维度离散为 N 个点的波函数变换到傅里叶域，再乘以特定的传递函数，随后将其变换回实空间。在量子计算机中实现这一过程后，我们可以利用量子傅里叶变换（QFT）和本文提出的一种高效二次相位算子，在傍轴近似下求解亥姆霍兹方程，

* chanaprom.cholsuk@uni-jena.de
† falk.eilenberger@uni-jena.de

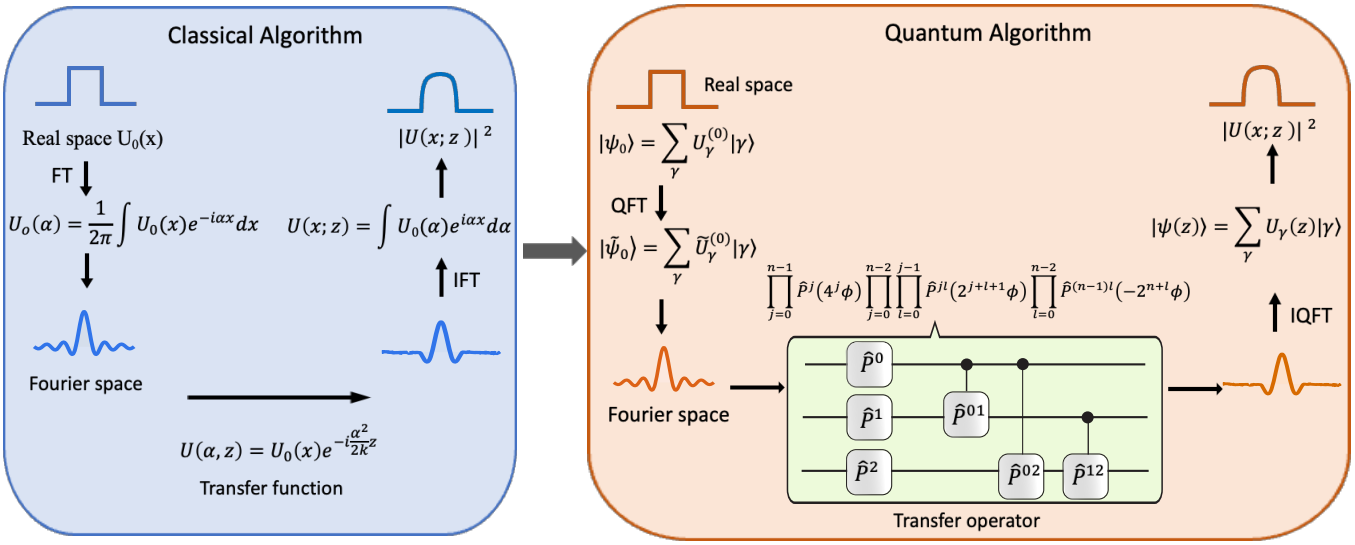

图1. 经典传播算法与量子传播算法的示意图。两种情况下，为求解亥姆霍兹方程，我们先通过经典或量子傅里叶变换，将初始波函数从实空间转换到傅里叶空间，然后应用传递函数，最后进行傅里叶逆变换，以得到实空间中传播后的波。算符 P^j 由量子比特 j 索引，而 P^{jl} 由量子比特 j 和 l 索引，并带有特定的相移值。

并实现相较于经典 BPM 的计算复杂度加速。

此外，本文展示并比较了经典算法与量子算法之间的差异。我们表明，只需 $n = $ 个对数$_2$ N 量子比特即可存储完整的波函数，并提出了一种高效实现传递函数的方法，其色散关系展开至 p阶，所需操作数为$\mathcal{O}((\log N)^p)$。该方法基于量子门的量子计算算法。这意味着我们提出的 QBPM 得以推广，可用于任意光传播。为进行演示，我们使用 Qiskit [29] 实现了 QBPM，并在无噪声环境中对其进行模拟，即在量子计算机模拟器上运行。我们展示了近轴波传播（$p = 2$），涵盖一维和二维环境。具体而言，我们模拟了一维传播中的双缝实验，以及两个横向维度中的高斯光束传播。

II. 经典波传播

电磁单色波在自由空间或各向同性介质中的传播由亥姆霍兹方程描述，

$$\nabla^2 U(\mathbf{r},\omega) + k^2(\omega) U(\mathbf{r},\omega) = 0, \tag{1}$$

其中 $U(\mathbf{r}\ \omega)$ 是任意场，而 $\mathbf{k}(\omega)$ 是一个波矢，它基于某种色散关系 $\omega = \omega(\mathbf{k})$。波传播中的一个典型问题是，给定特定的波频率 ω 以及已知的初始值 $U_0(\mathbf{r}_\perp) = U_0(\mathbf{r}_\perp; z = 0)$，其定义在横向坐标$\mathbf{r}_\perp$上；对于一维横向情况，坐标为$\mathbf{r}_\perp = x\mathbf{e}_x$，对于二维情况则为$\mathbf{r}_\perp = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$。

求解此问题的一种常见方法是，首先对初始场关于横向坐标进行傅里叶变换，[30] 如图1所示。对于只有一个横向维度的问题，傅里叶变换可表示为：

$$\tilde{U}_0(\alpha) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U_0(x) e^{-i\alpha x} dx, \tag{2}$$

其中，α 是 x 方向的横向波数。为了得到频域中的传播场，我们需要考虑传递函数。如果横向波数远小于纵向波数，即 $\alpha^2 \ll k^2$，则传递函数可通过色散关系的二次多项式近似表示为：

$$\begin{aligned} H(\alpha; z, k) &= e^{i\sqrt{k^2-\alpha^2}z} \\ &\approx e^{ikz} e^{-i\frac{\alpha^2}{2k}z}. \end{aligned} \tag{3}$$

频域中的传播场因此可表示为

$$\tilde{U}(\alpha; z) \approx \tilde{U}_0(\alpha) e^{ikz} e^{-i\frac{\alpha^2}{2k}z}, \tag{4}$$

其中第一个指数项只是一个固定相位，在许多问题中可以忽略。同样，如果考虑时间脉冲的色散，可以将色散关系展开为泰勒级数，并在二次项之后截断，前提是脉冲不太短（通常

亚皮秒），并且可以通过引入共动参考系去除线性项。最后，我们进行逆傅里叶变换，得到空间中的传播场 $U(x;\ z)$。将其推广到两个或更多横向维度也很直接。

为得到数值解，我们将波函数 $U(x)$ 离散化为沿空间 $x_\gamma = \gamma\Delta x$均匀分布的 N 个点，其中 $\gamma \in [-N/2, ..., 0, 1, ..., N/2-1]$，使得 $U_\gamma^{(0)} = U_0(\gamma\Delta x)$，其中 $U_\gamma^{(0)}$ 是离散化后的波函数。$N = 2^n$ 通常取为 2 的幂，与量子算法中的量子比特数 n 相一致。使用快速傅里叶变换算法进行傅里叶变换需要 $\mathcal{O}(N\log(N))$ 步，并得到频率 $\alpha_\gamma = \gamma\Delta\alpha$ 处离散化的傅里叶振幅 $\tilde{U}_\gamma^{(0)}$，其中 $\Delta\alpha = 2\pi/(N\Delta x)$。

随后，求解需要对每个离散频率 $H_\gamma = H(\alpha_\gamma;\ z, k)$ 乘以传递函数，这需要 $\mathcal{O}(N)$ 步，从而得到 $\tilde{}$ 傅里叶振幅 $U_\gamma(z)$，然后应用逆快速傅里叶变换计算 $U_\gamma(z)$。因此，应用该算法的总成本为 $\mathcal{O}(N\log(N))$。

需要指出的是，该算法无法求得亥姆霍兹方程的完美解，因为它在实空间和傅里叶空间中的离散化意味着两个空间都采用周期性边界条件，从而产生非零的离散化误差。如果已知解析解$I_{\mathrm{Ref}}(x_\gamma; z)$，或某个特定初始场的其他参考解，我们就可以使用均方根误差 $\epsilon(z)$ 等指标，衡量该误差对波函数强度的影响：

$$\epsilon(z) = \sqrt{\frac{\sum_\gamma \left(I_{\mathrm{Ref}}(x_\gamma; z) - I_\gamma(x_\gamma; z)\right)^2}{\sum_\gamma I_{\mathrm{Ref}}(x_\gamma; z)}}, \qquad (5)$$

其中，$I_{\mathrm{Ref}}(x_\gamma;\ z) = |U_{\mathrm{Ref}}(x_\gamma; z)|^2$ 是解析解的绝对值平方，而 $I_\gamma(z) = |U_\gamma(x_\gamma;\ z)|^2$是数值求解得到的离散解的绝对值平方。

稍后我们会看到，QBPM 会在测量过程中引入随机误差，因此 $\epsilon(z)$本身就是一个统计分布量。我们可以通过重复 N_{sim} 多次进行采样来描述其分布，并用平均误差 $\mu = \langle\epsilon\rangle$ 和标准误差 $\sigma = (\langle\epsilon^2\rangle - \langle\epsilon\rangle^2)^{1/2}$来表征。

III. 波传播量子算法

为了构建上述波传播的量子算法，我们将经典光束传播法步骤映射为量子门。所有步骤均示于图1。所提出算法的逐步推导如下。

1.量子比特的选择：我们创建一个波函数$|\psi\rangle$，由 $n = \log N$ 个量子比特构成，其状态可用其计算基态 $|\gamma\rangle$ 的任意叠加态来描述，其中 $\gamma \in [-N/2, ..., 0, 1, ..., N/2-1]$；它可以表示为一个二进制数 $\gamma = -a_{n-1}2^{n-1} + \sum_{j=0}^{n-2} a_j 2^j$，由其二进制位 $a_j \in \{0,\ 1\}$ 组成，并使用二进制补码表示负值。将 N 点波函数映射到 n 个量子比特上，本身就能显著提升内存效率，达到指数级提升。

2. 初始化：我们将初始波函数 $U_\gamma^{(0)}$表示为 $|\psi_0\rangle = \sum_\gamma U_{(0)\gamma}\ |\gamma\rangle$。针对这一问题，寻找高效且通用的解决方案仍是一个活跃的研究课题，本文不作讨论。不过，对于各种特殊情况，已有研究提出了一些具体的解决方案 [31]。对于常见的高斯光束情形，例如，我们可以使用 Kitaev-Webb 算法 [32]。

3. 傅里叶域：我们对 $|\psi_0\rangle$ 执行标准量子傅里叶变换，将状态变为 $|\tilde{\psi_0}\rangle = \sum_\gamma \tilde{U}_\gamma^{(0)}|\gamma\rangle$。请注意，$\gamma$ 现在表示波数索引。如图 2 所示，H 是哈达玛门，后接相位门 R_j，从而产生相位偏移 b，表达式如下：

$$\text{p} \qquad \text{y}$$
$$\text{sion; } R_j(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(2\pi i/2^j) \end{bmatrix}.$$

4. 二阶传播：在傅里叶空间中，我们需要将每个 $\tilde{U}_\gamma^{(0)}$ 项乘以传递函数 $e^{-i\frac{\alpha_\gamma^2}{2k}z} = e^{i\phi\gamma^2}$，其中 $\phi = -\frac{2\pi^2 z}{N^2\Delta x^2 k}$。这表示一个相移，它只取决于固定值 ϕ 和状态索引 γ的平方。通过将 γ 改写为二进制形式，可以高效地实现这一操作。（详见补充材料 S1）：

$$\gamma^2 = \sum_{j=0}^{n-1} 4^j a_j + \sum_{j=0}^{n-2}\sum_{l=0}^{j-1} 2^{j+l+1} a_j a_l - \sum_{l=0}^{n-2} 2^{n+l} a_{n-1} a_l. \qquad (6)$$

请注意，j 和 l 是量子比特索引，并且对于所有 j，要么$a_j = 1$，要么 $a_j = 0$。
这使得传递函数算符可以高效实现，因为我们注意到，第一个求和中的各项在量子比特 j 处于 $|1\rangle$ 态时取值为 4^j，否则为零。同样，中间求和中的所有项在量子比特对 j 和 l 均处于各自的 $|1\rangle$ 态时取值为 2^{j+l+1}，否则为零。最后一项对应二进制补码，结构相同。

ˆ 传递算子 U 的乘法因此可以分解为一系列相位门和单控制相位门，使得 $|\tilde{\psi}(z)\rangle =$

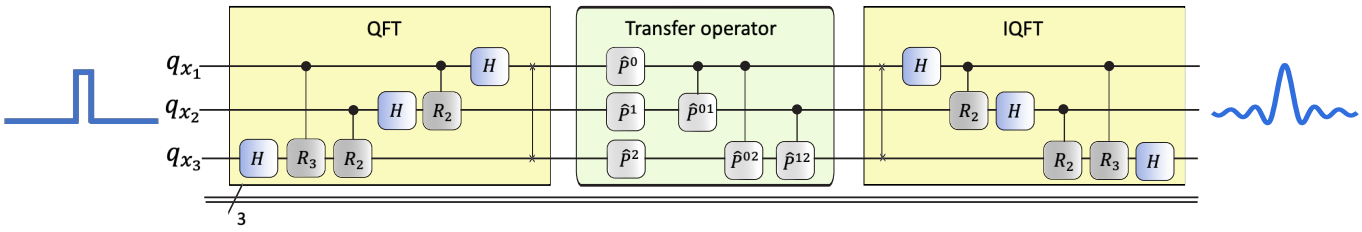

图 2. 双缝实验的一维 QBPM 逻辑电路。

$\hat{U}\,|\tilde{\psi}_0\rangle$.

$$\hat{U} = \prod_{j=0}^{n-1} \hat{P}^j(4^j\phi) \prod_{j=0}^{n-2} \prod_{l=0}^{j-1} \hat{P}^{lj}(2^{j+l+1}\phi) \prod_{l=0}^{n-2} \hat{P}^{l(n-1)}(-2^{n+l}\phi). \tag{7}$$

这里，相位门定义为 $\hat{P}^j(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\phi) \end{bmatrix}$，其中 j 索引表示该门作用于第 j 个量子比特。同样，受控相位门定义为 $\hat{P}^{lj}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\phi) \end{bmatrix}$，其中控制量子比特和目标量子比特分别是第 l 个和第 j 个量子比特。请注意，各相位门或受控相位门所施加的相位对应于式6中的二进制补码分解系数。这些门的矩阵表示见补充材料 S2。

5. 最终态 $|\psi(z)\rangle$ 通过依次应用逆量子傅里叶变换（IQFT）来计算。

测量最终态时，场会塌缩为一个计算基态，塌缩概率等于该空间位置处波函数绝对值的平方，也就是其强度：

$$p(x = x_\gamma) = |\langle\gamma|\psi(z)\rangle|^2 \propto I_\gamma(z). \tag{8}$$

这相当于在具有 N 个像素的相机上测量最终波场中的单个光子。通过一系列 N_s 次“单光子点击”（称为“测量次数”），可以对完整的强度分布进行采样。如果不需要强度分布，而是要获取其他可观测量，则可能更适合采用另一种测量方法。

但请注意，任何类型的采样都会引入采样误差；与离散化误差不同，采样误差本质上是统计性的。因此，可以通过在许多次模拟 N_{sim} 中固定测量次数 N_s，计算均方根误差的统计特征，从总体平均中分离出这两种误差的影响。如果基于样本的估计量是无偏的，那么平均误差 μ 可反映离散化误差，而标准误差 σ 可反映采样噪声。

QFT 和传递函数乘法运算都需要 $\mathcal{O}(n^2)$ 次操作，因此整个计算的复杂度为 $\mathcal{O}((\log N)^2)$。因此，QBPM 比经典束传播法算法快得多，具有指数级优势。

虽然上述 BPM 和 QBPM 均基于二阶近似推导而来，但需要指出的是，我们的算法也适用于高阶多项式 α^p，例如，可用于模拟色散介质中的脉冲传播，或在大角度波传播中超越傍轴近似。通用公式见补充材料 S1；由此可见，该算法仍能保持加速效果，因为这些运算的复杂度为 $\mathcal{O}(n^p)$。

IV. 一维传播

现在，我们将介绍上述算法的实现，并以双缝实验作为测试案例，验证该方法的功能，同时探究离散化求解器的一般特性——离散化误差 μ，与量子计算机测量过程中固有的采样噪声 σ 之间的相对影响。

初始态选为：

$$U_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2w}} \begin{cases} 1 & |x - \frac{d}{2}| \le \frac{w}{2}, \quad |x + \frac{d}{2}| \le \frac{w}{2} \\ 0 & \text{Otherwise.} \end{cases} \tag{9}$$

狭缝 d 之间的间距为 0.5 mm，每条狭缝 $w = 0.1$ 的宽度为 mm，单色光的波长 $\lambda = 532$ 为 nm。量子比特数为 15。

输出端的强度分布是 z 的函数，解析解为 [33]：

$$I_{\text{ref}}(x; z) = I_0 \cos^2\left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta\right) \text{sinc}^2\left(\pi \frac{w}{\lambda} \sin\theta\right), \tag{10}$$

其中 $\tan\theta = x/z$，I_0 是中心处的最大强度。

A. 模拟干涉图样与误差分析

现在，我们将量子算法与双缝实验的经典解析解进行比较。如图3所示，我们可以看到量子

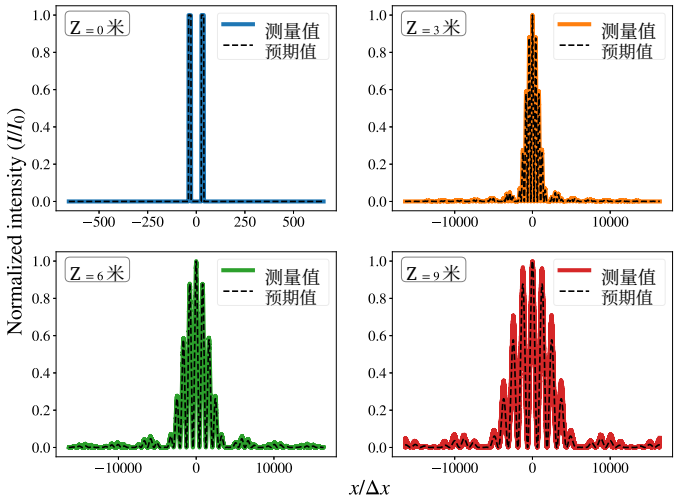

图 3. 在一维情形下，使用 QBPM 模拟双缝实验所得的干涉图样，基于 $N_s = 100{,}000$ 次测量和 15 个量子比特进行采样，并与不同传播距离下的解析解进行比较。

模拟在不同的 z 传播距离下与解析解的对比结果。结果与预期的干涉图样吻合良好。

离散化误差 μ 和采样误差 σ 均取决于传播距离 z 和测量次数 N_s。在图4(a) 中，两者均以传播距离为函数绘出。结果表明，离散化误差随传播距离线性增加，且除 $z = 0$ 外，其值均大于采样误差。这是一项重要发现，因为它自然地导出了测量次数的选择准则 $N_{s,max}$：超过该次数后，降低测量噪声并不会提高总体精度，因为系统性离散化误差仍然存在。

对于给定的模拟，可以根据图4(b) 所示的数据估算出这样的次数。当$z = 0$ 时，总误差可以随着 N_s 的平方根倒数减小到任意低的值；然而，对于所有 $z > 0$，都能观察到一个最小误差。对于所有考察的距离，在我们的模拟中，这种情况很可能发生于$N_{s,max} \approx 10^6$。此外，通过采样完整重建波函数的绝对值，本来也不适合作为量子模拟器的运行方式，因此我们不再对这一界限进行更系统的考察。

V. 二维传播

除了模拟第 IV 节所展示的一维传播外IV，本文还将传播算法扩展至二维传播，并选取自由空间中的高斯光束传播作为案例进行研究。

A. 计算模型

波函数初始化为

$$U^{(0)}_{\gamma,\zeta} = A_0 e^{-\frac{(x_\gamma - x_0)^2 + (y_\gamma - y_0)^2}{w_0^2}}, \tag{11}$$

其中， A_0 是归一化常数， w_0 是光束腰斑。因此，此处的 α 和 β 分别由$2\pi\gamma/\Delta xN$ 和 $2\pi\zeta/\Delta yN$离散化。在此示例中，我们将焦平面宽度（w_0）定义为 0.05 m，波长（λ）定义为 532 nm，每个方向上的量子比特数设为 5 个（总计 10 个量子比特），并将高斯函数的中心设在计算域中心，使得 $x_0 = y_0 = 0$。

对于二维传播，由于算法沿 x 和 y 方向可分离，因此我们可以直接在电路中增加一个坐标。这同样适用于不可分离的输入态，但本文尚未对此进行演示。这意味着所有步骤都与一维情况相同，因此量子算法将在另一条轴上重复，如图5所示。需要指出的是，这种维度独立性是二次多项式近似中衍射维度独立性的特性，而非量子算法本身的特性。

高斯光束的传播距离为（z），如图所示：6。显然，当 z_r 增大时，高斯光束会变宽，这符合预期。

B. 可观测量和误差分析

与一维情形不同，这里我们旨在强调，选择合适的可观测量对估计某个可观测量所需的射击次数 N_s 的影响。作为测试案例，我们估计光束腰斑 $w(z)$，如公式 12 所示，并将其表示为传播距离的函数，

$$w_Q = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1}\left((x_i - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2\right) P_{ij}}, \tag{12}$$

其中 x_i 和 y_j 从 0 变化到位置域范围N。在每个位置（x_i，y_j）处，我们测量了电路坍缩到该最终态的次数 $P_{ij} = N_{ij}/N_s$。我们将其与经典离散化解得到的值进行比较，如下所示，

$$w_{\text{ref}} = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1}\left((x_i - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2\right) |U_{ij}|^2}, \tag{13}$$

其中 $|U_{ij}|$ 是波函数的绝对值。与上一节不同，这里我们以离散近似为参照；因此，差值 $\epsilon = w_Q - w_{\text{ref}}$ 完全由采样误差造成。同样，

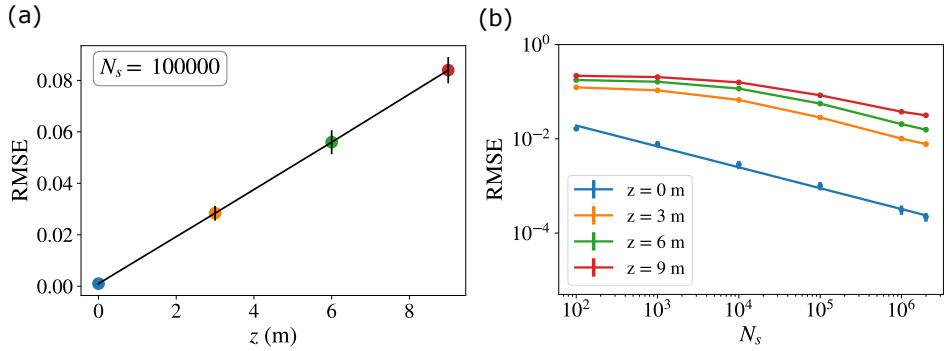

图4。平均误差 μ （点）和标准误差 σ （误差棒）由 $N_{\text{sim}} = 100$ 次模拟累积得到。(a) 随传播距离 z 的变化，其中射击次数为 N_s=100,000。(b) 不同传播距离下随 N_s 的变化。

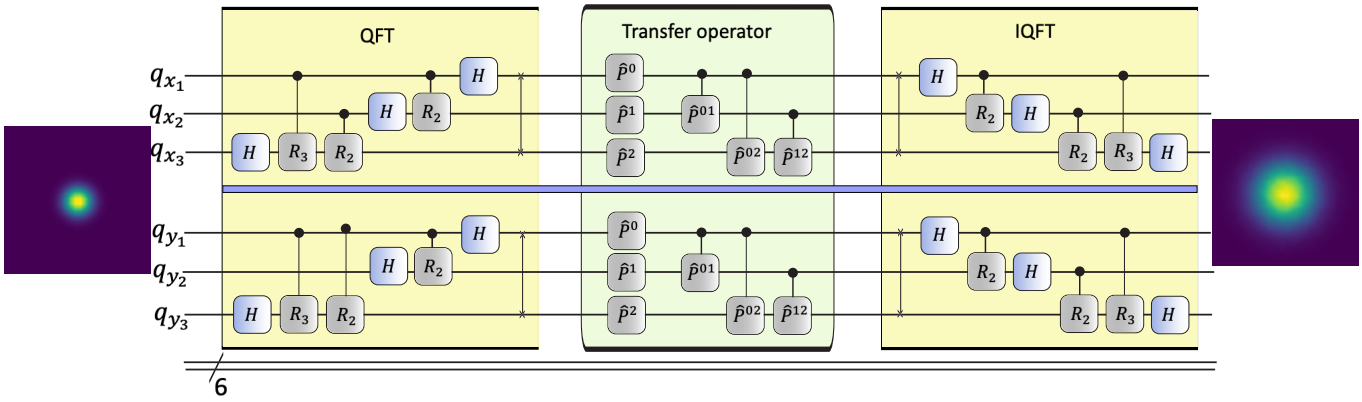

图5。用于自由空间中高斯光束传播的二维 QBPM 逻辑电路，其中电路上半部分用于沿 x 方向传播，下半部分用于沿 y 方向传播。

我们测量标准误差 $\sigma_w = (\langle\epsilon^2\rangle - \langle\epsilon\rangle^2)^{1/2}$。这两个值都取决于测量次数 N_s 和传播距离 z ，并且是通过 N_{sim}=100 次独立模拟确定的。

现在，我们分析标准误差随传播长度和测量次数变化的情况。相关数据显示于图7中。数据表明，仅需 $N_s = 100$ 就已能使光束束腰半径达到很高的采样精度。如果需要更好的近似，则可以增加测量次数；我们观察到精度提高了 $1/\sqrt{N_s}$。传播距离越长，误差越大，这与一维情况相符。这表明，量子计算机需要进行采样这一事实并不会系统性地损害算法效率；如果需要一个表现良好的可观测量——我们认为这是常见的使用情形——那么只需适量的测量次数，就足以很好地估计该可观测量。

然而，由于二维情形中的传播比一维情形更复杂，我们还在四种不同情形下对 QBPM 进行了基准测试：有噪声量子模拟器、无噪声量子模拟器、经典离散化算法和经典解析解。以确保我们算法的准确度。如补充材料S3所示，所有这些比较结果都高度一致。

VI. 结论

我们开发了一种基于傍轴近似的量子光束传播算法。我们表明，通过仅实现相位门和受控相位门，我们的量子算法能够高效地模拟一维和二维中的光束传播；与基于快速傅里叶变换的经典解法相比，该算法可实现指数级加速。因此，与经典方法相比，传播过程所需的量子比特和操作数量更少。我们还进行了严格的误差分析，以深入了解量子计算机所引入的一种新误差来源——采样误差的作用。我们分析了两种情形：对波函数模平方进行采样，发现只需几千次测量，采样误差就会低于离散化误差 N_s。在第二种情形中，我们只分析一个标量可观测量，即扩展高斯光束的束腰。我们发现，只需

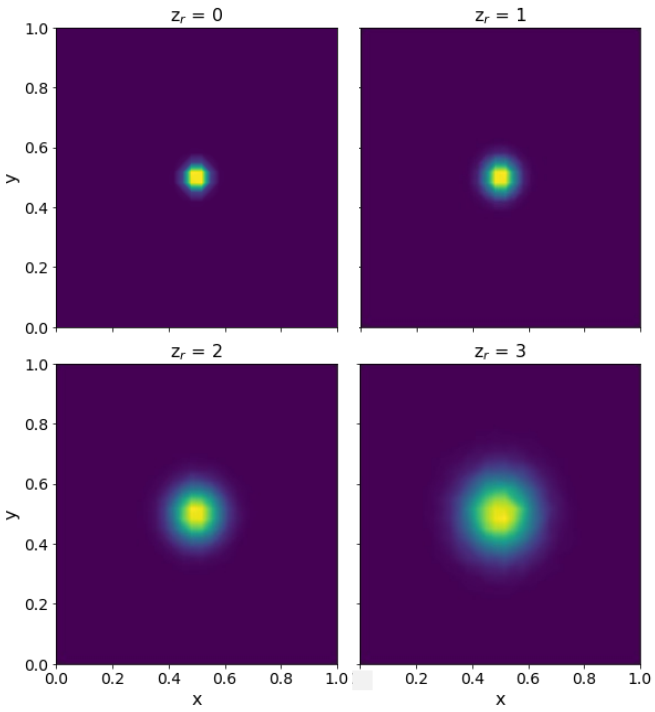

图6. 高斯光束传播距离的比值为 (a) $z_r = 0.0$、(b) $z_r = 1.0$、(c) $z_r = 2.0$ 和 (d) $z_r = 3.0$，其中传播距离 $(z) = z_r z_0$，瑞利长度为 $z_0 = \frac{kw_0^2}{2}$。单次运行的测量次数（N_s）为 50,000 次。每个 x 和 y 坐标使用 5 个量子比特。

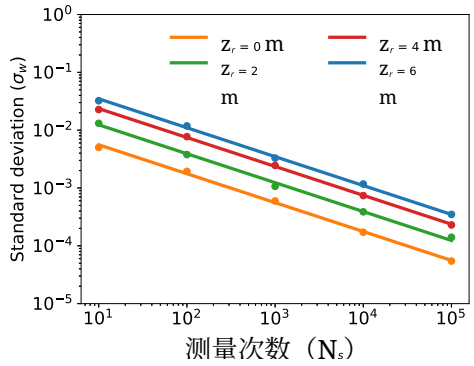

图7. 可观测量（即高斯波包半径）的采样误差（以标准误差 σ_w 衡量），由 $N_{\text{sim}} = 100$ 确定，是传播距离 z_r 和测量次数 N_s 的函数。即使传播距离更长，w_Q 仍是 w_c 的非常好的近似。

几百次测量就能达到很高的准确度，因此量子优势能够在广泛的情形下保持。

由于二维亥姆霍兹方程的初始态可以是可分解的，也可以是不可分解的，因此，对这一初始化问题的演示可以弥补这一重要空白。原则上，这将使人们能够模拟受狄利克雷或诺伊曼边界条件约束、且初始态不可分离的系统。

我们进一步指出，我们的工作并非只是在量子模拟工具箱中增加一种算法，而是弥合了傅里叶光学与量子计算之间的差距，并为将量子计算机作为一种高效模拟光子学中更复杂问题的工具奠定了基础，例如玻色子采样或光子纳米结构中的自发转换。

致谢

本研究由联邦教育与研究部（BMBF）资助，资助编号为 13XP5053A（NanoscopeFutur-2D）和 13N16292（ATOMIQS）。作者获得德国研究联合会（DFG，德国研究基金会）资助，项目为 CRC NOA 1375、B3，项目编号 445275953。本研究还获得德国航空航天中心（DLR）的支持，资金由联邦经济事务与气候行动部（BMWK）提供，资助编号为 50 WM2165（QUICK3）。C.C. 感谢泰国皇家政府提供的科学与技术人才培养及促进项目（DPST）奖学金。我们感谢在本研究中使用 IBM Quantum 服务。文中观点仅代表作者个人，不反映 IBM 或 IBM Quantum 团队的官方政策或立场。

[1] J. R. Weber、W. F. Koehl、J. B. Varley、A. Janotti、B. B. Buckley、C. G. V. D. Walle 和 D. D. Awschalom，《利用缺陷进行量子计算》，美国国家科学院院刊**107**，8513（2010）。

[2] D. J. Reilly，《固态量子比特量子-经典界面的工程化》，npjQuantum Information **1**，15011（2015）。[3] S. Pezzagna 和 J. Meijer，《基于金刚石色心的量子计算机》，Applied Physics Reviews**8**

（2021年）。[4] A. B. D. Shaik 和 P. Palla，《采用六方氮化硼单光子源的光量子技术》，Scientific Reports 11，12285（2021年）。[5] C. Cholsuk、S. Suwanna 和 T. Vogl，《调控六方氮化硼中色心的发射波长以用于量子应用》，Nanomaterials 12，2427（2022年）。[6] C. Cholsuk、S. Suwanna 和 T. Vogl，《固态量子系统中缺陷识别的综合方案》，The Journal of Physical Chemistry Letters 14，6564（2023年）。[7] C. Cholsuk、A. C.akan、S. Suwanna 和 T. Vogl，《识别六方氮化硼缺陷的电子跃迁以用于量子存储器》，Advanced Optical Materials，2302760（2024年）。[8] J. L. O'Brien，《光学量子计算》，Science 318，1567（2007年）。[9] T. D. Ladd、F. Jelezko、R. Laflamme、Y. Nakamura、C. Monroe 和 J. L. O'Brien，《量子计算机》，Nature 464，45（2010年）。[10] L. O. Conlon、T. Vogl、C. D. Marciniak、I. Pogorelov、S. K. Yung、F. Eilenberger、D. W. Berry、F. S. Santana、R. Blatt、T. Monz、P. K. Lam 和 S. M. Assad，《在量子计算平台上实现接近最优的纠缠集体测量》，Nature Physics（2023年）。[11] D. R. Glenn、D. B. Bucher、J. Lee、M. D. Lukin、H. Park 和 R. L. Walsworth，《使用固态自旋传感器进行高分辨率磁共振光谱》，Nature 555，351（2018年）。[12] C. Clivati、A. Meda、S. Donadello、S. Virz`ı、M. Genovese、F. Levi、A. Mura、M. Pittaluga、Z. Yuan、A. J. Shields、M. Lucamarini、I. P. Degiovanni 和 D. Calonico，《用于实际双场量子密钥分发的相干相位传递》，Nature Communications 13，157（2022年）。[13] L. O. Conlon、F. Eilenberger、P. K. Lam 和 S. M. Assad，《利用集体测量区分混合量子比特态》，Communications Physics 6，337（2023年）。[14] T. Vogl、H. Knopf、M. Weissflog、P. K. Lam 和 F. Eilenberger，《利用二维六方氮化硼进行扩展量子理论的高灵敏度单光子检验》，Physical Review Research 3，013296（2021年）。[15] F. Centrone、N. Kumar、E. Diamanti 和 I. Kerenidis，《利用有限信息对 NP 验证实现量子优势的实验演示》，Nature Communications 12，850（2021年）。[16] A. Zhang、H. Zhan、J. Liao、K. Zheng、T. Jiang、M. Mi、P. Yao 和 L. Zhang，《利用单光子和线性光学对 NP 问题进行量子验证》，Light: Science and Applications 10，169（2021年）。[17] F. Arute、K. Arya、R. Babbush、D. Bacon、J. C. Bardin、R. Barends、R. Biswas、S. Boixo、F. G. Brandao、D. A. Buell 等，《利用可编程超导处理器实现量子霸权》，Nature 574，505（2019年）。[18] H.-S. Zhong、H. Wang、Y.-H. Deng、M.-C. Chen、L.-C. Peng、Y.-H. Luo、J. Qin、D. Wu、X. Ding、Y. Hu、P. Hu，X.-Y. Yang，W.-J. Zhang，H. Li，Y. Li，X. Jiang，L. Gan，G. Yang，L. You，Z. Wang，L. Li，N.-L. Liu，C.-Y. Lu 和 J.-W. Pan，《利用光子的量子计算优势》，Science 370，1460（2020年）。[19] L. S. Madsen，F. Laudenbach，M. F. Askarani，F. Ror- tais，T. Vincent，J. F. Bulmer，F. M. Miatto，L. Neuhaus，L. G. Helt，M. J. Collins，A. E. Lita，T. Gerrits，S. W. Nam，V. D. Vaidya，M. Menotti，I. Dhand，Z. Vernon，N. Quesada 和 J. Lavoie，《使用可编程光子处理器实现量子计算优势》，Na- ture 606，75（2022年）。[20] Y. Cao，A. Papageorgiou，I. Petras，J. Traub 和 S. Kais，《求解泊松方程的量子算法与电路设计》，《新物理学杂志》15，013021（2013年）。[21] B. D. Clader，B. C. Jacobs 和 C. R. Sprouse，《预条件量子线性系统算法》，《物理评论快报》110，250504（2013年）。[22] P. C. Costa，S. Jordan 和 A. Ostrander，《模拟波动方程的量子算法》，《物理评论A》99，012323（2019年）。[23] D. Coppersmith，《一种用于量子因数分解的近似傅里叶变换》（IBM研究报告RC19642，1994年）。[24] R. Jozsa，《量子算法与傅里叶变换》，《伦敦皇家学会会刊A辑：数学、物理与工程科学》454，323 1998( )。[25] R. Cleve，A. Ekert，C. Macchiavello 和 M. Mosca，《重新审视量子算法》，《伦敦皇家学会会刊A辑：数学、物理与工程科学》454，339（1998年）。[26] A. Ekert 和 R. Jozsa，《量子计算与Shor因数分解算法》，《现代物理评论》68，733（1996年）。[27] M. Abouelela，M. Abouelela 和 T. E. Sayed，《使用IBM量子计算机对薛定谔方程进行量子模拟》（2020年）。¨L. Bouten，G. Vissers 和 F. Schmidt-Kaler，《模拟实验的量子算法：单离子及其镜像产生的光干涉》，《物理评论A》100，022323（2019年）。[28] A. tA v，M. S. ANIS，Abby-Mitchell，H. Abraham，AduOffei，R. Agarwal 等，《Qiskit：用于量子计算的开源框架》（2021年）。[29]《光子学基础》中的"傅里叶光学"（John Wiley & Sons，Ltd，1991年），第4章，第108–156页。[30] M. Schuld 和 F. Petruccione，《在量子计算机上表示数据》，载于《量子计算机机器学习》（Springer International Publishing，Cham，2021年），第147–176页。[31] A. Kitaev 和 W. A. Webb，《使用量子计算机进行波函数制备与重新采样》，arXiv:0801.0342（2008年）。[32] F. Jenkins 和 H. White，《光学基础》[33]版，McGraw-Hill（1981年）