超大规模可重构智能表面（XL-RIS）辅助宽带毫米波系统的近场信道估计

Songjie Yang、Chenfei Xie、Wanting Lyu、Boyu Ning，*IEEE*会员Zhongpei Zhang，*IEEE*会员，以及Chau Yuen，*IEEE*会士

arXiv:2304.00440v1 [cs.IT] 2 Apr 2023

摘要

近场通信为近场信道带来了新的机遇，然而，球面波前传播使近场信号处理颇具挑战。在此背景下，本文提出了借助超大规模可重构智能表面（XL-RIS）的宽带MIMO毫米波系统高效近场信道估计方法。针对模拟RIS反射的宽带信号，我们刻画了其在角度域和距离域中的近场波束斜视效应。基于对所有频率下近场波束图的数学分析，我们通过最小化任意两个波束之间的相干性，构建了宽带球面域字典。基于此，我们建立了一个二维压缩感知问题，利用毫米波信道的球面域稀疏性恢复信道参数。为此，我们在所提出的多频可并行子空间恢复框架中提出了一种基于相关系数的原子匹配方法，以实现高效求解。此外，我们提出了一种二维预言机估计器作为基准，并推导了其在所有子载波上的下界。研究结果强调了系统超参数和各子载波感知矩阵对估计精度的重要影响。最后，数值结果表明，与下界相比，所提方法取得了可观的性能，且其时间复杂度与RIS单元数呈线性关系。

Songjie Yang、Chenfei Xie、Wanting Lyu、Boyu Ning 和 Zhongpei Zhang 任职于中国成都 611731 的电子科技大学通信科学技术国家重点实验室。（电子邮件：yangsongjie@std.uestc.edu.cn；201911220505@std.uestc.edu.cn；lyuwanting@yeah.net；boydning@outlook.com；zhangzp@uestc.edu.cn）。

Chau Yuen 任职于南洋理工大学电气与电子工程学院（电子邮件：chau.yuen@ntu.edu.sg）。

索引词

信道估计、超大规模可重构智能表面、近场波束斜视、球域、压缩感知、相关系数。

I. 引言

无线通信系统在过去几十年中迅速发展，每一代新技术都显著提升了容量和数据速率。然而，随着无线通信和数据访问需求持续增长，人们逐渐认识到，现有无线技术终将达到极限。为应对这一挑战，研究人员转向了极具前景的新技术，例如超大规模多输入多输出（XL-MIMO） [1], 全息 MIMO [2], 和轨道角动量 MIMO [3]。这些技术有望提升无线服务的可靠性和质量，尤其是在高密度城市地区；在这些地区，传统无线技术难以满足需求。

作者在 [1], [4]–[6],中展示了 XL-MIMO 技术在显著提高频谱效率和增强定位能力方面的潜力，使其成为下一代无线通信与感知系统的理想选择。然而，由于平面波前假设在近场区域 [7]不再成立，使用超大规模阵列也带来了挑战。因此，在进行近场信道表征时，应考虑球面波前假设；此时，信道不仅取决于空间角度，还取决于阵列与信源或散射体之间的距离。因此，与远场区域相比，近场区域的信道估计和建模要求更高，也需要更高的精度和准确性。

另一方面，可重构智能表面（RIS）能够反射、折射并操控入射电磁波 [8], ，因此前景尤为广阔，因为它有助于克服毫米波/太赫兹频谱 [9],[10]所带来的一些传播挑战。无线通信系统中使用的 RIS 主要分为两种：近场 RIS 和远场 RIS。远场 RIS 工作于远场区域，该区域定义为辐射场基本呈平面波特性，且其与 RIS 之间的距离远大于 RIS 尺寸的区域。在这种情况下，可以将 RIS 建模为改变辐射源的辐射方向图，其主要目标是将波束引导至所需的

方向或形状。近年来，远场 RIS 的各项基础课题得到了广泛研究 [11]–[18], ，包括信道估计、定位以及无源/有源波束成形。

利用 XL-MIMO 技术的优势，已有多项研究开始探索近场 XL-RIS 技术，即在发射机或接收机附近部署大量小型、低成本的无源/有源单元。在该区域，可将可重构智能表面视为一层薄表面，用于改变局部电磁环境。近场可重构智能表面的主要目标是优化特定位置的无线信号质量。然而，近场电磁场的行为复杂，并且会随发射机/接收机与可重构智能表面之间的距离而显著变化。尽管近场区域面临诸多挑战，但它仍是一个重要的研究领域，有望在不久的将来提升无线通信系统的性能。

A. 先进研究成果

近场 XL-RIS 的研究仍处于初步阶段。 [19],[20] 的作者从利用大型智能表面和近场波束成形来提升近场区域内无线通信性能的角度，提供了互补性的观点。他们都强调了这些技术在提升无线通信系统性能和效率方面的潜力，并针对不同的通信模式和场景，为此类系统的设计与优化提供了见解。由于近场 RIS 主要关注空间波束域，因此已有多项相关研究，包括波束训练 [21]–[23],定位 [24]–[28],和信道估计 [26], [27], [29]。在近场区域，使用平面导向矢量进行角度波束训练已不再有效，因此有必要利用球面导向矢量重新设计波束训练码本。在笛卡尔坐标系中，研究人员设计了两种近场码本，即近场均匀码本 [21] 和近场分层码本 [21], [22]。 [21], 表明，与近场均匀码本相比，近场分层码本所需的训练开销显著更低。作为另一种方案， [23] 的作者利用极域码本 [30] 在极域中执行近场波束训练。另一方面，由于球面波前有利于距离感知，近场定位已成为一个热门研究主题。在这一背景下，多项研究围绕 XL-RIS 系统中的近场定位展开。值得注意的是，由于压缩信道估计与定位具有相似性，文献 [26]和 [27]在研究近场信道估计的同时，也对近场定位进行了研究。在 [29], 中，

作者借助 XL-RIS，研究了混合波束成形系统中的近场信道估计。

然而，上述参考文献仅考虑了窄带系统。在正交频分复用（OFDM）等实际系统中，通常采用宽带信号，这会在相控阵天线中引起一种众所周知的空间效应，即波束斜视。波束斜视是由于入射波的入射角随频率变化而产生的，并且会对宽带系统的性能造成显著影响。为减轻波束斜视的影响，研究人员提出了用于宽带信道估计和混合波束成形的有效方法，如 [31]–[34]所示。然而，在近场 XL-RIS 系统中处理波束斜视可能更加困难。利用 [30], 提出的极域字典， [35] 中的研究人员采用克罗内克压缩感知（KCS）框架，通过利用每个子载波上的共同稀疏性来估计宽带信道。此外， [36], 探究了近场波束斜视效应，并揭示了极域中的两个重要发现：1）中心子载波的波束与其他子载波波束之间的数学相关性；2）波束轨迹随频率的变化。为从硬件层面解决 RIS 系统中的波束斜视问题， [37] 受相控阵天线中真时延单元设计的启发，提出了可调延迟超表面（DAM）架构。随后， [38] 和[36] 采用 DAM 架构来减轻近场波束斜视效应。然而，随着时延单元数量的增加，硬件成本和能耗也会随之增加。

此前关于存在波束斜视的近场 XL-RIS 的研究，采用均匀线阵（ULA）进行信道估计或定位。然而，在近场区域，均匀平面阵列（UPA）的波束斜视效应体现在球域中，这给信号处理带来了特殊挑战，例如球域字典设计 [39]。最后但同样重要的是，由于元素数量众多，XL-RIS 系统对算法复杂度十分敏感。为了充分发挥 XL-RIS 技术在未来通信应用中的潜力，必须改进信道估计及其他信号处理技术。

B. 贡献与创新

综合考虑上述背景，本文聚焦于 XL-RIS 系统中近场宽带信道的高效估计，并利用信道在球域中的稀疏性以及所有子载波之间的共同稀疏支撑。我们的方法

包括对近场波束斜视效应的深入分析、宽带球面域字典的构建、高效压缩感知框架的提出，以及下界的推导。具体内容如下。

- 首先，我们采用 [7]菲涅耳近似 [7]，根据俯仰角/方位角和距离近似球面阵列响应。通过分别分析线性相位项和二次相位项，我们建立了中心频率下目标波束与其他频率下对应波束之间的数学关系，并用误差函数 $\mathrm{erf}(\cdot)$ 表示。通过研究三维空间中的近场波束斜视效应，我们全面展示了球域内波束随频谱变化的轨迹。此外，我们利用误差函数构建了一种宽带球面域字典，使任意两个字典原子之间的相干性最小化。

- 我们提出了多频可并行子空间恢复（MMPSR）框架，并利用所设计的宽带球面域字典解决宽带信道估计问题。该框架通过多频联合处理，将二维压缩感知问题转化为多个稀疏向量恢复问题。它尤其适用于多参数、大规模字典问题的恢复，性能优于克罗内克压缩感知等常用恢复框架。为了实现对测量信号与感知原子之间相位关系的最优评估，我们提出了基于相关系数（CC）的原子匹配方法，以取代一些贪心算法（如正交匹配追踪（OMP））采用的基于内积（IN）的原子匹配方法。

- 最后，我们提出一种二维最小二乘估计器，作为任何估计方法都无法超越的可靠基准。此外，我们以归一化均方误差（NMSE）为评价指标，推导出其下界。值得注意的是，该下界考虑了多频信道，揭示了系统超参数（例如天线数量、子载波数量和信道路径数量）以及每个子载波的感知矩阵对估计性能的影响。

C. 组织结构与符号说明

本文其余部分安排如下：第二节介绍宽带近场信道和上行训练模型。第三节讨论近场波束斜视效应，并设计宽带球面域字典。第四节提出压缩感知框架

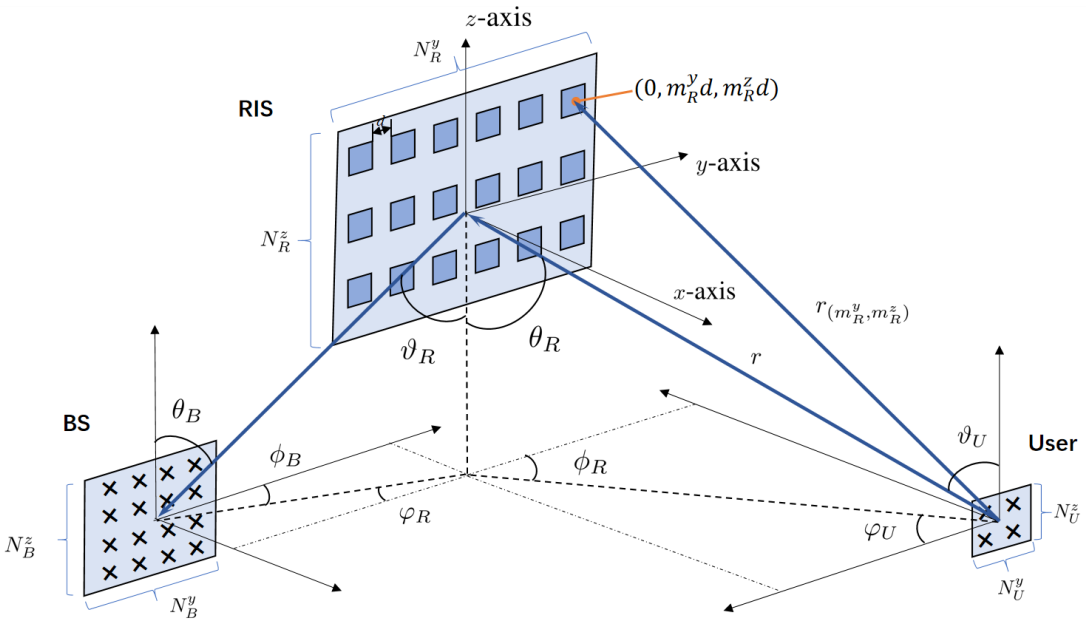


图 1：基站-RIS-用户系统示意图。

来处理二维恢复问题，并给出一种基于相关系数的原子匹配高效解法。第五节推导各种估计方法的基准下界。第六节通过若干实验展示所提方法的有效性。最后，第七节对本文进行总结。

符号说明：$(\cdot)^*$、$(\cdot)^T$、$(\cdot)^H$和$(\cdot)^{-1}$分别表示共轭、转置、共轭转置和逆。$\|\cdot\|_2$ 分别表示 ℓ_0 范数和 ℓ_2 范数。$\|\mathbf{A}\|_F$ 表示矩阵 A 的弗罗贝尼乌斯范数。$\mathrm{Tr}\{\mathbf{A}\}$ 表示矩阵 A 的迹。$|\cdot|$ 表示模。此外，$\otimes$表示克罗内克积。$[\mathbf{a}]_i$ 和 $[\mathbf{A}]_i$分别表示向量 a 的第 i 个元素和矩阵 A 的第 (i,j) 个元素。vec(·) 表示向量化操作。$\mathbb{E}\{\cdot\}$ 和 $\mathbb{V}\{\cdot\}$ 分别表示期望和方差运算。$\mathbf{I}_M$ 表示 $M\times M$ 单位矩阵。此外，diag(a) 是一个对角线上元素为 a 的方形对角矩阵。最后，$\mathcal{CN}$ (a, A) 表示均值为 a、协方差矩阵为 A 的复高斯分布。

II. 近场与远场宽带系统模型

我们考虑一个由超大规模可重构智能表面辅助的时分双工（TDD）K子载波 MIMO-OFDM系统。由于利用正交导频序列可以并行进行上行多用户信道估计，为清晰起见，我们仅考虑任意一个用户。基站、可重构智能表面和用户分别配备了一个含有（$N_B = N_B^z \times N_B^y$）个阵元的均匀平面阵列、一个含有（$N_R = N_R^z \times N_R^y$）个阵元的均匀平面阵列和一个含有（$N_U = N_U^z \times N_U^y$）个阵元的均匀平面阵列（如图 1 所示）。为简单起见，我们假设基站和用户均配备一条射频链。此外，

$\mathbf{H}_{\mathrm{B}} \in \mathbb{C}^{N_U \times N_R}$、$\mathbf{H}_{\mathrm{U}} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_B}$和$\mathbf{H}_{\mathrm{D}} \in \mathbb{C}^{N_B \times N_U}$分别表示基站与可重构智能表面、可重构智能表面与用户，以及基站与用户之间的信道[1]，。RIS矩阵定义为$\mathbf{V} = \mathrm{diag}(\mathbf{v}) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$，其中$\mathbf{v} \triangleq [e^{jv_1}, \cdots, e^{jv_{N_R}}] \in \mathbb{C}^{1 \times N_R}$，$\{v_l\}_{l=1}^{N_R}$为相移。

A. 信道模型

考虑到可重构智能表面的尺寸远大于用户的尺寸，我们对可重构智能表面-用户信道采用单侧近场信道模型。在此背景下，第k个子载波上的可重构智能表面-用户信道可用Saleh-Valenzuela模型表示:

$$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k] = \sqrt{\frac{N_R N_U}{P}} \sum_{p=1}^{P} \beta_p e^{-j2\pi\tau_p f_k} \mathbf{b}_{\mathrm{R}}(f_k, r_{R,p}) \mathbf{a}_{\mathrm{U}}^H(f_k, \widetilde{\vartheta}_{U,p}, \widetilde{\varphi}_{U,p}), \tag{1}$$

其中，我们在用户端采用远场假设。P是信道路径的数量，$\{\tau_p\}_{p=1}^{P}$和$\{\beta_p\}_{p=1}^{P}$分别为路径时延和复路径增益。r_R、$_p$表示从可重构智能表面到第p个物体（散射体或用户）的距离。$\widetilde{\vartheta}_U$、$_p \triangleq \cos(\vartheta_U$、$_p)$和$\widetilde{\varphi}_U$、$_p \triangleq \sin(\vartheta_U$、$_p)\sin(\varphi_U$、$_p)$表示虚拟角度，其中$\vartheta_U$、$_p$和$\varphi_U$、$_p$分别表示从用户到可重构智能表面的第$p$条路径的仰角和方位角。$f_k \triangleq f_c + \frac{f_s}{K}(k - 1 - \frac{K-1}{2})$、$k \in \{1, \cdots, K\}$表示子载波$k$的频率，其中$f_c$为中心频率，$f_s$为带宽。此外，$\mathbf{b}_{\mathrm{R}}$和$\mathbf{a}_{\mathrm{U}}$分别为球面阵列响应和平面阵列响应。子载波$k$上的球面阵列响应为

$$\mathbf{b}_{\mathrm{R}}(f_k, r) \triangleq \frac{1}{\sqrt{N_{\mathrm{R}}}} \left[e^{-j\frac{2\pi f_k}{c}(r_{(-M_R^y, -M_R^z)} - r)}, \cdots, e^{-j\frac{2\pi f_k}{c}(r_{(M_R^y, M_R^z)} - r)} \right]^T, \tag{2}$$

其中$M_R^{z/y} \triangleq \frac{N_R{}^{z/y}1}{2}$。如图 1 所示，向量坐标为$(m_R^y, m_R^z)$-th 的元素（其向量坐标为$(0, m_R^y d, m_R^z d)$）与坐标为$(r\sin(\theta_R)\cos(\phi_R)\ \ r\sin(\theta_R)\sin(\phi_R)\ \ r\cos(\theta_R))$的物体之间的距离记为

$$\begin{aligned}
r_{(m_R^y, m_R^z)} &\triangleq \left((r\sin(\theta_R)\cos(\phi_R))^2 + (r\sin(\theta_R)\sin(\phi_R) - m_R^y d)^2 + (r\cos(\theta_R) - m_R^z d)^2\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \sqrt{r^2 - 2r m_R^y d\sin(\theta_R)\sin(\phi_R) + (m_R^y d)^2 - 2r m_R^z d\cos(\theta_R) + (m_R^z d)^2} \\
&\overset{(a)}{\approx} r - m_R^y d\sin(\theta_R)\sin(\phi_R) - m_R^z d\cos(\theta_R) + \frac{(m_R^z d)^2}{2r}(1 - \cos^2(\theta_R)) + \frac{(m_R^y d)^2}{2r}(1 - \sin^2(\theta_R)\sin^2(\phi_R)) \\
&\quad - \frac{m_R^y m_R^z d^2 \sin(\theta_R)\sin(\phi_R)\cos(\theta_R)}{r} + ...,
\end{aligned} \tag{3}$$

其中，由于$\sqrt{1 + x + y} \approx 1 + \frac{x+y}{2} - (x+y)_8{}^2$，(a)成立。

[1]本文忽略直达信道$\mathbf{H}_{\mathrm{D}}$的估计，因为可以关闭可重构智能表面，并使用传统估计方法进行估计。

在远场假设下，用户在子载波 k 上的平面阵列响应可表示为

$$\mathbf{a}_{\mathrm{U}}(f_k,\widetilde{\vartheta}_U,\widetilde{\varphi}_U)\triangleq\frac{1}{\sqrt{N_U}}\left[e^{-j\frac{2\pi f_k d}{c}(-M_U^z\widetilde{\vartheta}_U-M_U^y\widetilde{\varphi}_U)},\cdots,e^{-j\frac{2\pi f_k d}{c}(M_U^z\widetilde{\vartheta}_U+M_U^y\widetilde{\varphi}_U)}\right]^T, \tag{4}$$

其中 $M_U^{z/y}\triangleq\frac{N_U^{z/y}-1}{2}$。

由于基站与可重构智能表面之间距离较远，可采用远场假设进行简化近似。第 k 个子载波上的基站-RIS信道建模为一条视距路径 [26]:

$$\mathbf{H}_{\mathrm{B}}[k]=\alpha e^{-j2\pi\tau_0 f_k}\mathbf{a}_{\mathrm{B}}(f_k,\widetilde{\theta}_B,\widetilde{\phi}_B)\mathbf{a}_{\mathrm{R}}^H(f_k,\widetilde{\vartheta}_R,\widetilde{\varphi}_R), \tag{5}$$

其中，α 是复路径增益，τ_0 是路径时延。$\widetilde{\theta}_B\triangleq\cos(\theta_B)$ 和 $\widetilde{\phi}_B\triangleq\sin(\theta_B)\sin(\phi_B)$，其中 θ_B 和 ϕ_B 分别是从基站指向可重构智能表面的仰角和方位角。$\sim\vartheta_R$ 和 $\widetilde{\varphi}_R$ 的定义类似。此外，$\mathbf{a}^{\mathrm{B/R}}$ 是平面阵列响应，其形式与公式（4）类似。

B. 上行训练

在时分双工系统中，通过用户连续发送导频以及可重构智能表面连续调整相位矩阵来进行上行信道估计。假设使用 Q 个子帧进行上行训练，每个子帧对应一个可重构智能表面相位矩阵；在每个子帧内，可重构智能表面固定相位矩阵，而用户发送 N_X 个导频序列。因此，估计单个用户的信道需要 QN_X 个符号时长。子载波 k 上的第 n 个训练波束表示为 $\mathbf{f}_n[k]$，其中 $n=1,\cdots,N_X$；所有子载波上的第 q 个可重构智能表面相位矩阵表示为 $\mathbf{V}_q\triangleq\mathrm{diag}(\mathbf{v}^q)$，其中 $q=1,\cdots,Q$。训练模型描述如下:

$$y_{q,n}[k]=\mathbf{w}^H[k]\mathbf{H}_{\mathrm{B}}[k]\mathbf{V}_q\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{f}_n[k]+\mathbf{w}^H[k]\mathbf{n}_{q,n}[k], \tag{6}$$

其中，$y_{q,n}[k]$ 是子载波 k上的接收训练信号，$\mathbf{f}_n[k]\triangleq f_{\mathrm{BB},n}[k]\mathbf{f}_{\mathrm{RF},n}\in\mathbb{C}^{N_T\times1}$ 是子载波 k 上的混合预编码器向量，使得$\mathbf{f}_n^H[k]\mathbf{f}_n[k]=\sigma_p^2$，其中 σ_p^2 表示发射功率。$\mathbf{w}[k]\triangleq w_{\mathrm{BB}}[k]\mathbf{w}_{\mathrm{RF}}\in\mathbb{C}^{N_R\times1}$ 是子载波 k上的混合合并器向量，$\mathbf{n}_{q,n}[k]\in\mathbb{C}^{N_R\times1}$是服从 $\mathcal{CN}(\mathbf{0},\sigma_n^2\mathbf{I}_{N_R})$的噪声。$f_{\mathrm{BB},n}[k]$和 $w_{\mathrm{BB}}[k]$是基带系数。需要注意的是，由于模拟硬件限制，UPA生成的模拟向量$\mathbf{f}_{\mathrm{RF},n}$ 和$\mathbf{w}_{\mathrm{RF}}$在不同子载波上保持固定。通过合理部署基站和可重构智能表面的位置，基站-RIS信道可近似为视距信道。这样，我们只需估计RIS-用户信道。记有效信道为 $\widetilde{\mathbf{h}}_{\mathrm{B}}[k]\triangleq\mathbf{w}^H[k]\mathbf{H}_{\mathrm{B}}[k]$，有效噪声为

$\widetilde{n}_{q,\ n}[k] \triangleq \mathbf{w}^H[k]\mathbf{n}_{q,\ n}[k]$，其中$\mathbf{w}[k]$ 可对准基站的到达角。于是，我们有

$$\begin{aligned} y_{q,n}[k] =& \widetilde{\mathbf{h}}_{\mathrm{B}}[k]\mathbf{V}_q\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{f}_n[k] + \widetilde{n}_{q,n}[k] \\ =& \mathbf{v}_q \mathrm{diag}(\widetilde{\mathbf{h}}_{\mathrm{B}}[k])\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{f}_n[k] + \widetilde{n}_{q,n}[k]. \end{aligned} \tag{7}$$

通过收集子载波 k 上 Q 个子帧中的训练信号，得到

$$\mathbf{Y}[k] = \widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{F}[k] + \widetilde{\mathbf{N}}[k], \tag{8}$$

其中 $\mathbf{Y}[k] \in \mathbb{C}^{Q\times N_X}$，$\widetilde{\ }\mathbf{V}[k] \triangleq [\mathbf{v}_1^T, \cdots, \mathbf{v}_Q^T]^T \mathrm{diag}(\widetilde{\ }\mathbf{h}_{\mathrm{B}}[k]) \in \mathbb{C}^{Q\times L}$，$\mathbf{F}[k] \triangleq \left[\mathbf{f}_1^T[k], \cdots, \mathbf{f}_{N_X}^T[k]\right]^T \in \mathbb{C}^{N_T\times N_X}$，且 $\widetilde{\ }\mathbf{N}[k] \in \mathbb{C}^{Q\times N_X}$。

III. 存在波束斜视时的近场字典设计

本节的目标是根据式 (8) 估计 $\{\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\}_{k=1}^K$。一种直接的方法是对每个子载波采用传统估计方法。第 k 个子载波的二维最小二乘（2D-LS）估计器如下述命题所述。

命题 1. 假设 $Q = N_R$ 和 $N_X = N_U$，通过二维最小二乘估计器得到的式 *(8)* 中$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 的解为

$$\widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{U}}[k] = \left(\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\widetilde{\mathbf{V}}[k]\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\mathbf{Y}[k]\mathbf{F}^H[k]\left(\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\right)^{-1}. \tag{9}$$

证明：根据 [40, 第 2], 章，当

$$\left(\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\widetilde{\mathbf{V}}[k]\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{Y}[k]\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\left(\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\right)^{-1} = \mathbf{Y}[k], \tag{10}$$

一般解$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 为

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{U}}[k] =& \left(\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\widetilde{\mathbf{V}}[k]\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\mathbf{Y}[k]\mathbf{F}^H[k]\left(\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\right)^{-1} + \mathbf{D} \\ & - \left(\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\widetilde{\mathbf{V}}[k]\right)^{-1}\widetilde{\mathbf{V}}^H[k]\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{D}\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\left(\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\right)^{-1} \end{aligned} \tag{11}$$

对于任意的$\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{N_R\times N_U}$。

通过适当的训练序列设计，我们有 $\left(\widetilde{\ }\mathbf{V}^H[k]\widetilde{\ }\mathbf{V}[k]\right)^{-1}\widetilde{\ }\mathbf{V}^H[k]\widetilde{\ }\mathbf{V}[k] = \mathbf{I}_{N_R}$和$\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\left(\mathbf{F}[k]\mathbf{F}^H[k]\right)^{-1} = \mathbf{I}_{N_U}$。因此，式 (9) 成立。

证明完毕。 ■

注释 1. 信道$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 也可以通过结合克罗内克积的一维最小二乘估计器求解。忽略噪声，并将$\mathbf{Y}[k]$ 向量化，得到$\mathrm{vec}(\mathbf{Y}[k]) \approx (\mathbf{F}^T[k] \otimes \widetilde{\ }\mathbf{V}[k])\mathrm{vec}(\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k])$。然后，$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 可以通过以下方式求解。

$$\widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{U}}[k] = \mathrm{devec}\left(\left(\mathbf{F}_{\mathrm{V}}^H[k]\mathbf{F}_{\mathrm{V}}[k]\right)^{-1}\mathbf{F}_{\mathrm{V}}^H[k]\mathrm{vec}(\mathbf{Y}[k])\right), \tag{12}$$

其中 $\mathrm{devec}(\cdot)$ 是去向量化算子，且 $\mathbf{F}_{\mathrm{V}}[k] \triangleq \mathbf{F}^T[k] \otimes \widetilde{\ }\mathbf{V}[k] \in \mathbb{C}^{LN_U\times LN_U}$。

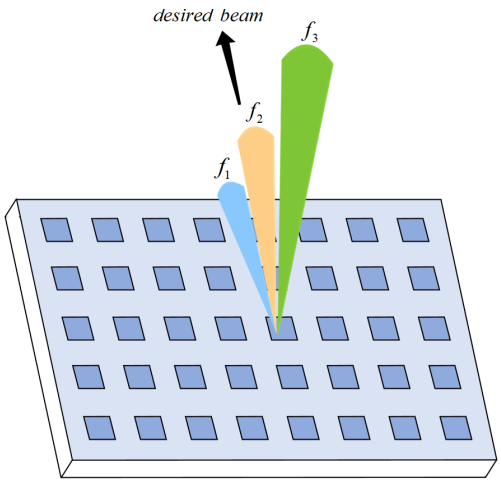


图 2：近场波束斜视效应。

然而，与二维最小二乘估计器相比，这种方法会带来高得多的计算复杂度（详情请参见后文的复杂度分析部分）。

尽管 2D-LS方法简单，但它有三项局限性：1）导频开销必须等于或大于元素数量，导致导频开销显著增加；2）它容易受到噪声影响；3）它无法对所有子载波进行联合信道估计以提升性能。

相比之下，压缩感知技术能够有效克服这些信道估计方面的局限性。众所周知，压缩感知的关键在于稀疏表示。由于信道路径数量有限，我们可以使用合适的字典对$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 进行稀疏表示。假设$\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k] \in \mathbb{C}^{L \times G_R}$ 和$\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k] \in \mathbb{C}^{N_U \times G_U}$ 分别为用于描述子载波 k上可重构智能表面和用户空间参数的字典，其中 G_R 和 G_U 为字典大小。那么，$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 可以近似表示为

$$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k] \approx \mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k] \boldsymbol{\Xi}[k] \mathbf{A}_{\mathrm{U}}^{H}[k], \tag{13}$$

其中， $\boldsymbol{\Xi}[k] \in \mathbb{C}^{G_R \times G_U}$ 表示一个 P-稀疏矩阵。

请注意，由于近场效应，设计$\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$ 比设计$\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$ 更具挑战性。为了构建宽带近场字典，我们首先需要讨论近场区域中的波束斜视效应。由于本文后续的推导不会涉及恢复$\tilde{}$ $\tilde{}$基站-RIS信道参数，因此为简洁起见，我们将忽略角度下标，例如 $\theta \leftarrow \theta_{\mathrm{R}}\tilde{}$ $\tilde{}$和 $\vartheta \leftarrow \vartheta_{\mathrm{U}}$。

A. 近场球域波束斜视

令中心频率 f_c 的索引为 $\bar{k} \triangleq \frac{K+1}{2}$，使得 $f_{\bar{k}} = f_c$。给定频率 f_c 上的目标波束，近场效应表明，其他频率的波束指向会发生空间偏移，如图 2 所示。接下来，我们将推导描述该空间偏移的数学表达式。

文献 [7] 指出，忽略二次以上项的菲涅耳近似足以描述近场通信。据此，我们可以简化近场阵列响应。通过简化式（2）中的相位项，定义相位项 $\delta_{k,(m_R^y,m_R^z)} \triangleq \frac{f_k}{c}\big(-m_R^y d\widetilde{\phi} - m_R^z d\widetilde{\theta} + \frac{(m_R^z d)^2}{2r}(1-\widetilde{\theta}^2) + \frac{(m_R^y d)^2}{2r}(1-\widetilde{\phi}^2) - \frac{m_R^y m_R^z d^2 \widetilde{\theta}\widetilde{\phi}}{r}\big)$。于是，球面阵列响应定义为

$$\mathbf{c}_{\mathrm{R}}(f_k,\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r) \triangleq \frac{1}{\sqrt{N_R}}\left[e^{-j2\pi\delta_{k,(-M_R^y,-M_R^z)}},\cdots,e^{-j2\pi\delta_{k,(M_R^y,M_R^z)}}\right]^T, \tag{14}$$

设第 $\bar{k}$ 个子载波上指向目标波束（$\widetilde{\theta}_{\bar{k}},\widetilde{\phi}_{\bar{k}},r_{\bar{k}}$）的相位定义为 $\delta_{\bar{k},(m_R^y,m_R^z)} \triangleq \frac{f_{\bar{k}}}{c}\big(-m_R^y d\widetilde{\phi}_{\bar{k}} - m_R^z d\widetilde{\theta}_{\bar{k}} + \frac{(m_R^z d)^2}{2r}(1-\widetilde{\theta}_{\bar{k}}^2) + \frac{(m_R^y d)^2}{2r}(1-\widetilde{\phi}_{\bar{k}}^2) - \frac{m_R^y m_R^z d^2 \widetilde{\theta}_{\bar{k}}\widetilde{\phi}_{\bar{k}}}{r}\big)$。指向子载波 k 上波束（$\theta_{\bar{k}},\phi_{\bar{k}},r_{\bar{k}}$）的方向图函数记为 $\mathrm{S}(\theta,\phi,r)[k]$，其中 $\{\theta,\phi\} \in [-1,1]$ 和 $r \in (0,+\infty)$，其表达式为

$$\mathrm{S}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k] \triangleq \frac{1}{N_R}\sum_{m_R^y=-M_R^y}^{M_R^y}\sum_{m_R^z=-M_R^z}^{M_R^z} I_{k,(m_R^y,m_R^z)} e^{-j2\pi\left(\delta_{k,(m_R^y,m_R^z)}-\delta_{\bar{k},(m_R^y,m_R^z)}\right)} \times \mathrm{E}_{(m_R^y,m_R^z)}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k], \tag{15}$$

其中 $I_{k,(m_R^y,m_R^z)}$ 和 $\mathrm{E}_{(m_R^y,m_R^z)}[k]$ 分别表示子载波 k 上第 (m_R^y,m_R^z) 个天线的激励幅度和单元方向图。考虑无源 RIS 结构，我们有 $I_{k,(m_R^y,m_R^z)} = 1$。此外，我们假设每个子载波上的每个天线单元均为各向同性，因此 $\mathrm{E}_{(m_R^y,m_R^z)}(\theta,\phi,r)[k] = 1$。

为使该模式与子载波索引无关，我们有 $e^{-j2\pi\left(\delta_{k_1,(m_R^y,m_R^z)}-\delta_{\bar{k},(m_R^y,m_R^z)}\right)} = e^{-j2\pi\left(\delta_{k_2,(m_R^y,m_R^z)}-\delta_{\bar{k},(m_R^y,m_R^z)}\right)}$，其中 $k_1,k_2 \in \{1,\cdots,K\}$, $k_1 \neq k_2$。该方程等价于

$$\delta_{k_1,(m_R^y,m_R^z)} = \delta_{k_2,(m_R^y,m_R^z)} + Z, \tag{16}$$

其中 Z 是任意整数。假设 $Z=0$, $k_1 = k$和 $k_2 = \bar{k}$，我们可以计算出 $\bar{\delta}_k \triangleq \delta_{k,(m_R^y,m_R^z)} - \delta_{\bar{k},(m_R^y,m_R^z)}$ 为

$$\begin{aligned}\bar{\delta}_k =& -\frac{m_R^y d}{c}(f_k\widetilde{\phi} - f_c\widetilde{\phi}_{\bar{k}}) - \frac{m_R^z d}{c}(f_k\widetilde{\theta} - f_c\widetilde{\theta}_{\bar{k}}) + \frac{(m_R^z d)^2}{2c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\theta}^2}{r} - f_c\frac{1-\widetilde{\theta}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)\\ &+ \frac{(m_R^y d)^2}{2c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r} - f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right) - \frac{m_R^y m_R^z d^2}{c}\left(\frac{f_k\widetilde{\theta}\widetilde{\phi}}{r} - \frac{f_c\widetilde{\theta}_{\bar{k}}\widetilde{\phi}_{\bar{k}}}{r_{\bar{k}}}\right).\end{aligned} \tag{17}$$

现在，该问题等价于在将 $\bar{\delta}_k$ 置零时，使 $|\mathcal{S}(\theta,\widetilde{\phi},\widetilde{r})[k]|$ 最大化。这样，便可将用于均匀线性阵列的方法 [36] 扩展至计算与天线索引无关的 k 个子载波的 (θ,ϕ,r)。将 $\bar{\delta}_k$ 置零后，可得以下方程组

:

$$\begin{cases} f_k\widetilde{\phi}-f_c\widetilde{\phi}_{\bar{k}}=0,\ f_k\widetilde{\theta}-f_c\widetilde{\theta}_{\bar{k}}=0, \\ f_k\frac{1-\widetilde{\theta}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\theta}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}=0,\ f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}=0, \\ \frac{f_k\widetilde{\theta}\widetilde{\phi}}{r}-\frac{f_c\widetilde{\theta}_{\bar{k}}\widetilde{\phi}_{\bar{k}}}{r_{\bar{k}}}=0. \end{cases} \tag{18}$$

然而，由于仰角和方位角相互依赖于同一个距离参数，导致空间失配，因此所研究的方程组无法得到唯一解。为解决这一问题，我们对近场相位的各个分量进行序贯分析。

1) 线性项

由于线性项在近场和远场区域的相位中均占主导地位，我们首先忽略非线性项，以获得在子载波 k 上最大化 $\left|\boldsymbol{\mathcal{S}}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k]\right|$ 时的最优角度。这样，我们可以得到 $\widetilde{\phi}=\frac{f_c}{f_k}\widetilde{\phi}_{\bar{k}}$ 和 $\widetilde{\theta}=\frac{f_c}{f_k}\widetilde{\theta}_{\bar{k}}$。

2) 二次项

二次项给近场宽带波束聚焦带来了重大挑战，尤其是它依赖于距离参数，而均匀平面阵列的使用进一步加剧了这一问题。为解决这一问题， [39, 引理 3] 的作者证明，二次交叉项 $(m_R^z d)_{2r}^{\ 2}(1-\widetilde{\theta}^2)+(m_R^y d)_{2r}^{\ 2}(1-\widetilde{\phi}^2)-\frac{m_R^y m_R^z d^2\widetilde{\theta}\widetilde{\phi}}{r}$ 可以忽略，从而简化二次型，便于设计均匀平面阵列码本。基于这一假设，我们研究近场球面域波束斜视效应。接下来，我们聚焦于不含线性项和二次交叉项的波束方向图，即:

$$\begin{aligned} \left|\boldsymbol{\mathcal{S}}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k]\right| =& \frac{1}{N_R}\left|\sum_{m_R^y=-M_R^y}^{M_R^y}\sum_{m_R^z=-M_R^z}^{M_R^z} e^{-j2\pi\left(\frac{(m_R^z d)^2}{2c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\theta}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\theta}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)+\frac{(m_R^y d)^2}{2c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)\right)}\right| \\ =& \frac{1}{N_R^y}\left|\sum_{m_R^y=-M_R^y}^{M_R^y} e^{j2\pi\frac{(m_R^y d)^2}{2c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)}\right|\times\frac{1}{N_R^z}\left|\sum_{m_R^z=-M_R^z}^{M_R^z} e^{j2\pi\frac{(m_R^z d)^2}{2c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\theta}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\theta}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)}\right| \\ =& g_y(\widetilde{\phi},r,k)g_z(\widetilde{\theta},r,k). \end{aligned} \tag{19}$$

由于上述求和乘积难以处理，下面给出相应的近似命题。

命题2。 给定误差函数 误差函数$(x)\triangleq\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}\mathrm{d}t$，不含线性项和二次交叉项的模式 $\left|\boldsymbol{\mathcal{S}}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k]\right|$ 可近似为

$$\left|\boldsymbol{\mathcal{S}}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k]\right|\approx\widetilde{g}_y(\zeta_{\phi,k})\widetilde{g}_z(\zeta_{\theta,k})\triangleq\widetilde{g}(\zeta_{\phi,k},\zeta_{\theta,k}) \tag{20}$$

where $\widetilde{g}_y(\zeta_{\phi,k})=\left|\frac{1}{\sqrt{\zeta_{\phi,k}N_R^y}}\mathrm{erf}\left(\frac{1-j}{2\sqrt{2}}\sqrt{\pi\zeta_{\phi,k}}N_R^y\right)\right|$ *and* $\widetilde{g}_z(\zeta_{\theta,k})=\left|\frac{1}{\sqrt{\zeta_{\theta,k}N_R^z}}\mathrm{erf}\left(\frac{1-j}{2\sqrt{2}}\sqrt{\pi\zeta_{\theta,k}}N_R^z\right)\right|$ *with* $\zeta_{\phi,k}\triangleq$

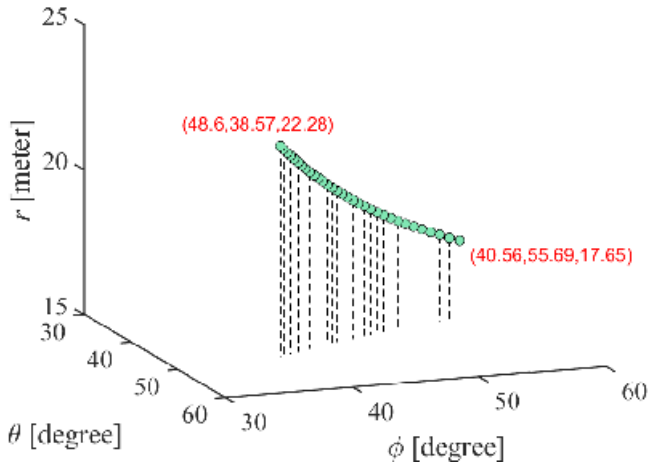


图3：关于 $\{\theta, \phi, r, f_k\}$的球域轨迹图

$\frac{d^2}{c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)$ *and* $\zeta_{\theta,k}\triangleq\frac{d^2}{c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\theta}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\theta}_{\bar{k}}^2}{r_{\bar{k}}}\right)$.

证明：请参见附录A。 ■

基于对线性项的分析，我们可以确定 $\widetilde{\phi}\triangleq\frac{f_c}{f_k}\widetilde{\phi}_{\bar{k}}$ 和 $\widetilde{\theta}\triangleq\frac{f_c}{f_k}\widetilde{\theta}_{\bar{k}}$，以求得使$\left|\boldsymbol{\mathcal{S}}(\widetilde{\theta},\widetilde{\phi},r)[k]\right|$最大化的 r 最优值。然而，由于两个误差函数相乘，难以通过解析方法求解 r。因此，我们采用数值˜ ˜方法，通过定义一个逆函数$\widetilde{g}^{-1}(f_k,\theta_{\bar{k}},\phi_{\bar{k}},r_{\bar{k}})$来求解 r，该函数返回$\arg\max\ \widetilde{g}(\zeta_{\phi,k},\zeta_{\theta,k})$的解。$r$

考虑一个宽带系统，其参数为 $N_R^y=256$、$N_R^z=4$、$K=32$，中心频率为 $f=28$GHz，对应带宽为 $f_s=4$ GHz。假设中心频率对应的目标波束参数为 $\theta=\phi=45^\circ$ 和 $r=20$ 米，图3展示了包含 K 个波束的球域轨迹图。由图可知，起点和终点处观测到的波束点，即$(40.56,55.69,17.65)$ 和$(48.6,38.57,22.28)$，分别反映了与中心频率$(45,45,20)$相比，其他频率下波束的偏移。

B. 宽带球域字典设计

对于采用压缩感知技术进行信道估计，带字典的虚拟信道表示是一个关键组成部分。一种常用的有效字典设计方法$\mathbf{A}\in\mathbb{C}^{N\times G}$是最小化总相干性 $\mu=\sum_{g_1}^{G}\sum_{g_2,g_2\neq g_1}^{G}\left|[\mathbf{A}]_{:,g_1}^{H}[\mathbf{A}]_{:,g_2}\right|$，这等价于对 $\left|[\mathbf{A}]_{:,g_1}^{H}[\mathbf{A}]_{:,g_2}\right|$ 进行最小化，其中 $\forall g_1,g_2$。为了设计字典 $\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$ 和$\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$，我们首先在频率 f_c 下采用窄带系统推导出它们，然后得到其宽带形式。

众所周知，可以采用二维离散傅里叶变换（2D-DFT）矩阵

来设计字典的二维角度采样$\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[\bar{k}]$，其定义如下：

$$\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[\bar{k}]=\left\{\mathbf{a}_{\mathrm{U}}(f_c,\widetilde{\vartheta},\widetilde{\phi})|\widetilde{\vartheta}=-1,\frac{-G_U^y+2}{G_U^y},\cdots,\frac{G_U^y-2}{G_U^y},\widetilde{\phi}=-1,\frac{-G_U^z+2}{G_U^z},\cdots,\frac{G_U^z-2}{G_U^z}\right\},\tag{21}$$

其中，$G_U^yG_U^z=G_U$是原子总数。

我们的目标是通过最小化相干性μ_{g_1,g_2}，使其趋近于0，从而正交化$\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[\bar{k}]$中的两个任意原子（索引分别为 g_1 和 g_2，其中 $g_1\neq g_2$），其中

$$\mu_{g_1,g_2}=\left|\mathbf{c}_{\mathrm{R}}^H(f_c,\widetilde{\theta}_{g_1},\widetilde{\phi}_{g_1},r_{g_1})\mathbf{c}_{\mathrm{R}}(f_c,\widetilde{\theta}_{g_2},\widetilde{\phi}_{g_2},r_{g_2})\right|.\tag{22}$$

该方法与公式（15）中描述的方法类似，不同之处在于，第三-A节侧重于探究不同子载波上的最大模式增益，而第三-B节讨论的是与子载波索引无关的字典中任意原子的最小相干性。

由于角度和距离参数在μ_{g_1,g_2}中相互耦合，我们按照 [30]中的做法，将角度采样与距离采样分开。仅考虑μ_{g_1,g_2} 的线性项并令$d=\frac{c}{2f_c}$，可将其表示为

$$\mu_{g_1,g_2}=\frac{1}{N_R}\left|\sum_{m_R^y=-M_R^y}^{M_R^y}\sum_{m_R^z=-M_R^z}^{M_R^z}e^{j\pi\left(m_R^y(\widetilde{\phi}_{g_2}-\widetilde{\phi}_{g_1})+m_R^z(\widetilde{\theta}_{g_2}-\widetilde{\theta}_{g_1})\right)}\right|.\tag{23}$$

在这种情况下，角度采样方法与公式（21）中描述的方法相同，该方法采用二维离散傅里叶变换矩阵设计。

在对角度空间进行采样后，我们将重点转向对每个角度点的距离进行采样。由于角度是固定的（$\theta_{g_1}=\theta_{g_2}=\theta$ 和 $\phi_{g_1}=\phi_{g_2}=\phi$），距离采样变得可解。相干性，$\mu_{g_1,\ g_2}$，现在可以重写为

$$\mu_{g_1,g_2}=\frac{1}{N_R}\left|\sum_{m_R^y=-M_R^y}^{M_R^y}\sum_{m_R^z=-M_R^z}^{M_R^z}e^{-j\frac{c\pi}{4f_c}\left((m_R^z)^2(1-\widetilde{\theta}^2)+(m_R^y)^2(1-\widetilde{\phi}^2)\right)\left(\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}\right)}\right|.\tag{24}$$

需要注意的是，上述方程是公式（19）的一种特殊情况，其中 $f_k=f_c$、$\theta=\theta_{\bar{k}}$ 和 $\phi=\phi_{\bar{k}}$。根据命题 2 可直接求解。于是，我们有[2]

$$\mu_{g_1,g_2}\approx\widetilde{g}(\bar{\zeta}_{\phi},\bar{\zeta}_{\theta}),\tag{25}$$

其中，$\zeta_\phi\triangleq\frac{c}{4f_c}\left(1-\widetilde{\phi}^2\right)\left(\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}\right)$、$\zeta_\theta\triangleq\frac{c}{4f_c}\left(1-\widetilde{\theta}^2\right)\left(\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}\right)$和 $\widetilde{g}(\cdot,\cdot)$ 在命题 2 中定义。

然后，我们的目标是关于 $\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}$ 最小化 μ_{g_1,g_2}。然而，由于两个误差函数的乘积，难以通过距离采样获得闭式解。幸运的是，可以基于数值解，采用线性方法对 $\frac{1}{r_{g_1}}$ 和 $\frac{1}{r_{g_2}}$ 进行采样。我们定义一个关于距离采样的函数 $e(\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}})\triangleq|\widetilde{g}(\zeta_\phi,\ \zeta_\theta)|$。假设$r_{g_2}<r_{g_1}$，可以证明，从整体趋势来看，随着 $\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}$ 增大，$e(\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}})$ 会减小

[2]这也可以通过参考文献 [39] 中的菲涅耳积分推导得到。

趋势如此，是因为函数 $e(\cdot)$ 具有误差函数$(a\sqrt{x})$误差函数$(b\sqrt{x})$ cx 的形式。

~ ~定义一个反函数 $e^{-1}(\mu_m,\ \theta,\ \phi)$，其返回以下方程的解

$$\arg\max_{\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}} e\left(\frac{1}{r_{g_2}}-\frac{1}{r_{g_1}}\right)=\mu_m, \tag{26}$$

~ ~其输入变量为 θ、 ϕ，以及最小可接受相干性 μ_m。这表明距离倒数可以进行线性采样。

为构造窄带字典 $\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[\bar{k}]$，设计了以下流程。首先，确定角度集合 $\{\widetilde{\theta}_{\bar{k},i_z},\widetilde{\phi}_{\bar{k},i_y}\}^{G_R^z}$、$_{i_z=1}^{G_R^y}$、$_{i_y=1}$，其中 $\widetilde{\theta}_{\bar{k}}$、$_{i_z}=-1+\frac{2}{G_{\mathrm{R}}^z}$ 和 $\widetilde{\phi}_{\bar{k}}$、$_{i_y}=-1+\frac{2}{G^y}$R。然后，对于每个角度方向 $\{\widetilde{\theta}_{\bar{k},i_z},\widetilde{\phi}_{\bar{k},i_y}\}$，距离参数 $\{r_{\bar{k},i_y,i_z,i_r}\}_{i_r=1}^{G_R^r}$ 可通过 $r_{\bar{k}}{}^{1}$、$_{i_y}$、$_{i_z}$、$_{i_r}=\frac{1}{r_{\min}}-i_r e^{-1}$($\mu_m$、$\widetilde{\theta}_{\bar{k}}$、$_{i_z}$、$\widetilde{\phi}_{\bar{k}}$、$_{i_y}$) 获得，其中 $r_{\min}$ 为允许的最小通信距离，且 $r_{\bar{k}}{}^{1}$、$_{i_y}$、$_{i_z}$、$_{i_r}>0$。最后，根据式（14）的响应向量可得到 $\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[\bar{k}]\in\mathbb{C}^{N_R\times G_R}$，其中 G_R 表示所有原子的总数。

算法1 宽带球域字典设计

输入： 阵列孔径大小 $\{N_R^z,N_R^y\}$、采样点数量 $\{G_R^z,G_R^y\}$，以及子载波数量 K。

输出： 宽带球面域字典 $\{\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\}_{k=1}^{K}$。

begin
  for $k=1,2,\cdots,K$ **do**
    for $i_z=1,2,\cdots,G_{\mathrm{R}}^z$ **do**
      $\widetilde{\theta}_{\bar{k},i_z}=-1+\frac{2i_z}{G_{\mathrm{R}}^z}$.
      for $i_y=1,2,\cdots,G_{\mathrm{R}}^z$ **do**
        $\widetilde{\phi}_{\bar{k},i_y}=-1+\frac{2i_y}{G_{\mathrm{R}}^y}$;
        $r_{\bar{k},i_y,i_z,i_r}=\frac{1}{r}-e^{-1}(\mu_m,\widetilde{\theta}_{\bar{k},i_z},\widetilde{\phi}_{\bar{k},i_y})$.
        if $\frac{1}{r_{\bar{k},i_y,i_z,i_r}}>0$ **then**
          $\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\leftarrow\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\cup\mathbf{c}_{\mathrm{R}}(f_k,\widetilde{\theta}_{\bar{k},i_z},\widetilde{\phi}_{\bar{k},i_y},r_{\bar{k},i_y,i_z,i_r})$.
        else
          break.
返回 $\{\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\}_{k=1}^{K}$

在此背景下，可以利用不同频率下的响应向量来构建宽带字典。具体而言，宽带球面域字典

按照算法1构建。尽管反函数需要进行数值计算，但字典可以离线生成，随后用于在线信道估计。

IV. 近场与远场信道参数恢复

利用设计字典，可借助压缩感知理论恢复信道参数。将稀疏信道表示 (13) 代入信号模型 (8)，得到

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}[k] =&\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{F}[k]+\widetilde{\mathbf{N}}[k]\\ \approx&\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{\Xi}[k]\mathbf{A}_{\mathrm{U}}^{H}[k]\mathbf{F}[k]+\widetilde{\mathbf{N}}[k].\end{aligned} \tag{27}$$

一种直接恢复参数集合 $\{\phi,\theta,r,\varphi,\vartheta\}$ 的方法是 KCS 框架，该框架将多维恢复问题转化为一维恢复问题。将$\mathbf{Y}[k]$向量化并忽略噪声，可得

$$\mathrm{vec}(\mathbf{Y}[k])\approx\left((\mathbf{A}_{\mathrm{U}}^{H}[k]\mathbf{F}[k])^{T}\otimes\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\right)\mathrm{vec}(\mathbf{\Xi}[k]). \tag{28}$$

令 $\mathring{\mathbf{y}}[k]\triangleq\mathrm{vec}(\mathbf{Y}[k])\in\mathbb{C}^{QN_X\times1}$，$\mathring{\boldsymbol{\xi}}[k]\triangleq\mathrm{vec}(\mathbf{\Xi}[k])\in\mathbb{C}^{G_UG_R\times1}$，以及 $\mathring{\mathbf{\Phi}}[k]\triangleq(\mathbf{A}_{\mathrm{U}}^{H}[k]\mathbf{F}[k])^{T}\otimes\left(\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\right)\in\mathbb{C}^{QN_X\times G_UG_R}$，则可为 $\forall k$ 建立如下压缩感知恢复问题：

$$\begin{aligned}(\mathbf{P1})\quad&\arg\min_{\mathring{\boldsymbol{\xi}}[k]}\left\|\mathring{\boldsymbol{\xi}}[k]\right\|_0\\ &\text{s.t.}\ \left\|\mathring{\mathbf{y}}[k]-\mathring{\mathbf{\Phi}}[k]\mathring{\boldsymbol{\xi}}[k]\right\|_2^2\le\epsilon,\end{aligned} \tag{29}$$

其中 ϵ 是精确因子。

尽管可以通过这种方式恢复信道参数，但由于 Kronecker 积会生成冗长的向量和大型字典，因此计算开销很大。在超大规模系统中，这种方法的计算成本过高，难以使用。此外，由于多个参数之间存在耦合，采用该框架难以获得高分辨率数据。

为了避免对冗长的信号和 Kronecker 字典进行全局处理，我们提出了 MMPSR方法，以快速有效地恢复 $\{\mathbf{\Xi}[k]\}_{k=1}^{K}$。令 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\triangleq\widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$ 和$\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\triangleq\mathbf{F}^{H}[k]\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$，式 (8) 可改写为

$$\mathbf{Y}[k]\approx\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{\Xi}[k]\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}^{H}[k]+\widetilde{\mathbf{N}}[k]. \tag{30}$$

请注意，宽带球面字典中跨所有子载波的每个原子均由一个公共信道参数生成，因此称为公共支撑，即，

$$\mathrm{supp}(\mathbf{\Xi}[k_1])=\mathrm{supp}(\mathbf{\Xi}[k_2]),\ \forall k_1,k_2=1,\cdots,K,\ k_1\neq k_2, \tag{31}$$

其中，$\mathrm{supp}(\cdot)$ 表示稀疏支撑，其中包含稀疏向量/矩阵的非零索引。

为联合恢复所有子载波上具有共同稀疏支撑的信道参数，将多频恢复问题表述为

$$\begin{aligned}(\mathbf{P2}) \quad & \arg\min_{\boldsymbol{\Xi}[k]} \sum_{k=1}^{K} \|\boldsymbol{\Xi}[k]\|_0 \\ & \text{s.t. } \operatorname{supp}(\boldsymbol{\Xi}[1]) = \cdots = \operatorname{supp}(\boldsymbol{\Xi}[K]), \\ & \sum_{k=1}^{K} \left\|\mathbf{Y}[k] - \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\boldsymbol{\Xi}[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}^{H}[k]\right\|_2^2 \le \epsilon.\end{aligned} \tag{32}$$

该问题与多测量向量问题 [41], 相似，后者利用多个快照的稀疏性，通过一个共同的感知矩阵恢复信号。然而，区别在于感知矩阵 $\mathring{\boldsymbol{\Phi}}[k]$ 取决于子载波索引。

为解决问题 (P2)，可以识别原子支撑，随后使用二维最小二乘估计器获得信道估计值。以下命题通过利用原子支撑来重构信道。

命题 3. 给定估计的信道支撑集 $\widehat{\ }\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$ 和 $\widehat{\ }\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$，可重构 *RIS*-用户信道，具体如下：

$$\widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{U}}[k] = \widehat{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}^{H}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}[k]\right)^{-1}\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}^{H}[k]\mathbf{Y}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k]\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}^{H}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k]\right)^{-1}\widehat{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^{H}[k], \tag{33}$$

其中 $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}[k] \triangleq \widetilde{\ }\mathbf{V}[k]\widehat{\ }\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$ 和 $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k] \triangleq \mathbf{F}^{H}[k]\widehat{\ }\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$。

证明：利用估计得到的信道支撑集，式 (30) 可表示为

$$\mathbf{Y}[k] \approx \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}[k]\widehat{\boldsymbol{\Xi}}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}^{H}[k] + \widetilde{\mathbf{N}}[k], \tag{34}$$

通过命题1中的二维最小二乘估计器，随后可得到 $\widehat{\boldsymbol{\Xi}}[k]$

$$\widehat{\boldsymbol{\Xi}}[k] = \left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}^{H}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}[k]\right)^{-1}\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}^{H}[k]\mathbf{Y}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k]\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}^{H}[k]\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k]\right)^{-1}. \tag{35}$$

因此，估计的信道可表示为

$$\widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{U}}[k] = \widehat{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\widehat{\boldsymbol{\Xi}}[k]\widehat{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^{H}[k]. \tag{36}$$

证明完毕。 ■

基于命题3提供的见解，无需借助克罗内克积即可确定信道支撑集，也就是恢复信道参数。这可以通过考虑 $\boldsymbol{\Xi}[k]$ 的二维结构来实现。此外，利用问题 (P2) 中体现的共同稀疏支撑，有助于改进信道估计。基于此，我们从可并行化压缩感知框架 [42] 中汲取灵感，并提出命题 4，以解决共同信道支撑的求解问题。

命题 4. 对 $\mathbf{Y}[k] = \mathbf{T}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{\Sigma}[k]\mathbf{T}_{\mathrm{U}}^{H}[k] \approx \mathbf{T}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{\Sigma}[k]\mathbf{T}_{\mathrm{U}}[k]$进行奇异值分解（*SVD*），其中 $\mathbf{T}_{\mathrm{R}}[k] \in \mathbb{C}^{Q\times P}$、 $\mathbf{\Sigma}[k] \in \mathbb{C}^{P\times P}$ 和 $\mathbf{T}_{\mathrm{U}}[k] \in \mathbb{C}^{P\times N_X}$ 是对应于最大的 P 个奇异值的分解矩阵。则原子支撑集 Λ_{R} 和 Λ_{U} 分别为 $\{\mathrm{supp}(\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{R},p}[k])\}_{p=1}^{P}$ 和 $\{\mathrm{supp}(\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{U},p}[k])\}_{p=1}^{P}$，其中 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{R},p}[k] \in \mathbb{C}^{G_R\times 1}$ 和 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{U},p}[k] \in \mathbb{C}^{G_U\times 1}$ 对于 $\forall p$ 均为 *1*-稀疏向量，可通过求解以下问题得到。

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{P3}) \quad & \arg\min_{\boldsymbol{\xi}_{i,p}[k]} \sum_{k=1}^{K} \left\|\boldsymbol{\xi}_{i,p}[k]\right\|_0 \\
& \text{s.t. } \mathrm{supp}(\boldsymbol{\xi}_{i,p}[1]) = \cdots = \mathrm{supp}(\boldsymbol{\xi}_{i,p}[K]), \\
& \sum_{k=1}^{K} \left\|\widetilde{\mathbf{t}}_{i,p}[k] - \mathbf{\Phi}_i[k]\boldsymbol{\xi}_{i,p}[k]\right\|_2^2 \le \epsilon,
\end{aligned}
\tag{37}
$$

其中，下标 $i \in \{\mathrm{R},\mathrm{U}\}$，$\widetilde{\mathbf{t}}_{\mathrm{R},p}[k]$ 和 $\widetilde{\mathbf{t}}_{\mathrm{U},p}[k]$ 分别表示 $\mathbf{T}_{\mathrm{R}}[k](\mathbf{\Sigma}[k])^{\frac{1}{2}}$ 和$\mathbf{T}_{\mathrm{U}}[k](\mathbf{\Sigma}^{H}[k])^{\frac{1}{2}}$的第 p 列。

证明：请参见附录 B。 ■

注2. 该框架将高维恢复问题解耦为一系列可并行求解的简单子问题。此外，每个子问题的字典规模较小，这降低了复杂度，并有助于超分辨率或精细化处理。

根据命题 4 和命题3，问题 (P2) 可简化为问题 (P3)，后者可通过以下步骤求解。

1）基于*CC*的原子匹配

由于 $\boldsymbol{\xi}_{i,p}[k]$ 具有1稀疏性，原子匹配是求解问题 (P3) 的有效方法。在贪心恢复算法（例如正交匹配追踪和子空间追踪）中，通过计算测量向量与原子的内积来执行原子匹配。由于内积不仅取决于相位，也取决于模，因此匹配结果可能受到原子的模影响，而感知矩阵中的各个原子的模各不相同。然而，我们只关心匹配相位的准确性。为此，我们采用仅依赖于两个向量之间相位差的相关系数（CC）来执行原子匹配。

考虑两个任意向量 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$ 和 $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N\times 1}$，其相关系数为

$$
\rho = \frac{\sum_{n=1}^{N}(\mathbf{x}_n - \bar{\mathbf{x}}_n)(\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n)}{\sqrt{\sum_{n=1}^{N}(\mathbf{x}_n - \bar{\mathbf{x}}_n)^2}\sqrt{\sum_{n=1}^{N}(\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n)^2}},
\tag{38}
$$

其中 $\mathbf{x}_n \triangleq [\mathbf{x}]_n$，$\mathbf{y}_n \triangleq [\mathbf{y}]_n$，$\bar{\mathbf{x}}_n \triangleq \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}[\mathbf{x}]_n$，以及 $\bar{\mathbf{y}}_n \triangleq \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}[\mathbf{y}]_n$。

根据式 (38)，我们定义 CC向量 $\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{i,p}[k] \in \mathbb{C}^{G_i\times 1}$ $(i \in \{\mathrm{R},\mathrm{U}\}, p \in \{1,\cdots,P\})$，

算法 2 多测量可并行子空间恢复

输入： 接收信号 $\mathbf{Y}[k]$，测量矩阵 $\widetilde{\mathbf{V}}[k]$ 和 $\mathbf{F}[k]$，字典 $\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$ 和 $\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$, $\forall k=1,\cdots,K$.

输出： 估计信道 $\{\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\}_{k=1}^{K}$。

开始

Construct $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k] \triangleq \widetilde{\mathbf{V}}[k]\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]$ and $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k] \triangleq \mathbf{F}^{H}[k]\mathbf{A}_{\mathrm{U}}[k]$.

Obtain $\mathbf{Y}[k] \approx \overline{\mathbf{T}}_{\mathrm{R}}[k]\overline{\mathbf{\Sigma}}[k]\overline{\mathbf{T}}_{\mathrm{U}}[k]$ via SVD.

for $p=1,2,\cdots,P$ **do**

  for $k=1,2,\cdots,K$ **do**

    Calculate the CC vectors $\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k]$ and $\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p}[k]$ based on Eqn. (38).

  $\mathring{g}_{r,p}=\arg\max\limits_{g_r}\ \sum_{k=1}^{K}\left|[\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k]]_{g_r}\right|$, $\mathring{g}_{u,p}=\arg\max\limits_{g_u}\ \sum_{k=1}^{K}\left|[\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p}[k]]_{g_u}\right|$.

  Obtain the estimated parameters $\{\mathring{\theta}_p,\mathring{\phi}_p,\mathring{r}_p,\mathring{\vartheta}_p,\mathring{\varphi}_p\}$ according to $\mathring{g}_{r,p}$ and $\mathring{g}_{u,p}$.

  for $k=1,2,\cdots,K$ **do**

    Calculate the refined CC vectors $\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k]$ and $\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p}[k]$ based on Eqn. (38).

  $\breve{g}_{r,p}=\arg\max\limits_{g_r}\ \sum_{k=1}^{K}|[\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k]]_{g_r}|$, $\breve{g}_{u,p}=\arg\max\limits_{g_u}\ \sum_{k=1}^{K}|[\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p}[k]]_{g_u}|$.

  Obtain the refined parameters $\{\breve{\theta}_p,\breve{\phi}_p,\breve{r}_p,\breve{\vartheta}_p,\breve{\varphi}_p\}$ according to $\breve{g}_{r,p}$ and $\breve{g}_{u,p}$.

for $k=1,2,\cdots,K$ **do**

  Reconstruct the channel $\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ according to the refined parameters and Prop. 3.

返回 $\{\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\}_{k=1}^{K}$

其由 $\breve{\mathbf{t}}_{i,p}[k]$ 与 $\mathbf{\Phi}_i[k]$各列之间的相关系数组成。

2) 联合多频处理

向量 $\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{i,\ p}[k]$ 指定了用于表示 $\breve{\mathbf{t}}_{i,\ p}[k]$的原子。根据公式（31），可以在所有子载波中为 $\forall\{i,p\}$ 选择最佳原子。定义 $\mathring{g}_{r,\ p}$ 和 $\mathring{g}_{u,\ p}$ 分别为最佳原子 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{R},\ p}[k]$ 和 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{U},\ p}[k]$ $\forall k$的索引，则有 $\mathring{g}_{r,\ p}=\arg\max\limits_{g_r}\ \sum_{k=1}^{K}|[\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k]]_{g_r}|$ $\mathring{g}_{u,\ p}=\arg\max\limits_{g_u}\ \sum_{k=1}^{K}|[\mathring{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p}[k]]_{g_u}|$。

3) 参数细化

需要指出的是，估计误差取决于字典的分辨率。然而，为了避免高昂的计算成本并减轻存储负担，字典通常采用低分辨率，这可能导致较大的信道估计误差，尤其是在

多参数恢复问题中。因此，设计一种针对原子支撑的细化过程，对于提升估计性能至关重要。

首先考虑角度细化。与估计支撑相对应的角度定义为 $\{\mathring{\theta}_p, \mathring{\phi}_p, \mathring{\vartheta}_p, \mathring{\varphi}_p\}$ for $\forall p$。请注意，估计角度分布在各自字典的两个采样点之间。通过以角度步长 $\{\Delta_\theta, \Delta_\phi, \Delta_\vartheta, \Delta_\varphi\}$均匀采样，可得到细化角度 $\{\breve{\theta}_p, \breve{\phi}_p, \breve{\vartheta}_p, \breve{\varphi}_p\}$，例如 $\breve{\theta} \in \left\{\widetilde{\theta} \middle| \widetilde{\theta} = \mathring{\theta} - \frac{1}{G_R^z} : \Delta_\theta : \mathring{\theta} + \frac{1}{G_R^z}\right\}$ 和 $\breve{\vartheta} \in \left\{\widetilde{\vartheta} \middle| \widetilde{\vartheta} = \mathring{\vartheta} - \frac{1}{G_U^y} : \Delta_\vartheta : \mathring{\vartheta} + \frac{1}{G_U^y}\right\}$。同样，细化距离 $\breve{r}$ 可通过新的采样点集推导得到，其距离步长为 Δ_r: $\frac{1}{\breve{r}} \in \left\{\frac{1}{r} \middle| \frac{1}{r} = \frac{1}{\mathring{r}} - \frac{e^{-1}}{2}(\mu_m, \mathring{\theta}, \mathring{\phi}) : \Delta_r : \frac{1}{\mathring{r}} + \frac{e^{-1}}{2}(\mu_m, \mathring{\theta}, \mathring{\phi})\right\}$。利用新的采样点，可以按照上述方法通过原子匹配和联合多频处理来细化参数。具体而言，由上述参数生成的细化球域支撑与 $\tilde{\mathrm{t}}_{\mathrm{R},p}[k]$ 之间的 CC 向量表示为 $\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k] \in \mathbb{C}^{4e^{-1}(\mu_m,\mathring{\theta},\mathring{\phi})_\perp G^z G^y \Delta}$ R R R ×1 for $\forall k$，其中 $\Delta_\mathrm{R} \triangleq \Delta_\theta \Delta_\phi \Delta_r$。类似地，关于细化角域支撑的 CC 向量表示为 $\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p} \in \mathbb{C}^{G^4 \mathrm{U}_\triangle \mathrm{U}^{\times 1}}$ for $\forall k$，其中 $\Delta_\mathrm{U} = \Delta_\vartheta \Delta_\varphi$。然后，可通过 $\breve{g}_{r,p} = \arg\max_{g_r} \sum_{k=1}^K |[\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{R},p}[k]]_{g_r}|$, $\breve{g}_{u,p} = \arg\max_{g_u} \sum_{k=1}^K |[\breve{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{U},p}[k]]_{g_u}|$ 找到最佳索引 $\{\breve{g}_{r,p}, \breve{g}_{u,p}\}$。

V. 下界推导

基于预言机最小二乘（OLS）估计器 [43], [44]（在信道支撑集完全已知时，该估计器可作为下界），本文针对二维压缩感知（2D-CS）提出了一种二维最小二乘估计器，并推导了其理论归一化均方误差（NMSE）下界。

回顾式（1），信道可改写为紧凑形式：$\mathbf{H}_\mathrm{U}[k] \triangleq \mathbf{B}_\mathrm{R}[k] \boldsymbol{\Xi}[k] \mathbf{A}^H \mathrm{U}[k]$，其中 $\mathbf{B}_\mathrm{R}[k] \triangleq [\mathbf{b}_\mathrm{R}(f_k, r_R, 1) \cdots, \mathbf{b}_\mathrm{R}(f_k, r_R, P)]$, $\boldsymbol{\Xi}[k] \triangleq \sqrt{\frac{N_U N_R}{P}} \mathrm{diag}([\beta_1 e^{-j2\pi\tau_1 f_k, \cdots}, \beta_P e^{-j2\pi\tau_P f_k}])$，且 $\mathbf{A}_\mathrm{U}[k] \triangleq [\mathbf{a}_\mathrm{U}(f_k, \widetilde{\vartheta}_U, 1, \widetilde{\varphi}_U, 1) \cdots, \mathbf{a}_\mathrm{U}(f_k, \widetilde{\vartheta}_U, P, \widetilde{\varphi}_U, P)]$。

已知响应向量 $\mathbf{B}_\mathrm{R}[k]$ 和 $\mathbf{A}_\mathrm{U}[k]$ 时，二维正交最小二乘的解为

$$\widehat{\boldsymbol{\Xi}}[k] = (\overline{\boldsymbol{\Phi}}_\mathrm{R}^H[k] \overline{\boldsymbol{\Phi}}_\mathrm{R}[k])^{-1} \overline{\boldsymbol{\Phi}}_\mathrm{R}^H[k] \mathbf{Y}[k] \overline{\boldsymbol{\Phi}}_\mathrm{U}[k] (\overline{\boldsymbol{\Phi}}_\mathrm{U}^H[k] \overline{\boldsymbol{\Phi}}_\mathrm{U}[k])^{-1}, \tag{39}$$

其中 $\overline{\boldsymbol{\Phi}_\mathrm{R}}[k] \triangleq \widetilde{\mathbf{V}}[k] \overline{\mathbf{B}}_\mathrm{R}[k]$ 和 $\overline{\boldsymbol{\Phi}_\mathrm{U}}[k] \triangleq \mathbf{F}^H[k] \overline{\mathbf{A}_\mathrm{U}}[k]$。因此，重构信道可写为 $\widehat{\mathbf{H}}_\mathrm{U}[k] \triangleq \mathbf{B}_\mathrm{R}[k] \widehat{\boldsymbol{\Xi}}[k] \mathbf{A}^H \overline{\mathrm{U}}[k]$。二维正交最小二乘的均值归一化均方误差为

$$\mathrm{NMSE}_{\text{2D-OLS}} \triangleq \mathbb{E}\left\{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\left\|\mathbf{H}_\mathrm{U}[k] - \widehat{\mathbf{H}}_\mathrm{U}[k]\right\|_F^2}{\|\mathbf{H}_\mathrm{U}[k]\|_F^2}\right\}. \tag{40}$$

以下命题讨论了其下界。di i l b d

命题 5. 采用二维正交最小二乘解时，均方归一化误差的均值下界为

$$NMSE_{\text{2D-OLS}} \geq \frac{K \sigma_n^2 P^5}{\kappa N_R N_U \sum_{k=1}^K \gamma_k}, \tag{41}$$

其中 $\gamma_k \triangleq \frac{\bar{\lambda}_{\max}\left(\mathbf{B}^H{}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{B}\quad{}_{\mathrm{R}}[k]\right)\bar{\lambda}_{\max}\left(\quad^H[k]\quad{}_{\mathrm{U}}[k]\right)\|\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\|_F^2\|\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\|_F^2\mathbf{A}_{\mathrm{U}}\mathbf{A}\mathbf{B}_{\mathrm{R}}\mathbf{B}\mathbf{A}_{\mathrm{U}}\mathbf{A}}{\bar{\lambda}_{\min}\left(\quad^H[k]\quad{}_{\mathrm{R}}[k]\right)\bar{\lambda}_{\min}\left(\quad^H[k]\quad{}_{\mathrm{U}}[k]\right)}$，$\kappa \triangleq \sum_{p=1}^{P}|\beta_p|^2$表示 *RIS*-用户信道的总路径增益。

证明：二维最小二乘估计器的平均均方误差表示为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{\left\|\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]-\widehat{\mathbf{H}}_{\mathrm{U}}[k]\right\|_F^2\right\}=&\mathbb{E}\left\{\left\|\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\left(\overline{\mathbf{\Xi}}[k]-\widehat{\overline{\mathbf{\Xi}}}[k]\right)\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^H[k]\right\|_F^2\right\}\\ \geq&\bar{\lambda}_{\min}\left(\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}^H[k]\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\right)\bar{\lambda}_{\min}\left(\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^H[k]\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}[k]\right)\mathbb{E}\left\{\left\|\overline{\mathbf{\Xi}}[k]-\widehat{\overline{\mathbf{\Xi}}}[k]\right\|_F^2\right\},\end{aligned}\tag{42}$$

其中 $\bar{\lambda}_{\min}(\mathbf{X})$ 是矩阵$\mathbf{X}$的最小特征值。此外，我们有

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{\left\|\overline{\mathbf{\Xi}}[k]-\widehat{\overline{\mathbf{\Xi}}}[k]\right\|_F^2\right\}=&\mathbb{E}\left\{\left\|(\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathrm{R}}^H[k]\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathrm{R}}[k])^{-1}\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathrm{R}}^H[k]\widetilde{\mathbf{N}}[k]\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k](\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathrm{U}}^H[k]\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k])^{-1}\right\|_F^2\right\}\\ \overset{(b)}{=}&\mathbb{E}\left\{\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{R}}^H[k]\widetilde{\mathbf{N}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\left(\mathbf{J}_{\mathrm{R}}^H[k]\widetilde{\mathbf{N}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\right)^H\right\}\right\}\\ =&\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{R}}^H[k]\mathbb{E}\left\{\widetilde{\mathbf{N}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\widetilde{\mathbf{N}}^H[k]\right\}\mathbf{J}_{\mathrm{R}}[k]\right\}\\ \overset{(c)}{=}&\sigma_n^2\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\right\}\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{R}}^H[k]\mathbf{J}_{\mathrm{R}}[k]\right\}\end{aligned}\tag{43}$$

其中 (b) 由定义 $\mathbf{J}_{\mathrm{R}}[k]\triangleq\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}(\mathbf{\Phi}^H{}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k])^{-1}$和$\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\triangleq\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k](\mathbf{\Phi}^H{}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k])^{-1}$可得，而 (c)可通过以下推导得到。

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left\{\widetilde{\mathbf{N}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\widetilde{\mathbf{N}}^H[k]\right\}=&\mathbb{E}\left\{\begin{bmatrix}\widetilde{\mathbf{n}}_1\\ \widetilde{\mathbf{n}}_2\\ \vdots\\ \widetilde{\mathbf{n}}_Q\end{bmatrix}\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\begin{bmatrix}\widetilde{\mathbf{n}}_1^H & \widetilde{\mathbf{n}}_2^H & \cdots & \widetilde{\mathbf{n}}_Q^H\end{bmatrix}\right\}\\ =&\begin{bmatrix}\mathbb{E}\left\{\widetilde{\mathbf{n}}_1[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\widetilde{\mathbf{n}}_1^H[k]\right\} & \cdots & \mathbb{E}\left\{\widetilde{\mathbf{n}}_1[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\widetilde{\mathbf{n}}_Q^H[k]\right\}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbb{E}\left\{\widetilde{\mathbf{n}}_Q[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\widetilde{\mathbf{n}}_1^H[k]\right\} & \cdots & \mathbb{E}\left\{\widetilde{\mathbf{n}}_Q[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\widetilde{\mathbf{n}}_Q^H[k]\right\}\end{bmatrix}\\ \overset{(d)}{=}&\begin{bmatrix}\sigma_n^2\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\right\} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \sigma_n^2\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\right\}\end{bmatrix},\end{aligned}\tag{44}$$

其中，d的推导过程可参见附录 C。

利用调和-几何-算术-均方不等式，即 $\frac{\sum_{n=1}^{N} x_n}{N} \geq \frac{N}{\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{x_n}}$，公式 (43) 可简化为

$$\begin{aligned}
\sigma_n^2 \text{迹}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{U}}^H[k]\mathbf{J}_{\mathrm{U}}[k]\right\} \text{迹}\left\{\mathbf{J}_{\mathrm{R}}^H[k]\mathbf{J}_{\mathrm{R}}[k]\right\} &= \sigma_n^2 \sum_{p=1}^{P} \bar{\lambda}_p\left(\left(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}^H[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\right)^{-1}\right) \sum_{p=1}^{P} \bar{\lambda}_p\left(\left(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}^H[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\right)^{-1}\right) \\
&\geq \sigma_n^2 \frac{P^2}{\sum_{p=1}^{P} \bar{\lambda}_p\left(\left(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}^H[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\right)^{-1}\right)} \frac{P^2}{\sum_{p=1}^{P} \bar{\lambda}_p\left(\left(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}^H[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\right)^{-1}\right)} \\
&= \sigma_n^2 \frac{P^2}{\sum_{p=1}^{P} \bar{\lambda}_p\left(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}^H[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\right)} \frac{P^2}{\sum_{p=1}^{P} \bar{\lambda}_p\left(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}^H[k]\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\right)} = \frac{\sigma_n^2 P^4}{\left\|\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\right\|_F^2 \left\|\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\right\|_F^2},
\end{aligned} \tag{45}$$

其中 $\bar{\lambda}_p(\mathbf{X})$ 表示矩阵$\mathbf{X}$的第 p 个特征值。

另一方面，$\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]$ 可写为

$$\begin{aligned}
\left\|\mathbf{H}_{\mathrm{U}}[k]\right\|_F^2 &\leq \bar{\lambda}_{\max}\left(\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}^H[k]\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\right) \bar{\lambda}_{\max}\left(\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^H[k]\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}[k]\right) \mathbb{E}\left\{\left\|\overline{\boldsymbol{\Xi}}[k]\right\|_F^2\right\} \\
&= \bar{\lambda}_{\max}\left(\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}^H[k]\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\right) \bar{\lambda}_{\max}\left(\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^H[k]\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}[k]\right) \frac{N_R N_U \sum_{p=1}^{P} |\beta_p|^2}{P},
\end{aligned} \tag{46}$$

其中 $\bar{\lambda}_{\max}(\mathbf{X})$ 表示矩阵 $\mathbf{X}$的最大特征值。

因此，结合式 (40)、(43)、(45) 和 (46)，可得

$$\begin{aligned}
\mathrm{NMSE}_{\text{2D-OLS}} &\geq \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} \frac{\bar{\lambda}_{\min}\left(\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}^H[k]\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\right) \bar{\lambda}_{\min}\left(\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^H[k]\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}[k]\right)}{\bar{\lambda}_{\max}\left(\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}^H[k]\overline{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}[k]\right) \bar{\lambda}_{\max}\left(\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}^H[k]\overline{\mathbf{A}}_{\mathrm{U}}[k]\right)} \frac{\sigma_n^2 P^5}{N_R N_U \kappa \left\|\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{U}}[k]\right\|_F^2 \left\|\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}}[k]\right\|_F^2} \\
&= \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma_n^2 P^5}{N_R N_U \kappa \gamma_k} \\
&\geq \frac{K\sigma_n^2 P^5}{\kappa N_R N_U \sum_{k=1}^{K} \gamma_k}.
\end{aligned} \tag{47}$$

其中 $\gamma_k \triangleq \frac{\lambda_{\max}\left(\mathbf{B}^H{}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{B}_{\mathrm{R}}[k]\right)^{-1} {}^H[k]\left(\mathbf{U}[k]\right)\left\|\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\right\|_F^2\left\|\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\right\|_F^2 \mathbf{A}_{\mathrm{U}}\mathbf{B}_{\mathrm{R}}\mathbf{B}\mathbf{A}_{\mathrm{U}}\mathbf{A}}{\bar{\lambda}_{\min}\left({}^H[k]\,{}_{\mathrm{R}}[k]\right)\bar{\lambda}_{\min}\left({}^H[k]\,{}_{\mathrm{U}}[k]\right)}$，且 $\kappa \triangleq \sum_{p=1}^{P} |\beta_p|^2$。

命题 5 的证明完毕。 ■

注释 3。二维正交最小二乘的下界由两部分组成：一部分是系统超参数 $\frac{K\sigma_n^2 P^5}{\kappa N_R N_U}$，另一部分是与感知矩阵相关的 $\sum_{k=1}^{K} \gamma_k$。重要的是，假设感知矩阵为半正交矩阵，使得 γ_k 最大，可以进一步降低下界，这表明通过优化感知矩阵可以提升估计性能。此假设需要通过测量矩阵优化 [3]，来验证，这将留待未来工作。

[3]给定设计字典后，感知矩阵优化等价于测量矩阵优化。

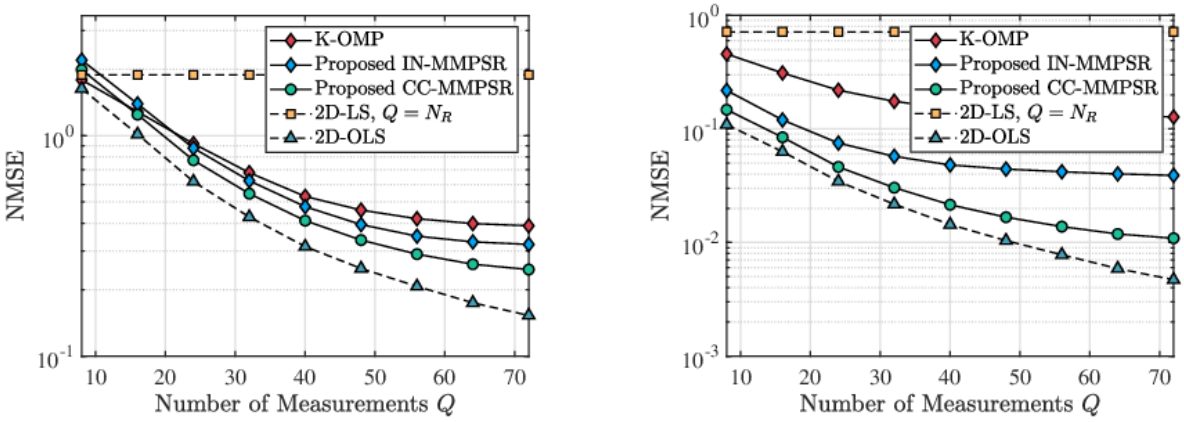
VI. 仿真结果

本节通过若干仿真评估所提方法的有效性。仿真所采用的系统配置包括 $N_R^y = 128$、$N_R^z = 4$、 $N_U^y = 8$、 $N_U^z = 4$、$N_B^y = N_B^z = 16$，系统频率为 $f = 28$ GHz，带宽为 $f_s = 2$ GHz。噪声功率设为 $\sigma_n^2 = -90$ 分贝毫瓦。对于信道参数，我们采用 [45] 中的 28 GHz 毫米波信道设置。根据 [45], 中的表 I，我们假设路径增益服从 $\mathcal{CN}(0, \aleph 10^{-0.1\mathrm{PL}})$，其中 $\aleph = K_1^{1.8} 10^{0.1 K_2}$，且 $K_1 \sim \mathcal{U}(0,1)$， $K_2 \sim \mathcal{CN}(0,16)$。此外，路径损耗 $\mathrm{PL} = a_1 + 10 a_2 \log_{10}(d') + \mathcal{N}(0, \sigma)[\mathrm{dB}]$，其中 d' 表示以米为单位的距离；对于非视距路径， $a_1 = 72$、 $a_2 = 2.92$ 和 $\sigma = 8.7$；对于视距路径， $a_1 = 61.4$、 $a_2 = 2$ 和 $\sigma = 5.8$。基站与可重构智能表面之间的距离设为 45 米。用户均匀分布在 RIS 2 周围，距离为 5 至 20 米。此外，我们假设路径数为 $P = 3$ （其中一条为视距路径），且信道路径在仰角和方位角覆盖范围内均匀分布。所有用户的上行功率 σ_p^2 相同。所有测量矩阵，即 RIS 相移和用户训练矩阵，均通过使其中每个元素服从模为 1 的复高斯分布 $\mathcal{CN}(0,1)$ 生成。最后，字典的大小设为 $G_R^y = N_R^y$、 $G_R^z = 8N_R^z$、 $G_U^y = 8N_U^y$ 和 $G_U^z = 8N_U^z$。细化过程中的所有步长 $\{\Delta_\theta, \Delta_\phi, \Delta_\vartheta, \Delta_\varphi, \Delta_r\}$ 均设为 0.005。仿真所用方法如下：

- **2D-LS**：通过命题1估计宽带信道。
- **K-OMP**：通过使用正交匹配追踪求解问题（P1）来估计宽带信道。
- **CC-MMPSR**：通过我们提出的 MMPSR 框架结合基于相关系数的原子匹配来估计宽带信道。
- **IN-MMPSR**：通过我们提出的 MMPSR 框架结合基于 IN 的原子匹配来估计宽带信道。
- **2D-OLS**：通过使用具有完美信道支撑集的二维最小二乘估计器来估计宽带信道。
- **下界**：二维最小二乘估计器的下界，推导见第五节。

A. 不同方法的评估

如第 IV 节所分析，我们的框架表明，基于CC的原子匹配优于基于 IN 的原子匹配。为支持我们的发现，我们进行了仿真，其中 N_X 设为32，Q 的范围为8 至72， K 设为32，上行功率 σ_p^2 设为15 或30 分贝毫瓦。图 4 展示了归一化均方误差性能随测量次数 Q的变化。我们的分析



(a) σ_p^2 = 15 分贝毫瓦下的归一化均方误差性能　　(b) σ_p^2 = 30 分贝毫瓦下的归一化均方误差性能

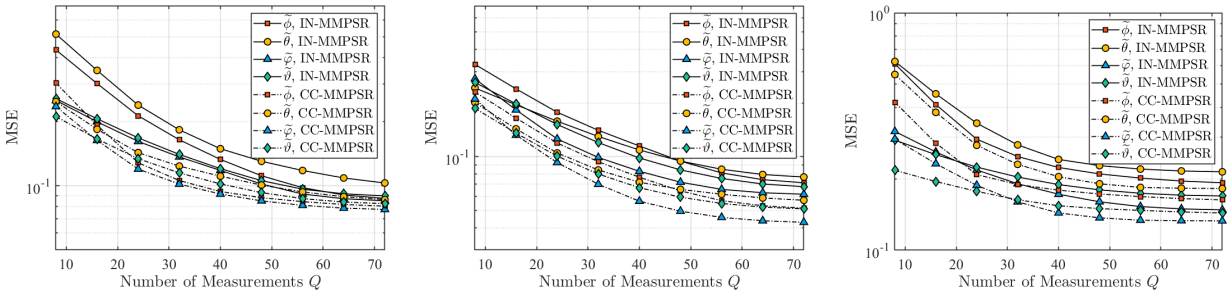
图 4：不同方法的归一化均方误差与测量次数 Q 的关系　　.

表明，尽管导频开销很高（$Q = N_R$ 对于二维最小二乘），2D-LS方法的表现仍然不佳。相比之下，CC-MMPSR 和 IN-MMPSR 更为有效，性能优于二维最小二乘。值得注意的是，在低功率和高功率场景下，CC-MMPSR 的表现均优于 IN-MMPSR，这是因为每个原子的二范数通常不相等，这可能会干扰将 IN 与目标向量配合使用时的相位匹配。需要指出的是，仿真结果中观察到的性能提升在测量次数超过某个数量后开始趋于平缓。这是因为超过一定阈值后，增加测量次数并不会显著提升信道估计的准确性，反而会增加系统复杂度。

B. 子载波数量的影响 K

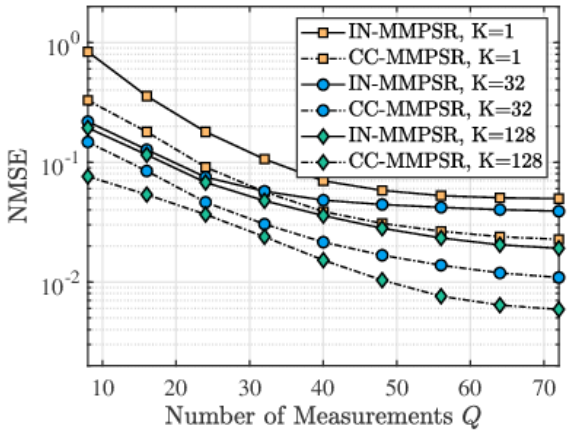
为评估所提出的利用共同稀疏支撑的方法的有效性，图 5 和图 6 分别展示了估计角度的均方误差[4] 以及估计信道的归一化均方误差。参数设置包括 $\sigma_p^2 = 30$ 分贝毫瓦、$N_X = 32$、Q 的取值范围为8 至72，以及 $K \in \{1, 32, 128\}$。如图 5 和图 6 所示，对于不同数量的子载波，CC-MMPSR 在均方误差/归一化均方误差方面均优于 IN-MMPSR。此外，IN-/CC-MMPSR 提供的联合参数估计还能进一步提升性能，表现为随着 K 增加，均方误差/归一化均方误差呈下降趋势。

[4]由于均方误差不适用于衡量估计距离 $\hat{r} \gg 1$，因此此处未展示估计距离。



(a) $K = 1$ (b) $K = 32$ (c) $K = 128$

图 5： 我们提出的 IN-MMPSR 和 CC-MMPSR 估计的角度的均方误差 .



我们提出的 IN-MMPSR 和 CC-MMPSR 估计的信道的归一化均方误差。

C. 近场效应的影响

为展示处理近场效应的重要性，我们针对不同的可重构智能表面尺寸绘制了增益-距离曲线。增益定义为 $\left|\det(\tilde{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}}^{H}\mathbf{B}_{\mathrm{R}})\right|$，其中 $\tilde{\mathbf{B}}_{\mathrm{R}} \in \mathbb{C}^{N_R \times P}$ 表示平面信道支撑集，其角度准确，但忽略了距离（假设距离足够远）。仿真揭示了两个重要现象，如图 7 所示。首先，在距离不变时，随着可重构智能表面尺寸增大，增益会降低，这主要是因为更大的孔径加剧了近场效应。其次，当可重构智能表面尺寸固定，且可重构智能表面与用户之间的距离增大时，增益也会增加，因为在远场区域，平面波前假设成立。总之，我们展示了距离和阵列孔径对反映近场效应起着重要作用。

D. 下界分析

为展示所提出下界的有效性，我们在不同仿真参数下比较二维正交最小二乘和下界。图 8 中，我们使用以下参数设置分析第五节给出的下界： $K = 32$, σ_p^2 的范围为15 至30 dB, Q 的范围为

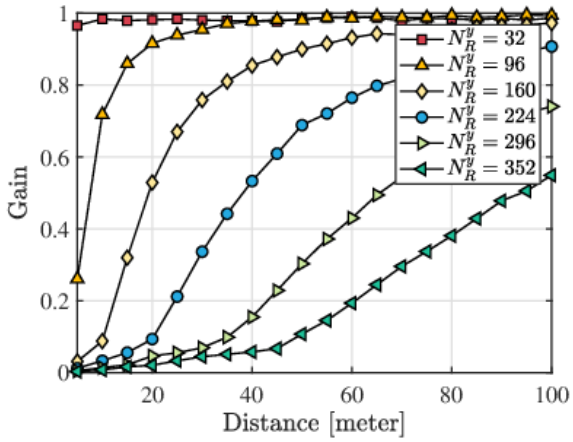
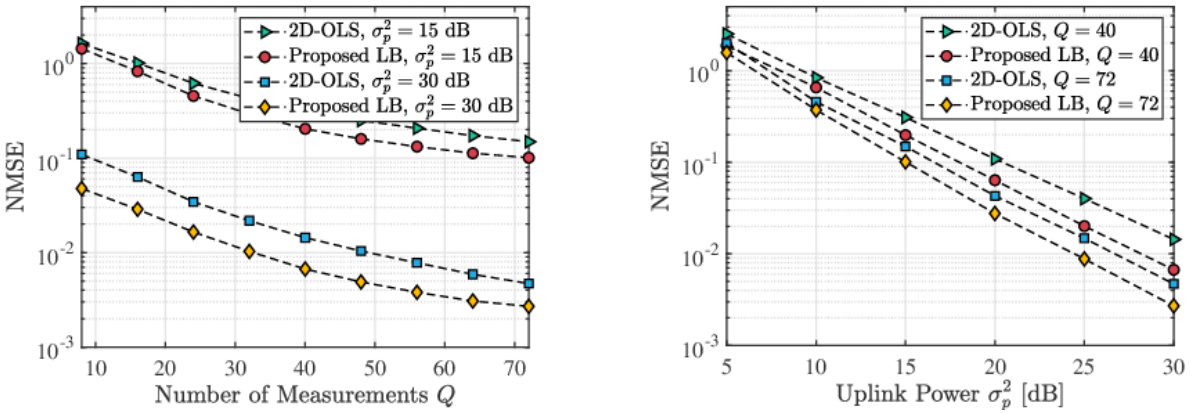


Fig. 7: 所定义的增益随通信距离和 RIS 尺寸而变化。

8 至72 ，对应图 8(a)； $K = 32$, Q 的范围为40 至72 ，上行功率为5 至30 dB，对应图 8(b)。图中显示，对于不同的上行功率和测量次数，所提出的下界均比二维正交最小二乘获得更低的归一化均方误差。



(a) 归一化均方误差与 Q的关系

(b) 归一化均方误差与 σ_p^2的关系

图 8：归一化均方误差性能随测量次数和上行功率而变化。*E.* 时间复杂度分析

首先，分析一维最小二乘和二维最小二乘的复杂度。根据公式 (12)，其复杂度为 $\mathcal{O}(L^3 N_U^3)$。然而，公式 (9) 中的二维最小二乘仅产生 $\mathcal{O}(L^3)$ 的复杂度，其中考虑了 $L > N_U$。公式 (29) 中 K-正交匹配追踪的复杂度主要由原子匹配决定，为$\mathcal{O}(PKQN_X G_U G_R)$。对于我们提出的 CC-MMPSR 和 IN-MMPSR，由于 IN 和 CC 具有相同的线性复杂度，二者的复杂度相当。MMPSR 包含三个步骤：1）对低维测量矩阵进行奇异值分解；2）原子匹配；3）参数细化。对于步骤 1），其复杂度为 $\mathcal{O}\left(KQN_X \min(Q, N_X)\right)$，可通过

稀疏分解中采用的一些奇异值分解方法加以降低。无论采用 IN 还是 CC，原子匹配过程的复杂度都是线性的，为 $\mathcal{O}(KG_RQ + KG_UN_X)$。为简单起见，参数细化过程的复杂度可设计得低于或与原子匹配过程相当。在 XL-RIS系统中，可假设 $G_R > N_X\min(Q, N_X)$，因此总复杂度由 $\mathcal{O}(KG_RQ)$决定。

七、结论

总而言之，本研究深入探讨了宽带球面域中的超大规模可重构智能表面信道估计。通过分析近场波束斜视效应和二维训练信号结构，我们提出了一种MMPSR恢复框架，其宽带信道重构效率高于KCS框架。我们还引入相关系数（CC）来代替IN，以衡量与信号子空间最相关的原子，并通过仿真证明，CC-MMPSR在均方误差和时间复杂度方面均优于IN-MMPSR。此外，我们提出了二维正交最小二乘（2D-OLS）估计器，作为任何二维信道重构方法都无法超越的基准，并通过考虑所有子载波推导出其下界，凸显了优化训练矩阵以降低导频开销的重要性。然而，在存在近场波束斜视的情况下，这一目标颇具挑战性，而且实际的超大规模可重构智能表面系统对时间复杂度十分敏感。因此，未来的工作将着重为超大规模压缩感知问题提出具体的恢复框架，并探索利用深度学习改进求解方案。

APPENDIX A

~根据式（19），$g_y(\phi, r, k)$定义为

$$g_y(\widetilde{\phi}, r, k) \triangleq \frac{1}{N_R^y}\left|\int_{-\frac{N_R^y}{2}}^{\frac{N_R^y}{2}} e^{j\frac{\pi d^2}{c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_k^2}{r_k}\right)(m_R^z)^2}\mathrm{d}m_R^z\right|. \tag{48}$$

$$\triangleq \frac{d^2}{c}\left(f_k\frac{1-\widetilde{\phi}^2}{r}-f_c\frac{1-\widetilde{\phi}_k^2}{r_k}\right)$$

记$\zeta_{\phi,k}$为清晰起见，随后定义等效函数

$$\widetilde{g}_y(\zeta_{\phi,k}) \triangleq \frac{1}{N_R^y}\left|\int_{-\frac{N_R^y}{2}}^{\frac{N_R^y}{2}} e^{j\pi\zeta_{\phi,k}(m_R^z)^2}\mathrm{d}m_R^z\right|. \tag{49}$$

将$j\pi\zeta_{\phi,k}(m_R^z)^2 \triangleq -t^2$ 代入式（49），得到

$$\begin{aligned}\widetilde{g}_y(\zeta_{\phi,k}) &= \left|\frac{2(1+j)}{\sqrt{2\pi\zeta_{\phi,k}}N_R^y}\int_0^{\frac{1-j}{2\sqrt{2}}\sqrt{\pi\zeta_{\phi,k}}N_R^y} e^{-t^2}\mathrm{d}t\right| \\ &= \left|\frac{1}{\sqrt{\zeta_{\phi,k}}N_R^y}\mathrm{erf}\left(\frac{1-j}{2\sqrt{2}}\sqrt{\pi\zeta_{\phi,k}}N_R^y\right)\right|,\end{aligned} \tag{50}$$

其中，误差函数 $\mathrm{erf}(x) \triangleq \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t}\mathrm{d}t$。类似地，$g_z(\theta, r, k)$可推导为

$$\widetilde{g}_z(\zeta_{\theta,k}) = \left|\frac{1}{\sqrt{\zeta_{\theta,k}}N_R^z}\mathrm{erf}\left(\frac{1-j}{2\sqrt{2}}\sqrt{\pi\zeta_{\theta,k}}N_R^z\right)\right|. \tag{51}$$

证明完毕。

附录 B

回顾公式 (30)，可知 $\mathcal{C}(\mathbf{Y}[k]) \subset \mathcal{C}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\mathbf{\Xi}[k]) \subset \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\mathcal{C}(\mathbf{\Xi}[k])$，以及 $\mathcal{C}(\mathbf{Y}^H[k]) \subset \mathcal{C}(\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\mathbf{\Xi}^H[k]) \subset \mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\mathcal{C}(\mathbf{\Xi}^H[k])$。$\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{R},p}[k] \in \mathcal{C}(\mathbf{Y}[k]) \subset \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\mathcal{C}(\mathbf{\Xi}[k])$，且 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{U},p}[k] \in \mathcal{C}(\mathbf{Y}^H) \subset \mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\mathcal{C}(\mathbf{\Xi}^H[k])$。因此，$\min_{\boldsymbol{\xi}_{i,p}[k]} \{\|\boldsymbol{\delta}_{i,k}\|_0 + \|\widetilde{\mathbf{t}}_{i,p}[k] - \mathbf{\Phi}_i[k]\boldsymbol{\xi}_{i,p}[k]\|_2^2\}$ 的解是 P-稀疏的，这是因为 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\widehat{\boldsymbol{\xi}}_{\mathrm{R},p}[k] \approx \widetilde{\mathbf{t}}_{\mathrm{R},p}[k] \in \mathbf{\Phi}_{\mathrm{R}}[k]\mathcal{C}(\mathbf{\Xi}[k])$ 和 $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\widehat{\boldsymbol{\xi}}_{\mathrm{U},p}[k] \approx \widetilde{\mathbf{t}}_{\mathrm{U},p}[k] \in \mathbf{\Phi}_{\mathrm{U}}[k]\mathcal{C}(\mathbf{\Xi}^H[k])$。特别地，由于我们关注每个子空间中最关键的分量，因此能够在每个子空间中恢复一个参数。在此背景下，每个子空间对应一个信道支撑集。此外，可以通过公式 (31) 的共同稀疏支撑联合恢复子空间信号。

命题 4 的证明至此完成。

附录 C

此处给出式 (44) 中(d) 的证明。

考虑 $\widetilde{\mathbf{n}}_{q_1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{n}}_{q_2}^H$ 的简化形式，其中 $\forall q_1, q_2 \in \{1, \cdots, Q\}$。

$$\widetilde{\mathbf{n}}_{q_1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{n}}_{q_2}^H = \sum_{n_1=1}^{N_X}\sum_{n_2=1}^{N_X} \widetilde{n}_{q_1,n_1}\widetilde{n}_{q_2,n_2}^*[\mathbf{X}]_{n_1,n_2}, \tag{52}$$

其中 $\widetilde{n}_{q_1,n_1} \triangleq [\widetilde{\mathbf{n}}_{q_1}]_{n_1}$ 以及 $\widetilde{n}_{q_2,n_2} \triangleq [\widetilde{\mathbf{n}}_{q_2}]_{n_2}$。对于 $\forall q_1, q_2, n_1, n_2$，当且仅当 $\mathbb{E}\{\widetilde{n}_{q_1,n_1}\widetilde{n}_{q_2,n_2}^*\} = \sigma_n^2$ if and only if$q_1 = q_2, n_1 = n_2$；否则，$\mathbb{E}\{\widetilde{n}_{q_1,n_1}\widetilde{n}_{q_2,n_2}^*\} = 0$。这表明 $\mathbb{E}\{\widetilde{\mathbf{n}}_{q_1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{n}}_{q_2}^H\}$ 等于 $\sigma_n^2\mathrm{Tr}\{\mathbf{X}\}$在 $q_1 = q_2$处的值。因此，可以证明等式 (d) 。

参考文献

[1] M. Cui、Z. Wu、Y. Lu、X. Wei 和 L. Dai，“面向 6G 的近场 MIMO 通信：基础、挑战、潜力与未来方向”，*IEEE*通信汇刊，第 61 卷，第 1 期，第 40–46 页，2023年。[2] C. Huang、S. Hu、G. C. Alexandropoulos、A. Zappone、C. Yuen、R. Zhang、M. D. Renzo 和 M. Debbah，“面向 6G 无线网络的全息 MIMO 表面：机遇、挑战与趋势”，*IEEE*无线通信，第 27 卷，第 5 期，第 118–125 页，2020年。[3] R. Chen、M. Chen、X. Xiao、W. Zhang 和 J. Li，“基于多用户轨道角动量的太赫兹通信”，*IEEE*无线通信汇刊，第 1–1 页，2023年。[4] H. Zhang、N. Shlezinger、F. Guidi、D. Dardari、M. F. Imani 和 Y. C. Eldar，“面向近场多用户 MIMO 通信的波束聚焦”，*IEEE*无线通信汇刊，第 21 卷，第 9 期，第 7476–7490 页，2022年。[5] J. Tian、Y. Han、S. Jin 和 M. Matthaiou，“基于子阵列的 ELAA 系统的低开销定位与 VR 识别”，*IEEE*无线通信快报，第 1–1 页，2023年。[6] Z. Lu、Y. Han、S. Jin、M. Matthaiou 和 T. Q. S. Quek，“ELAA 系统的近场信道重构与用户定位”，载于 *2022*年国际无线通信系统研讨会（*ISWCS*），2022年，第 1–6 页。[7] K. T. Selvan 和 R. Janaswamy，“夫琅禾费距离与菲涅耳距离：口径天线的统一推导。”*IEEE*天线与传播杂志，第 59 卷，第 4 期，第 12–15 页，2017年。

[8] M. Di Renzo、A. Zappone、M. Debbah、M.-S. Alouini、C. Yuen、J. de Rosny 和 S. Tretyakov，“由可重构智能表面赋能的智能无线电环境：工作原理、研究现状与未来发展”，*IEEE*信号处理精选主题期刊，第 38 卷，第 11 期，第 2450–2525 页，2020年。[9] W. Tang、M. Z. Chen、X. Chen、J. Y. Dai、Y. Han、M. Di Renzo、Y. Zeng、S. Jin、Q. Cheng 和 T. J. Cui，“采用可重构智能表面的无线通信：路径损耗建模与实验测量”，*IEEE*无线通信汇刊，第 20 卷，第 1 期，第 421–439 页，2021年。[10] R. Li、B. Guo、M. Tao、Y.-F. Liu 和 W. Yu，“RIS 辅助毫米波 MIMO 系统中混合波束成形与反射系数的联合设计”，*IEEE*通信汇刊，第 70 卷，第 4 期，第 2404–2416 页，2022年。[11] L. Wei、C. Huang、Q. Guo、Z. Yang、Z. Zhang、G. C. Alexandropoulos、M. Debbah 和 C. Yuen，“RIS 赋能多用户通信中的联合信道估计与信号恢复”，*IEEE*通信汇刊，第 70 卷，第 7 期，第 4640–4655 页，2022年。[12] S. Yang、W. Lyu、D. Wang 和 Z. Zhang，“混合 RIS 辅助多用户通信中的独立信道估计”，*IEEE*车辆技术汇刊，第 1–6 页，2022年。[13] L. Wei、C. Huang、G. C. Alexandropoulos、C. Yuen、Z. Zhang 和 M. Debbah，“RIS 赋能多用户 MISO 无线通信的信道估计”，*IEEE*通信汇刊，第 69 卷，第 6 期，第 4144–4157 页，2021年。[14] C. Huang、Z. Yang、G. C. Alexandropoulos、K. Xiong、L. Wei、C. Yuen、Z. Zhang 和 M. Debbah，“多跳 RIS 赋能的太赫兹通信：基于 DRL 的混合波束成形设计”，*IEEE*信号处理精选主题期刊，第 39 卷，第 6 期，第 1663–1677 页，2021年。[15] A. Fascista、M. F. Keskin、A. Coluccia、H. Wymeersch 和 G. Seco-Granados，“RIS 辅助的单天线接收机联合定位与同步：波束成形设计与低复杂度估计”，*IEEE*信号处理精选主题期刊，第 16 卷，第 5 期，第 1141–1156 页，2022年。[16] C. Huang、A. Zappone、G. C. Alexandropoulos、M. Debbah 和 C. Yuen，“无线通信中的可重构智能表面与能效”，*IEEE*无线通信汇刊，第 18 卷，第 8 期，第 4157–4170 页，2019年。[17] B. Ning、Z. Chen、W. Chen、Y. Du 和 J. Fang，“采用智能反射面的太赫兹多用户大规模 MIMO：波束训练与混合波束成形”，*IEEE*车辆技术汇刊，第 70 卷，第 2 期，第 1376–1393 页，2021年。[18] B. Ning、Z. Chen、W. Chen 和 J. Fang，“智能反射面辅助 MIMO 的波束成形优化：路径增益总和最大化方法”，*IEEE*无线通信快报，第 9 卷，第 7 期，第 1105–1109 页，2020年。[19] E. Bjrnson、. T. Demir 和 L. Sanguinetti，“阵列与可重构智能表面近场波束成形入门”，载于*2021*年第*55*届阿西洛马会议信号、系统与计算机会议，2021年，第 105–112 页。[20] N. Decarli 和 D. Dardari，“近场大型智能表面的通信模式”，*IEEE Access*，第 9 卷，第 165 648–165666 页，2021年。[21] X. Wei、L. Dai、Y. Zhao、G. Yu 和 X. Duan，“超大规模 RIS 的码本设计与波束训练：远场还是近场？”2021年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2109.10143[22] G. C. Alexandropoulos、V. Jamali、R. Schober 和 H. V. Poor，“RIS 赋能毫米波多天线系统的近场分层波束管理”，载于*2022*年*IEEE*第*12*届传感器阵列与多通道信号处理研讨会（*SAM*），2022年，第 460–464 页。[23] Y. Zhang、X. Wu 和 C. You，“超大规模阵列的快速近场波束训练”，*IEEE*无线通信快报，第 11 卷，第 12 期，第 2625–2629 页，2022 年。[24] O. Rinchi 、 A. Elzanaty 和 M.-S. Alouini，“ 多径 RIS 辅助环境的压缩近场定位”，*IEEE*通信快报，第 26 卷，第 6 期，第 1268–1272 页，2022年。[25] D. Dardari、N. Decarli、A. Guerra 和 F. Guidi，“采用大型可重构智能表面的视距/非视距近场定位”，*IEEE*无线通信汇刊，第 21 卷，第 6 期，第 4282–4294 页，2022年。

[26] Y. Han、S. Jin、C.-K. Wen 和 T. Q. Quek，“超大规模RIS辅助大规模MIMO系统的定位与信道重构”，IEEE信号处理精选主题期刊，第1–1页，2022年。[27] Y. Pan、C. Pan、S. Jin 和 J. Wang，“RIS辅助亚太赫兹系统的近场定位与信道估计”，2022年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2208.11343[28] R. Ghazalian、K. Keykhosravi、H. Chen、H. Wymeersch 和 R. Jntti，“近场RIS定位的双基地感知”，载于《GLOBECOM 2022——2022年IEEE全球通信大会》，2022年，第6457–6462页。[29] S. Yang、W. Lyu、Z. Hu、Z. Zhang 和 C. Yuen，“近场XL-RIS辅助毫米波混合波束成形架构的信道估计”，IEEE车辆技术汇刊，第1–6页，2023年。[30] M. Cui 和 L. Dai，“超大规模MIMO的信道估计：远场还是近场？”，IEEE通信汇刊，第70卷，第4期，第2663–2677页，2022年。[31] A. M. Elbir、K. V. Mishra 和 S. Chatzinotas，“NBA-OMP：感知近场波束分裂的正交匹配追踪，用于宽带太赫兹信道估计”，2023年。[32] X. Gao、L. Dai、S. Zhou、A. M. Sayeed 和 L. Hanzo，“基于透镜天线阵列的毫米波MIMO系统宽带波束空间信道估计”，IEEE信号处理汇刊，第67卷，第18期，第4809–4824页，2019年。[33] Y. Chen、Y. Xiong、D. Chen、T. Jiang、S. X. Ng 和 L. Hanzo，“面对波束斜视时宽带毫米波MIMO系统的混合预编码”，IEEE无线通信汇刊，第20卷，第3期，第1847–1860页，2021年。[34] S. Ma、W. Shen、J. An 和 L. Hanzo，“面对波束斜视时IRS辅助系统的宽带信道估计”，IEEE无线通信汇刊，第20卷，第10期，第6240–6253页，2021年。[35] A. Lee、H. Ju、S. Kim 和 B. Shim，“太赫兹超大规模MIMO系统的智能近场信道估计”，载于《GLOBECOM 2022——2022年IEEE全球通信大会》，2022年，第5390–5395页。[36] H. Luo 和 F. Gao，“近场通信系统中波束斜视辅助的用户定位”，2022年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2205.11392[37] J. An、C. Xu、D. W. K. Ng、C. Yuen、L. Gan 和 L. Hanzo，“通过时延可调超表面实现可重构智能表面增强的OFDM通信”，2021年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2110.09291[38] W. Hao、X. You、F. Zhou、Z. Chu、G. Sun 和 P. Xiao，“太赫兹智能反射面通信中的远场/近场波束斜视及其解决方案”，2022年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2208.12385[39] Z. Wu 和 L. Dai，“近场通信的多址接入：SDMA还是LDMA？”，2022年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2208.06349[40] 《线性系统与广义逆的刻画》。纽约州纽约市：Springer纽约，2003年，第52–103页。[在线]。可访问：https://doi.org/10.1007/0-387-21634-0 4[41] J. Chen 和 X. Huo，“多测量向量稀疏表示的理论结果”，IEEE信号处理汇刊，第54卷，第12期，第4634–4643页，2006年。[42] S. Friedland、Q. Li 和 D. Schonfeld，“稀疏张量的压缩感知”，IEEE图像处理汇刊，第23卷，第10期，第4438–4447页，2014年。[43] Z. Gao、L. Dai、W. Dai、B. Shim 和 Z. Wang，“基于结构化压缩感知的FDD大规模MIMO时空联合信道估计”，IEEE通信汇刊，第64卷，第2期，第601–617页，2016年。[44] J. Lee、G.-T. Gil 和 Y. H. Lee，“毫米波通信中混合MIMO系统通过正交匹配追踪实现的信道估计”，IEEE通信汇刊，第64卷，第6期，第2370–2386页，2016年。[45] G. R. MacCartney、M. K. Samimi 和 T. S. Rappaport，“纽约市28 GHz和73 GHz下的全向路径损耗模型”，载于《2014年IEEE第25届个人、室内和移动无线电通信国际年度研讨会（PIMRC）》，2014年，第227–231页。

–