利用无损负折射率材料实现非厄米导模和例外点

Li-TingWu[1], Xin-Zhe Zhang[2], Ru-Zhi Luo[2], 和 Jing Chen[2], 3*1 信息与通信工程学院，南京工程学院，中国南京 *211167*2 教育部弱光非线性光子学重点实验室，南开大学物理学院，中国天津 *300071*3 极端光学协同创新中心，山西大学，中国山西太原 *030006*(日期：2023年3月29日)

我们分析了由无增益或损耗的负折射率材料构成的耦合波导中的导模。我们表明，导模的存在与结构的几何参数之间的关系呈现出非厄米现象。该非厄米效应不同于宇称-时间（$\mathcal{PT}$）对称性，并可通过具有反-$\mathcal{PT}$ 对称性的简单耦合模理论加以解释。文中讨论了例外点的存在及慢光效应。本研究凸显了无损负折射率材料在非厄米光学研究中的潜力。

PACS 编号：123

arXiv:2303.15668v1 [physics.optics] 28 Mar 2023

I. 引言

近年来，非厄米物理，尤其是宇称-时间（$\mathcal{PT}$）对称性 [1–7], 在光学界引起了广泛关注，因为它为调控光波的动力学提供了额外的自由度。然而，对增益与损耗效应强度的恰当要求，阻碍了 $\mathcal{PT}$ 对称光学的实际应用。其他类别的非厄米光学，例如反-$\mathcal{PT}$ 对称性 [8–11], ，或许能够克服这一缺陷，因为它们并不严格要求增益与损耗。

研究 $\mathcal{PT}$ 对称光学最简单的构型是两条平行波导（WGs）。这种构型可通过麦克斯韦方程组轻松研究，并支持一些引人入胜的光学效应，尤其是发生在将守恒相位与破缺相位 $\mathcal{PT}$ 分开的例外点（EPs） [12–15] 处的光停止现象 [16–20]。然而，对于在波导内传播的光波，它包含多个重要的物理参数，尤其是表征相位前沿传播的波矢 k 以及表示能流传播的坡印廷矢量S。它们携带有关波的不同信息，传播方向也可能不同 [21, 22]。极端情况下，在磁导率（$\mu_{\mathrm{NIM}} < 0$）和电 permittivity（$\epsilon_{\mathrm{NIM}} < 0$）同时为负的负折射率材料（NIM）中，$k$ 的方向与S 相反 [23–27]。然而，含有负折射率材料的耦合波导的非厄米特性尚未得到广泛探讨。直到最近，我们才注意到 Mealy 等人 [28] 已证明，通过对前向波与后向波进行适当耦合，可以在两条耦合波导中实现简并例外点，而后向波由经过适当设计的光栅产生。

本文研究由负折射率材料和正折射率材料组成的耦合波导中的光波。正折射率材料具有正磁导率和正电 permittivity，涵盖了自然界中的所有介电材料。我们表明，即使所有组成介质均无损耗，该系统中的导模也具有非厄米特性。在给定角频率和波导厚度时，本征模的波矢 k 及其相关本征矢量会随两个a波导之间的距离变化，并在a_c 的临界值处合并；低于该值时，波矢 k 将变为复数。这个相变点是一个例外点。我们采用简单的非厄米耦合模理论解释这些结果，这表明负折射率材料引发的场动力学属于反-$\mathcal{PT}$ 对称性。本文讨论了例外点处的特性，包括慢光效应。本研究凸显了负折射率材料的重要新颖特性，尤其是它在研究非厄米光学方面的巨大潜力：可绕过许多对称性 $\mathcal{PT}$ 所带来的限制。

II. 模拟与分析

考虑图1所示的简单结构。它由两条由无损介质制成、周围为空气的直波导组成。一条波导是正折射率材料（PIM），我们假设它是介电质，其 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4$ 和$\mu_{\mathrm{PIM}} = 1$。另一条波导是许多作者讨论过的负折射率材料（NIM） [29–31]。具有 $\epsilon_{\mathrm{NIM}} = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ 和 $\mu_{\mathrm{NIM}} = 1 - F\omega^2/(\omega^2 - \omega_0^2)$的、有详尽文献记载的NIM结构可

*电子邮箱：jchen4@nankai.edu.cn

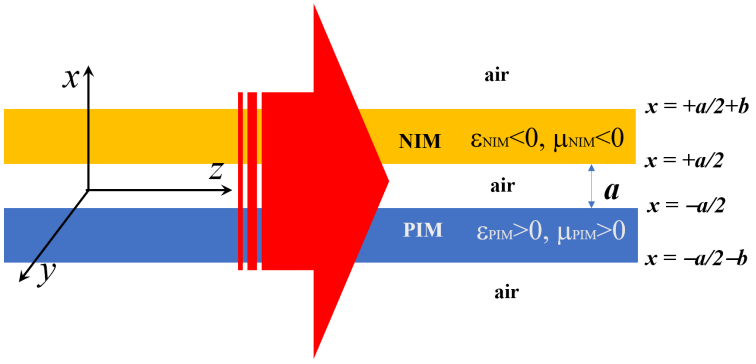


图1：所研究构型的示意图，其中包含两条由无损介质制成的直波导。一种介质是介电质，具有 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} > 0$ 和$\mu_{\mathrm{PIM}} = 1$；另一种是负折射率材料，具有 $\epsilon_{\mathrm{NIM}} = -3$ 和$\mu_{\mathrm{NIM}} = -0$。556。

在此使用，其中 $\omega_p = 2\pi \times 10$ 吉赫兹、 $\omega_0 = 2\pi \times 4$ 吉赫兹，且$F = 0.56$ [29–31]。在4吉赫兹至6吉赫兹之间可实现有效负折射率介质。

由于负折射率材料需要具有本征色散 $\partial(\epsilon_{\mathrm{NIM}}\omega)/\partial\omega > 0$ 和 $\partial(\mu_{\mathrm{NIM}}\omega)/\partial\omega > 0$，才能产生正能量密度[21, 22],，因此在以下分析中，我们将角频率 ω 保持为常数，并考察耦合波导的几何参数变化时，本征模的波矢k 如何变化。这里取 $\omega = 2\pi \times 5$ 吉赫兹（自由空间波长为6厘米），色散关系给出 $\epsilon_{\mathrm{NIM}} = -3$ 和$\mu_{\mathrm{NIM}} = -0$。折射率为$n_{\mathrm{NIM}} = \sqrt{\epsilon_{\mathrm{NIM}}}\sqrt{\mu_{\mathrm{NIM}}} = -1.291$。每条波导的厚度$b$ 为4厘米。两条波导之间的距离a 作为变量。

假设波矢 k 的方向为 z，即可利用麦克斯韦方程组和边界条件 [14, 21, 22]数值求得本征模的色散关系和分布。例如，考虑电场E_y 分量非零的横电（TE）偏振本征模

$$E_y = e^{-jkz+j\omega t}\begin{cases} E_1 e^{-\beta(x-a/2-b)}, & x > a/2+b \\ E_2 e^{-j\alpha_{\mathrm{NIM}}(x-a/2)} + E_3 e^{+j\alpha_{\mathrm{NIM}}(x-a/2)}, & a/2+b > x > a/2 \\ E_4 e^{+\beta x} + E_5 e^{-\beta x}, & a/2 > x > -a/2 \\ E_6 e^{-j\alpha_{\mathrm{PIM}}(x+a/2)} + E_7 e^{+j\alpha_{\mathrm{PIM}}(x+a/2)}, & -a/2 > x > -a/2-b \\ E_8 e^{+\beta(x+a/2+b)}, & x < -a/2-b \end{cases} \tag{1}$$

with

$$k^2 - \beta^2 = \omega^2/c^2, \tag{2}$$

$$k^2 + \alpha_m^2 = \epsilon_m \mu_m \omega^2/c^2, \tag{3}$$

其中，下标m 表示负折射率材料和正折射率材料。利用式（1）中的 $\nabla\times\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$，即可求得相应的磁场。应用电磁边界条件，并定义

$$F_m = \frac{\beta + j\alpha_m/\mu_m}{\beta - j\alpha_m/\mu_m}, \tag{4}$$

$$\Upsilon_m = \frac{F_m \exp(j2\alpha_m b) - F_m^{-1}}{\exp(j2\alpha_m b) - 1}, \tag{5}$$

很容易证明，本征解k 为

$$\Upsilon_{\mathrm{NIM}}\Upsilon_{\mathrm{PIM}} - \exp(-2\beta a) = 0. \tag{6}$$

将本征解k 代回式（1），即可计算场的分布。横磁（TM）偏振本征模的公式也可以类似地推导。

例如，可以通过在不同的k 值下计算方程（6）的左侧以寻找零点，从而对方程（6）进行数值求解。图2(a)展示了k 随a 变化的标准结果。可以看到，当波导距离a 足够大、使两个波导处于弱耦合状态时，可以得到两个彼此分离的本征模。每个本征模都表示单个波导中的一个局域模。根据图2(b)和图2(d)所示的场E_y 和坡印廷矢量S_z 的分布，我们可以得出结论，特征模

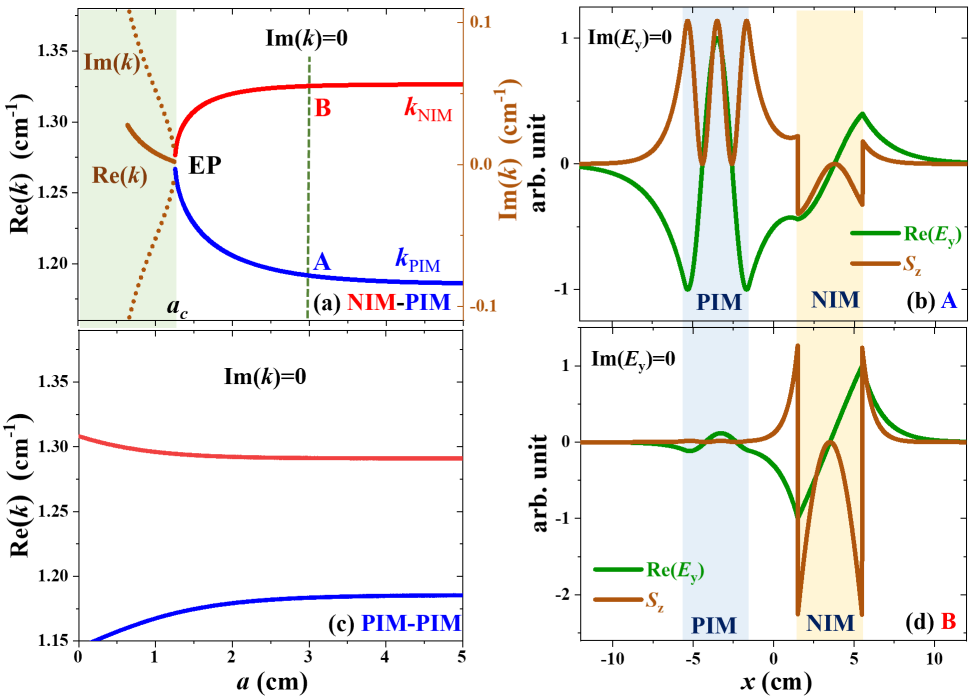


图2：（a）k 随a的变化。（b）和（d）分别为（a）中两个色散点处的场E_y 和坡印廷矢量S_z 的分布，其中a = 3 cm。（c）展示了正参数材料-正参数材料结构中的结果。注意，在（b）和（d）中，Im（E_y）为零；（a）中Im（k）的y坐标显示在右侧，其取值经过适当选择，使曲线Im（k）的原点与例外点重合。

k_{NIM} = 1.328 cm^{-1} 由负折射率材料波导支持，其中能流方向与k的方向相反。另一个位于k_{PIM} = 1.186 cm^{-1} 的特征模局域于正折射率材料波导。根据每个波导内部的节点数（E_y = 0），可以看出，平面正折射率材料波导所支持的场是TE$_2$ 模，而负折射率材料波导中的场是TE$_1$ 模 [30]。需要注意的是，此处波矢k 为实数，并且我们假设方程（1）中的展开系数E_1 为实数。因此，虚部Im(E_y)为零，在图2(b)和图2(d)中未显示。绘制场分布时，忽略了方程（1）中的系数exp(–jkz + $j\omega t$)。

图2（a）展示了普通介质波导中不存在的独特现象。当a 减小时，两个波导中的模式可以相互耦合，形成混合本征模。然而，在这里，本征模的k 值彼此接近。当a 小于临界距离a_c时，本征模会合并。当a_c 时，仅存在复数k （图2（a）中的棕色曲线和点）；通过在由Re（k）和Im（k）构成的空间中搜索方程（6）的解，可以找到这些复数k 。这一现象与人们关于耦合的正参数材料-正参数材料波导的普遍认识形成鲜明对比：当a 减小时，两个波导之间的耦合应当增强，k 的分裂应当增大，而不是减小。为说明这种差异，我们在图2（c）中展示了正参数材料-正参数材料构型下k 随a 变化的一个示例，其中，将图1结构中的负折射率材料替换为具有 ϵ_{PIM} = 3 和μ_{PIM} = 0.556的共轭正参数材料。可以看到，在该正参数材料-正参数材料构型中，所有k 的解均为实数，且k 的两个分支不会合并。

图2所示，色散在a_c 的临界值处合并，这与 $\mathcal{PT}$ 对称性下的异常点非常相似 [12–20]。我们检查了该点附近的本征模（见图3），发现从a > a_c趋近该点时，两个本征模的场分布变得越来越相似。因此，在这个临界点，不仅本征解k ，其关联的本征矢量也同时合并。该点不是厄米系统中的迪亚博利点，而是一个标准的例外点 [16–18]。在a > a_c （a < a_c）区域内，本征解k 为实数（复数），该区域分别具有精确的（破缺的）非厄米相。

图3还展示了a < a_c时的场分布。在这个相位破缺区域内，对于每个给定的a 值，通常可以找到两个互为共轭的k复数解。k 的复数解使方程（2）和（3）给出的 β和 α_m 取复数值。因此，Im(E_y)不再为零（见图3中的插图）。

为考察图2(a)所示 k 随 a 变化的曲线如何随着耦合波导参数的改变而变化，我们在不同的 ϵ_{PIM} 取值下重复进行计算。这将改变正折射率材料波导的k_{PIM} 值。也可以通过改变其厚度来实现相同效果。对于负折射率材料波导，本文将保持所有参数不变，从而使k_{NIM} 不发生变化。

图4显示了 ϵ_{PIM} 从4.3线性增加到4.6时的结果。 ϵ_{PIM} 增加会使k_{PIM} 值中的

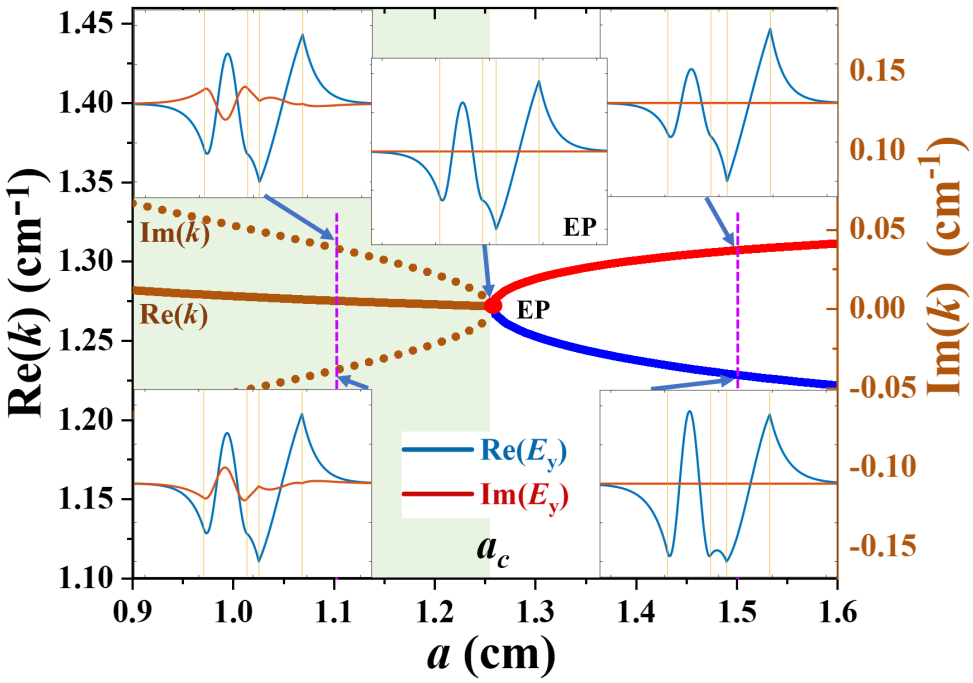


图3：在 E_y 与 k 相对于 a 的曲线上的若干不同点处的场分布。这些分布证实，a_c 处的转变点是一个例外点。注意，当$a < a_c$ 且 $\mathrm{Im}(k) \neq 0$ 时，$\mathrm{Im}(E_y)$ 不再为零。

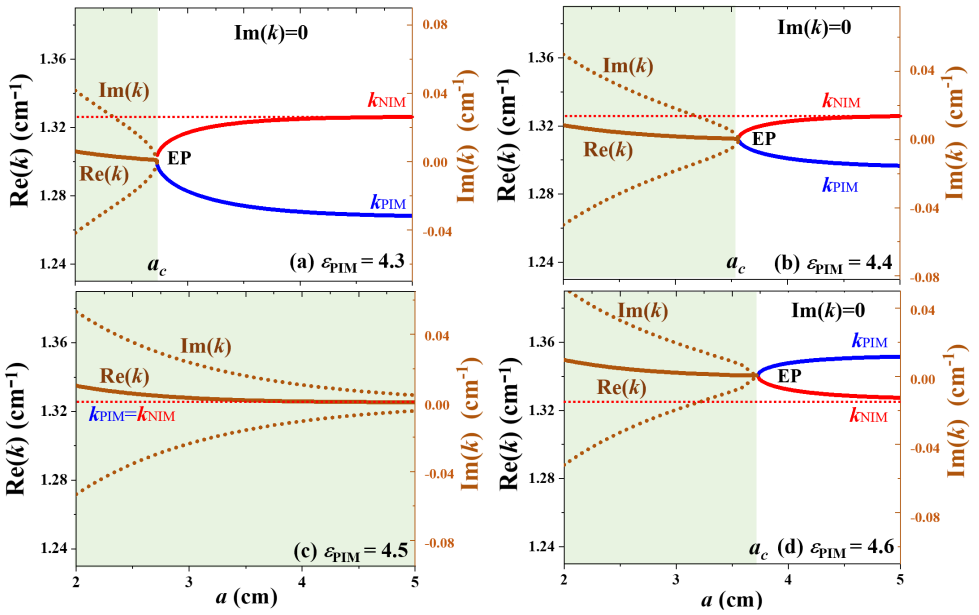


图4：不同 ϵ_{PIM} 值下 k 随 a 的变化，范围从 (a) $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.3$ 到 (d) $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.6$。

正折射率材料波导接近甚至越过负折射率材料波导中的k_{NIM}。从图4可以看出，随着 ϵ_{PIM} 增加，k 与a的关系曲线环会逐渐缩小，并最终在 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.5$附近消失。当 ϵ_{PIM} 从4.5继续增加时，曲线会再次出现并变大。由于$k_{\mathrm{NIM}} = 1.328$ cm^{-1} 保持不变，$\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.5$的情况实际上处于$k_{\mathrm{PIM}} = k_{\mathrm{NIM}}$ 发生简并的临界点附近。

III. 非厄米耦合模理论

在上述模拟中，耦合波导中的所有介质均无损耗。然而，特征模在某个临界值处合并a_c，这表明该无损系统可能具有非厄米现象。这里，我们可以采用形式为$M\Psi = k_{\pm}\Psi$的非厄米耦合模理论 [21] 来解释这些结果，即

$$\begin{bmatrix} k_{\mathrm{NIM}} & -\gamma \\ \gamma & k_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{NIM}} \\ \psi_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix} = k_{\pm} \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{NIM}} \\ \psi_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

这里，k_{NIM} 和k_{PIM} 分别是在给定角频率 ω下，彼此分离的负折射率材料波导和正折射率材料波导中的导模波矢。k_{NIM} 和k_{PIM} 均为实数。参数 γ 也为实数，用于表征两个波导之间的相互耦合。基矢量 ψ_{NIM} 和 ψ_{PIM} 表示用于表征本征矢量的导模场分量。显然，式（7）是非厄米的，因为非对角元素不是复共轭，即$M_{12} \neq M_{21}^{*}$。选择$M_{21} = -M_{12} = \gamma$，是同时考虑了两个方面的结果。其一，在该无损系统中，总能量应当守恒 [28, 32]。其二，负折射率材料波导和正折射率材料波导中的能量传播方向彼此相反，因此二者之间的耦合是反向的 [28, 32]。

为了解　　释式（7）能否解释我们先前分析中的主要特征，我们可以先求解该式。定义

$$k_{\mathrm{NIM}} = k_0 + \Delta, \tag{8}$$

$$k_{\mathrm{PIM}} = k_0 - \Delta, \tag{9}$$

其中k_0 是平均波矢，Δ 是失谐，本征解$k_{\pm}$ 为

$$k_{\pm} = k_0 \pm \sqrt{\Delta^2 - \gamma^2}. \tag{10}$$

利用式（10），我们可以拟合式（6）给出的k 与a 曲线，并确定 γ 的大小如何随波导距离a变化。$\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4$ 的结果如图5所示。进行最佳拟合时，我们首先选取合适的k_{NIM} 和k_{PIM}值；对于图5所示的结果，它们分别为$1.328\ \mathrm{cm}^{-1}$和$1.186\ \mathrm{cm}^{-1}$。k_{NIM} 和k_{PIM}的值，以及$k_0 = 1.257\ \mathrm{cm}^{-1}$ 和 $\Delta = 0.071\ \mathrm{cm}^{-1}$的值，均保持为常数。然后，根据由式（6）得到的$k_{\pm}$ 值，我们可以利用式（10）求出 γ的值。由于式（6）的两个解可能会给出不同的 γ值，我们只保留其平均值，再将其代回式（10），以检验与式（6）的偏差。在复k 值的相位破缺区域，也进行了类似的拟合。

从图5(a)可以看出，公式（10）的预测结果与公式（6）的结果吻合良好。相位破缺区域中 Re(k) 的偏差可能可以通过假设 k_{NIM} 和 k_{PIM} 对 a 存在空间依赖性来修正，但这里不再讨论这一点。值得强调的是，γ 的幅度会随着 a 的增大而呈指数下降，并且可以近似表示为

$$\gamma = \gamma_0 \exp(-a/L_c) \tag{11}$$

其中 $\gamma_0 = 0.18\ \mathrm{cm}^{-1}$。衰减长度 L_c 等于 1.45 cm，与 $\beta^{-1} = (k_0^2 - \omega^2/c^2)^{-1/2}$给出的 1.438 cm 非常接近。显然，当 a 小于 a_c时，互耦强度 $|\gamma|$ 强于 $|\Delta|$，随后耦合波导的相位会自发破缺，并产生复数 k 值。当 a 大于 a_c时，$|\gamma|$ 变得小于 $|\Delta|$，相位得以保持。位置 a_c 是例外点的临界相变点，其中 $|\gamma| = |\Delta|$。当两个波导彼此相距很远时，γ为零，且 $k_{\pm} = k_{\mathrm{NIM}}$, 正折射率材料。此时，本征矢量为 $\Psi = [1, 0]^T$和 $\Psi = [0, 1]^T$，而场局域于彼此分离的波导中。

此外，失谐 Δ 决定了k 与a 谱中回路的大小。当$k_{\mathrm{NIM}} = k_{\mathrm{PIM}}$时，即负折射率材料波导和正折射率材料波导中的本征解发生简并时，相位总是自发破缺，因为此时 $\Delta = 0$，任何非零的 γ 都会产生复数$k_{\pm}$ 值。这就是图 4(c) 中 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4$所示的情形。偏离这一简并情形后，$|\Delta|$不断增大，回路也变得越来越大，这一点可以在图 4 的其他图中观察到。

现在，我们可以关注满足以下条件的例外点：

$$\Delta = \pm\gamma \tag{12}$$

其给出$k_{\pm} = k_0$。特征模的特征函数为

$$\begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{NIM}} \\ \psi_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix}_{\mathrm{EP}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathrm{sign}(\Delta/\gamma) \end{bmatrix}. \tag{13}$$

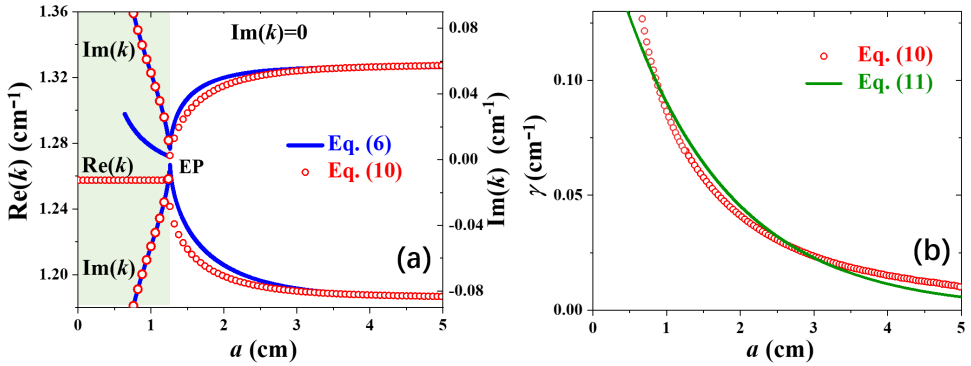


图5：使用公式（10）拟合公式（6）的结果，得到（a）k 和（b） γ 随波导距离a 的变化。（b）中的绿色曲线是使用公式（11）对 γ 进行的指数拟合。

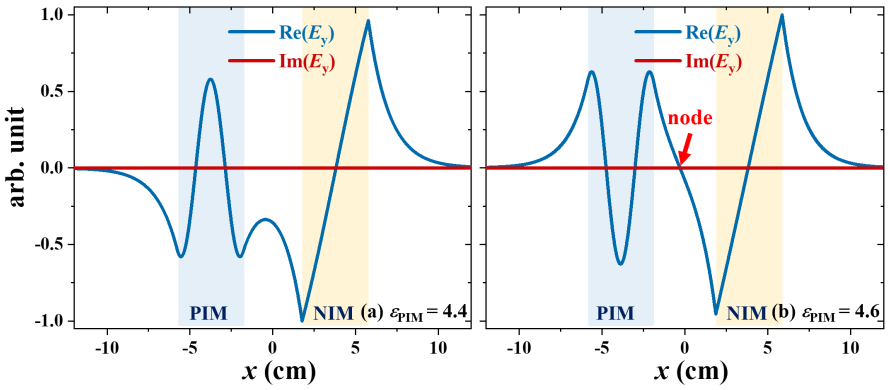


图6：当（a） $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.4(\Delta > 0)$和（b） $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.6(\Delta < 0)$时，例外点处场$E_y$ 的分布。红色箭头表示（b）中的节点，该节点与例外点处的 π-相位跳变相关，此时 Δ 改变其符号。

其中，函数 sign(x) 在 $x > 0$ ($x < 0$) 时等于 1（−1）。换句话说，在这个例外点处，两个波导中的场彼此同相（相位差为零）或反相（相位差为 π）。确切的相位差由 Δ/γ 的符号决定。通常， γ 由两个波导之间间隙中的场的重叠积分决定，其符号是固定的[14, 15, 28], ，但 sign(Δ/γ) 可以通过改变两个波导中 $k_{\mathrm{NIM,\,PIM}}$ 的共振条件进行调节，例如改变内部的折射率或波导的厚度。因此，例外点处的特征向量是可调的。

需要注意的是，由于两个波导中的折射率不要求相等，因此我们无法对其中场的振幅作出任何评论。这与 $\mathcal{PT}$ 对称波导形成鲜明对比，在对称波导中通常只考虑对称构型 [10–12]。这一缺陷阻碍了我们揭示有关例外点的更多独特特征。然而，相位跳变作为例外点处sign(Δ/γ)的标志，是可观测的；例如，可以选择两组 ϵ_{PIM} 值，使得一种情况下 $\Delta > 0$ ，而另一种情况下 $\Delta < 0$，然后分析结构内部的场分布图样。当$\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.4(\Delta > 0)$和 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.6(\Delta < 0)$时，例外点处$E_y$ 的分布结果如图6所示。从这两幅图中可以看出，负折射率材料波导中的场几乎完全相同，但正折射率材料波导中的场相对于彼此发生了翻转。因此显然，在这两种情形下，两个波导之间的相位相差 π。此外，与 π-相位跳变相关的是，两个波导之间的间隙内存在一个节点（图6(b)中的红色箭头），这意味着在该情形下 $\psi_{\mathrm{NIM}} = -\psi_{\mathrm{PIM}}$。根据图6(b)中 $\Delta < 0$ 这一事实，我们还可以得出结论： $\gamma > 0$。

还可以分析导模的群速度 v_g 。然而，由于此处角频率 ω 保持不变，因此无法通过 $\partial\omega/\partial k$求得$v_g$。在这里，我们利用坡印廷矢量 S_z和能量密度 W，通过 $v_g = S_z/W$计算v_g。在计算能量密度 W时，我们调整了 $\epsilon_0\partial(\epsilon_{\mathrm{NIM}}\omega)/\partial\omega|E|^2 + \mu_0\partial(\mu_{\mathrm{NIM}}\omega)/\partial\omega|H|^2$[21, 22]的公式。在 5 吉赫兹下，所采用的色散给出 $\partial(\epsilon_{\mathrm{NIM}}\omega)/\partial\omega = 5$ 以及 $\partial(\mu_{\mathrm{NIM}}\omega)/\partial\omega = 4.975$。

图 7 显示了在 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.0$ 处v_g 与a 的关系曲线。正如预期，v_g 的取值受限于$v_g = -0.2c$ （负折射率材料中的能流向后传播，因此该值为负）和$v_g = 0.5c$ 所界定的区域，其中c 为光速。当场主要局域在负折射率材料波导中时，v_g 为负；否则v_g 为正。随着a减小，k 之间的分裂也减小，两个分支的v_g 逐渐相互接近。在例外点处，群速度为零，这可以由正折射率材料（包括其周围的空气）中的正能流与负折射率材料中的负能量通量达到平衡来解释，

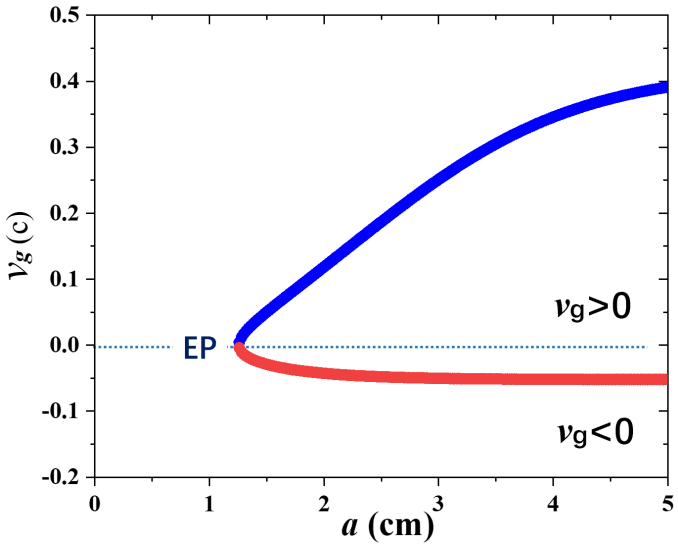


图 7：当 $\epsilon_{\mathrm{PIM}} = 4.0$ 时，群速度 v_g 随 a 的变化。在例外点，v_g 为零。

分别。

请注意，此处展示的例外点处的光停止现象不同于 $\mathcal{PT}$ 对称波导 [12–14]中的情况。这里，光停止与负折射率材料中的负能流有关，而整个结构仍是厄米的，因为其中没有损耗或增益。相反，在具有空间分布的增益与损耗的 $\mathcal{PT}$-对称波导中，光停止无法用与实值场 [14], 相关的能流传播来解释，而是非厄米系统的零c-积 [12, 33] 所导致的结果。当两个波导不仅在几何结构上，而且在电磁性质上（损耗/增益效应除外）完全相同时，才可应用c-积，从而能够明确定义本征矢量中的 ψ [12, 33]。这里的两个波导由不同介质构成，折射率不同，厚度也可能不同，因此c-积的适用性还需进一步讨论。

IV. 讨论

上文已证明，由负折射率材料制成的无损耦合波导中可以观察到非厄米光学效应。下面我们将进一步讨论这种非厄米效应的类别。从公式（7）可以看出，它可归类为反$\mathcal{PT}$ 对称型，因为 2×2 矩阵M 的对角元满足 $\mathrm{Im}(M_{11}) = \mathrm{Im}(M_{22})$，且$M_{12} = -M_{21}^{*}$。需要强调的是，在使用公式（7）时，我们假设基向量 ψ_{NIM} 和 ψ_{PIM}表示表征波函数的导模场分量。我们的分析采用了与基向量$\psi_{\mathrm{NIM}} = E_y^{\mathrm{NIM}}$和 $\psi_{\mathrm{PIM}} = E_y^{\mathrm{PIM}}$相对应的一组向量。然而，由于两个波导彼此并不相同，基向量的选择是任意的。例如，我们还可以采用另一组相应向量，将额外的 $\pi/2$相位加到基向量 ψ_{PIM}上。此时，公式（7）变为

$$\begin{bmatrix} k_{\mathrm{NIM}} & j\gamma \\ j\gamma & k_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{NIM}} \\ j\psi_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix} = k_{\pm} \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{NIM}} \\ j\psi_{\mathrm{PIM}} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

方程（14）只是一个标准的反-$\mathcal{PT}$ 对称算符，已在许多文献中讨论过 [8–11]。它也能解释色散以及场分布的所有特征。至于研究负折射率材料时哪种方法更合适，我们仍倾向于方程（7），因为图6(b)所示的节点可以得到更直观的解释。

本文的重要意义在于证明了无需使用增益或损耗也能实现非厄米光学。本文还表明，负折射率材料中的负能量通量会对未来应用产生诸多实际影响，尤其是考虑到所有介质均无损耗这一事实。对于本文讨论的非厄米效应，可利用已有文献记载的负折射率材料设计[26, 27], 进行实验研究，并仅需重新缩放耦合波导配置的几何参数，即可将其推广至其他频率范围。理论研究可着重探讨自发相位破缺背后的深层物理，以及利用无损耗负折射率材料中的反-$\mathcal{PT}$ 对称性实现高阶例外点和模式切换。

在结束本文之前，我们想再次强调，这里研究的整个结构既无损耗也无增益。因此，原则上它是一个封闭的厄米系统，能量应当守恒。上文讨论的非厄米效应，尤其是k 在a_c以下为复数的情形，不应违反能量守恒原理。这些

复k 特征模可能与某些类似于光子带隙效应和截止频率以下波导效应的现象有关；这些现象会阻止光场传播，却不吸收任何能量 [21, 28]。对此进行详细讨论还需我们进一步研究。

V. 结论

总之，本文研究了由无损负折射率材料和正折射率材料构成的耦合波导中的光波。我们表明，这种无增益/损耗光学系统中的导模也具有非厄米特性。我们采用简单的非厄米耦合模理论来解释研究结果。该理论证明，a_c 处的临界简并点是一个例外点，而由负折射率材料引起的场动力学属于反-$\mathcal{PT}$ 对称性。本文还讨论了例外点处的特性，包括慢光效应。本研究凸显了负折射率材料不可忽视的新颖特性，这些特性可用于研究非厄米光学，从而绕过许多对 $\mathcal{PT}$ 对称性的限制。

资助

国家自然科学基金委员会（NSFC）（12104227，12274241）；南京工程学院科研基金（YKJ202021）。

利益披露

作者声明不存在利益冲突。

数据可用性

支撑本文所呈现结果的数据目前尚未公开，但可在提出合理请求后向作者获取。

[1] C. M. Bender, ”理解非厄米特哈密顿量,” Rep. Prog. Phys. **70**(6), 947–1018 (2007). [2] S. Longhi, ”$\mathcal{PT}$-对称激光吸收器,” Phys. Rev. A **82**(3), 031801(R) (2010). [3] A. A. Zyablovsky, A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko, A. A. Pukhov, and A. A. Lisyansky, ” $\mathcal{PT}$-对称光学系统中的因果关系与相变,” Phys. Rev. A **89**(3), 033808 (2014). [4] L. Feng, R. El-Ganainy, and L. Ge, ”基于宇称-时间对称性的非厄米特光子学,” Nat. Photo. **11**(12), 752–762 (2017). [5] R. El-Ganainy, K. G. Makris, M. Khajavikhan, Z. H. Musslimani, S. Rotter, and D. N. Christodoulides, ”非厄米物理与 $\mathcal{PT}$对称性,” Nat. Phys. **14**(1), 11–19 (2018). [6] J. Gear, F. Liu, S. T. Chu, S. Rotter, and J. Li, ”通过堆叠纯介电和磁性薄层实现宇称-时间对称性,” Phys. Rev. A **91**(3), 033825 (2015). [7] M. Lawrence, N. Xu, X. Zhang, L. Cong, J. Han, W. Zhang, and S. Zhang, ”太赫兹超表面中偏振空间的 $\mathcal{PT}$对称性破缺,” Phys. Rev. Lett. **113**(9), 093901 (2014). [8] L. Ge and H. E. Tureci, ”具有平衡正折射率和负折射率材料的反对称 $\mathcal{PT}$-光子结构,” Phys. Rev. A **88**(5), 053810 (2013). [9] Y. Choi, C. Hahn, J. W. Yoon, and S. H. Song, ”电路谐振器中反-$\mathcal{PT}$-对称例外点与能量差守恒动力学的观测,” Nat. Comm. **9**, 2182–2187 (2018). [10] Q. Li, C. J. Zhang, Z. D. Cheng, W. Z. Liu, J. F. Wang, F. F. Yan, Z. H. Lin, Y. Xiao, K. Sun, Y. T. Wang, J. S. Tang, J. S. Xu, C. F. Li, and G. C. Guo, ”反宇称-时间对称洛伦兹动力学的实验模拟,” Optica **6**(1), 67–71 (2019). [11] F. Yang, Y. C. Liu, and L. You, ”耗散耦合光学系统中的反-$\mathcal{PT}$对称性,” Phys. Rev. A **96**(5), 053845 (2017). [12] T. Goldzak, A. A. Mailybaev, and N. Moiseyev, ”光在例外点处停止,” Phys. Rev. Lett. **120**(1), 013901 (2018). [13] S. A. H. Gangaraj and F. Monticone, ”例外点附近的拓扑波导：抗缺陷、慢光与损耗免疫传播,” Phys. Rev. Lett. **121**(9), 093901 (2018). [14] X. Z. Zhang, R. Z. Luo, and J. Chen, ”重新审视 $\mathcal{PT}$-对称耦合波导中的坡印廷矢量,” Opt. Express **30**(21), 38753– 38763 (2022). [15] L. S. Sun, B. Zhao, J. Q. Yuan, and J. Chen, ”克尔非线性诱导的耦合波导中双稳态类宇称-时间相变,” Opt. Express **29**(5), 7935–7947 (2021).

[16] H. Cao and J. Wiersig, ”介电微腔：波混沌与非厄米物理的模型系统,” Rev. Mod. Phys. **87**(1), 61–111 (2015). [17] S. K. Ozdemir, S. Rotter, F. Nori, and L. Yang, ”光子学中的宇称-时间对称性与例外点,” Nat. Mater. **18**(8), 783–798 (2019). [18] M. A. Miri and A. Al`u, ”光学与光子学中的例外点,” Science **363**(6422), eaar7709 (2019). [19] J. B. Khurgin, Y. Sebbag, E. Edrei, R. Zektzer, K. Shastri, U. Levy, and F. Monticone, ”利用不完美（漏光）光子器件模拟例外点环绕：非对称模式切换与全向偏振器作用,” Optica **8**(4), 563–569 (2021). [20] H. Z. Chen, T. Liu, H. Y. Luan, R. J. Liu, X. Y. Wang, X. F. Zhu, Y. B. Li, Z. M. Gu, S. J. Liang, H. Gao, L. Lu, L. Ge, S. Zhang, J. Zhu, and R. M. Ma, ”揭示例外点处的缺失维度,” Nat. Phys. **16**(5), 571–578 (2020). [21] J. D. Jackson, 经典电动力学 (John Wiley & Sons, 1998). [22] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, 连续介质电动力学 (Pergamon, 1984). [23] V. G. Veselago, ”同时具有 ε 和μ负值的物质电动力学,” Sov. Phys. Usp. **10**, 509–514 (1968). [24] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, ”负折射率的实验验证,” Science **292**(5514), 77–79 (2001). [25] J. B. Pendry, ”负折射造就完美透镜,” Phys. Rev. Lett. **85**(18), 3966–3969 (2000). [26] N. I. Zheludev and Y. S. Kivshar, ”从超材料到超器件,” Nat. Mater. **11**(11), 917–924 (2012). [27] Y. M. Liu and X. Zhang, ”超材料：科学与技术的新前沿,” Chemical Society Reviews **40**(5), 2494–2507 (2011). [28] T. Mealy and F. Capolino, ”通过混合正向和反向传播波诱导具有间接带隙的简并例外点,” Phys. Rev. A **107**(1), 012214 (2023). [29] A. C. Peacock and N. G. R. Broderick, ”负折射率通道波导中的导模,” Opt. Express **11**(20), 2502–2510 (2003). [30] I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, and Y. S. Kivshar, ”负折射率波导中的导模,” Phys. Rev. E **67**(5), 057602 (2003). [31] A. V. Novitsky and L. M. Barkovsky, ”负折射率光纤中的导模,” J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **7**(2), S51–S56 (2005). [32] A. Yariv, ”导波光学的耦合模理论,” IEEE J. Quantum Electron. **9**(9), 919–933 (1973). [33] N. Moiseyev, 非厄米量子力学 (Cambridge, 2011).