arXiv:2304.00691v1 [stat.ML] 3 Apr 2023

基于矩阵轮廓赋能的在线拐点起始识别进行锂离子电池健康状态估计

Kate Qi Zhou、Yan Qin，*IEEE* 会员，Chau Yuen，*IEEE* 会士

摘要

锂离子电池在拐点起始前仅轻微退化，之后则加速劣化，直至寿命终止（EOL）。拐点起始标志着加速衰减速率的开始，对于及早预警电池性能变化至关重要。然而，关于在线拐点起始识别的文献仍然有限。此外，使用易于采集的测量数据进行此类识别也很有价值。为应对这些挑战，本文利用放电数据中的时序信息，提出了一种在线拐点起始识别方法。首先，通过动态时间规整提取轻微退化阶段放电电压循环中蕴含的时间动态。其次，在子序列相似性搜索过程中，利用矩阵轮廓揭示异常。当新循环的时间动态超出控制限，且轮廓索引表明发生状态变化时，即检测到拐点起始。最后，利用识别出的拐点起始，依据其与电池寿命终止循环的强相关性，将电池划分为长程或短程类别。在电池分类以及从相同统计分布下获取的训练数据的支持下，所提 SOH 估计模型取得了更优的估计结果，均方根误差低至 0.22%。

索引词

锂离子　电池、拐点起始识别、矩阵轮廓、健康状态估计、长短期记忆。

I. 引言

电动汽车（EV）正在重塑交通运输领域，在开辟应对气候变化的道路上发挥着重要作用 [1]。此外，电动汽车也是智能交通的重要组成部分，有助于提升交通安全与出行效率。作为电动汽车的主要储能装置，锂离子电池（LiB）是关键组件，可使用清洁可再生电力充电 [2] [3]。锂离子电池的健康状态（SOH）用于衡量电池的整体状况，通常以可用容量占电池标称容量的百分比表示。受内部机制和运行环境影响，锂离子电池的健康状态会在充放电过程中逐渐衰退。准确估计电池的健康状态，对于持续监测电池预期寿命、避免电动汽车突发故障至关重要，有助于确保安全性和可靠性 [4] [5]。

数据驱动的电池健康状态估计已成为一个颇具吸引力的研究领域，因为与基于模型的方法相比，它无需了解电池的底层物理状态 [6] [7]。该方法利用从历史或实时测量数据中收集的数据，通过映射非线性函数来确定回归关系 [8] [9] [10]。文献中提出了多种数据驱动的 SOH 估计方法，例如支持向量机（SVM）、自回归移动平均模型（ARMA）、前馈神经网络（FNN）、卷积神经网络（CNN）和长短期记忆网络（LSTM）。例如，Greenbank *et al.* [11] 提出了一种结合特征选择与分段线性建模的方法，用于预测电池容量退化。Feng *et al.* [12] 基于 SVM，使用灵活的部分充电区段进行在线 SOH 估计。Chen *et al.* [13] 提出了一种基于 ARAM 和 Elman 神经网络的融合模型，实现了准确的 SOH 预测。Choi *et al.* [14] 利用多通道电压、电流和温度数据，提出了一种基于 FNN、CNN 和 LSTM 的容量估计框架。Zhu *et al.* [15] 采用 XGBoost，并利用从电压弛豫曲线中采集的三个统计变量来估计下一循环的容量。

然而，电池退化的差异性对上述数据驱动方法的性能构成挑战，因为这些方法假设训练数据和测试数据具有相近的分布特征 [16] [17] [18]。电池通常会缓慢衰减，直至达到一个转折点，即拐点；此后，衰减速度会显著加快 [19]，直至达到寿命终止（EOL）。IEEE 标准 485-2020 [20] 对拐点作出了定性描述：“电池容量在其生命周期的大部分时间内缓慢下降，但在最后阶段开始迅速衰减。”

目前有多项研究尝试识别电池寿命周期中的拐点。Kim *et al.* [21] 提出了一种梯度 1 拐点曲线，可用于预测容量曲线上的拐点。Diao *et al.* [22] 计算了切线

本研究得到 EMA-EP011-SLEP-001 资助。（通讯作者：Yan Qin）K. Q. Zhou、Y. Qin 隶属于新加坡科技设计大学工程产品开发支柱，地址：新加坡 Somapah Road 8 号，邮编 487372。（电子邮箱：qi_zhou@mymail.sutd.edu.sg，zdqinyan@gmail.com）；C. Yuen 隶属于南洋理工大学电气与电子工程学院，地址：新加坡 Nanyang Ave 50 号，邮编 639798。（电子邮箱：chau.yuen@ntu.edu.sg）

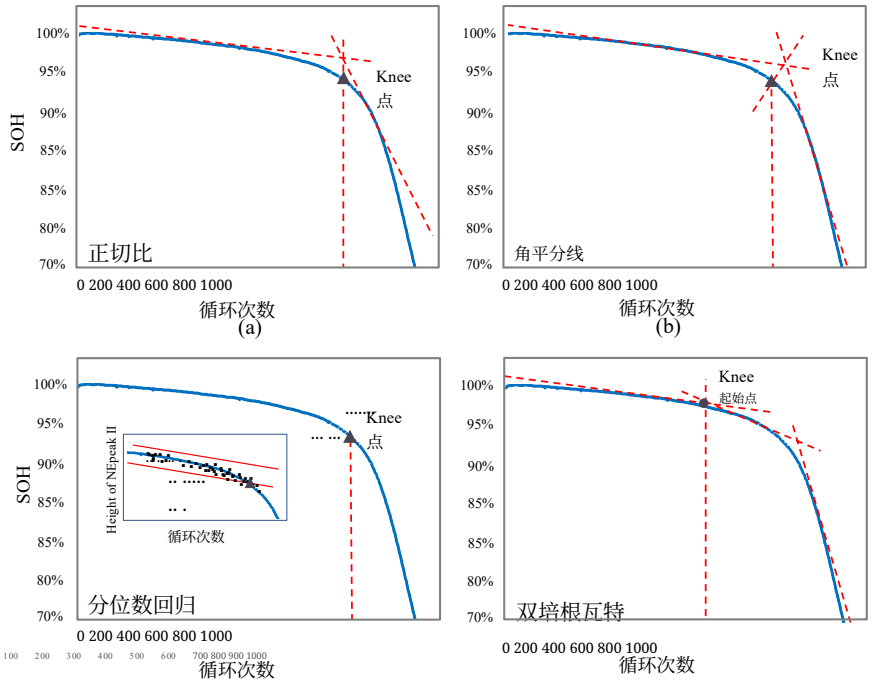


图 1. 根据容量衰减曲线识别拐点的示意图：(a)：Diao *et al.* [22] 提出的正切比率法；(b)：Greenbank*et al.* [23] 提出的角平分线法；(c)：Zhang *et al.* [24] 提出的使用分位数回归法识别拐点的示意图；(d)：Fermín-Cueto *et al.* [26] 提出的使用双 Bacon-Watts 法根据容量衰减曲线识别拐点起始的示意图。

，方法是根据最小和最大的绝对斜率变化比，在容量衰减曲线上找到两条切线交点处的拐点。Greenbank *et al.* [23] 估算了整个容量衰减轨迹，并通过拟合早期和后期寿命容量，利用线性回归的角平分线找到交点处的拐点。Zhang *et al.* [24] 结合分位数回归和蒙特卡罗模拟法，确定了加速衰减拐点。Haris *et al.* [25] 通过监测衰减数据与连接容量初始值和当前值的直线之间的差异，检测容量衰减曲线中的拐点。图 1(a)-(c) 展示了几种方法以供说明。

在 [26]，中提出了一个新概念——“拐点起始”，用于表示拐点之前快速劣化开始的那个点。需要注意的是，拐点起始标志着拐点之前加速衰减速率的开始。它可以被视为拐点的起始，而拐点则是这一演变过程的中点。因此，与传统拐点相比，拐点起始对性能衰减更为敏感。在电池容量信息的支持下，作者 [26] 使用双 Bacon-Watts 法，通过寻找两条直线的交点来确定拐点起始，如图 1(d) 所示。

尽管这些开创性研究在识别拐点或拐点起始的位置方面取得了显著成功，但要实现可靠的在线拐点起始识别，仍有一些挑战需要进一步解决：

- 目前的拐点起始识别方法均为离线方法，严重依赖容量历史数据。内部和外部影响因素的复杂性使锂离子电池的寿命各不相同，从而产生不同类型的拐点起始。因此，当新电池单体缺乏容量信息时，无法使用离线方法。

- 尽管拐点起始能够对电池健康状态劣化发出早期预警，但在线拐点起始识别鲜少受到研究。与等到电池明显劣化后再开始监测相比，在电池进入快速衰减阶段时就开始监测更有益。

- 当训练数据和测试数据的统计分布相近时，SOH 估计模型的有效性会提高。然而，关于利用拐点起始的位置来促进 SOH 估计并提升结果的研究仍然有限。

为解决这些问题，本文提出了一种在线拐点起始识别方法，并通过 SOH 估计结果验证其有效性。采用动态时间规整（DTW）捕捉放电电压循环的时间动态，并利用矩阵轮廓（MP）检测其中蕴含的异常情况 [27], , 该异常情况表明拐点起始。识别出的拐点起始用于通过高斯混合模型（GMM）界定电池寿命范围，并通过相关性分析进行验证。最后，拐点起始为获取合适的训练数据片段提供指导，并

用于同类别的 SOH 估计模型，从而提高 SOH 估计的准确性。我们的贡献总结如下。

- 本文全面研究了一种在线拐点起始识别方法，该方法利用原始放电电压等易于获取的测量数据。该方法尤为值得关注，因为它通过探究电池的内部动态特性来识别拐点起始。
- 所提在线拐点起始识别方法在线评估放电过程固有的时间动态特性，从而能够直接检测系统劣化。该方法支持对电池性能进行实时监测，为维护和更换决策提供有价值的参考。
- 根据拐点起始的位置，将离线电池划分为不同组，作为在线电池SOH估计模型选择的基准。此外，从拐点起始之后选取训练数据，可利用具有相同统计分布的数据进一步提升SOH估计模型的性能。这项工作值得关注，因为它能够在实际应用中准确、可靠地预测电池性能。

本文其余部分安排如下：第二节介绍电池容量退化机制；第三节详细说明在线拐点识别，并提出SOH估计模型；第四节展示实验结果；第五节总结全文并讨论未来工作。

II. 具有拐点起始的电池容量退化

本实验所使用的电池单体由 A123 Systems（APR18650M1A）制造 [28]。其标称容量为1.1Ah，标称电压为3.3V。电池单体置于48通道 Arbin LBT 恒电位仪上，并放置在温度为 30°C的强制对流温度箱中。电池采用10分钟快速充电，并使用224种六步充电方案中的一种进行充电。放电过程以4C的放电电流进行，直至电压从3.3V降至2V。从表I所示的不同充电协议中选取了39个电池。

表I 电池规格

电池信息	详细信息
充电协议1：5.2-5.2-4.8-4.16C	CH06、CH07
充电协议 2：4.4-5.6-5.2-4.252C	CH08、CH15、CH18、CH32
充电协议 3：4.8-5.2-5.2-4.16C	CH01、CH02、CH10、CH20
充电协议 4：8.0-4.4-4.4-3.94C	CH13、CH16、CH24、CH47
充电协议 5：3.6-6.0-5.6-4.755C	CH11、CH12、CH27、CH29、CH38
充电协议 6：6-5.6-4.4-3.834C	CH09、CH21、CH22、CH31、CH26
充电协议 7：7-4.8-4.8-3.652C	CH03，CH25，CH26，CH28，CH44
充电协议 8：8.0-6.0-4.8-3C	CH14, CH17, CH30, CH25, CH39
充电协议 9：8.0-7.0-5.2-2.68C	CH19、CH33、CH34、CH40、CH43

锂离子电池的衰减源于各种化学和物理组成部分的复杂相互作用 [29] [30] [31]，从而形成不同的容量衰减曲线。Battery CH32 的完整容量衰减曲线如图 2(a) 所示。当拐点起始循环 V 满足拐点起始循环之前的健康状态降幅小于 α，且之后的健康状态降幅大于 α 时，拐点起始循环发生，如下所示：

$$\begin{aligned} Q_{V-1} - Q_{V-2} &< \alpha \\ Q_V - Q_{V-1} &\geqslant \alpha \end{aligned} \tag{1}$$

其中，V 是拐点起始循环，Q_V 是第 V^{th} 个循环时的健康状态。

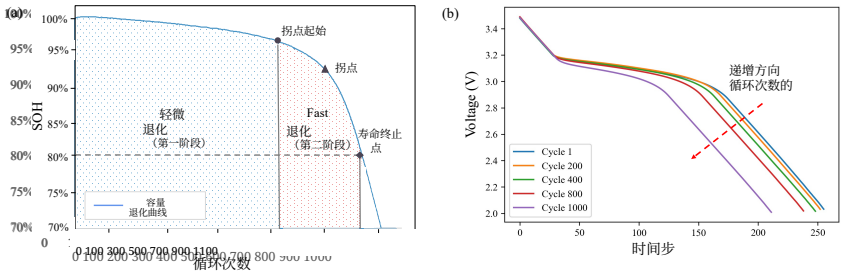


图 2. (a)：MIT 数据集 [28] 中 CH32 电池具有拐点起始点和寿命终止循环的三阶段锂离子电池衰减；(b)：Battery CH32 在五个选定循环中的放电电压样本。

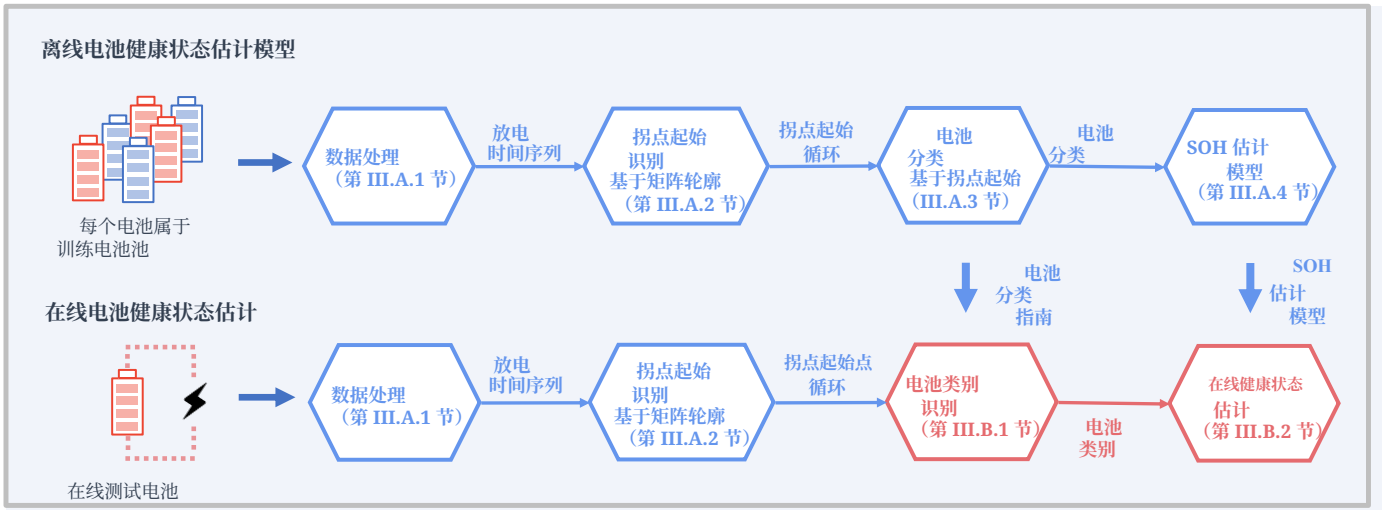


图3. 所提方法的框架

在在线场景中，由于无法直接获取健康状态，因此无法确定 α 的最优值。因此，值得探索利用放电电压等易于获取的测量数据来识别电池内部退化机制的变化。如图2(b)所示，随着电池退化，放电电压曲线的时间步逐渐减少，并出现失真。本研究利用放电电压曲线，在不依赖容量信息的情况下检测拐点起始。

本文根据拐点起始和寿命终止循环，将锂离子电池的寿命划分为三个阶段。 $1st$ 阶段的特点是轻微衰减，从电池生命周期开始持续至拐点起始。 $2nd$ 阶段从拐点起始持续至寿命终止，以快速劣化为特征。该阶段至关重要，需要进行实时监测。 $3rd$阶段涵盖寿命终止后的时期。

III. 基于矩阵轮廓的在线电池拐点起始识别与 SOH 估计

如图3所示，流程包括离线和在线 SOH 估计。首先，识别电池组的拐点起始，并将电池划分为长程和短程类别。使用 $2nd$ 阶段的数据训练相应的 SOH 估计模型。其次，对待测电池进行在线拐点起始识别，并根据拐点位置确定的类别选择合适的 SOH 估计模型，以进行在线 SOH 估计。

A. 离线*SOH*估计模型

1）数据处理：随着电池老化，放电电压循环中的时间步逐渐缩短，这是充放电过程所致，导致循环长度不均匀。这些不均匀的循环长度不适用于数据处理，因此必须在保留所有时序信息的同时进行同步，使其长度一致 [32]。动态时间规整是一种成熟的方法，可通过评估两个时间序列的相似性来确定它们的最佳对齐方式 [33]。它通过扩展和收缩局部片段来同步两条轨迹，从而使两者之间的距离最小 [34]，并基于最小距离构建路径 $\mathbf{W}$，其中 $\mathbf{W} = [w_1, ..., w_g, ..., w_G]$，而 w_g 是扭曲路径的 g^{th} 个元素。

因此，可通过动态时间规整按以下步骤实现电池循环同步：

步骤1：参考循环选择：从电池中选择一个参考循环$\mathbf{v}_r$，供其他循环与之同步。其表示如下：

$$\mathbf{v}_r = [v_r^{(1)}, \ldots, v_r^{(l)}, \ldots, v_r^{(d)}]$$

其中，d 为总时间步数，$v_r^{(l)}$为时间步 g_r^l 处的电压，表示为 $v_r^{(l)}(g_r^l,\ v_r^l)$。步骤2：DTW路径生成：由向量$\mathbf{v}_k$表示的 k^{th} 循环如下所示：

$$\mathbf{v}_k = [v_k^{(1)}, \ldots, v_k^{(h)}, \ldots, v_k^{(t)}]$$

其中，t为总时间步数，$v_k^{(h)}$ 为时间步 g_k^h处的电压，表示为 $v_r^{(l)}(g_k^h,\ v_k^h)$。

$\mathbf{v}_k$与参考循环 $\mathbf{v}_r$进行同步。循环中的每个时间步 $v_k^{(h)}\ (g_k^h, v_k^h)$ 都会在 $\mathbf{v}_r$ 中寻找最接近的值，使得 $v_k^h \approx v_r^l$。时间步 g_k^h（对应 $v_k^{(h)}$）和时间步 g_r^l（对应 $v_r^{(l)}$）被加入扭曲路径 $\mathbf{W}$，其中 w_g 的构成如下：

$$w_g = (g_r^l, g_k^h)$$

其中， g_r^l 是参考循环上的时间步， g_k^h 是 k^{th} 循环上的时间步。

步骤 3：循环同步：通过将 g_r^l 值绘制在 x 轴上、将 g_k^h 值绘制在 y 轴上，以图形方式表示扭曲路径。这样便可以将向量 $\mathbf{v}_k$ 中的电压 $v_k^{(h)}(g_k^h, v_k^h)$ 转换为 $x_k^{(h)}(g_r^l, g_k^h)$。因此，向量 $\mathbf{v}_k$ 会根据参考序列 $\mathbf{v}_r$ 与向量 $\mathbf{x}_k$ 同步，其中时间步等于 d。参考循环被转换为对角线，因为 $v_r^{(l)}(g_r^l, v_r^l)$ 被转换为 $x_r^{(l)}(g_r^l, g_r^l)$。由此，向量 $\mathbf{v}_r = [v_r^{(1)}, \ldots, v_r^{(l)}, \ldots, v_r^{(d)}]$ 被转换为向量 $\mathbf{x}_r$。同步循环如下所示，并见图4：

$$\mathbf{x}_k = [g_k^1, \ldots, g_k^h, \ldots, g_k^t]$$
$$\mathbf{x}_r = [g_r^1, \ldots, g_r^l, \ldots, g_r^d]$$

其中$\mathbf{x}_k$ 和$\mathbf{x}_r$ 的总长度为 d。

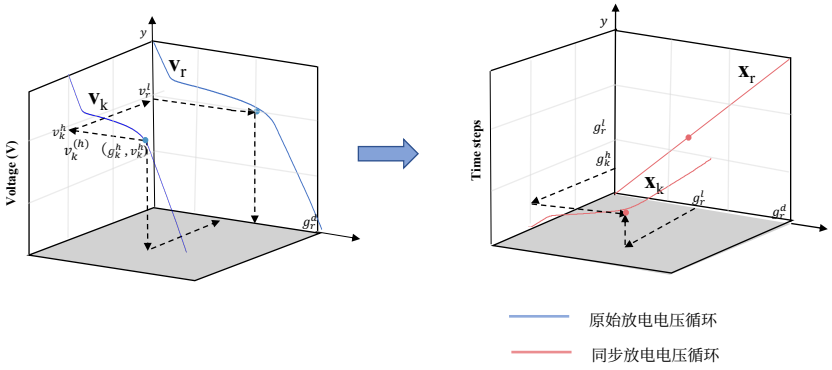


图4. 通过动态时间规整将电池放电循环同步至相同长度

2）基于矩阵轮廓的拐点起始识别：轻微退化期的初始 K 放电电压循环按照第 III.A.1 节与参考循环进行同步，从而得到长度相同的循环， d。值得注意的是，与电池整个寿命周期相比，K 的值要小得多。随后，将所有 K 同步循环拼接起来，生成放电时间序列，其数学表示为$\mathbf{T} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots\ldots, \mathbf{x}_K]$，记为$\mathbf{T} = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$，其中时间序列的长度计算为 $n = d \times K$。对放电时间序列$\mathbf{T}$进行分析，以确定用于检测后续循环异常的阈值。

矩阵轮廓算法是一种数据结构，有助于解决时间序列 [35] [36]中的异常检测和模式发现问题。它通过计算子序列之间的欧几里得距离来实现这一点；子序列是由时间采样构成的连续子集，其查询长度 [37]由用户定义。最小距离称为该子序列的最近邻。时间序列中所有子序列的最近邻都存储在矩阵轮廓中，而最近邻的位置则记录在轮廓索引中。通过图5(a)中的合成时间序列展示了时间序列模式和异常：前者由矩阵轮廓中的最低点识别，后者对应矩阵轮廓中的最高点。

为了生成电池放电时间序列的矩阵轮廓，通过选择循环滞后 f来确定查询长度 m ，其中 m等于 $d \times f$。$\mathbf{T}$的子序列$\mathbf{T}_{j,m}$由从位置j开始、长度为 m的连续数值组成，其中$\mathbf{T}_{j,m} = \{t_j, t_{j+1}, \ldots, t_{j+m-1}\}$，且 $1 \leqslant j \leqslant n - m + 1$。计算$j^{th}$ 查询子序列$\mathbf{T}_{j,m}$ 与时间序列$\mathbf{T}$ 中所有其他子序列之间的欧几里得距离，如图5(b)所示。最小距离 p_j 的计算方式如下：

$$p_j = \min_q \{|\mathbf{T}_{j,m} - \mathbf{T}_{q,m}|\}_{q=1}^{n-m+1} \tag{2}$$

当 q 等于 j时，表示该子序列与自身匹配，根据公式（2）计算出的距离为零。由于存在重叠， j 之前和之后的子序列距离也更接近零。为防止查询序列与自身完全或部分匹配，设置一个大小为 $m/2$ 的排除区。由此，通过将所有最小距离值存储为$\mathbf{P}_T = \{p_1, p_2, \ldots, p_{n-m+1}\}$，即可生成矩阵轮廓。这些值用于标注时间序列$\mathbf{T}$，其中$\mathbf{P}_T$中的 j^{th} 元素表示$\mathbf{T}$处 j^{th} 子序列的最近邻距离。

为确定最近邻的位置，索引 i_j 记录位置如下 ：

$$i_j = q \tag{3}$$

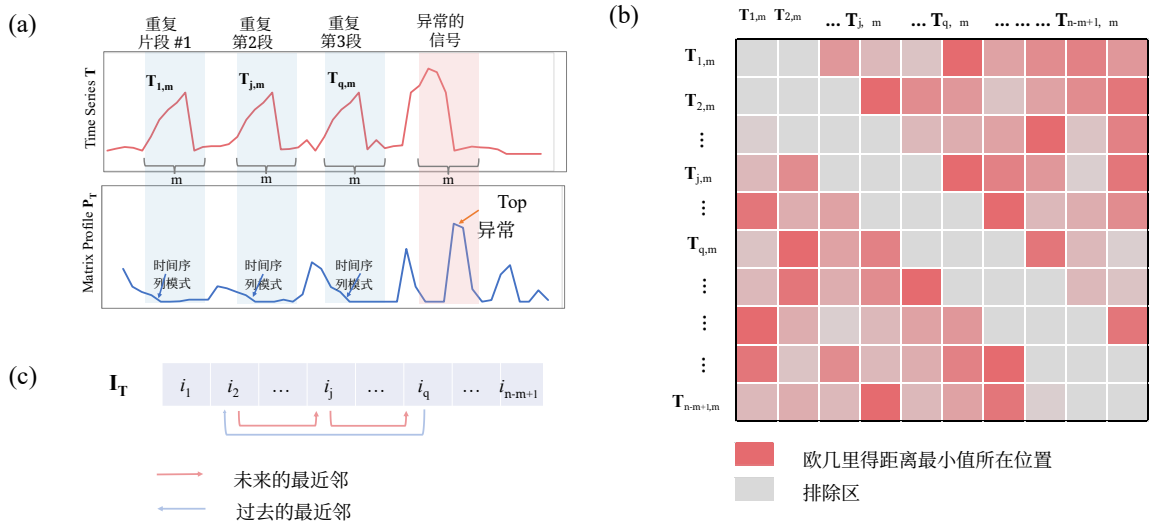


图5. 时间序列矩阵轮廓插图 说明：(a) 顶部：原始时间序列；底部：矩阵轮廓显示时间序列中的时间序列模式和异常；(b) 欧几里得子序列的距离；(c)轮廓 i *ndex* 显示最近邻的位置。

其中 i_j 是 the jth 索引和 q 由子序列$\mathbf{T}_{q,m}$得到，它是$\mathbf{T}_{j,m}$的最近邻 .

轮廓索引构成如下：$\mathbf{I}_T = \{i_1, i_2, \ldots, i_{n-m+1}\}$，用于记录每个位置的索引信息。 arest 最近邻距离的位置，无论是在过去还是未来，如图 5(c) 所示。

为了提取基于循环的矩阵轮廓和轮廓索引信息，取$\mathbf{P}_T$ 和$\mathbf{I}_T$ 中的每个 d^{th} 值，并形成基于循环的$\mathbf{P}_C = \{p_d, p_{2d}, \ldots, p_{(K-f)\times d}\}$和基于循环的$\mathbf{I}_C = \{i_d, i_{2d}, \ldots, i_{(K-f)\times d}\}$，表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_C &= \{\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \ldots, \tilde{p}_{K-f}\} \\ \mathbf{I}_C &= \{\tilde{i}_1, \tilde{i}_2, \ldots, \tilde{i}_{K-f}\} \end{aligned} \tag{4}$$

当当前放电周期的表现不同于先前周期时， p_j 会增加。一旦识别出行为相似的后续周期，它便会再次降低。当电池劣化从 $1st$ 阶段过渡到 $2nd$ 阶段时，随着新周期进入快速退化阶段， p_j会迅速增加；在该阶段中，两个阶段之间的相似性较低，这反映为最近邻距离的增加。因此，根据轻微退化阶段建立上控制限（UCL）。当数值 p_j 超过 UCL 时，即认为检测到异常。由于$\mathbf{P}_C$ 由K 阶段的 $1st$ 循环生成，在此期间电池发生轻微退化，因此 UCL 的计算如下：

$$UCL = \overline{\tilde{p}_j}|_{j=2}^{K-f} + 1.5\sigma \tag{5}$$

其中，$\overline{p_j}|_{j=2}^{K-f}$ 为矩阵轮廓 $\mathbf{P}_C$的均值， σ 为其标准差。

除矩阵轮廓 超过上控制限外，要成为转变点，拐点起始循环及其之后循环的最近邻应指向未来，因为电池退化正进入 $2nd$ 阶段。此外，拐点起始之前循环的最近邻应指向过去，因为它们属于 $1st$ 阶段。

因此，拐点起始识别步骤如下：

- 步骤1：启动 $s = K$。监测 K循环之后的循环。令 $s = s+1$。$\mathbf{v}_s$转换为同步周期$\mathbf{x}_s$，并连接到$\mathbf{T}$。由于矩阵轮廓 存在 f 个循环的延迟，因此收集放电电压周期 s ，用于分析 $s-f$ 循环。
- 步骤2：根据公式（2）–（4）生成$\mathbf{P}_C$ 和$\mathbf{I}_C$ ，并将 $\tilde{p}_{s-f}$ 与上控制限进行比较。
- 步骤3：如果 $\tilde{p}_{s-f}$ 超过上控制限，则搜索轮廓索引切换点。如果 i_{s-f} 指向未来循环 ，且 i_{s-f-1} 指向过去；或者 i_{s-f} 指向过去循环，且下一个循环 i_{s-f+1} 指向未来，则监测接下来的 f个循环。如果所有 f循环都指向 $s-f-1$之后的循环，则认为放电电压循环已进入新阶段，拐点起始发生在 $s-f$。拐点起始循环记为 ϑ。拐点起始识别的详细步骤见算法1。

算法1： 锂电池膝点起始识别

1：初始化 $s = K$**；2：s=s+1；3：输入：v**$_s$**；4：将v**$_s$ **转换为x**$_s$ **并拼接到T；5：根据公式(2)-(4)生成P**$_C$ **和I**$_C$ **；6：如果矩阵轮廓** $\tilde{p}_{s-f}$ **< 上控制限，则7：转到步骤2；8：否则；9：检查轮廓索引** ~ ~**；10：如果** $i_{s-f-1} <$ **(**$s - f - 1$**)且** $i_{s-f} \geqslant s - f$**，或者**~ ~ $i_{s-f} <$ **(**$s - f$**)且** $i_{s-f+1} \geqslant s - f + 1$**，则11：检查接下来的** f **个循环；12：当** $e = 1$**、2、3、...、** f**时执行；13：** $u = s + e$**；14：将v**$_u$ **转换为x**$_u$ **并拼接到T；15：根据公式(2)-(4)生成P**$_C$ **和I**$_C$ **；**~**；16：如果** $i_{u-f} <$ **(**$s - f - 1$**)，则17：转到步骤2；18：结束如果；19：结束循环；20：否则；21：将**$s - f$ **识别为拐点起始循环** ϑ**；22：结束如果；23：结束如果**

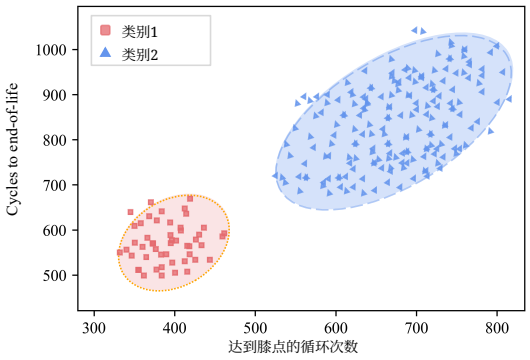


图6. 使用高斯混合模型对合成数据进行电池聚类的示意图

3）基于拐点起始的电池分类：通过决定系数R平方（R^2）研究拐点起始循环 ϑ 与寿命终止循环 ε 之间的线性关系。对池中的离线电池应用线性回归线，通过线性函数 $f(\cdot)$ 获得 γ^{th} 电池的估计寿命终止循环$\hat{}\varepsilon_\gamma$，其中$\hat{}\varepsilon_\gamma = f(\vartheta_\gamma, \beta) + e_\gamma$。决定系数R平方（$R^2$）计算如下：

$$R^2_{pool} = 1 - \frac{\sum(\varepsilon_\gamma - \hat{\varepsilon}_\gamma)^2}{\sum(\varepsilon_\gamma - \bar{\varepsilon})^2} \tag{6}$$

其中，ε_γ 为实际寿命终止循环，$\hat{}\varepsilon_\gamma$ 为电池池中 γ^{th} 电池的估计寿命终止循环，ε 为电池池中所有电池实际寿命终止循环的平均值。

R^2_{pool} 的取值范围为0至1。当 R^2_{pool} 高于90%时，意味着超过90%的因变量可由自变量 [38], 解释，表明拐点起始与寿命终止循环之间具有很强的线性相关。因此，拐点起始可作为电池寿命终止的早期指标。

利用拐点起始点和寿命终止循环的分布，通过数据聚类将离线电池划分为不同类别。数据聚类是识别和区分数据中不同群组特征的过程

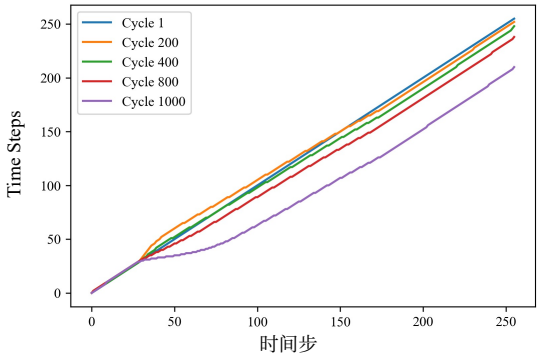


图7. 使用动态时间规整对 Battery CH32 的放电电压周期进行同步的示例

收集 [39]。GMM 是一种用于确定数据聚类的无监督学习方法，其概率密度函数（PDF）是群组中多个加权密度的混合 [40]。

对于给定的数据集 A： $\{a_1, a_2, ..., a_\Gamma\}$ 和 B 个预定义簇，其概率密度函数如下 s:

$$f(a) = \sum_{b=1}^{B} \pi_b p(a|\mu_b, \delta_b) \tag{7}$$

其中， $\pi_b(b = 1、.....、 B)$ 是权重，$\sum_{b=1}^{B} \pi_b = 1$， μ_b 是均值， δ_b 是每个簇的协方差。

GMM 使用期望最大化算法拟合高斯混合模型，以找到参数 θ_b =(π_b， μ_b， δ_b)，从而最大化对数似然，如下所示 [41]:

$$logL(\theta, a) = \sum_{\zeta=1}^{\Gamma} log \sum_{b=1}^{B} \pi_b f(a_\zeta|\mu_b, \delta_b) \tag{8}$$

图6展示了合成数据的聚类结果，该结果根据寿命将样本池中的离线电池分为两类。

4) SOH 估计模型：本节提出一种 SOH 估计模型，该模型将拐点起始的概念作为关键参考点。

该模型首先收集并同步训练数据中的初始 K 放电循环，得到$\mathbf{T}^{tr} = [\mathbf{x}_1^{tr}, \mathbf{x}_2^{tr}, ..., \mathbf{x}_K^{tr}]$，具体过程详见第 III.A.1 节。随后，按照第 III.A.2 节所述方法建立矩阵轮廓的 UCL^{tr}。并为每个离线电池识别拐点起始循环 ϑ^{tr} 。

利用拐点起始循环 ϑ^{tr}，将离线电池划分为 B 个类别，每个类别中选取一块电池，用于训练该类别的离线 SOH 估计模型。训练数据仅限于从拐点起始循环 ϑ^{tr} 到寿命终止循环 ε^{tr} 的数据。

现有研究已将 LSTM 应用于电池 SOH 估计，并取得了较高的准确度 [42] [43]。本研究采用 LSTM 建立同步周期 $\mathbf{x}_s^{tr}$ 与 SOH 之间的关系。所提模型为多层 LSTM，由一个输入层、若干 LSTM 层以及位于输出层之前的一个全连接层组成，以最小化估计误差，如公式 (9)–(10) 所示。

$$\min \sum (Y_s^{tr} - \hat{Y}_s^{tr})^2 \tag{9}$$

$$\mathbf{s.t.} \hat{Y}_s^{tr} = F_{LSTM}^b(\mathbf{x}_s^{tr}) \tag{10}$$

其中，$\mathbf{x}_s^{tr}$表示来自放电循环 $\mathbf{v}_s^{tr}$的同步周期，$\hat{Y}_s^{tr}$表示估计容量， Y_s^{tr}表示离线训练电池的实测容量， $s \in [\vartheta^{tr}, \varepsilon^{tr}]$；$F_{LSTM}^b(\cdot)$表示簇 b的离线长短期记忆网络模型， $b \in [1, B]$

B. 在线电池类别识别与 *SOH* 估计

1) 电池类别识别： 测试电池的在线拐点起始识别过程如下：首先，收集并同步测试电池最初的 K 个放电周期，得到 $\mathbf{T}^{te}$ =[$\mathbf{x}_1^{te}$， $\mathbf{x}_2^{te}$，.....， $\mathbf{x}_K^{te}$]，详见第 III.A.1 节。随后，按照第 III.A.2 节所述方法建立矩阵轮廓的 UCL^{te}。在最初的 K 个循环之后，继续监测同步循环 $\mathbf{x}_s^{te}$；当当前放电循环的矩阵轮廓 超过其 UCL^{te} ，且轮廓索引显示最近邻不再来自过去时，即检测到在线拐点起始 ϑ^{te} 。

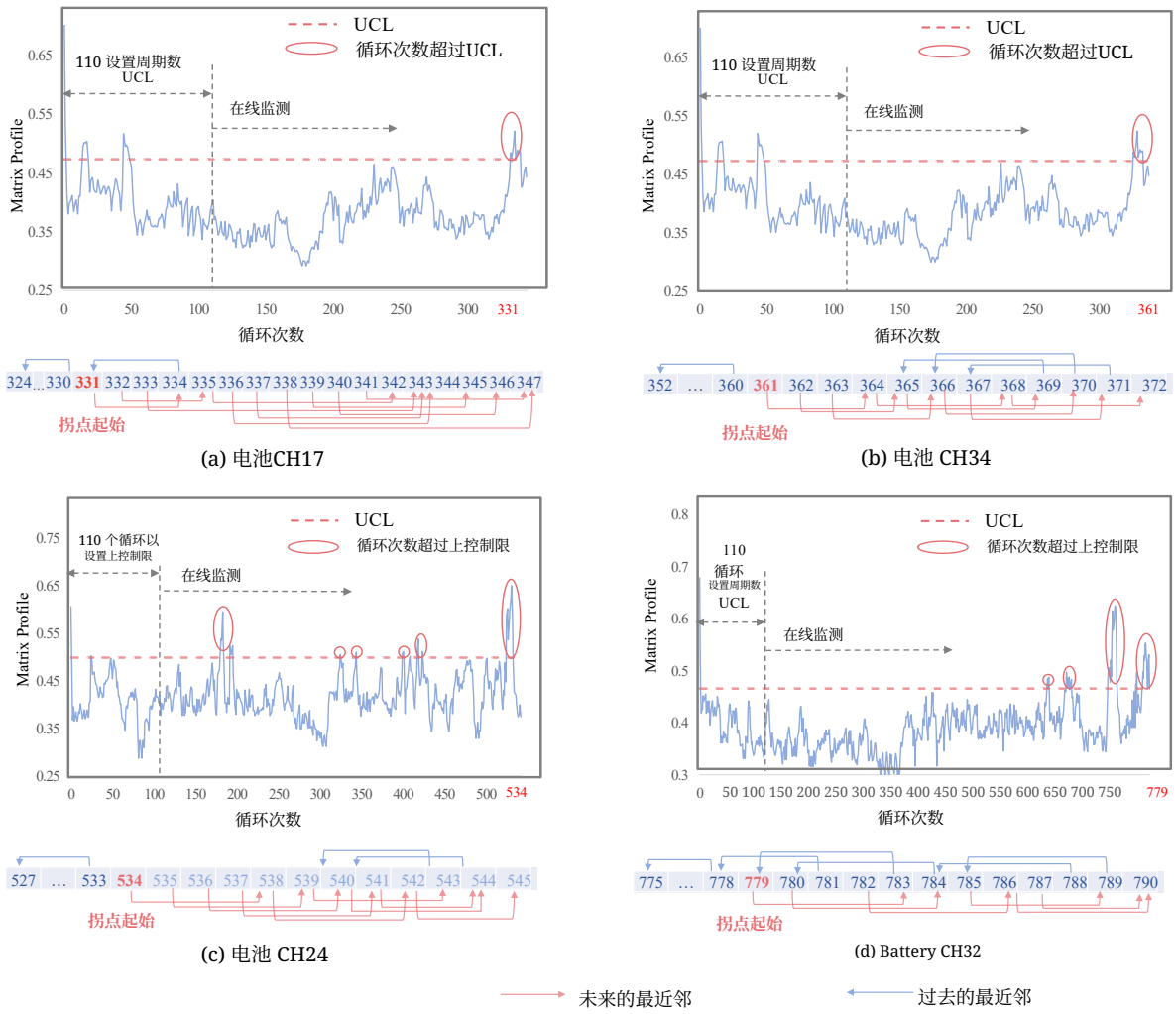


图 8. (a) 电池CH17，顶部：矩阵轮廓 和上控制限，底部：通过轮廓索引进行拐点起始识别；(b) 电池 CH34，顶部：矩阵轮廓 和上控制限，底部：通过轮廓索引进行拐点起始识别；(c) 电池 CH24，顶部：矩阵轮廓 和上控制限，底部：通过轮廓索引进行拐点起始识别；(d) Battery CH32，顶部：矩阵轮廓 和上控制限，底部：通过轮廓索引进行拐点起始识别。

基于聚类分析，p　　如第 III.A.3 节所述，根据位置确定测试电池的类别拐点起始循环 ϑ^{te}。

2）在线 *SOH* 估计：根据在线电池所属的类别选择合适的 SOH 估计模型。拐点起始循环 ϑ^{te} 之后的放电电压周期与$\mathbf{x}_s^{te}$同步，并输入所选模型，即 $F_{LSTM}^{b}(\cdot)$，以生成在线 SOH 估计，如下所示：

$$\hat{Y}_s^{te} = F_{LSTM}^{b}(\mathbf{x}_s^{te}) \tag{11}$$

其中，$\mathbf{x}_s^{te}$表示同步后的放电电压周期，$\hat{} Y_s^{te}$表示在线电池$s \in [\vartheta^{te}, \varepsilon^{te}]$第 s^{th} 个循环的估计SOH。

IV. Experiment Results and Discussion

本节展示所提方法的有效性。本文使用来自MIT 数据集 [28]的39个电池验证所提方法。其中，随机选取了来自不同充电协议的4个电池，即CH17、CH34、CH24和CH32，用于展示寻找拐点起始的过程，并建立离线SOH估计模型。

A. 离线*SOH*估计模型

1) 数据处理：按照 II.A.1 节中概述的步骤，分别选取 CH17、CH24、CH32 和 CH34 的第一个放电电压循环作为参考循环，并将其余循环通过动态时间规整转换为同步

表 II 不同循环滞后下的拐点起始循环

循环滞后	CH17	CH34	CH24	CH32
$f = 6$	336	366	535	781
$f = 10$	331	361	534	779
$f = 20$	349	359	531	774
最大循环间隔	18	7	4	7

循环。将放电电压循环同步至与参考循环长度相同： $d_{CH17} = 260$、$d_{CH34} = 258$、 $d_{CH24} = 260$ 和 $d_{CH32} = 256$。$d_{CH32} = 256$ 的结果如图7所示，并与图2(b)所示的原始放电循环进行比较。

2) 基于矩阵轮廓的拐点起始识别：使用轻微退化阶段下每个电池的前 110 个同步循环，根据式 (2) 至 (5) 生成矩阵轮廓上控制限。选择循环间隔 f=10 。电池 CH17、CH34、CH24 和 CH32 的上控制限分别为 0.474、0.487、0.476 和 0.456。

随后，收集第 110 个循环之后的循环，并按照算法1执行拐点起始识别。将每个循环基于循环的矩阵轮廓$\mathbf{P_C}$ 与上控制限进行比较，直到该循环超过上控制限。同时，检查接下来 10 个循环的轮廓索引，以检测状态变化。矩阵轮廓和轮廓索引的检查详情如图 8 所示。以电池 CH17 为例，若干矩阵轮廓 $\tilde{p}$ 超过了 0.474 的上控制限，但 $\tilde{}$ 轮廓索引 i 直到第331次循环才满足索引变化准则。 i_{331} 为 334，表示第 331 次循环与未来循环更相似；而 $\tilde{}$ 为 324，表示第 330 次循环与过去循环更相似。这表明从第 330 次循环到第331次循环发生了模式转变。此外，第331次循环之后 10 个循环的轮廓索引均指向第330次循环之后的循环。这意味着第331次循环之后的所有循环都进入了一个新阶段，不再与过去相似。因此，拐点起始点位于第331次循环。同样，电池 CH34、CH24 和 CH32 的拐点起始分别识别为第361次、第534次和第779次循环。

如表 II 所示，选择 6、20 和 30 个循环的不同循环滞后 f ，以验证拐点起始的位置。不同循环滞后检测到的拐点起始循环之间的最大间隔为 18 个循环，表明所提方法具有实用性。

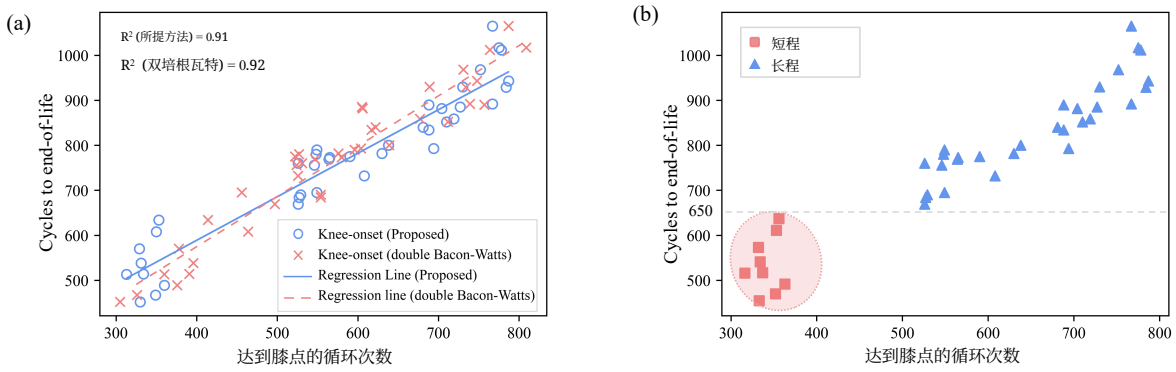


图9. 39个电池的拐点起始与寿命终止循环之间的关系映射 (a) R^2 所提方法与双 Bacon-Watts 法的比较，(b) 基于拐点起始和寿命终止循环分布的高斯混合模型电池分类

3）基于拐点起始的电池分类：对样本池中的 39 个电池识别拐点起始。根据其拐点起始循环和寿命终止循环绘制线性回归线，如图9(a)所示。为评估所提方法，以双 Bacon-Watts 法识别的拐点起始 [26]，（该方法根据容量曲线识别拐点起始）作为对比并绘出。根据双 Bacon-Watts 法计算得到的 R^2 为 0.92，而所提方法的 R^2 为 0.91。这表明，所提在线识别方法识别出的拐点起始，使拐点起始循环与寿命终止循环之间呈现良好的线性关系，其效果可与基于容量曲线的离线方法相媲美。

此外，图9(b)中观察到两个簇。第一个簇包含寿命终止循环超过650次的电池。第二个簇则由寿命终止循环少于650次的电池组成。这里，将第一类电池称为长程电池，将分布在第二类中的电池视为短程电池。基于此，CH17和CH34归类为短程电池，而CH24和CH32归类为长程电池。

表III 所提方法与其他方法的均方根误差性能比较。

	所提方法				比较1				比较2			
离线电池	CH17	CH34	CH24	CH32	CH17	CH34	CH24	CH32	CH17	CH34	CH24	CH32
离线电池类别	短	短	Long	Long	短	短	Long	Long	短	短	Long	Long
在线电池类别	短	短	Long	Long	Long	Long	短	短	短	短	Long	Long
训练数据范围	$2nd$ 阶段				$2nd$ 阶段				$1st$ 和 $2nd$阶段			
均方根误差（最小值）	**0.0036**	**0.0039**	**0.0029**	**0.0022**	0.0054	0.0100	0.0090	0.0154	0.0055	0.0059	0.0048	0.0024
均方根误差（中位数）	**0.0059**	**0.0072**	**0.0082**	**0.0054**	0.0230	0.0289	0.0218	0.0272	0.0107	0.0115	0.0187	0.0078
均方根误差（最大值）	**0.0151**	**0.0145**	**0.0220**	**0.0181**	0.0394	0.0445	0.0320	0.0361	0.0185	0.0227	0.0348	0.0200

比较1：不同类别的训练与测试电池 比较2：使用整个循环寿命的训练数据

4）健康状态估计模型：确定电池的拐点起始后，收集从拐点起始到寿命终止循环的数据作为 $2nd$ 阶段的训练数据，用于训练SOH 估计模型。分别针对电池 CH17、CH34、CH24和CH32训练SOH 估计模型，其中，电池CH17和CH34的模型用于短程电池，电池 CH24和CH32的模型用于长程电池。基于LSTM的模型由两个长短期记忆网络层组成，分别包含300和500个神经元。在输出层之前添加一个包含100个神经元的普通层。

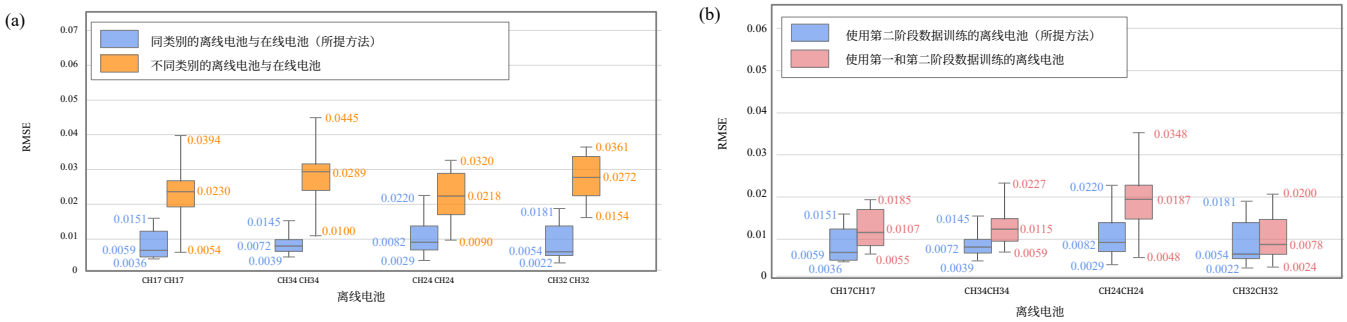


图10. 展示误差分布的箱线图：(a) 同一类别电池与不同类别电池之间的 $RMSEs$ ； (b) 所提方法与使用整个循环寿命数据训练的模型之间的$RMSEs$ 。

模型通过最小化均方根误差（RMSE）进行训练，如下所示：

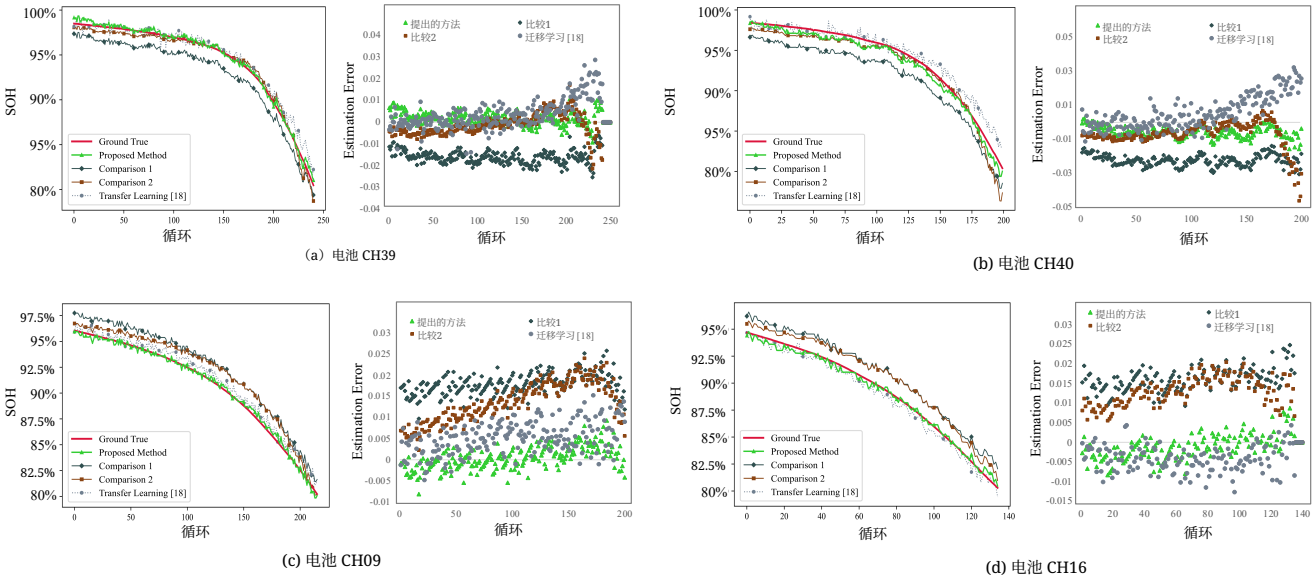
$$\mathbf{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon - \vartheta} \sum_{s=\vartheta}^{\varepsilon} (Y_s^{tr} - \hat{Y}_s^{tr})^2} \tag{12}$$

其中， ϑ 为拐点起始， ε 为寿命终止循环，$\hat{} Y_s^{tr}$为估计SOH， $Y^{tr}s$ 为电池的测量SOH。

B. 在线 *SOH* 估计

训练完成后，各模型分别存储在对应类别中，用于在线 SOH 估计。按照第III.A.1和2节监测测试电池的放电循环。在线检测到拐点起始后，即表明在线电池进入快速退化阶段。根据电池池的聚类结果对在线电池进行分类，并从同类别中选取 SOH 估计模型。表III展示了所提方法在电池池中39个电池上的 SOH 估计结果范围。所提方法的均方根误差最低可达0.0022。

为验证分类的有效性，使用在一个类别中训练的模型，估计来自不同类别的在线电池的健康状态（SOH）。如图10(a)所示，SOH 估计结果并不理想，最大均方根误差达到0.044。方差过大，因此不建议使用来自不同类别的 SOH 估计模型。此外，为验证仅使用 $2nd$ 阶段数据的有效性，将基于整个循环寿命训练的模型作为基准，该循环寿命同时包含 $1st$ 阶段和 $2nd$ 阶段数据。以电池 CH24 为例，使用161个循环的 $2nd$ 阶段数据训练的模型，其最小、中位数和最大均方根误差分别为0.0029、0.0082和0.0220；相比之下，使用整个循环寿命中的690个循环训练的模型，其对应数值分别为0.0048、0.0187和0.0348。如图10(b)所示，对于所有电池，使用两个阶段数据训练的模型所产生的预测误差分布也更加明显。在训练数据大幅减少的情况下，所提方法仍能获得更好的健康状态（SOH）估计结果。



（a）电池 CH39　　(b) 电池 CH40

(c) 电池 CH09　　(d) 电池 CH16

图11. 基于不同方法的在线 SOH 估计比较：基于离线电池CH17：(a) CH39、(b) CH40；基于离线电池 CH24：(c) CH09 和 (d)CH16

表IV 所提方法与其他方法的索引均方根误差比较

	短距离		长距离	
离线电池	CH17	CH17	CH24	CH24
在线电池	CH39	CH40	CH16	CH09
比较1	0.0164	0.0228	0.0165	0.0179
比较2	0.0055	0.0107	0.0136	0.0140
迁移学习 [18]	0.0076	0.0112	0.0054	0.0072
所提方法	**0.0036**	**0.0068**	**0.0035**	**0.0029**

为进一步说明其有效性，对用于在线健康状态（SOH）估计的所提方法进行了评估，并与现有方法，尤其是迁移学习进行了比较。基于分别使用电池 CH17 和 CH24 训练的离线模型，给出了所提方法对长程类别中的电池 CH39 和 CH40，以及短程类别中的电池 CH09 和 CH16 的结果。这些结果与文献中的迁移学习方法所得结果进行了比较 [18]，并将其作为基准。图11绘制了不同方法对在线电池的估计结果和估计误差分布。如表IV所示，所提方法在性能上取得了显著提升，不仅优于比较1和比较2，也优于迁移学习方法。

V. 结论

拐点起始是电池健康状态的重要指标，因为它标志着电池开始快速退化。本研究提出了一种在线拐点起始识别方法，通过监测电池放电过程中的时间动态来识别拐点起始。该方法利用动态时间规整提取时序信息，并对不均匀的放电循环进行同步，从而形成放电时间序列。矩阵轮廓通过对放电时间序列执行相似性搜索来识别拐点起始；当在线放电循环的最近邻距离激增并发生状态变化时，搜索会揭示异常。此外，本研究验证了拐点起始对健康状态（SOH）估计精度的贡献。基于拐点起始和寿命终止循环的分布，高斯混合模型将离线电池按寿命划分为若干类别。该方法可帮助在线电池从同类别中选择合适的 SOH 估计模型，在无需重新训练的情况下提升估计结果。仅使用快速退化阶段获取的训练数据（其统计分布相同），还能进一步增强 SOH 估计模型的估计能力。与使用整个循环寿命数据训练的模型相比，所提方法所需的训练数据更少，显著提高了训练效率并降低了数据收集的训练成本。未来工作可借鉴在线拐点起始识别方法的成功经验，利用充放电循环中蕴含的时间统计特征，探索识别单个电池寿命终止循环的方法。此外，还需进一步研究可用于不同数据集的长寿命和短寿命类别，以辅助 SOH 估计。

参考文献

[1] X. Hu、Y. Che、X. Lin 和 S. Onori，“基于融合特征选择与机器学习的电池健康预测”，IEEE交通电气化汇刊，第7卷，第2期，第382–398页，2021年。[2] A. Bavand、S. A. Khajehoddin、M. Ardakani 和 A. Tabesh，“适用于部分充放电的锂离子电池 SOC 和 SOH 在线估计”，IEEE交通电气化汇刊，第8卷，第3期，第3673–3685页，2022年。[3] D. Roman、S. Saxena、V. Robu、M. Pecht 和 D. Flynn，“用于电池健康状态估计的机器学习流程”，《自然·机器智能》，第3卷，第5期，第447–456页，2021年。[4] Y. Qin、W. Li、C. Yuen、W. Tushar 和 T. Saha，“基于混合慢特征分析的工业物联网集成热泵系统健康监测”，IEEE工业信息学汇刊，第18卷，第7期，第4725–4736页，2021年。[5] B. Gou、Y. Xu 和 X. Feng，“一种基于集成学习的数据驱动锂离子电池在线健康状态估计方法”，IEEE交通电气化汇刊，第7卷，第2期，第422–436页，2021年。[6] M.-F. Ng、J. Zhao、Q. Yan、G. J. Conduit 和 Z. W. Seh，“利用数据驱动机器学习预测电池的荷电状态和健康状态”，《自然·机器智能》，第2卷，第161–170页，2020年。[7] Y. Qin、C. Yuen、Y. Shao、B. Qin 和 X. Li，“慢变动态辅助的时序胶囊网络用于机械设备剩余使用寿命估算”，IEEE控制论汇刊，第1–15页，2022年，doi: 10.1109/TCYB.2022.3164683。[8] K. Liu、X. Hu、Z. Wei、Y. Li 和 Y. Jiang，“用于锂离子电池循环容量预测的改进高斯过程回归模型”，IEEE交通电气化汇刊，第5卷，第4期，第1225–1236页，2019年。[9] Y. Qin、C. Yuen 和 S. Adams，“基于不变学习的锂离子电池性能退化多阶段识别”，第46届IEEE工业电子学会年会，第1849–1854页，2020年。[10] R. Rahimilarki、Z. Gao、A. Zhang 和 R. Binns，“用于非线性动态系统的鲁棒神经网络故障估算方法及其在风力涡轮机系统中的应用”，IEEE工业信息学汇刊，第15卷，第12期，第6302–6312页，2019年。[11] S. Greenbank 和 D. A. Howey，“结合自动特征选择的锂离子电池寿命终止预测分段线性建模”，《机械系统与信号处理》，第184卷，第109612页，2023年。[12] X. Feng、C. Weng、X. He、X. Han、L. Lu、D. Ren 和 M. Ouyang，“基于部分充电区段和支持向量机的锂离子电池在线健康状态估计”，IEEE车辆技术汇刊，第68卷，第9期，第8583–8592页，2019年。[13] Z. Chen、Q. Xue、R. Xiao、Y. Liu 和 J. Shen，“基于自回归移动平均模型与 Elman 神经网络融合的锂离子电池健康状态估计”，IEEE Access，第7卷，第102 662–102 678页，2019年。[14] Y. Choi、S. Ryu、K. Park 和 H. Kim，“利用多通道充电曲线的基于机器学习的锂离子电池容量估算”，IEEE Access，第7卷，第75 143–75 152页，2019年。[15] J. Zhu、Y. Wang、Y. Huang、R. Bhushan Gopaluni、Y. Cao、M. Heere、M. J. Mühlbauer、L. Mereacre、H. Dai、X. Liu 等，“利用电压松弛对商用锂离子电池进行数据驱动容量估算”，《自然-通讯》，第13卷，第1期，第1–10页，2022年。[16] J. Ma、P. Shang、X. Zou、N. Ma、Y. Ding、J. Sun、Y. Cheng、L. Tao、C. Lu、Y. Su、J. Chong、H. Jin 和 Y. Lin，“用于不同配方锂离子动力电池剩余使用寿命预测和循环寿命测试优化的混合迁移学习方案”，《应用能源》，第282卷，116167，2021年 p. 。[17] Y. Qin、S. Adams 和 C. Yuen，“适用于不同环境温度下锂离子电池的迁移学习荷电状态估计”，IEEE工业信息学汇刊，第17卷，第11期，第7304–7315页，2021年。[18] K. Q. Zhou、Y. Qin 和 C. Yuen，“基于循环同步的锂离子电池迁移学习健康状态估计”，IEEE/ASME机电一体化汇刊，第1–11页，2022年，doi: 10.1109/TMECH.2022.3201010。[19] X. Han、M. Ouyang、L. Lu 和 L. Jianqiu，“电动汽车中采用钛酸锂负极的商用锂离子电池循环寿命”，《能源》，第7卷，第4895–4909页，2014年。[20] “IEEE固定式应用铅酸蓄电池容量选定推荐规程”，IEEE标准485 69，2020 2020 485 2010 1 -（IEEE标准的修订版 -），第–页。[21] K. Kim、M. Kim、H. Churr、G. Lee 和 S. Han，“基于 G-K曲线的锂离子电池拐点预测方法”，载于2021年第21届国际控制、自动化与系统会议（ICCAS），第1190–1193页，2021年。[22] W. Diao、S. Saxena、B. Han 和 M. Pecht，“用于确定锂离子电芯容量衰减曲线拐点的算法”，《能源》，第12卷，第15期，2019年。[23] S. Greenbank 和 D. Howey，“用于电池容量快速衰减和寿命终止的数据驱动模型的自动特征提取与选择”，IEEE工业信息学汇刊，第18卷，第5期，第2965–2973页，2022年。[24] C. Zhang、Y. Wang、Y. Gao、F. Wang、B. Mu 和 W. Zhang，“采用分位数回归法识别镍钴锰正极锂离子电池的加速衰减”，《应用能源》，第256卷，第113841页，2019年。[25] M. Haris、M. N. Hasan 和 S. Qin，“基于拐点检测算法和卷积神经网络的锂离子电池退化曲线预测”，IEEE仪器与测量汇刊，第71卷，第1–10页，2022年。[26] P. Fermín-Cueto、E. McTurk、M. Allerhand、E. Medina-Lopez、M. F. Anjos、J. Sylvester 和 G. dos Reis，“锂离子电芯容量衰减曲线中拐点和拐点起始的识别与机器学习预测”，《能源与人工智能》，第1卷，第100006页，2020年。[27] C.-C. M. Yeh、Y. Zhu、L. Ulanova、N. Begum、Y. Ding、H. A. Dau、D. F. Silva、A. Mueen 和 E. Keogh，“矩阵概要 I：时间序列的全对相似性连接：一种统一视角，涵盖时间序列模式、异常片段和形状片段”，载于2016年IEEE第16届国际数据挖掘会议（ICDM），第1317–1322页，2016年。[28] P. M. Attia、A. Grover、N. Jin、K. A. Severson、T. M. Markov、Y.-H. Liao、M. H. Chen、B. Cheong、N. Perkins、Z. Yang 等，“利用机器学习对电池快速充电方案进行闭环优化”，《自然》，第578卷，第7795期，第397–402页，2020年。[29] X. Shu、J. Shen、G. Li、Y. Zhang、Z. Chen 和 Y. Liu，“结合长短期记忆网络与迁移学习的锂离子电池组灵活健康状态预测方案”，IEEE交通电气化汇刊，第7卷，第4期，第2238–2248页，2021年。[30] Y. Qin、C. Yuen、X. Yin 和 B. Huang，“结合循环差异学习的可迁移多阶段锂离子电池健康状态估计模型”，IEEE工业信息学汇刊，2022年，doi:10.1109/TII.2022.3205942。[31] P. M. Attia、A. Bills、F. B. Planella、P. Dechent、G. Dos Reis、M. Dubarry、P. Gasper、R. Gilchrist、S. Greenbank、D. Howey 等，“锂离子电池老化轨迹中的‘拐点’”，《电化学学会志》，第169卷，第6期，第060517页，2022年。[32] K. Q. Zhou、Y. Qin、P. L. B. Lau、C. Yuen 和 S. Adams，“基于动态时间规整循环同步的锂离子电池健康状态估计”，载于IECON 2021–第47届IEEE工业电子学会年会。IEEE，第1–6页，2021年。[33] E. J. Keogh 和 M. J. Pazzani，“导数动态时间规整”，载于2001年SIAM国际数据挖掘会议（SDM）论文集，第1–11页，2001年。[34] A. Kassidas、J. F. MacGregor 和 P. A. Taylor，“利用动态时间规整同步批次轨迹”，《AIChE期刊》，第44卷，第4期，第864–875页，2004年。

[35] Y. Zhu、S. Gharghabi、D. Silva、A. Dau、C.-C. M. Yeh、N. Shakibay Senobari、A. Almaslukh、K. Kamgar、Z. Zimmerman、G. Funning、A. Mueen 和 E. Keogh，“时间序列数据挖掘的瑞士军刀：使用矩阵轮廓和十行代码可以完成的十件实用之事”，《数据挖掘与知识发现》，第34卷，第949—979页，2020年。[36] Y. Lu、R. Wu、A. Mueen、M. A. Zuluaga 和 E. Keogh，“矩阵轮廓 XXIV：将时间序列异常检测扩展至万亿级数据点和超高速到达的数据流”，第10期。计算机协会，第1173–1182页，2022年。[37] F. Madrid、S. Imani、R. Mercer、Z. Zimmerman、N. Shakibay 和 E. Keogh，“矩阵轮廓 XX：使用矩阵轮廓寻找并可视化各种长度的时间序列模式”，载于*2019*年 *IEEE* 国际大数据知识会议（*ICBK*），第175–182页，2019年。[38] A. G. Asuero、A. Sayago 和 A. G. González，“相关系数：综述”，《分析化学评论》，第36卷，第1期，第41–59页，2006年。[39] Y. Che、Y. Zheng、Y. Wu、X. Sui、P. Bharadwaj、D.-I. Stroe、Y. Yang、X. Hu 和 R. Teodorescu，“基于序列信息驱动概率神经网络的电池高效健康预测”，《应用能源》，第323卷，第119663页，2022年。[40] J. Yu，“基于自适应学习方法的锂离子电池健康退化检测与监测”，*IEEE*仪器与测量汇刊，第63卷，第7期，第1709–1721页，2014年。[41] M. F. Niri、T. M. Bui、T. Q. Dinh、E. Hosseinzadeh、T. F. Yu 和 J. Marco，“通过高斯混合和马尔可夫模型进行锂离子电池剩余能量估算，以预测未来负载”，《能源存储期刊》，第28卷，第101271页，2020年。[42] S. Kim、Y. Y. Choi、K. J. Kim 和 J.-I. Choi，“使用结合迁移学习的变分长短期记忆网络预测锂离子电池健康状态”，《能源存储期刊》，第41卷，第102893页，2021年。[43] Y. Che、Z. Deng、X. Lin、L. Hu 和 X. Hu，“结合迁移学习与在线模型校正的电池健康预测管理”，*IEEE*车辆技术汇刊，第70卷，第2期，第1269–1277页，2021年。