arXiv:2303.13542v1 [cs.AI] 17 Mar 2023

OntoMath^{PRO} 2.0 本体：形式模型的更新

Alexander Kirillovich[1,2], Olga Nevzorova[1], 和 Evgeny Lipachev[1]

[1]俄罗斯喀山喀山联邦大学[2]俄罗斯科学院联合超级计算中心，俄罗斯喀山
{alik.kirillovich,onevzoro,elipachev}@gmail.com

摘要。 本文探讨基于本体的数学知识管理与表示问题，重点介绍一种形式模型的开发，该模型用于在开放关联数据云中表示数学陈述。所提出的模型旨在应用于从自然语言数学文本中提取数学事实，并将这些事实表示为关联开放数据。本文还介绍了该模型在开发新版专业数学本体 OntoMath^{PRO} 中的应用。OntoMath^{PRO} 是一个语义出版平台的基础，该平台以 LaTeX 格式的数学论文集为输入，并构建其基于本体的关联开放数据表示。语义出版平台又是 OntoMath 数字生态系统的核心组成部分；该生态系统由本体、文本分析工具以及数学知识管理应用组成，包括数学公式的语义搜索和数学论文推荐系统。根据新模型，本体分为三个层次：基础本体层、领域本体层和语言层。领域本体层包含语言无关的数学概念。语言层为这些概念提供语言基础，而基础本体层则为其提供元本体注释。这些概念组织为两个主要层次结构：对象层次结构和具体化关系层次结构。[1]

关键词： 形式模型、本体、关联开放数据、自然语言处理、数学知识管理、OntoMath^{PRO}

1 引言

本文探讨基于本体的数学知识管理与表示领域中的一个问题，即如何在关联开放数据（LOD）云中表示数学陈述。

[1]引用格式：Alexander Kirillovich、Olga Nevzorova 和 Evgeny Lipachev。《OntoMath^{PRO} 2.0 本体：形式模型的更新》//《罗巴切夫斯基数学杂志》，2022年，第43卷，第12期，第3504–3514页。https://doi.org/10.1134/ S1995080222150136

数学知识表示有多种形式化体系 [1]。OpenMath [2], [3]和 Content MathML [4] 用于表示数学陈述，而 OMDoc [5]用于表示复杂的半形式化数学文档。然而，这些形式化体系并非原生支持关联开放数据，若要用于关联开放数据，则需要进行适配。实际上，已有项目将 OpenMath 文档编码为集成到关联开放数据中的资源描述框架数据集 [6], [7]。不过，这些编码仅间接表示数学陈述：它们陈述的是有关 OpenMath 文档的内容，而非数学陈述本身。

我们提出一种形式模型，用于直接在关联开放数据云中表示数学陈述。该模型已在开发 OntoMath^{Edu}（一种实验性的教育数学本体[8]–[10]）的过程中接受测试。目前，该模型正用于开发 OntoMath^{PRO} 的新版本，即一种专业数学本体。

新版 OntoMath^{PRO} 本体旨在从自然语言数学文本中提取数学陈述，并将提取出的陈述表示为关联开放数据（LOD）。关联开放数据本身具有价值 [11], ，也可用于导航、查询、聚合等 [12]– [14]。

此外，通过 OpenDreamKit 项目和 Math-in-the-Middle 本体 [15], ，关联开放数据表示还可以转换为计算机代数系统的格式。例如，OntoMath^{PRO} 可用于解析自然语言中的数学题，并由计算机代数系统自动求解。

尽管 OntoMath^{PRO} 本体 [16], [17]的第一个版本已在若干专业服务中证明了其有效性，但其架构仍存在一些限制，妨碍了它用于预期目的。为此，我们启动了一个项目，旨在基于全新架构开发本体的主要新版本，以解决这些问题。

本文其余部分安排如下。第2节介绍本体的第一个版本，并概述其局限性。第2节介绍正在开发的新版本本体的架构。第3节讨论如何用新概念填充本体。结论部分总结项目的当前进展以及未来工作的方向。

2 OntoMath^{PRO} 1.0本体中的数学知识本体表示

本节简要介绍 OntoMath^{PRO} 1.0 本体的第一个版本，并概述其局限性。

OntoMath^{PRO} 1.0 本体由两个层次结构组成：数学领域层次结构和数学知识对象层次结构。该本体定义了概念之间的五种关系。概念描述包含俄语和英语名称、定义、指向其他概念的链接，以及指向关联开放数据云中外部资源的链接。

该本体可用于将单个数学对象表示为对象层次结构中各类的实例。

该本体采用基于描述逻辑 [18]的形式体系 OWL DL（网络本体语言）表示。

OntoMath^{PRO} 是一个语义出版平台 [19],的基础。该平台以 LaTeX 格式的数学论文集为输入，并构建其基于本体的关联开放数据表示。反过来，这个语义出版平台是 OntoMath 数字生态系统 [20], [21],的核心组成部分；该生态系统包含本体、文本分析工具，以及用于数学知识管理的应用程序，包括数学公式的语义搜索 [22] 和数学论文推荐系统 [23]。

尽管 OntoMath^{PRO} 1.0 已在若干专业服务中证明了其有效性，但其架构仍存在一些局限。最显著的限制包括：

1. 现有版本的本体包含大量通用概念，但概念之间的关系集合相当有限。2. 现有版本的本体未区分类型概念和角色概念，因此，角色与类型之间不存在关系。3. 概念的语言信息通过简单的 RDF 标签表示，这些标签不包含有关其内部结构和语言属性的信息。4. 现有版本的本体不包含个体，而仅基于类的表示。

这种本体适用于提取和表示单个数学对象，但不适用于表示数学对象之间的关系以及数学事实。

3 基于本体的数学陈述在关联开放数据中的表示

本体新版本旨在解决的核心问题，是如何将数学陈述表示为关联开放数据。因此，该本体定义了一组函数，用于将以一阶逻辑（FOL）表达的数学语句转换为兼容关联开放数据的资源描述框架（RDF）图。为了使所得的 RDF 转换保留源一阶逻辑语句的含义，源语句与所得 RDF 图必须在语义上等价。从模型论视角来看，这意味着源陈述及其转换结果具有相同的模型集合（本节中，我们以模型论的技术含义使用“模型”一词，即满足某个语句或 RDF 图的一种解释）。

不过，模型不可能完全一致。首先，一阶逻辑和资源描述框架具有不同的语义 [24]：一阶逻辑解释包含任意 n元谓词，而 RDF/OWL 解释只包含一元和二元谓词；一阶逻辑解释支持函数项，而 RDF/OWL 解释

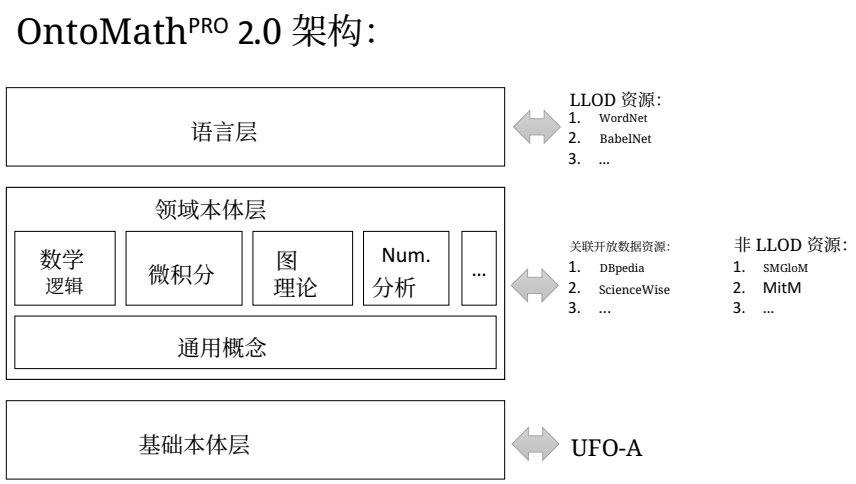

图 1：OntoMath^{PRO} 本体结构（参见 [28]）

则不支持，等等。因此，我们只能说，一阶逻辑句子的模型与其 RDF 转换所得模型之间存在某种同构关系。其次，一阶逻辑的表达能力强于 RDF/OWL，因此，一阶逻辑陈述的模型可能只是其 RDF 转换所得模型的一个子集。

以更正式的方式陈述翻译函数必须满足的条件。

设 o 为该本体的图。
设 S_{FOL} 是所有一阶逻辑句子的集合。
设 S_{RDF} 是所有 RDF 图的集合。
设 $*\colon S_{FOL} \to S_{RDF}$ 是一个偏函数，将一阶逻辑句子转换为 RDF 图。

设 INT_{FOL} 是所有一阶逻辑解释的集合。
设 INT_{RDF} 是所有 RDF/OWL 解释的集合。
设 $t\colon INT_{FOL} \to INT_{RDF}$ 是一个从一阶逻辑解释到 RDF/OWL 解释的映射。定义 t 在一阶逻辑解释集合 $INTS_{FOL} \subset INT_{FOL}$ 上如下：$t(INTS_{FOL}) = \{t(i) \mid i \in INTS_{FOL}\}$。
设 $M_{FOL}(s)$ 是一阶逻辑句子 s 的模型集合。设 $M_{RDF}(g)$ 是 RDF 图 g 的模型集合。
给定一个用一阶逻辑理论 T 表示的一阶逻辑句子 s，翻译函数 $*$ 必须满足以下条件

$$t(M_{FOL}(T \cup \{s\})) \subset M_{RDF}(*(s) \cup o).$$

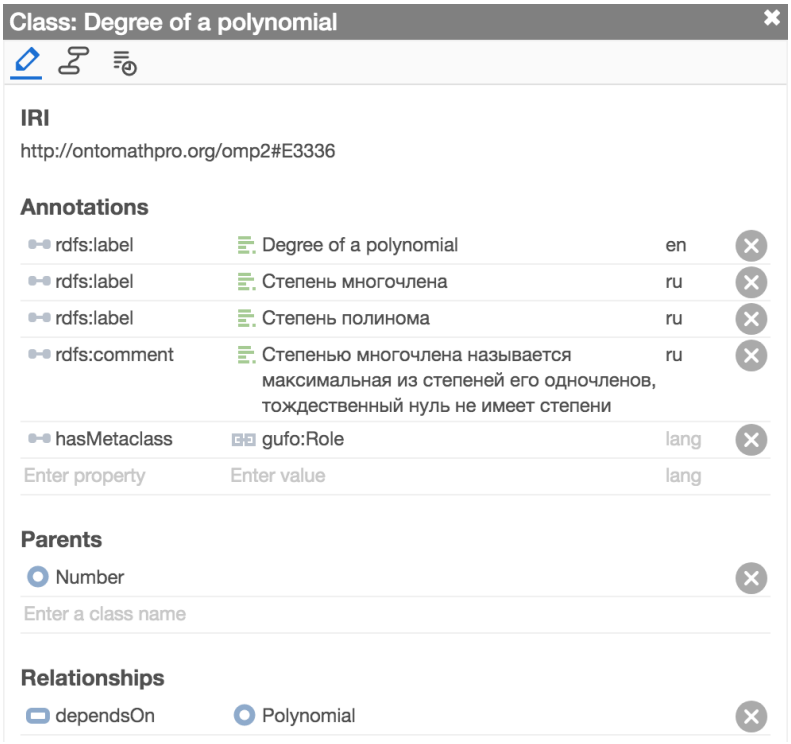

图 2: 在 WebProtégé 中对角色概念多项式的次数 的描述

4 OntoMath^{PRO} 2.0 本体的形式模型

本节将介绍 OntoMath^{PRO} 2.0 本体新版本的模型。

作为首个版本，OntoMath^{PRO} 2.0 采用 OWL 2 DL 形式化表示。以下示例采用 RDF 和 OWL 的 Turtle 序列化表示。

根据该模型，OntoMath^{PRO} 2.0 分为三个层:

1. **领域本体层**，包含与语言无关的数学概念。2. **语言层**，包含多语言词典，为领域本体层中的概念提供语言学基础。3.**基础本体层**，为这些概念提供元本体注释。

这一三层结构如图 1 所示。
领域本体层分为两个主要层次结构：对象层次结构和具体化关系层次结构。

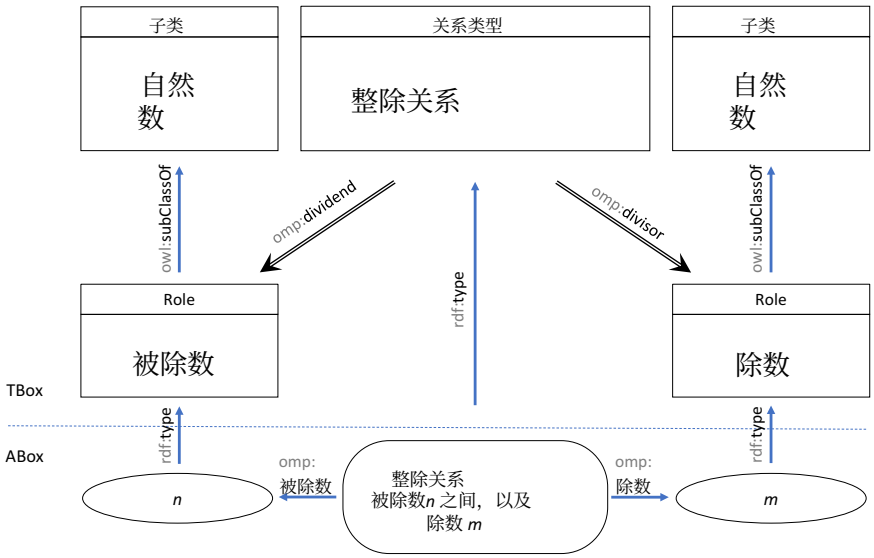

图3：物化关系的一个示例，以及与“数 m 整除数 n”这一陈述相对应的实例（见 [28]）。

图2展示了 WebProtégé 编辑器中角色概念多项式的次数 的描述。该描述包含该概念的俄语和英语名称、元本体注释、父概念，以及与类型概念多项式的关系。

概念有两种元本体论类型：种类和角色。种类是具有刚性且本体论上独立的概念 [25], [26]。例如，整数 概念就是一种种类，因为无论与其他对象之间的关系如何，任何整数始终都是三角形。角色是具有反刚性且本体论上依赖于其他对象的概念 [25], [26]。对象只有通过与另一个对象的关系，才能成为角色类的实例。例如，多项式的次数 概念是一种角色，因为任何整数本身并不是多项式的次数，只有相对于某个特定多项式才是。任何角色概念都是某个种类概念的子类。例如，多项式的次数 角色概念是自然数 种类概念的子类。

概念之间的关系在本体中以再化形式表示，即表示为概念，而非对象属性（这种表示方式适用于表示没有指定参与者 [27], 的 N 元关系的标准本体论模式，但也应用于二元关系）。因此，概念之间的关系是一阶实体，可以作为陈述的主语。

再化关系通过具有论元 对象属性及其子属性与参与者相连。

图 3 展示了其中一种关系，该关系由整除关系 概念表示。此关系与其参与者相连，参与者分别由被除数和除数 角色概念表示。反过来，这些角色被定义为自然数 种类概念的子类。图的底部展示了该关系的一个实例，即被除数与除数之间的整除关系 n 和除数 m，它将自然数 n 和自然数 m 联系起来（另见 [28]）。此实例是自然语言陈述 “The number m divides the number n”（数 m 整除数 n）的表示。

本体概念与相应自然语言陈述之间的映射在本体的语言学层面定义。

带有再化关系的构造，是对以一阶逻辑原子公式表示的数学句子的 RDF 转换。一阶逻辑公式到 RDF 的转换定义如下。

设 T 是一个数学理论， $RNames_{math}$ 是 T 的谓词字母集合， $Const_{math}$ 是 T 的常量集合。

设 $RNames_{owl}$ 是 OntoMath^{PRO} 本体中再化关系层级里的类的统一资源标识符集合， $Const_{owl}$ 是表示数学对象的统一资源标识符集合。

设 $pmap$： $RNames_{math} \to RNames_{owl}$ 且 $cmap$： $Const_{math} \to Const_{owl}$.
一阶逻辑句子 $R(c_1, \ldots\ldots, c_n)$，其中 $R \in RNames_{math}, c_1, \ldots\ldots, c_n \in Const_{math}$被转换为以下 RDF 图
@prefix rdf: <http://www.w3.org/1999/02/22-rdf-syntax-ns#> . @prefix rdfs: <
http://www.w3.org/2000/01/rdf-schema#> . @prefix owl: <
http://www.w3.org/2002/07/owl#> . @prefix omp: <
http://ontomathpro.org/omp2#> .

:rel rdf:typermap(R).:rel
omp:hasArgument cmap (c1). ..._:
rel omp:hasArgument cmap (cn).

本体概念与相应自然语言陈述之间的映射是在本体的语言层定义的。

语言层包含多语言词典，为领域本体层中的概念提供语言学基础。目前我们正在开发俄语和英语词库。一个词库由

– 表示数学概念的词汇条目。词汇条目的示例有“数”“素数”“多项式的次数”“相交”等。– 词汇条目的形式（不同的数、格、时态等）。– 多词词汇条目的句法树。– 词汇条目的句法框架。句法框架表示谓词的句法行为，定义该谓词所要求的句法论元集合，以及这些论元与本体实体之间的映射。例如，“to divide”动词的句法框架确定了在“X 整除 Y”这一短语中，主语 X 表示除数，直接宾语 Y 表示被除数（图 4、5）。

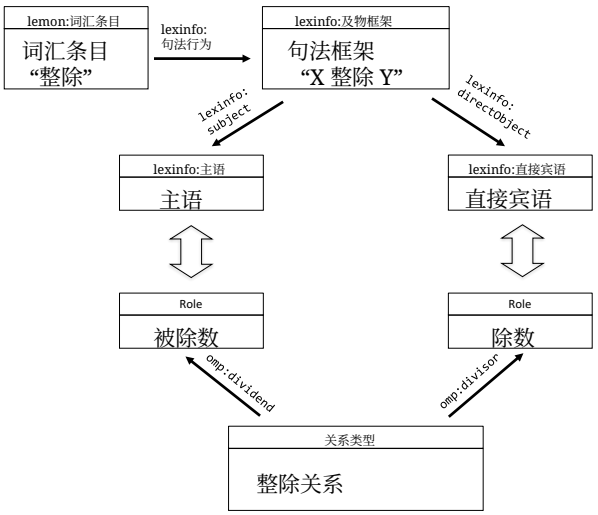

图4：“divide”动词的句法框架及其与整除 关系的映射。该框架的主语和对象句法论元分别映射到该关系的被除数 和除数 论元。

这些词库以语言关联开放数据（LLOD）数据集的形式表示，采用 Lemon本体 [29], [30], LexInfo [31], OLiA [32] 和 PreMOn [33] 本体（另见 [34]）。

Lemon本体用于表示复杂的词汇资源。该本体基于国际标准 ISO 24613:2008《语言资源管理——词汇标记框架 (LMF)》 [35]。该本体的基本元素包括词库、词汇条目、词汇条目的形式、词汇条目的义项，以及主题领域本体中的概念。

在 Lemon本体中，使用外部本体 LexInfo 来描述语言类别（性、数、格、时态、直接宾语、间接宾语、同义词、反义词等）。在 LLOD 中，则使用不同的本体来描述语言类别，这些本体与 ISOcat数据类别注册表相关联。该注册表是国际标准 ISO 12620:2009《术语及其他语言和内容资源——数据类别规范与数据类别管理》的具体实现 [36]。

5 通过新概念扩充本体

在构建本体时，会使用各种数学知识来源，包括数学期刊文章 [38], [39]。

尽管数学术语数量相当可观，扩充本体仍是一项迫切任务。数学百科全书和参考书是扩充本体的良好来源。我们比较了

@prefix : <http://ontomathpro.org/lexicons/>. @prefix omp: <
http://ontomathpro.org/omp2#> . @prefix ontolex: <
http://www.w3.org/ns/lemon/ontolex#>. @prefix synsem: <
http://www.w3.org/ns/lemon/synsem#>. @prefix lexinfo: <
http://www.lexinfo.net/ontology/2.0/lexinfo#>.

#“整除”动词 :EN-v-divide 是一个
ontolex:LexicalEntry；lexinfo:partOfSpeech
lexinfo:动词；ontolex:canonicalForm :
EN-v-divide-form0；synsem:synBehavior :
EN-v-divide-frame1；ontolex:sense :
EN-v-divide-sense1。

#该动词的规范形式 :EN-v-divide-form0
是一个 ontolex:Form；
ontolex:writtenRep "divide"@en。

#句法框架“X 整除 Y” :EN-v-divide-frame1 是一个
lexinfo:TransitivePPFrame；lexinfo:主语 :
EN-v-divide-frame1-subj；lexinfo:直接宾语 :
EN-v-divide-frame1-obj。

#该动词的主语 :
EN-v-divide-frame1-subj 是一
个 lexinfo:主语。

#该动词的直接宾语 :
EN-v-divide-frame1-obj 是一个
lexinfo:直接宾语。

图5：“divide”动词的句法框架及其在 LLOD 格式中与可整除性关系的映射

我们将本体中的术语量与 G. Korn 和 T. Korn 编著的《科学家与工程师数学手册》的术语索引进行了比较， [40] 这一比较基于专门开发的程序，并得到了颇有意思的结果。

比较仅针对本体中表示的数学领域进行。Korn 的参考书中共有 2227 个术语，其中 791 个术语与本体中的术语存在交集。比较术语时，采用了经过文本预处理的余弦度量。

预处理包括去除标点符号和停用词，并对所有单词进行词形还原；处理时使用了 pymorphy2 库 [41], [42]。可接受的相似度度量阈值设为 0.7。

#动词的词汇义，表示到本体的映射：EN-v-divide-sense1 a ontolex:LexicalSense, synsem:OntoMap; synsem:ontoMapping : EN-v-divide-sense1; ontolex:reference omp:Divisibility_关系;

synsem:submap[a synsem:OntoMap;
ontolex:reference omp:Divisibility_关系; synsem:isA _:
Relationship1]，[a synsem:OntoMap;
ontolex:reference omp:dividend; synsem:subjOfProp _:
Relationship1; synsem:objOfProp :
EN-v-divide-frame1-subj]，[a synsem:OntoMap;
ontolex:reference omp:divisor; synsem:subjOfProp _:
Relationship1; synsem:objOfProp :
EN-v-divide-frame1-obj]，[a synsem:OntoMap;
ontolex:reference omp:被除数; synsem:isA :
EN-v-divide-frame1-subj]，[a synsem:OntoMap;
ontolex:reference omp:除数; synsem:isA :
EN-v-divide-frame1-pp_at]。

图5：“divide”动词的句法框架及其在 LLOD 格式中与可除性关系的映射（续）

比较术语时发现了以下情况

– 本体中使用了不完整的标签（黎曼–斯蒂尔杰斯积分 / 黎曼–斯蒂尔杰斯概率积分 [40]；切萨罗可和级数 / 切萨罗方法可和级数 [40],等）；– 比较得分较高（高于阈值0.7），但实际上比较的是术语的具体值和一般值（例如，施特默插值公式/插值公式 [40]；高斯插值公式/插值公式 [40]；亚当斯插值公式/亚当斯公式 [40]）。

在上一个示例中，需要通过专业审查来匹配这些术语。因此，本体补充是一项非常复杂的任务。

6 结论

在本文中，我们讨论了 OntoMath^{PRO} 本体的先前版本，以及改进用于表示数学知识的形式模型的必要性何以产生。

我们描述了支撑新版 OntoMath^{PRO} 专业数学本体的全新形式模型。根据该形式模型，本体分为三个层：基础本体层、领域本体层和语言层。所开发的形式模型能够在开放关联数据云中表示数学陈述。

我们对本体新版本的工作由所提出的模型确定，并按以下步骤开展

1. 对本体分类体系进行内部验证和修正。2. 为概念添加元本体注释。3. 开发物化关系。4. 开发语言层。5. 为本体补充新概念。6. 在信息抽取和语义搜索等任务中对本体新版本进行外部验证。

目前，我们已对分类体系进行了内部验证，并为概念添加了元本体注释。当前，我们正在开发再化关系，并已开发出若干实验性关系。

资助。 本研究由俄罗斯科学基金会根据项目编号 21–11–00105 资助。

参考文献

1. C. Kaliszyk 和 F. Rabe，《数学形式化语言综述》，载于：C. Benzmüller 和 B. Miller B.（编）CICM 2020。《人工智能讲义》**12236**，138–156（2020年）。https://doi.org/10.1007/ 978-3-030-53518-6_9。2. S. Buswell、O. Caprotti、D.P. Carlisle、M.C. Dewar、M. Gaetano、M. Kohlhase、J.H. Davenport、P.D.F. Ion 和 T. Wiesing（编）。《*OpenMath* 标准》。版本：*2.0r2*（OpenMath 协会，2019年7月）。https://openmath.org/ standard/om20-2019-07-01/omstd20.html。3. M. Kohlhase 和 F. Rabe，《OpenMath 和 MathML3 的语义》，《计算机科学中的数学》**6**（3），235–260（2012年）。https://doi.org/doi:10.1007/ s11786-012-0113-x。4. D. Carlisle、P. Ion 和 R. Miner（编），《数学标记语言（*MathML*）。版本 *3.0*。第二版》（W3C 建议，2014年4月10日）。https://www.w3.org/TR/MathML3/。5. M. Kohlhase，《*OMDoc*——数学文档开放标记格式》/版本 *1*。*2*/。《人工智能讲义》**4180**（施普林格，2006年）。

6. K. Wenzel，《OpenMath-RDF：OpenMath 对象和内容字典的 RDF 编码》，CICM 2021 第31届 OpenMath研讨会。https://easychair.org/ publications/preprint_open/XQwn 7. K. Wenzel 和 H. Reinhardt，《利用 OpenMath 为关联数据应用进行数学计算》，《CEUR研讨会论文集》**921**，38–48（2012年）。8. A. Kirillovich、O. Nevzorova、M. Falileeva、E. Lipachev 和 L. Shakirova，《OntoMathEdu：迈向教育数学本体》，载于：E. Brady 等（编），第12届智能计算数学国际会议（CICM-WS 2019）研讨会论文，捷克共和国布拉格，2019年7月8–12日，《CEUR研讨会论文集》**2634**，1–10（2020年）。http://ceur-ws.org/Vol-2634/WiP1.pdf。9. A. Kirillovich、O. Nevzorova、M. Falileeva、E. Lipachev 和 L. Shakirova，《OntoMathEdu：语言学基础的教育数学本体》，《计算机科学讲义》**12236**，157–172（施普林格，2020年）。https: // doi.org/10.1007/978-3-030-53518-6_10。10. A. Kirillovich、M. Falileeva、O. Nevzorova、E. Lipachev、A. Dyupina 和 L. Shakirova，《OntoMathEdu 教育数学本体的先决关系》，载于：J. C. Figueroa-García、Y. Díaz-Gutierrez、E. E. Gaona-García、A. D. Orjuela-Cañón（编），《工程应用计算机科学》。WEA 2021。《计算机与信息科学通信》**1431**，517–524（施普林格，Cham，2021 10 1007 978 3 030 86702 7_44 ）。11 https://doi.org/ 。/ - - - - 。C. Lange，《语义网上表示数学知识的本体和语言》，《语义网》**4** （2），119–158（2013年）。https://doi.org/10. 3233/SW-2012-0059。12. 《建设*21*世纪全球数学图书馆》（Research，华盛顿特区：美国国家科学院出版社，2014年）。https://doi.org/10.17226/18619。13. J. Carette、W. M. Farmer、M. Kohlhase 和 F. Rabe，《大数学与单脑屏障：立场论文与架构提案》，arXiv: 1904 10405 。[ ] 2019 10 48550 1904 10405 cs.MS（）。https://doi.org/ 。/arXiv. . 。14. J. Carette、W. M. Farmer、M. Kohlhase 和 F. Rabe，《大数学与单脑屏障：数学知识的四足模型》，《Math Intelligencer》**43**，78 87 2021 10 1007 00283 020 10006 0 –（）。https://doi.org/ 。/s - - - 。15. P.-O. Dehaye 等，《Open-DreamKit 项目中的互操作性：数学中的中间层方法》，载于：M. Kohlhase、M. Johansson、B. Miller、L. de Moura、F. Tompa（编），第9届智能计算数学国际会议（CICM 2016）论文集。《计算机科学讲义》**9791**，117–131（施普林格，Cham，2016年）。https://doi.org/10.1007/978-3-319-42547-4_9。16. A. M. Elizarov、A. V. Kirillovich、E. K. Lipachev、O. A. Nevzorova、V. D. Solovyev 和 N. G. Zhiltsov，《数学知识表示：语义模型与形式化体系》，《Lobachevskii 数学杂志》**35** （4），347–353（2014年）。https://doi. org/10.1134/S1995080214040143。17. O. Nevzorova、N. Zhiltsov、A. Kirillovich 和 E. Lipachev，《OntoMathPRO 本体：数学关联数据枢纽》，《计算机与信息科学通信》**468**，105–119（施普林格，Cham，2014年）。https://doi.org/10. 1007/978-3-319-11716-4_9。18. OWL 网络本体语言指南。W3C 建议，2004年2月10日。URL：https://www.w3.org/TR/owl-guide/。19. O. Nevzorova 等，《将数学引入关联开放数据：数学科学文集语义出版平台原型》，《计算机科学讲义》**8218**，379–394（施普林格，柏林，海德堡，2013年）。https://doi.org/10. 1007/978-3-642-41335-3_24。

20. A. Elizarov、A. Kirillovich、E. Lipachev 和 O. Nevzorova，“OntoMath 数字生态系统：数学知识分析与管理”，《计算机与信息科学通信》**706**，33–46（施普林格，Cham，2017年）。https://doi.org/10.1007/978-3-319-57135-5_3。21. A. M. Elizarov、N. G. Zhiltsov、A. V. Kirillovich、E. K. Lipachev、O. A. Nevzorova 和 V. D. Solovyev，“OntoMath 生态系统：数学知识管理的本体与应用”，载于：数学知识语义表示研讨会，2016年2月5日。
http://www.fields.utoronto.ca/video-archive/2016/02/2053-14698。22. A. Elizarov、A. Kirillovich、E. Lipachev 和 O. Nevzorova，“数字数学图书馆中的语义公式检索”，第二届俄罗斯与太平洋计算机技术与应用会议（RPC 2017）论文集，第39–43页。IEEE（2017年）。https://doi.org/10.1109/RPC.2017.8168063。23. A. M. Elizarov、A. V. Kirillovich、E. K. Lipachev、A. B. Zhizhchenko 和 N. G. Zhil’tsov，“物理学和数学文档集合的数学知识本体与推荐系统”，《数学报告》**93** (2)，231–233（2016年）。
https://doi.org/10.1134/S1064562416020174。24. RDF 1.1 语义。W3C 建议，2014年2月25日，网址：https://www.w3.org/TR/rdf11-mt/。25. G. Guizzardi 等，“UFO：统一基础本体”，《应用本体学》**17** (1)，167–210（2022年）。
https://doi.org/10.3233/AO-210256。26. G. Guizzardi，《结构概念模型的本体论基础》（CTIT，恩斯赫德，2005年）。27. N. Noy 和 A. Rector，《在语义网上定义N元关系。W3C 工作组说明，2006年4月12日》（W3C），
https://www.w3.org/TR/swbp-n-aryRelations/。28. A. M. Elizarov、A. V. Kirillovich、E. K. Lipachev 和 O. A. Nevzorova，“OntoMath^{PRO}：数学知识本体”，《数学报告》（2022年）。https://doi.org/10.1134/S1064562422700016。29. P. Cimiano、J. P. McCrae 和 P. Buitelaar，《本体词汇模型》。社区组最终报告，2016年5月10日。https://www.w3.org/2016/05/ontolex/。30. J. P. McCrae、J. Bosque-Gil、J. Gracia、P. Buitelaar 和 P. Cimiano，“OntoLex-Lemon 模型：发展与应用”，载于：I. Kosem 等（编）《第五届双年度电子词典编纂会议》（eLex 2017）论文集，587–597页。Lexical Computing CZ（2017年）。31. P. Cimano、P. Buitelaar、J. P. McCrae 和 M. Sintek，“LexInfo：词汇—本体接口的声明式模型”，《网络语义学杂志》**9** (1)，29–51（2011年）。https://doi.org/10.1016/j.websem.2010.11.001。32. C. Chiarcos，“OLiA——语言标注本体”，《语义网》**6** (4)，379–386（2015年）。
https://doi.org/10.3233/SW-140167。33. M. Rospocher、F. Corcoglioniti 和 A. Palmero Aprosio，“PreMOn：将语言谓词模型转换为关联开放数据”，《语言资源与评估》**53**，499–524（2019年）。https://doi.org/10.1007/s10579-018-9437-8。34. P. Cimiano、C. Unger 和 J. McCrae，《基于本体的自然语言解释》。（施普林格，Cham，2014年）。https://doi.org/10.1007/978-3-031-02154-1。35. 语言资源管理——词汇标记框架（LMF）。ISO/CD 24613:2006（Iso.org，2006年）。
https://lirics.loria.fr/doc_pub/N330_LMF_rev13_ For_CD_Ballot.pdf。

36. 术语及其他语言和内容资源——数据类别规范与数据类别管理。ISO 12620:2009（Iso.org，2009年）。http://atoll.inria.fr/RNIL/TC37SC4-docs/CD12620-1.pdf。37. N. Guarino 和 C. A. Welty，“OntoClean 概述”，载于：S. Staab 和 R. Studer（编）《本体手册》。施普林格，柏林、海德堡（2009年），201–220页。https://doi.org/10.1007/978-3-540-92673-3_9。38. E. V. Biryaltsev、A. M. Elizarov、N.G. Zhiltsov、E. K. Lipachev、O. A. Nevzorova 和 V. D. Solovyev，“数学电子馆藏语义数据分析方法”，《自动化文献与数学语言学》**48**，81–85（2014年）。https://doi. org/10.3103/S000510551402006X。39. A. M. Elizarov、E. K. Lipachev、O. A. Nevzorova 和 V. D. Solovyev，“数学电子文档语义结构化的方法与手段”，《数学报告》**90** (1)，521–524（2014年）。https://doi.org/0.1134/S1064562414050275。40. G. A. Korn 和 T. M. Korn，《科学家与工程师数学手册：供参考与复习的定义、定理和公式》（Dover Publications；修订版，2000年）。41. 形态分析器 pymorphy2。https://pymorphy2.readthedocs.io/en/stable/。42. M. Korobov，“俄语和乌克兰语形态分析器与生成器”，《图像、社交网络与文本分析》，320–332页（2015年）。