arXiv:2304.00536v1 [cs.RO] 2 Apr 2023

面向双足机器人的启发式着陆跳跃控制框架设计

张景文[1], 沈俊杰[1],刘叶婷[1],和 Dennis Hong[1]

摘要—在足式机器人上生成动态跳跃动作仍是一项具有挑战性的控制问题，因为机器人需要经历完整的飞行阶段，并承受较大的着陆冲击。与四足机器人或其他多足机器人相比，双足机器人的足迹小得多，因此对控制策略提出了更高要求。为解决这一问题，本文提出了一种新颖的启发式着陆规划器。借助飞行阶段的动量反馈，可以更新着陆位置，以减轻着陆时跟踪误差或外部扰动所带来的不确定性影响。据我们所知，这是首个利用飞行阶段减小跳跃着陆冲击，并在实际机器人上实现的方法。本文将该方法与改进的运动学-动力学运动规划器相结合，并采用一种低层控制器，利用全身动力学分层处理多项任务，从而设计出一套完整且通用的跳跃控制框架。本文提供了在一台采用本体感知驱动的微型双足机器人上进行的大量仿真和硬件跳跃实验结果，以证明所提出的框架能够实现高效、稳健且类人的跳跃任务，包括定向跳跃、扭转跳跃、跨步跳跃和空翻。

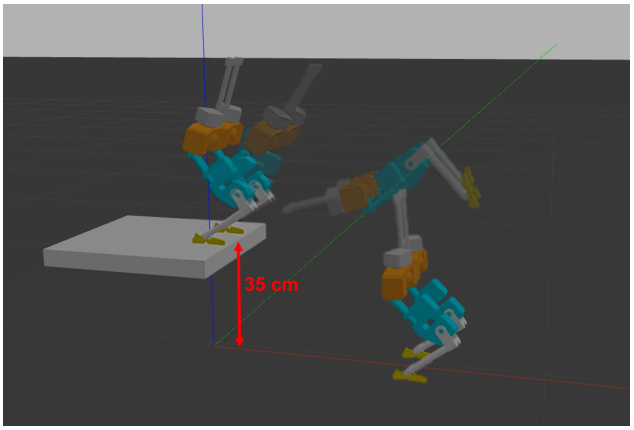

图 1. BRUCE 从 35 厘米高的平台上空翻。

I. 引言

近几十年来，足式机器人取得了显著进展，研究已证明，它们有潜力到达人类能够到达的任何地方，并完成人类能够完成的任何事情。要充分发挥这一巨大潜力，除了行走和奔跑之外，动态跳跃也是一项必备能力。然而，动态跳跃控制仍然是一项具有挑战性的问题：除了对扭矩密度和速度提出更高的驱动要求外，跳跃还涉及一段较长的飞行阶段，在此期间，浮动基座因没有接触而无法控制；同时，预期会产生较大的着陆冲击，因此需要采用更稳健的控制策略。

早期关于足式机器人跳跃的研究深受 Raibert 提出的、采用启发式控制器的单腿跳跃机器的影响 [1]。Hyon 和 Mita 使用类似的控制器，设计了另一种单腿跳跃机器人，其关节式腿由三个连杆组成 [2]。近年来，基于模型的方法受到越来越多的关注。在 [3],[4],中，全身动力学模型用于低层级的全身控制。通过设定离地速度，即可实现简单的跳跃。若要生成时域更长、形式更多样的跳跃，由于足式机器人的自由度（DoF）很高，手动确定轨迹几乎不可能，尤其是双足机器人。直接使用全身模型进行规划，机器人可以实现更复杂的动作 [5]–[7]。然而，高维模型过于复杂，这些问题有时会变得难以求解 [5], [8], [9]。在 [10], [11], 中，弹簧负载倒立摆（ SLIP ）被用作规划跑动和跳跃动作的简化模型。尽管该模型取得了成功，但它将机器人视为质点，并忽略了角动量。借助该模型，很难实现包含身体旋转的跳跃动作，而这类动作在动物和人类中相当常见。单刚体模型（SRBM）可能是解决这一问题的一种方案。 [12]成功将其应用于四足机器人，在假设腿部无质量的条件下进行腾空运动轨迹优化。不幸的是，双足机器人每条腿都需要更多驱动关节，并且需要非点式足端来实现主动平衡。对大多数双足机器人而言，无质量腿部这一假设很容易不成立。近年来，许多方法 [13]–[17]基于质心动力学为双足机器人设计了更灵活的运动学-动力学规划器 [18] ，而质心动力学是对全身动力学的精确投影。质心动力学能高效地将角动量纳入规划器，从而有利于生成任意类型的跳跃动作。

对于着陆稳定，可以考虑三种不同的方法：1）启发式局部阻尼控制 [19], [20],2）独特的足部结构设计，以被动应对冲击 [21], 3）主动考虑机器人与环境之间的全身动力学。在过去十年中，解决方案已逐渐 converged 为最后一种方法，即采用某类基于优化的全身控制 [22], ， 该方法

[1]张景文、沈俊杰、刘叶婷和 Dennis Hong 任职于机器人与机构实验室，该实验室隶属于加利福尼亚州大学洛杉矶分校机械与航空航天工程系，地址为美国加利福尼亚州洛杉矶市，邮编 90095 { zhjwzhang, junjieshen, liu1995, dennishong}@ucla.edu

通过求解凸二次规划（QP），基于实时反馈在线寻找电机指令的最优解。对于四足机器人而言，即使机器人在离开地面时偏离最优轨迹，甚至在空中受到干扰，这种技术也足以保证安全性 [7], [17] ，因为四条腿能够提供足够的支撑区域，使机器人在着陆时恢复。对于双足机器人而言，由于足迹更小，其容错范围要低得多。除了提高低层控制器的鲁棒性之外，通过调整着陆位置还可以实际减小较大的着陆冲击，而这一点在腿式机器人领域往往被忽视。人类在跳跃过程中被向前推动时的下意识动作，是将双腿向前移动，以减小突发干扰对着陆的影响。受此启发，本文提出了一种基于实时动量反馈的启发式着陆规划器。机器人一旦离开地面，便利用计算得到的线动量和角动量作为启发式反馈，以较高频率更新足部的期望着陆位置。

本文的贡献如下：
1）提出了一种新颖的启发式着陆规划器，通过利用飞行阶段的动量反馈来提高着陆稳定性，从而最大限度地减小跟踪误差或外部扰动所带来的不确定性对着陆的影响。2）为双足机器人提供了一个完整且通用的跳跃框架，并给出了实现细节，如图2所示。该框架结合了基于模型的质心动力学方法与启发式方法，可实现更自然的跳跃行为，包括离地前下蹲、主动旋转身体以补偿意外角动量，以及降低身体以缓冲着陆冲击。3）在一台微型双足机器人上展示了所提出的框架，该机器人能够完成多种跳跃任务，例如定向跳跃、扭转跳跃、跨步跳跃和空翻。

II. 系统概述

A. BRUCE

为推动双足机器人研究并提高具备动态能力的双足机器人平台的可及性，我们在此前的工作 [23] 中开发了新一代微型双足机器人单元 BRUCE（Bipedal Robot Unit with Compliance Enhanced），采用本体感知执行器。BRUCE 的每条腿有 5 个自由度（DoF），包括一个球形髋关节、一个膝关节和一个踝关节。为降低腿部惯量，髋关节和踝关节分别采用绳驱动差动滑轮系统和连杆机构。作为一款微型双足机器人，BRUCE 的设计高度约为成年男性身高的三分之一，即约 660 mm。因此，BRUCE 的连杆长度以及其他主要机械参数汇总于表 I。

为使 BRUCE 能够检测足部与地面之间接触的建立或断开，以便进行状态

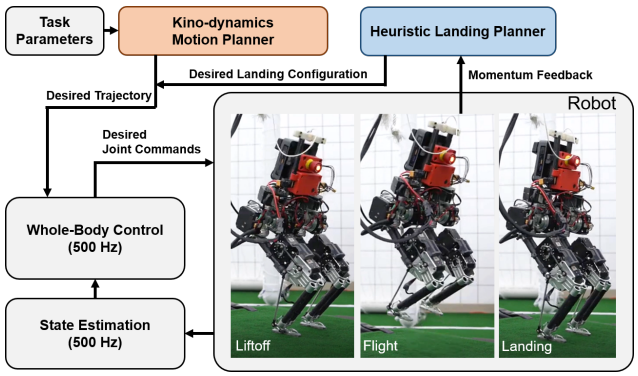

图 2. BRUCE 跳跃框架。运动学动力学规划器根据用户选择的任务参数（包括跳跃距离/高度、扭转角、接触序列等）生成期望的跳跃轨迹。启发式着陆规划器利用空中的实时动量反馈更新期望的着陆位置。低层全身控制器将期望的关节指令与高层指令一并发送给实际机器人。

表 I BRUCE 机械参数

参数	数值 [单位]	参数	数值 [单位]
身体质量 m_b	1687 [g]	总质量 m	5118 [g]
髋部质量 m_h	689 [g]	骨盆长度 l_p	150 [毫米]
大腿质量 m_t	889.5 [克]	大腿长度 l_t	175 [毫米]
小腿质量 m_c	113 [g]	小腿长度 l_c	169.5 [mm]
足部质量 m_f	24 [g]	足部长度 l_f	24 [毫米]

估计，设计了一种接触传感器。触觉开关嵌入每个铝制足部下方附着的橡胶中。为提高检测性能，一个开关安装在靠近脚趾的位置，另一个安装在靠近脚跟的位置。这样，接触检测更加可靠，传感器也能得到充分保护，不受外部环境影响。此外，所有电子设备都集成在 BRUCE 机身内，实现完全无缆控制。机载计算机采用配备 Intel Core i5 CPU 的 Intel NUC。使用一块 14.8 V、2200 mAh 的锂聚合物电池，运行时间约为 20 分钟。

B. 软件架构

为了使 BRUCE 能够实现需要快速响应的动态行为，整体软件框架采用多线程环境开发，其中包括电机通信线程、结合机器人模型计算的状态估计线程，以及反馈控制线程，如图2所示。控制线程使用第五节所述的全身控制器，接收参考轨迹和机器人状态反馈，并以500赫兹的频率计算所需的关节力矩。参考轨迹由第三节和第四节所述的高层规划器生成。数据通信使用自定义的共享内存库，类似于[21]中开发的方案。所有程序均使用 Python 实现，而运动学、动力学和状态估计等部分则使用 Numba [24]预编译以提升运行速度。

可靠的状态估计对于足式系统的良好性能至关重要。在状态估计线程中，

采用互补滤波器。对于身体姿态和角速度，使用经过适当滤波的 IMU传感器（ISM330DHCX）读数。确定身体姿态后，可对 IMU加速度计读数进行积分，以获取机身速度，进而获得机身位置。然而，这两个量很容易因传感器噪声而发散。电机编码器读数可作为补充。具体而言，状态估计器利用支撑腿的关节编码器进行支撑腿运动学计算，以获得机身位置和速度作为参考。尽管卡尔曼滤波器广泛用于足式机器人状态估计 [25]，[26]，，但互补滤波器在实践中同样有效，而且实现简单得多[27]。需要注意的是，这种简单方法仍存在一些实际问题，例如偏航漂移和全局位置误差。

III. 基于质心动量的运动规划

双足机器人的足迹较小，因此着陆时可用于恢复平衡的支撑区域有限。这要求跳跃轨迹必须与机器人良好匹配。因此，运动规划中的模型选择至关重要。选择原则是在保持一定通用性的同时尽可能简化模型，因为过于复杂的模型（如全身动力学模型）可能会显著增加计算成本，甚至导致问题难以求解。为实现多种跳跃动作，包括可能需要大幅身体旋转的扭转跳跃和空翻，此处不考虑质点模型，例如弹簧负载线性倒立摆（SLIP）模型。

首先使用单刚体模型（SRBM）进行比较。将所有连杆惯性合并，以获得所表示单刚体的固定局部惯性后，BRUCE 因空中意外的身体旋转而无法实现稳定着陆。结果表明，这种意外的角动量源于机器人试图从地面起跳时的大腿旋转，但 SRBM 未将其纳入考虑。为解决这一问题，我们采用质心动力学 [18] 进行运动规划。由于质心动力学考虑了全身的质量和惯性分布，优化后的跳跃动作能够补偿腿部运动产生的意外角动量。

A. 决策变量

对于全身的质量和惯性分布，必须考虑关节构型。因此，将浮动机身的 6 个额外自由度纳入关节状态后，采用质心动量的规划器决策变量确定如下：

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma} = \{&\boldsymbol{q}[k], \boldsymbol{v}[k], \boldsymbol{r}[k], \dot{\boldsymbol{r}}[k], \ddot{\boldsymbol{r}}[k], \boldsymbol{F_j}[k], \boldsymbol{h}[k], \\ &\text{for all time instances } k\}\end{aligned} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{q}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 表示包含浮动基座在内的关节位置和速度。对于具有 10 个主动关节的 BRUCE，$\boldsymbol{q} \in \mathcal{R}^{7+10}$，且 $\boldsymbol{v} \in \mathcal{R}^{6+10}$ 其中 $\boldsymbol{q}$ 包含浮动基座的 7 个变量，因为选用四元数表示姿态，需要 4 个变量而非 3 个，以避免万向节锁问题。$\boldsymbol{r}$，$\dot{\boldsymbol{r}}$，$\ddot{\boldsymbol{r}}$ 表示质心状态包括位置、速度和加速度。$\boldsymbol{F_j}$ 表示 j^{th} 接触点的接触力。请注意，此处仅考虑点接触。为避免失去一般性，任何类型的接触都可以用点接触表示。例如，线接触或方形面接触可以拆分为边缘上的 2 点或 4 点接触。$\boldsymbol{h}$ 描述质心动量中的角向分量，定义见 [18]，它是所有连杆动量在质心坐标上的精确投影。

其他研究 [13], [15] 可能会考虑额外的决策变量，例如接触位置、未调度接触序列和时间步长 dt。为简化起见，这里将它们固定。

B. 约束

作为 akino-dynamics 规划器，同时考虑动力学和运动学。采用质心动量的模型运动方程写为：

$$m\ddot{\boldsymbol{r}}[k] = \sum_j \boldsymbol{F_j}[k] + m\boldsymbol{g} \tag{2}$$

$$\dot{\boldsymbol{h}}[k] = \sum_j (\boldsymbol{c_j}[k] - \boldsymbol{r_j}[k]) \times \boldsymbol{F_j}[k] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{h}[k] = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}[k])\boldsymbol{v}[k] \tag{4}$$

其中，$\boldsymbol{c_j}$ 表示为j^{th} 接触点预先指定的接触位置。如公式（4）所示，质心角动量通过质心动量矩阵（CMM）与关节状态关联，该矩阵定义于 [18]。尽管 CMM 是非线性的，其计算仍可高效完成 [28]。由于引入了关节状态，还必须加入全身运动学，以确保运动学一致性。

$$\boldsymbol{r}[k] = f_{com}(\boldsymbol{q}[k]) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{c}[k] = f_{contact}(\boldsymbol{q}[k]) \tag{6}$$

其中，函数 $f(\cdot)$ 表示质心位置和接触位置对应的正向运动学。为确保生成轨迹的一致性，积分约束表述如下：

$$\boldsymbol{q}[k] - \boldsymbol{q}[k-1] = \boldsymbol{v}[k]dt \tag{7}$$

$$\boldsymbol{h}[k] - \boldsymbol{h}[k-1] = \dot{\boldsymbol{h}}[k]dt \tag{8}$$

$$\boldsymbol{r}[k] - \boldsymbol{r}[k-1] = \dot{\boldsymbol{r}}[k]dt \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}}[k] - \dot{\boldsymbol{r}}[k-1] = \ddot{\boldsymbol{r}}[k]dt \tag{10}$$

当 j^{th} 接触点处于接触状态时，接触力被限制在摩擦锥内，以避免滑移，

$$\sqrt{(\boldsymbol{F_j})_x^2 + (\boldsymbol{F_j})_y^2} \leq \mu (\boldsymbol{F_j})_z^2, (\boldsymbol{F_j})_z \geq 0 \tag{11}$$

截至此处，所有约束都描述了模型在质心动量作用下的一般运动。为满足任务特定要求，决策变量被限制在预定义的边界集合 $\mathcal{Q}$ 中，作为边界条件。

$$\mathbf{\Gamma} \in \mathcal{Q} \tag{12}$$

在跳跃优化中，除了决策变量数值的物理边界外，用户还可以在边界条件中定义期望的跳跃参数，例如，

$$\boldsymbol{r}[1] = \boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{r}[N] = \boldsymbol{r}_0 \tag{13}$$
$$(\boldsymbol{r}[k])_z \leq h_{nom} \quad \text{when in stance} \tag{14}$$
$$h_{nom} \leq (\boldsymbol{r}[k])_z \leq h_{max} \quad \text{when in flight} \tag{15}$$
$$\dot{\boldsymbol{r}}[k_i] = \boldsymbol{v}_{lo} \quad k_i \text{ is the time the robot lifts off} \tag{16}$$

其中， $\boldsymbol{r}_0$ 表示机器人静止站立时的质心位置， h_{nom} 表示机器人位于地面上时的标称高度， h_{max} 表示最大质心高度， $\boldsymbol{v}_{lo}$ 表示离地速度，用户可以更改其数值以达到不同的跳跃高度。同样，如果需要扭转跳跃，可以添加对机身姿态和角动量的约束，以限制扭转角和速度。

C. 完整公式

完整问题可表述为如下非线性规划（NLP）：

$$\min_{\Gamma} \quad \sum_{k=1}^{N} \Bigg(\|\boldsymbol{q}[k] - \boldsymbol{q_{nom}}[k]\|^2_{\boldsymbol{Q_q}} + \|\boldsymbol{v}[k]\|^2_{\boldsymbol{Q_v}} + \|\ddot{\boldsymbol{r}}[k]\|^2 + \left\|\dot{\boldsymbol{h}}[k]\right\|^2_{\boldsymbol{Q_h}} + \sum_j \|\boldsymbol{F_j}[k]\|^2_{\boldsymbol{Q_f}} \Bigg) dt \tag{17}$$

满足以下约束：对于每个节点 $k = 1, \ldots, N$以及

$$\text{for each contact point } j = 1, \ldots, M$$
$$(2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (9), (10), (11), (12) \tag{17a}$$

在代价函数中， $\|\cdot\|^2_{\boldsymbol{Q}}$ 是二次代价的缩写，其权重矩阵为 $\boldsymbol{Q} \geq 0$。此处忽略终端代价，而是将最终状态作为约束（12）中的附加硬约束。此外，还引入了关节位置和速度的新运行代价项。考虑初始猜测 $\boldsymbol{q_{nom}}$ 与优化后关节位置之间的差异，因为仅对较大的关节位置进行惩罚并不具有任何物理意义。 $\boldsymbol{q_{nom}}$ 可以定义为固定的标称位置，它可以是机器人的最安全构型，也可以是用户根据经验猜测或其他简单规划器，在整个时间跨度内给出的轨迹。

IV. 启发式着陆

除了腿部运动产生的意外角动量外，跟踪误差也是不确定性的另一个来源。在实际应用中，低层控制器可能无法完美跟踪优化后的跳跃轨迹。尽管在 [7] and [17], 中，模型预测控制（MPC）与全身控制器相结合，以提高跟踪性能和抗扰能力，但双足机器人的稳定裕度仍然较小。为解决这一问题，本文提出了一种着陆规划器。其背后的直觉是，机器人能够在机器人离开地面后自由调整足部。如果人尝试原地跳跃，却在空中被向前推，潜意识反应会是将双腿向前移动，以应对着陆冲击。同样，即使机器人离地时的状态与规划状态不完全一致，或在空中受到扰动，它也能够更新着陆位置。

更新着陆位置的理想方法可能是基于模型的优化技术。然而，飞行阶段往往过短，无法应用考虑动量的模型，例如 SRBM 和质心动力学。如何以实时方式求解复杂模型的最优解，仍然是一个悬而未决的问题。另一方面，质点模型过于抽象，无法满足计算最优着陆位置的需求。受用于跳跃的 Raibert 启发式方法 [1] 和捕获点 [29],的启发，我们利用机器人在空中的动量作为启发式依据来更新着陆位置。例如，如果机器人离地时沿 y 方向具有非零角动量，就必须在空中将足部向前或向后移动。着陆位置可根据动量反馈按如下方式更新：

$$p^x = p^x_{nom} + W^x_l l^x + W^x_k k^y \tag{18}$$
$$p^y = p^y_{nom} + W^y_l l^y + W^y_k k^x \tag{19}$$

其中， p^x 和 p^y 表示更新后的足部 x 和 y 位置，而 z 位置仍遵循空中的优化轨迹； p^x_{nom} 和 p^y_{nom} 是名义位置，可由用户设定或从优化轨迹中获得； l^x 和 l^y 分别表示沿 x 和 y 方向的线动量反馈， k^x 和 k^y 表示角动量反馈， W 为启发式增益。

此外，受人类在受到侧向推力时会增大两腿之间的y向间隙这一行为启发，以便在着陆时拥有更大的支撑区域来恢复平衡，可以向 p^y 添加一个额外项，以调整两腿之间的y向距离。

$$\Delta y = W_c |l^y| \tag{20}$$

最后，直接启发式规划器很容易找到腿部可达区域之外的着陆位置。为避免这一问题，启发式着陆规划器采用如下饱和函数进行设计：

$$p^x_{des} = \begin{cases} p^x & \text{if } |p^x| \leq p^x_{max} \\ p^x_{max} \text{sgn}(p^x) & \text{if } |p^x| > p^x_{max} \end{cases} \tag{21}$$

$$p^y_{des} = \begin{cases} p^y + (-1)^i \Delta y & \text{if } |\hat{p}^y| \leq p^y_{max} \\ p^y_{max} \text{sgn}(p^y + (-1)^i \Delta y) & \text{if } |\hat{p}^y| > p^y_{max} \end{cases} \tag{22}$$

其中， $\hat{}p^y = p^y + (-1)^i \Delta y$、 p^x_{max} 和 p^y_{max} 表示腿部可到达的最大 x 和 y 位置，左腿对应 $i = 0$，右腿对应 $i = 1$。借助这一着陆规划器，机器人能够应对起跳时的跟踪误差以及空中的扰动。关于更稳定的着陆和空中推力恢复，请参见第六节。

V. 跳跃控制器

对于低层控制，目标是提高沿优化跳跃轨迹的跟踪性能。尽管基于二次规划的全身控制器能够提供柔顺行为和较强的鲁棒性，但它严重依赖高质量的动力学模型，而在实际中通常难以获得。此外，跳跃是一种高度动态的运动，需要显著的加速度，而快速腿部运动的控制通常较为困难。不过，逆运动学方法只需要机器人运动学模型，这种模型更容易准确建立。关节级比例微分控制能够通过建模误差补偿和较高的更新频率提升人形机器人控制效果 [30], [31]。基于此，本文为每个关节采用组合式低层跳跃控制器，以提高跟踪性能，具体如下：

$$\tau^{des} = \tau_{ff} + K_p\big(q_d - q\big) + K_d\big(\dot{q}_d - \dot{q}\big), \tag{23}$$

其中， K_p/K_d 是每个关节的 P/D 反馈增益。在公式 (23) 中，最后两项是关节级反馈项，其中 q_d 和 $\dot{q}_d$ 是期望关节位置和速度，可通过求解腿部逆运动学获得。第一项视为操作空间控制器的前馈项。在跳跃控制中，不同阶段的前馈项分别计算。当机器人处于空中且没有接触时，它会在重力作用下沿弹道轨迹运动。公式 (23) 中的 PD 反馈项足以按照第 IV 节启发式着陆规划器的指令控制足端位置。因此，在空中时，τ_{ff} 设为 0。

对于机器人处于地面接触状态的离地和着陆阶段，将加权分层全身控制器表述为如下二次规划（QP）：

$$\begin{aligned}
\min_{\ddot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{f}_j}\ & \sum_{i=1}^{N_t}\left\|\boldsymbol{J}_i\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{J}}_i\dot{\boldsymbol{q}} - \ddot{\boldsymbol{x}}_i^{des}\right\|_{\boldsymbol{W}_i}^2 \\
& + \sum_{j=1}^{N_c}\|\boldsymbol{f}_j\|_{\boldsymbol{W}_f}^2 + \|\ddot{\boldsymbol{q}}\|_{\boldsymbol{W}_{\ddot{q}}}^2 \qquad (24)\\
\text{s.t.}\ & \boldsymbol{H}_b\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}_b\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{G}_b - \sum_{j=1}^{N_c}\boldsymbol{J}_{c_j,b}^{\top}\boldsymbol{f}_j = \boldsymbol{0}, \qquad (24a)\\
& \boldsymbol{f}_j \in \boldsymbol{\mathcal{C}}_j,\ j = 1,\cdots,N_c, \qquad (24b)
\end{aligned}$$

其中， $\boldsymbol{J}_i$ 是第 i个任务雅可比矩阵， N_t 是任务的数量。可以看出，第 i个操作任务被设为二次规划代价，并通过权重 $\boldsymbol{W}_i$隐式地设定优先级。除任务代价外，还以较小的权重 $\boldsymbol{W}_{\ddot{q}}$和 $\boldsymbol{W}_f$ 分别对决策变量 $\ddot{\boldsymbol{q}}$ 和 $\boldsymbol{f}_j$ 添加正则化代价，以确保整体二次规划代价严格正定，即使任务雅可比矩阵存在奇异性，也能避免潜在的数值问题。在问题（24）中，仅使用了全身动力学的浮动基座分量。求解出最优加速度和力后，可以利用动力学的关节分量求得关节力矩

动力学的组成部分如下：

$$\boldsymbol{\tau}_{ff} = \boldsymbol{H}_j\ddot{\boldsymbol{q}}^* + \boldsymbol{C}_j\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{G}_j - \sum_{j=1}^{N_c}\boldsymbol{J}_{c_j,j}^{\top}\boldsymbol{f}_j^* \tag{25}$$

这样，可以将 $\boldsymbol{\tau}$ 的变量从决策变量中移除，从而加快 QP 求解。但我们始终假设执行器能够提供足够的力矩，即不考虑力矩限制。为了跟踪优化后的跳跃轨迹，按照以下顺序对多个任务进行优先级排序，例如， 1st 任务的优先级最高，任务权重最大 $\boldsymbol{W}_1$）。

A. 任务1——支撑腿

通常，为确保支撑腿不发生移动，除了约束(24b)确保每个接触力均有界且位于局部摩擦锥$\boldsymbol{\mathcal{C}}_j$ 内（为保证线性，该摩擦锥以方锥近似）之外，还将接触加速度通过方程$\boldsymbol{J}_{c_j}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{J}_{c_j}\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{0}$设为零，作为硬约束。不过，这里将其作为第一项任务处理，即将其设为软约束，并赋予足够大的任务权重及 $\ddot{\boldsymbol{x}}_1^{des} = \boldsymbol{0}$。这样可以加快二次规划的求解，并提高数值稳定性 [30]。

B. 任务2——线性动量

具体而言，线动量任务由前馈项和反馈项组成，其形式如下：

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_2^{des} = \boldsymbol{a}_2^{ref} + \boldsymbol{K}_p\big(\boldsymbol{p}_2^{ref} - \boldsymbol{p}_2\big) + \boldsymbol{K}_d\big(\boldsymbol{v}_2^{ref} - \boldsymbol{v}_2\big) \tag{26}$$

其中， $\boldsymbol{a}_2^{ref}$ 、 $\boldsymbol{v}_2^{ref}$ 、 $\boldsymbol{p}_2^{ref}$ 分别表示第III节中优化后的跳跃轨迹的线加速度、速度和位置， $\boldsymbol{K}_p/\boldsymbol{K}_d$ 为比例/微分（P/D）反馈增益矩阵。质心动量矩阵（CMM）的线性部分用作任务雅可比矩阵。

C. Task 3 - Torso Orientation

控制躯干姿态对于跳跃时的角动量补偿至关重要。三个角度的任务加速度定义如下：

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_3^{des} = \boldsymbol{\alpha}_3^{ref} + \boldsymbol{K}_p\mathrm{Log}\big(\boldsymbol{R}_3^{\top}\boldsymbol{R}_3^{ref}\big) + \boldsymbol{K}_d\big(\boldsymbol{\omega}_3^{ref} - \boldsymbol{\omega}_3\big) \tag{27}$$

其中， $\boldsymbol{\alpha}_3^{ref}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_3^{ref}$ 、 $\boldsymbol{R}_3^{ref}$ 分别表示期望的角加速度、速度和姿态；对数算子 $\mathrm{Log}: \mathrm{SO(3)} \to \mathbb{R}^3$ 将旋转矩阵转换为对应的轴角表示。实际应用中， $\boldsymbol{\alpha}_3^{ref}$ 设为$\boldsymbol{0}$ ，因为很难定义角加速度；而 $\boldsymbol{\omega}_3^{ref}$ 和 $\boldsymbol{R}_3^{ref}$ 可以从优化轨迹中获得。

D. 任务4——角动量

在任务3中采用主动姿态控制后，角动量任务的优先级较低，但仍用于规范机体旋转。因此，角动量任务旨在消除过大的角动量：

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_4^{des} = -\boldsymbol{K}_d\boldsymbol{k} \tag{28}$$

CMM 的角向分量用作任务雅可比矩阵。

VI. 结果

本节通过对 BRUCE 进行各种跳跃任务仿真和硬件实验，验证所提出的动态跳跃框架的能力。仿真环境采用开源模拟器 Gazebo [32] 及 ODE物理引擎。以下跳跃任务的所有轨迹均使用第III节中基于质心动量的跳跃规划器生成。使用热启动技术时，借助 Drake[34]中的 SNOPT求解器 [33]，求解时间会根据任务复杂度从约 10 秒到 5 分钟不等。为了在空中更新着陆位置，沿 x 和 y 方向的足部轨迹会根据第 IV 节着陆规划器给出的期望足部位置进行插值更新，同时仍沿 z 方向跟踪优化轨迹。低层跳跃控制器使用现成的二次规划求解器 OSQP [35] 跟踪修改后的轨迹，其更新频率可达 500赫兹，足以实现实时反馈控制。以下所有实验均可在配套视频中观看。

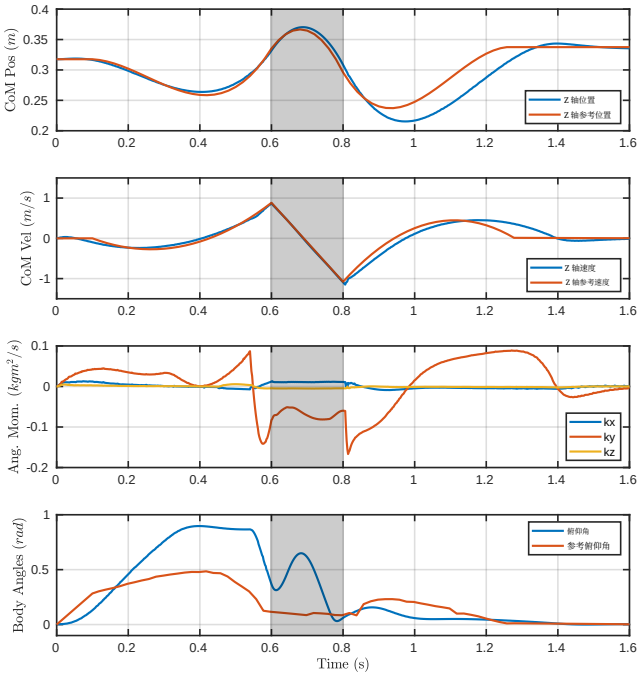

图 3. BRUCE 的原地跳跃轨迹。阴影区域表示飞行阶段。

A. 基本跳跃

为验证跳跃运动规划器的能力，我们离线生成了不同基本跳跃任务的轨迹，包括原地跳跃、定向跳跃和扭转跳跃。对于这些任务，只需对问题（17）中的约束（12）进行少量修改，例如调整扭转角、质心期望终点位置等。如图 2 和图 3 所示，BRUCE 能够完成自然的跳跃并稳定着陆。可以观察到，BRUCE 的身体在起飞阶段会主动旋转。由于质心动力学考虑了取决于关节构型的腿部惯量，因此规划器会优化身体旋转，以补偿腿部运动产生的角动量。事实上，人类跳跃时正是如此。为了跳得更高，人类会在下蹲时身体前倾，然后突然向后旋转身体，以实现离地。借助所提出的框架，BRUCE 能够实现更自然的原地跳跃动作，包括离地前下蹲，以及着陆后降低身体以缓解冲击。

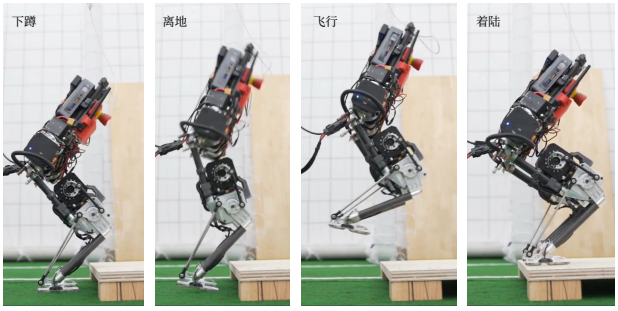

图 4. BRUCE 跨步跳跃到 5cm 高台阶上的截图。动作序列从下蹲开始，然后蹬地起跳，进入飞行阶段，最终稳定着陆。

与此同时，如图 3 所示，基于二次规划的全身控制器（24）在实际应用中能够很好地跟踪质心位置和速度，这得益于较大的线动量任务权重。然而，由于在……上的任务权重较小

在躯干姿态跟踪过程中，即使通过优化身体旋转来补偿角动量，沿 y 方向的角动量仍不可忽略，导致机器人在空中的俯仰角逐渐减小。采用所提出的空中着陆规划器后，机器人仍能够通过调整着陆位置安全着陆。请注意，身体俯仰角起初有所增大，随后呈下降趋势。这是因为着陆规划器命令双腿向前摆动。理想情况下，身体姿态可以保持不变。然而，对于 BRUCE 而言，相较于腿部惯量，身体的惯性不足。因此，由于角动量守恒，身体会发生旋转，而不是仅仅摆动双腿。

定向跳跃和扭转跳跃也分别在仿真环境和实际机器人硬件上进行了测试，如配套视频所示。这里报告的最大跳跃高度（质心 z 方向位置变化）约为 15 cm（占其总高度的 22.7%）。最大跳跃距离和扭转角分别约为 10 cm 和 30 度。主要限制在于，由于前文所述的身体旋转，机器人无法在全局坐标系中到达预期的着陆位置。

B. 台阶跳跃

通过结合基本跳跃动作，BRUCE 还能够使用所提出的跳跃框架跳上 5 厘米高的台阶，并向下跳跃

如配套视频所示。请注意，本实验选择了较为保守的台阶高度。在图4中，BRUCE 下蹲时身体前倾，随后伸展腿部并向后旋转，以实现离地。因此，腿部运动产生的大部分角动量都得到了补偿，同时启发式着陆规划器在飞行阶段调整着陆位置，以平衡剩余的非零角动量。着陆时，机器人倾向于先降低身体以缓冲冲击。最终，它恢复到标称构型，并准备在台阶上进行下一次跳跃。

C. 推力恢复

为验证第 IV 节提出的着陆规划器的鲁棒性，我们进行了推力恢复测试。在仿真中，我们命令 BRUCE 原地跳跃，并在离地 0.03 s 后，分别沿 x 和 y 方向对机器人躯干施加持续时间为 0.01 s、恒定大小为 70 N 的推力。请注意，飞行阶段仅约为 0.2 s。由于选择了动量作为启发式指标，着陆规划器能够非常快速地计算出期望的着陆位置，并为低层控制器移动双腿留出充足时间。

仿真结果如图 5 所示。当机器人沿 +x 方向受到推力时，质心 x 方向速度立即发生变化，且由于推力作用于躯干并导致身体旋转，y 方向角动量增大。因此，公式（21）命令机器人向前调整着陆位置。同样，在图 5(b) 中，机器人受到推力时，质心 y 方向速度和 x 方向角动量也相应发生变化。由于公式（20）中的 y 方向间隙项以不同符号作用于双腿，公式（22）使左脚沿 +y 方向显著移动，而右脚的位置变化不大。因此，两腿之间的距离逐渐增大，从而提升机器人沿 y 方向着陆时保持平衡的能力。然而，在这两种情况下，尽管足部相对于机体坐标系已到达指令位置，但足端位置相对于全局坐标系的跟踪并不完美，因为在空中命令双腿移动时，BRUCE 的身体不可避免地会发生旋转，这是由于身体与双腿的惯性相近。

D. 空翻

为进一步探索 BRUCE 的动态能力以及所提出的跳跃框架的潜力，本文采用所提出的方法在仿真中实现了空翻。由于问题（17）中姿态采用四元数表示，规划器能够处理要求 BRUCE 机身旋转 360 度的任务。图 1 中，BRUCE 完成空翻，从 35厘米平台上跃下。BRUCE 的实际执行器功率不足以支持原地空翻。放宽仿真中的力矩限制后，BRUCE 能够原地完成空翻，如图 6 所示。

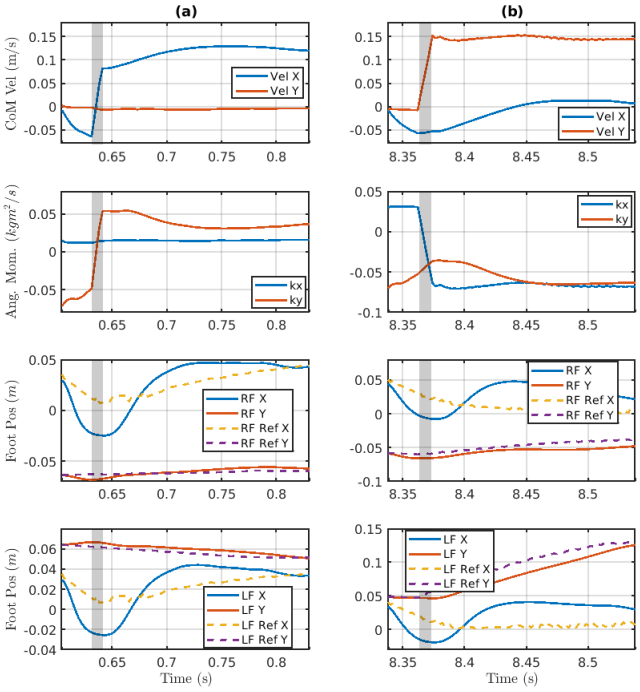

图 5. 推力恢复的仿真结果。阴影区域表示持续 0.01 秒的推力作用时间，图中仅显示飞行阶段的轨迹。(a) 沿 +x 方向施加推力。(b) 沿 +y 方向施加推力。

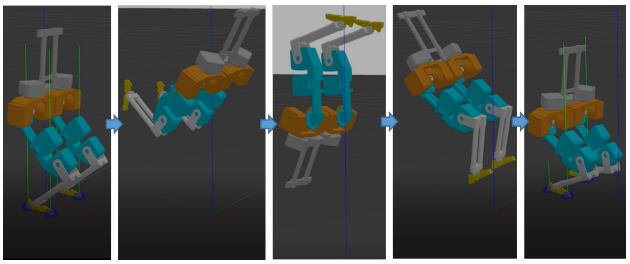

Fig. 6. BRUCE 的空翻 -现场演示，力矩限制放宽 .

VII. 结论与未来工作

本文提出了一种完整的双足机器人动态跳跃框架，并配有一种新颖的启发式着陆规划器。具体而言，基于质心动量的高层跳跃规划器通过离线求解非线性规划，获得局部最优的跳跃轨迹。该轨迹由一系列类似人类跳跃的动作组成，包括离地前下蹲、着陆后降低身体，以及通过身体旋转补偿角动量。为处理离地时的跟踪误差以及空中可能出现的扰动，从而实现更安全的着陆，启发式着陆规划器在飞行阶段基于动量反馈，以实时方式更新着陆位置。据我们所知，这是首个利用飞行阶段来减小跳跃着陆冲击、并在实际机器人上实现的方法。低层全身控制器通过求解一个小规模二次规划，计算完成操作空间任务所需的关节力矩

，从而保证全局最优性，并确保以500赫兹的频率更新。借助该框架，一台名为BRUCE的微型双足机器人能够实现定向跳跃、扭转跳跃、空中受推后的跳跃以及空翻，展现了该框架的多功能性和鲁棒性。

未来，如果能通过优化质量分布升级机器人BRUCE，其实际硬件上的性能有望得到提升。集中在机身上的惯性越大，所提出的框架就越能有效控制实际硬件。由于跳跃规划器的求解时间较长，目前也在探索离线运动库，例如[36]，以在线执行动态行为。

致谢

本研究部分由美国海军研究办公室通过拨款N00014-15-1-2064 资助。

参考文献

[1] M. H. Raibert，“足式系统中的跳跃——二维单腿情形的建模与仿真”，*IEEE*《系统、人类与控制论汇刊》，第 SMC-14 卷，463，1984 3，第 451 页。[2] S.-H. Hyon 和 T. Mita，“生物启发式跳跃机器人 ‘kenken’ 的开发”，载于*2002*年*IEEE*国际机器人与自动化会议论文集（目录号 *02CH37292*），第 4 卷，第 3984–3991 页，IEEE，2002。[3] M. De Lasa、I. Mordatch 和 A. Hertzmann，“基于特征的运动控制器”，*ACM*《图形学汇刊》（*TOG*），第 29 卷，第 4 期，第 1–10 页，2010。[4] P. M. Wensing 和 D. E. Orin，“通过结合锥优化的任务空间控制生成人形机器人动态行为”，载于*2013*年*IEEE*国际机器人与自动化会议，第 3103–3109 页，IEEE，2013。[5] J. Shen、Y. Liu、X. Zhang 和 D. Hong，“关节式机器人腿的优化跳跃”，载于*2020*年第*17*届国际泛在机器人会议（*UR*），第 205–212 页，2020。[6] C. Nguyen 和 Q. Nguyen，“四足机器人的三维跳跃接触时机与轨迹优化”，*arXiv*预印本 *arXiv:2110.06764*，2021。[7] C. Nguyen、L. Bao 和 Q. Nguyen，“通过轨迹优化和模型预测控制实现足式机器人在踏脚石上的连续跳跃”，*arXiv*预印本 *arXiv:2204.01147*，2022。[8] C. Mastalli 等，“Crocoddyl：一种高效且通用的多接触最优控制框架”，载于*2020*年*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第 2536–2542 页，2020。[9] J. Zhang、X. Lin 和 D. W. Hong，“利用互补约束为多肢垂直攀爬机器人进行过渡运动规划”，载于*2021*年*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第 2033–2039 页，2021。[10] P. M. Wensing 和 D. E. Orin，“采用三维滑移模型控制人形机器人高速奔跑”，载于*2013*年*IEEE/RSJ*国际智能机器人与系统会议，第 5134–5140 页，IEEE，2013。[11] P. M. Wensing 和 D. E. Orin，“开发人形机器人的大跨度助跑跳远”，载于*2014*年*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第 222–227 页，IEEE，2014。[12] M. Chignoli 和 S. Kim，“四足机器人动态空中运动的在线轨迹优化”，载于*2021*年*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第 7693–7699 页，IEEE，2021。[13] H. Dai、A. Valenzuela 和 R. Tedrake，“结合质心动力学与完整运动学的全身运动规划”，载于*2014*年*IEEE-RAS*人形机器人国际会议，第 295–302 页，IEEE，2014。[14] B. Ponton、A. Herzog、S. Schaal 和 L. Righetti，“用于多接触运动生成的人形机器人动量动力学凸模型”，载于*2016*年*IEEE-RAS*第*16*届人形机器人国际会议（*Humanoids*），第 842–849 页，IEEE，2016。[15] B. Ponton、A. Herzog、A. Del Prete、S. Schaal 和 L. Righetti，“质心动量动力学的时间优化”，载于2018年IEEE国际机器人与自动化会议（ICRA），第 5776–5782 页，IEEE，2018。[16] F. Grimminger、A. Meduri、M. Khadiv、J. Viereck、M. W¨uthrich、M. Naveau、V. Berenz、S. Heim、F. Widmaier、T. Flayols 等，“用于足式运动研究的开源力矩控制模块化机器人架构”，IEEE机器人与自动化快报，第 5 卷，第 2 期，第 3650–3657 页，2020。[17] M. Chignoli、D. Kim、E. Stanger-Jones 和 S. Kim，“麻省理工学院人形机器人：特技行为的设计、运动规划与控制”，载于2020年IEEE-RAS第20届人形机器人国际会议（Humanoids），第 1–8 页，IEEE，2021。[18] D. E. Orin、A. Goswami 和 S.-H. Lee，“人形机器人的质心动力学”，《自主机器人》，第 35 卷，176，2013 2，第 161 页。[19] Y.-D. Kim、B.-J. Lee、J.-H. Ryu 和 J.-H. Kim，“基于时域无源性方法的人形机器人着陆力控制”，IEEE机器人学汇刊，第 23 卷，第 6 期，第 1294–1301 页，2007。[20] J. Jo、G. Park 和 Y. Oh，“通过导纳控制和脚跟着地动作实现人形机器人在不平整地形上的鲁棒着陆稳定”，载于2021年IEEE国际机器人与自动化会议（ICRA），第 2994–3000 页，IEEE，2021。[21] J. Yu、J. Hooks、X. Zhang、M. Sung Ahn 和 D. Hong，“一种用于动态运动的本体感知、力控制非仿人双足机器人”，载于IEEE-RAS人形机器人国际会议，第 1–9 页，2018。[22] P. M. Wensing、M. Posa、Y. Hu、A. Escande、N. Mansard 和 A. Del Prete，“动态足式机器人的基于优化的控制”，arXiv 预印本 arXiv:2211.11644，2022。[23] Y. Liu、J. Shen、J. Zhang、X. Zhang、T. Zhu 和 D. Hong，“具备本体感知驱动、可实现动态行为的微型双足机器人设计与控制”，载于2022年国际机器人与自动化会议（ICRA），第 8547–8553 页，IEEE，2022。[24] S. K. Lam、A. Pitrou 和 S. Seibert，“Numba：基于 LLVM 的 Python 即时编译器”，载于《高性能计算中的LLVM编译器基础设施》研讨会，2015。[25] M. Bloesch 等，《足式机器人的状态估计：腿部运动学与惯性测量单元的一致融合》，第 17–24 页。麻省理工学院出版社，2013。[26] M. Bloesch、C. Gehring、P. Fankhauser、M. Hutter、M. A. Hoepflinger 和 R. Siegwart，“不稳定且易滑地形上足式机器人的状态估计”，载于IEEE/RSJ国际智能机器人与系统会议，第 6058–6064 页，2013。[27] Y. Ding 等，“用于四足机器人动态运动的无表示模型预测控制”，IEEE机器人学汇刊，第 37 卷，第 4 期，第 1154–1171 页，2021。[28] P. M. Wensing 和 D. E. Orin，“改进人形机器人质心动力学的计算及其在全身控制中的应用”，《国际人形机器人期刊》，第 13 卷，第 01 期，文章编号 1550039，2016。[29] J. Pratt、J. Carff、S. Drakunov 和 A. Goswami，“捕获点：迈向人形机器人推力恢复的一步”，载于2006年第6届IEEE-RAS人形机器人国际会议，第 200–207 页，IEEE，2006。[30] S. Feng、E. Whitman、X. Xinjilefu 和 C. G. Atkeson，“Atlas机器人的基于优化的全身控制”，载于IEEE-RAS人形机器人国际会议，第 120–127 页，2014。[31] D. Kim、J. Di Carlo、B. Katz、G. Bledt 和 S. Kim，“通过全身冲量控制和模型预测控制实现四足机器人的高动态运动”，arXiv预印本 arXiv:1909.06586，2019。[32] N. Koenig 和 A. Howard，“Gazebo开源多机器人仿真器的设计与使用范式”，载于IEEE/RSJ国际智能机器人与系统会议，第 2149–2154 页，2004。[33] P. E. Gill、W. Murray 和 M. A. Saunders，“SNOPT：用于大规模约束优化的序列二次规划算法”，《SIAM评论》，第 47 卷，第 1 期，第 99–131 页，2005。[34] T. Russ 和 Drake开发团队，“Drake：面向机器人的基于模型的设计与验证。” https://drake.mit.edu，2019。[35] B. Stellato、G. Banjac、P. Goulart、A. Bemporad 和 S. Boyd，“OSQP：一种用于二次规划的算子分裂求解器”，《数学规划计算》，第 12 卷，第 4 期，第 637–672 页，2020。[36] M. Bjelonic、R. Grandia、M. Geilinger、O. Harley、V. S. Medeiros、V. Pajovic、E. Jelavic、S. Coros 和 M. Hutter，“面向高级机动技能的离线运动库与在线模型预测控制”，《国际机器人研究期刊》