arXiv:2303.15360v1 [physics.class-ph] 27 Mar 2023

对题为《网球拍效应的几何起源》的论文评论的回复

P. Mardeˇsi´c*，G. J. Gutierrez Guillen†，D. Sugny‡

2023年3月28日

摘要

评论作者 [arXiv:2302.04190] 批评了我们发表于《物理评论快报》125, 064301 (2020)的关于网球拍效应（TRE）的研究结果。网球拍效应是一种几何效应，发生于任意非对称刚体的自由转动过程中。我们将解释为何该评论中的批评并不成立。

该评论的作者 [1] 以及该研究的作者 [2] 批评了我们发表于 [3] 和 [4] 的关于网球拍效应（TRE）的研究结果。我们的研究基于Cushman及其合作者 [6, 7] 的初步分析。尽管经典力学的标准教材中并未介绍网球拍效应 [8, 9, 10], ，但这是一种广为人知的现象，有许多视频展示了不同刚体中的这一效应。网球拍效应是一种几何效应，发生于任意非对称刚体的自由转动过程中。在网球拍上，这一效应表现为拍柄完成一整圈转动时，拍头几乎会发生 π扭转。我们在 [3, 4] 中表明，当转动惯量彼此相差很大时，在理想非对称刚体的极限情况下可以观察到完美的网球拍效应。我们最近研究了物理约束对转动惯量的动力学作用，并发现了在这些约束下实现完美网球拍效应的条件 [5]。

在评论 [1], 中，作者提到（仅按原文引述，只调整参考文献编号）：“近期的研究 [3], 中，作者提出并讨论了一个一阶微分方程。该方程在非常特殊的初始条件下，将满足欧拉-泊松方程的两个欧拉角联系起来，见 [3]中的方程（1）。由于该方程是从可用于研究非对称刚体自由转动动力学的方程中推导出来的，作者认为它适用于描述刚体理论中的某些效应，包括网球拍效应、贾尼别科夫效应和怪兽翻转效应。然而，这一假设缺乏依据，而且他们的解 ψ（φ）与 [3] 中的方程（1）之间的关系，以及该方程与刚体运动之间的关系，都不清楚。”

*勃艮第数学研究所 - UMR 5584 法国国家科学研究中心，勃艮第大学，Alain Savary 大道 9 号，BP 47870，21078 第戎，法国，pavao.mardesic@u-bourgogne.fr

†勃艮第数学研究所 - UMR 5584 法国国家科学研究中心，勃艮第大学，Alain Savary 大道 9 号，BP 47870，21078 第戎，法国

‡勃艮第卡诺跨学科实验室 (ICB)，UMR 6303 法国国家科学研究中心-勃艮第大学，A. Savary 大道 9 号，BP 47 870，F-21078 第戎 Cedex，法国，dominique.sugny@u- bourgogne.fr

如果我们正确理解了评论 [1], ，批评的核心在于动参考系的选择：守恒角动量 m 被取为沿空间固定参考系（实验室参考系）的 Z轴方向。刚体的自由转动由两个参考系的相对位置描述：固定的实验室参考系，以及与刚体相连的动参考系。这个相对位置由三个欧拉角描述，其动力学可由欧拉方程推导得出。在研究刚体转动时使用这类方程绝非我们对该领域的贡献；这一做法可追溯至欧拉，并见于所有经典力学标准教材 [8, 10]。在我们的分析中，采用的约定是：固定参考系与刚体相连，动参考系则为实验室参考系。因此，在我们的论文中，网球拍效应是通过考察角动量在分离曲线附近、介于旋转轨迹与振荡轨迹之间的特定轨迹来描述的。我们的主要贡献是用第一类和第三类椭圆积分表示网球拍效应 [4]。文献 [3] 提出了一种几何分析，表明网球拍效应的几何起源是复相空间中定义的黎曼曲面上的一个极点。我们还通过对微分系统进行数值积分，验证了网球拍效应。

[1] 的作者进一步声称，若采用角动量 m 沿 Z 轴方向的约定，欧拉方程的解不会呈现网球拍效应。然而，这一说法并不正确。其证明基于一个错误的假设：体固定参考系中的角动量初始条件为 $(0, 0, m_3)$，而该条件仅在实验室参考系中成立。这导致了 [1] 中一个错误的反例，而该反例完全不能证明网球拍效应不存在。

参考文献

[1] A. A. Deriglazov，《对 P. Mardesic 等人发表于《物理评论快报》的文章〈网球拍效应的几何起源〉的评论》，《物理评论快报》125，064301（2020），arXiv:2302.04190[2] A. A. Deriglazov，《作为约束系统的非对称刚体的拉格朗日形式与哈密顿形式》，arXiv:2301.10741[3] P. Mardesic、G. J. Gutierrez Guillen、L. Van Damme 和 D. Sugny，《网球拍效应的几何起源》，《物理评论快报》125，064301（2020）[4] L. Van Damme、P. Mardeˇsi´c 和 D. Sugny，《三维刚体中的网球拍效应》，Physica D 338，17（2017）[5] G. J. Gutierrez Guillen、E. Aldo Arroyo、P. Mardesic、D. Sugny，《旋转刚体中的物理约束特征》，arXiv:2302.01758[6] M. S. Ashbaugh、C. C. Chicone 和 R. H. Cushman，《扭转网球拍》，J. Dyn. Diff. Eq. 3，67（1991）。[7] R. H. Cushman 和 L. Bates，《经典可积系统的整体方面》（Birkhauser，巴塞尔，1997）。[8] H. Goldstein，《经典力学》（Addison-Wesley，雷丁，马萨诸塞州，1950）。

[9]V. I. 阿诺德，《经典力学的数学方法》（Springer-Verlag，纽约，1989年）。[10] L. D. 朗道和 E. M. 利夫希茨（1976年），《力学》第3版，Pergamon Press。