arXiv:2304.00732v1 [cs.RO] 3 Apr 2023

利用预测模型对时空流体过程进行自适应采样

Sandeep Manjanna[1],Tom Z. Jiahao[2],和 M. Ani Hsieh[2]

摘要——对时空流体过程进行持续监测，需要对监测对象进行数据采样和预测建模。本文介绍 PASST 算法：基于预测模型的时空过程自适应采样。PASST 是一种自适应机器人采样算法，利用预测模型，高效、持续地监测给定感兴趣区域内的流体过程。该算法利用学习得到的预测模型所提供的预测结果，为自主车辆规划路径，以便对感兴趣区域进行自适应、高效的巡测。反过来，采样数据可通过向预测模型提供更新后的初始状态，帮助获得更准确的预测结果。在预测模型方面，我们使用基于知识的神经常微分方程来训练流体过程模型。这些模型的规模比通过描述流体过程的偏微分方程进行直接数值模拟所获得的流体数据模型，或其他同类计算流体模型小几个数量级，运行速度也快得多。在路径规划方面，我们采用基于强化学习的规划算法，并将场预测作为奖励函数。我们在数值模拟的流体数据和真实世界的海洋流场临近预报数据上评估了自适应采样路径规划算法，结果表明，该算法能够在较长时间范围内对给定感兴趣区域中的时空场进行采样。我们还评估了 PASST 算法的泛化能力，验证其能否对学习模型训练数据范围之外的流体过程进行采样。

关键词：自适应采样；预测模型；信息驱动的路径规划；

I. 引言

本文提出 PASST 算法：基于预测模型的时空过程自适应采样。PASST 是一种自适应机器人采样算法，它利用预测模型，高效且持续地监测给定感兴趣区域内的流体过程。我们的算法利用学习得到的预测模型所产生的预测结果，为自主车辆规划路径，以便对感兴趣区域进行自适应且高效的巡测。反过来，采样数据可通过向预测模型提供更新后的初始状态，用于获得更准确的预测结果。

理解环境现象中数据采集与动力学建模之间的相互作用，对于认识许多时空物理过程至关重要。妨碍我们高效应对气候变化或不可持续农业实践等重大问题的重要因素之一，是我们对

*本研究未获得任何组织的资助[1] 普拉克沙大学，莫哈利，印度。{msandeep.sjce@gmail.com}[2] GRASP 实验室，宾夕法尼亚大学，美国费城。{zjh, m.hsieh}@seas.upenn.edu



图 1. 使用自主水面航行器采集河流水质测量值的示例应用。

大尺度物理环境现象缺乏了解。目前，我们对许多大尺度环境过程的认识仍然十分有限。例如，尽管海洋对天气形成、温度调节乃至维系所有生物至关重要，但这片广袤的水下领域仍有超过 80% 未绘制地图、未被观测和探索 [1]。我们设想由各种自主系统对环境进行监测、采样和信息收集，帮助弥合现有环境模型与其底层输入数据之间的差距。为实现此类持续监测系统，我们提出一种算法，利用自主车辆对时空过程进行自适应采样。图 1 展示了一个应用示例：使用自主水面航行器采集费城斯库尔基尔河的水质测量数据。

从机器人学的角度来看，回答以下两个问题至关重要：1. 机器人系统的行动如何帮助我们更好地理解环境？2. 如何利用推断出的环境模型来指导机器人系统的控制与设计？正如 [2],所指出的，在水下机器人的设计中未考虑流体过程，可能会影响其性能。本文旨在回答这些问题，并开发相关技术，使机器人能够有选择地勘测环境，以持续绘制时空过程的分布图。由于所监测的过程具有时间变化特性，因此需要进行自适应采样；此类自适应勘测还有助于将我们的方法扩展到大规模环境。本文的主要贡献包括：

- 基于知识的神经常微分方程（KNODE）预测模型，其规模比流体数据小几个数量级，且运行

速度远快于求解偏微分方程（PDEs），因此适合部署在机器人上。

- 一种基于强化学习的自适应机器人采样算法，利用预测模型，高效且持续地监测给定感兴趣区域内的时空流体过程。

由于我们对时空过程进行采样，因此采用均方根误差（RMSE或均方误差（MSE））和本征正交分解（POD）指标来评估所提出的方法。真实值与流体过程时间估计值之间的RMSE或MSE，有助于了解所采集样本所捕获的空间相似度指标。POD则比较估计流场与真实流体过程的能量分布，从而捕获时空相似度指标。

II. 相关工作

近几十年来，研究者日益关注时空过程的降阶建模，以更紧凑、高效的方式描述其特征。具有代表性的方法包括基于奇异值分解的POD [3]，，它从流体过程中识别正交模态，并将高维流体数据嵌入低维空间。其他方法包括动态模态分解（DMD） [4] 和Koopman算子 [5]，二者密切相关：DMD从流体过程中提取相干结构的低维线性模型；Koopman算子则通过将流体过程提升至无限维空间，对测量函数的演化进行建模。此外，人们提出了SINDy [6] 和熵回归 [7] 等稀疏回归技术来构建简约的流体模型，但这些方法需要预先确定候选函数库。在深度学习领域，循环神经网络已被用于对高维流场 [8] 和时空混沌过程 [9]建模。物理信息神经网络则使物理约束能够融入偏微分方程（PDE）的求解过程 [10]。尤为值得关注的是，Chen等人提出了神经常微分方程（NODE），这是一类新型连续深度残差网络 [11]。NODE及其变体天然适用于连续时间过程建模，并已展现出对多种高维动力系统进行建模的能力 [12], [13], [14]。具体而言，可轻松将卷积层、图滤波器和物理约束融入NODE模型，以改进训练 [12], [15], [16]。在本研究中，我们将采用KNODE变体，通过融入简单的归纳假设来训练流体过程模型。

时空过程采样一直是许多现实任务的重点，例如特征映射和过程监测。应用包括对相对静止对象（如珊瑚礁 [17]和地质特征 [18], ）进行映射，以及监测动态过程（如海洋流场 [19], 、石油泄漏 [20],和溶解温室气体 [21]）。利用预测模型改进机器人的采样行为，可以使采样受益。POD等降阶建模方法已被用于指导机器人团队选择采样位置，以尽量降低流场重建误差 [19],；Koopman算子已被用于提取流场的关键特征，从而提升机器人的态势感知能力 [22]。关于机器人数据采样和覆盖已有大量研究，其中许多基于使用几何先验航路点的机制，而对输入观测分布的依赖有限 [23], [24]。与完全覆盖算法相比 [25], ，自适应采样方法以牺牲完整性换取效率。即使所研究的过程变化迅速，只要正确选择采样点，子采样在许多情况下仍然有效 [26]。如果环境中存在局部方差较高的峰值，自适应采样就能利用聚类现象，比非自适应采样更准确地绘制环境场 [27]。我们的采样方法着重于在有限时间内采集有价值测量数据的密度，同时持续接收预测模型的输入，以实现对时空流体过程的持续监测。

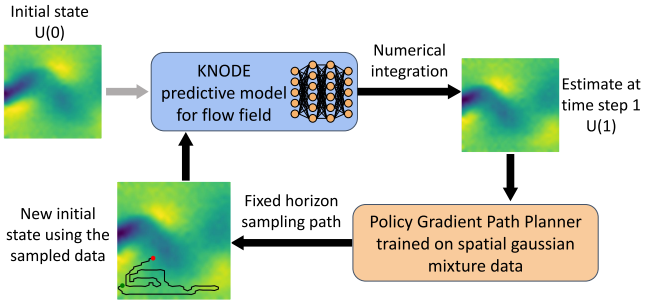


图 2。**PASST 概述：** 该图概述了我们的方法：KNODE预测模型结合基于策略梯度的路径规划，为采样机器人生成策略，以持续监测时空流体过程。

III. 问题表述

采样区域是一个具有用户定义的边界的连续二维区域 $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^2$。我们考虑一个由均匀网格单元组成的离散化区域，使得机器人的位置 x 可以表示为一对整数 $x \in \mathbb{Z}^2$。每个网格单元 $(i,\ j)$ 都具有关联的值、信息量或奖励 $q\ (i,\ j)$，机器人在该网格单元 [28]进行测量时将获得该奖励。然而，被采样的过程具有时空特性，因此奖励q 也随时间变化。因此，每个网格单元 $(i,\ j)$ 都具有关联的值 $q\ (i,\ j,\ t)$，其中 t 表示时间。给定一个有界感兴趣区域，目标是通过使用自主车辆收集测量值，高效且持续地监测时空过程。

IV. 方法

令 $\vec{x}$ 表示采样机器人在固定采样时域内访问的所有位置 $x \in \mathbb{Z}^2$ 的列表。上述持续监测时空

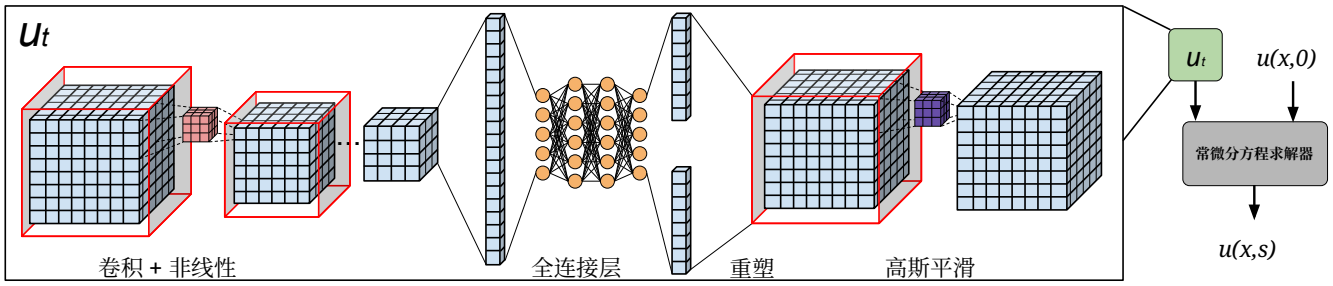


图 3. **KNODE 架构**。流场数据的输入快照首先通过卷积层进行下采样，然后传入全连接层。最后，将其重塑回原始维度，并在输出端使用高斯核进行平滑。

过程的目标可转化为：使机器人采样器在固定时间范围 T 内累积的总奖励 J 最大化。

$$J = \sum_{t=0}^{t=T} q(i,j,t) \qquad \forall (i,j) \in \vec{x} \tag{1}$$

这是一个时空过程采样问题，我们的解决方案将其拆分为两部分——

1) 流体场建模，用于预测该过程在时间维度上的演变。
2) 对空间场进行自适应采样，以高效、有选择地调查该过程。

这两个组成部分——用于时空流体过程的预测模型，以及基于奖励图的策略梯度机器人路径规划器——结合起来构成了我们提出的算法 **PASST**：基于**P**预测模型的**A**时空过程**S**自适应**S**采样。图 2 展示了**PASST**算法的概览。训练好的 KNODE预测模型以初始状态为输入，预测流体过程随时间的演变。KNODE 模型对紧接着的时间步所做的预测更准确，但随着未来时间跨度变长，预测准确度会逐渐下降。这不利于持续监测。因此，如图 2 所示，我们利用 KNODE 模型的一步预测，为机器人生成自适应采样路径。收集到固定时间范围内的场测量值后，根据采集的样本创建场的空间快照，并将其作为预测模型的初始状态，以预测该过程在后续时间步中的进一步演变。由此，规划算法利用预测模型，而预测模型则获得更新后的初始状态。这样便能持续监测时空流体过程。我们假设，与机器人采样器的移动速度相比，所监测的过程变化缓慢。在接下来的小节中，我们将详细讨论 KNODE预测模型以及基于策略梯度的空间采样器。

A. 时空过程的预测模型

考虑一个时空过程 $u(x,t) \in \mathbb{R}^n$，其中向量 u 是与该过程相关的关注量，向量 $x \in \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}^m$ 是环境 $\mathbb{Z}$中的一个位置，而 t 表示时间，我们可以使用以下偏微分方程（PDE）来描述 u 的演化：

$$u_t = \mathcal{N}(u, u_x, u_{xx}, \cdots, x, t), \tag{2}$$

其中，u_t 是 u 关于时间t的偏导数，u_x，u_{xx}，$\cdots$是 u关于空间的偏导数。给定过程$\mathcal{O} = [u(x,\ t_0)\ u(x,\ t_1)\ \cdots,\ u(x,\ t_p)]$ 在时间区间 $\mathbb{T}_{\mathcal{O}} = [t_0, t_1, \cdots, t_p]$内所有 $x \in \mathbb{Z}$ 的历史观测值，我们的目标是构建一个模型，用于预测 u 在 $\mathbb{T} = [t_{p+1}, t_{p+2}, \cdots]$处的未来值。在本工作中，我们通过使用神经网络近似 $\mathcal{N}$来构建这样的模型，该神经网络将过程的演化描述为

$$u_t = \hat{\mathcal{N}}(u; \phi), \tag{3}$$

其中，$\hat{\mathcal{N}}$ 是由 ϕ参数化的神经网络。由于该过程采用欧拉描述，且 u 的值是在固定位置观测到的，因此可以说，该过程在空间上离散化为一个常微分方程系统。

神经网络架构

$\mathcal{N}$ 的结构如图 3 所示。虽然可以灵活地将各种物理先验纳入式（3），但在本研究中，我们仅在模型中应用高斯平滑，由此得到的 KNODE 模型如下：

$$u_t = \mathcal{K}\hat{\mathcal{N}}(u; \phi), \tag{4}$$

其中，$\mathcal{K}$ 表示空间高斯平滑。在训练中，我们定义的损失函数如下：

$$L(\phi) = \frac{1}{|\mathbb{Z}|(|\mathbb{T}_{\mathcal{O}}| - 1)} \sum_{x \in \mathbb{Z}} \sum_{\substack{t \in \mathbb{T} \\ t \neq t_0}} \|\hat{u}(x,t) - u(x,t)\|_2^2, \tag{5}$$

其中，$|\mathbb{Z}|$ 和 $|\mathbb{T}|$ 分别表示格点网格的大小和观测时间步的总数。向量 $\hat{u}(x,\ t)$ 表示以 $u(x,\ t-1)$ 为初始条件的一步超前模型预测，其定义如下：

$$\hat{u}(x,t) = u(x,t-1) + \int_{t-1}^{t} \mathcal{K}\hat{\mathcal{N}}(u; \phi) dt. \tag{6}$$

实际上，方程（6）中的积分使用数值求解器进行。注意，对于 $t = 0$时刻的状态，我们用符号 $U(0)$ 表示 $u(x,\ 0\ x \in \mathbb{Z})$。

总体而言，给定观测数据，我们求解由 $\phi = \arg\min_{\phi \in \Phi} L(\phi)$ 给出的优化问题，其中 Φ 是

所有参数构成的空间。为求解这一优化任务，我们使用与 [11] 和 [14] 类似的伴随方法。也可以使用反向传播等替代方法。

B. 基于策略梯度的机器人路径规划

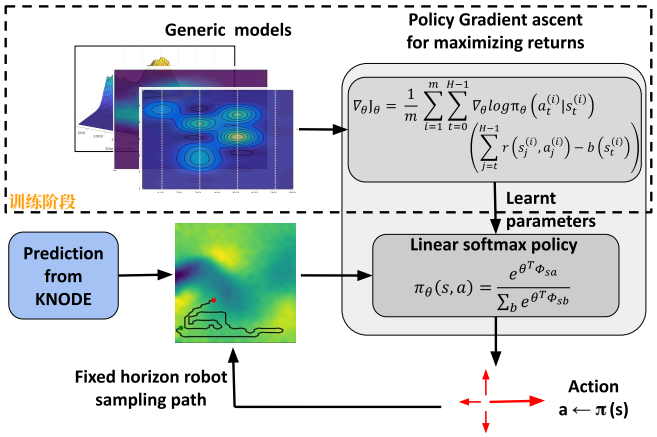


图 4. **基于策略梯度的路径规划：** 示意图展示了我们在自适应采样方法中使用的机器人路径规划算法的训练阶段和测试阶段。

在我们之前的工作中 [29]，，我们将该问题表述为马尔可夫决策过程，并应用策略梯度搜索，直接根据（模拟）经验优化策略参数$\boldsymbol{\theta}$ 。事实证明，这种方法对于从静态空间分布中采样非常高效。图 4 展示了如何利用策略梯度方法为机器人生成高奖励的非短视采样路径。本文将这种空间采样算法与流体物理预测模型相结合，为机器人生成采样路径，从而实现对时空流体过程的持续监测。

图 4 所示的策略梯度路径规划方法包含一个训练阶段，在此阶段使用通用高斯混合模型学习策略参数 $\boldsymbol{\theta}$。随后在测试阶段，将 KNODE预测模型的一步预测作为奖励图，以实时为机器人规划采样路径。沿此路径收集的测量值用于进一步生成底层时空过程的场图。该场图将作为 KNODE预测模型的下一个初始状态 $U(0)$。请注意，尽管此前的应用中曾使用 KNODE 进行在线模型 重新训练和更新 [30]，但在本工作中，我们更新的是 KNODE 模型的输入，而不是模型本身。

V. 实验与结果

我们采用三种不同的流体过程来评估我们的方法。其中两种是通过数值模拟生成的合成流体流，另一种是美国国家海洋和大气管理局（NOAA）生成的海洋临近预报数据。第一个过程是圆柱体周围的二维流动。通过求解 Navier-Stokes 方程，对 50 米 × 40 米的矩形工作空间进行流动模拟。在左边界施加均匀的入流

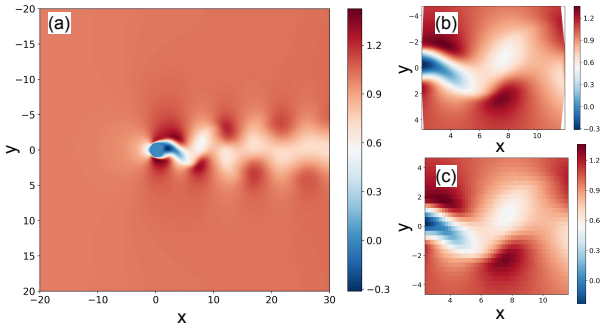


图 5. **圆柱体后方的流动。** 子图分别展示了 (a) 环境中的模拟数据、(b) 截取的流场子区域，以及 (c) 映射到格点网格上的处理后数据。所有快照均取自第 200 个时间步，此时涡脱落已达到稳定状态。

速度剖面，右边界则设为零压力出流。圆柱体半径为 1 米，中心位于 (0, 0)。该流动的雷诺数为 200。对于训练数据，我们在工作空间中选取一个 10 米 × 10 米的子区域，然后通过线性插值将数据处理为格点网格，得到一个 30 × 30 的网格。图 5 展示了模拟工作空间、子区域和处理后的训练数据。到第 200th 帧时，涡脱落已充分发展，因此训练数据为第 200th 至第 300th 帧的流场，共计 100 步。第 300th 至第 400th 帧用作测试数据。

我们考虑的第二种流体过程是上述二维涡脱落流动的一种变体，其中圆柱体以每 96 个时间步振荡一次的频率上下振荡。此过程用于验证**PASST** 算法能否推广到训练数据范围之外的流体过程并从中采样。为此，我们仅使用静止圆柱涡脱落数据进行训练，并在振荡圆柱产生的涡脱落过程中测试采样性能。

我们仅使用静止圆柱体的流场数据训练模型。模型架构如图 3 所示。具体而言，我们使用五个卷积层、两个线性层，以及一个卷积核大小为 5、方差为 0.1 的高斯平滑层。此外，我们添加了方差为 0.001 的零均值高斯白噪声，这有助于稳定模型 [9]。我们使用学习率为 0.001 的 Adam 优化器，共训练了 1981 个训练轮次。

A. KNODE 模型评估

为了评估训练后流体模型的性能，我们采用定量指标和定性指标。请注意，本研究的目标并非构建最准确的流体模型，而是展示不完美的流体模型与自适应采样相结合，能够相互提升性能。

对于定量指标，我们使用训练好的流体模型，从一组初始条件出发，对不同时间跨度进行预测，然后计算均方

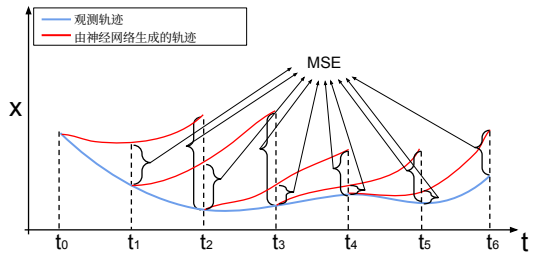


图 6. **评估指标**。 前瞻为 2 时计算总均方误差的示例。

误差（MSE）以及预测结果与真实值之间的平均余弦距离。我们使用均方误差评估学习到的流场的大小，使用余弦距离评估速度向量的方向，用法与 [8]类似。具体而言，对于训练集、测试集和振荡圆柱数据集，我们将数据中的每个快照都用作初始条件，以使用学习到的模型生成预测结果。从每个初始条件出发进行预测的步数称为前瞻。该指标如图 6 所示。

对于定性指标，目标是评估学习模型生成的流场是否“类似于”真实值。为此，我们采用探测概率来比较学习流场的能量分布 [3]。

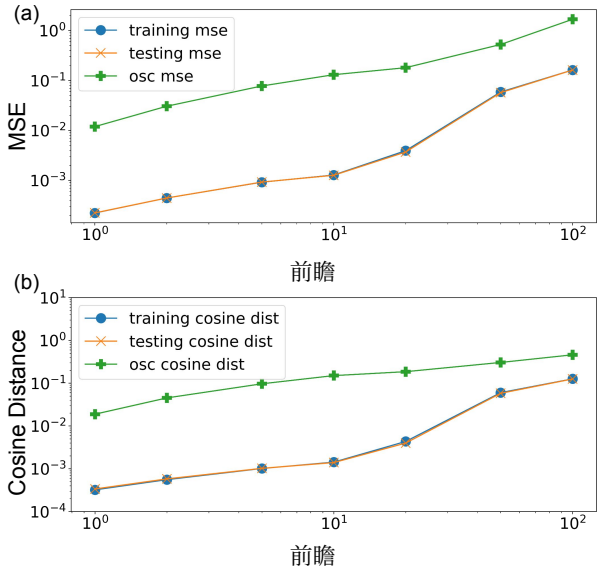


图 7. **流场模型评估**。 训练数据、测试数据以及带振荡圆柱体的涡脱落数据上的 (a) 均方误差和 (b) 余弦距离图。前瞻分别为 1、2、5、10、20、50、100 和 。

均方误差和余弦相似度如图 7 所示。这里有三个关键观察结果。首先，可以观察到，随着前瞻时间范围的增加，误差也随之增大；也就是说，数值积分从初始条件出发，在更长的时间范围内进行。这对于微分方程的解而言是正常的，因为随着误差累积，解可能会随时间漂移。通过采样，我们的方法能够更新模型所使用的初始条件，从而纠正漂移。其次，

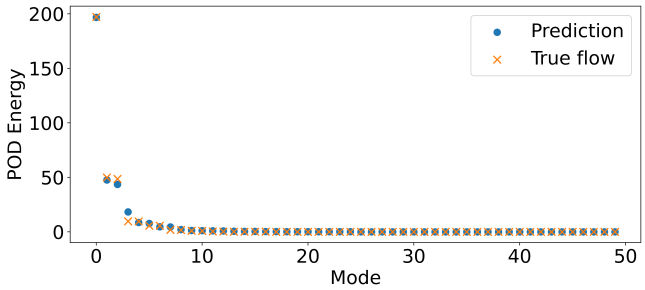


图 8. **探测概率能量图：** 第 300 至第 350 个快照中的 (a) 真实流场和 (b) 预测流场。可以观察到，预测流场的能量分布与真实流场相似。

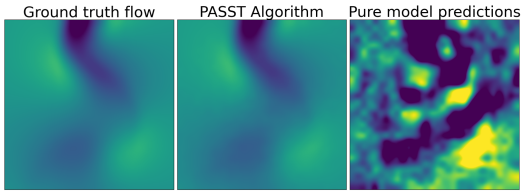
对于涡脱落，模型在训练数据和测试数据上的表现大致相同。这是由于流动具有周期性。在测试数据上误差相近，意味着所学习的模型已正确捕捉到流动所呈现的极限环。最后，振荡圆柱体周围流动的误差远高于圆柱体静止时的误差。这表明圆柱体振荡时出现了分布偏移。均方误差和余弦相似度的具体数值见附录。

此外，如图 8 所示，学习到的模型能够生成能量分布与真实值相似的流场。采用能量最高的前四个基，预测流场和真实流场分别捕获了 89.8% 和 91.8% 的能量。

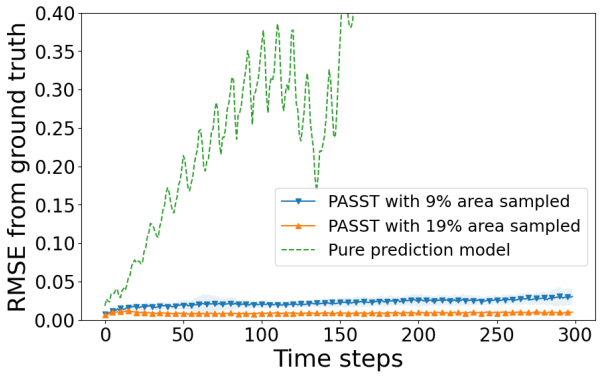
请注意，尽管涡脱落具有周期性，但任何基于微分方程的模型在进行长时间范围预测时都无法避免出现漂移，如图 7 所示。因此，这是一个很好的示例，说明采样如何帮助减轻解中的漂移。此外，研究已表明，KNODE 能够对更复杂的流动进行建模，例如时空混沌流动 [14]，这将是未来的研究工作。

B. PASST 算法的评估

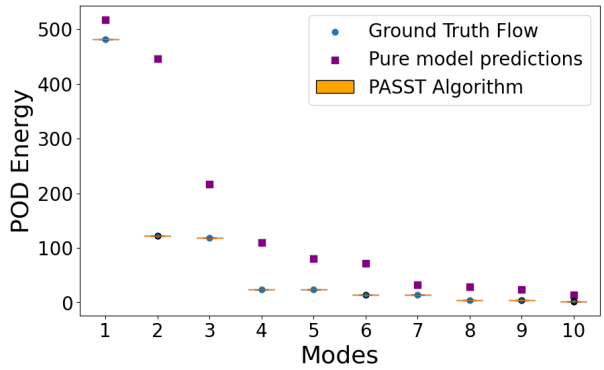
V-A小节的结果表明，训练好的预测模型能够很好地预测未来约五十个时间步的流场。但是，从初始状态开始预测数百个时间步后，预测质量会逐渐下降。为了持续理解时空过程，我们需要能够准确且稳定地估计流体过程在较长时间内的演变。我们通过将预测建模、自适应空间采样与机器人相结合来实现这一点。我们利用模型的短期预测，并规划能够最大化采样奖励的轨迹。在固定时间范围内收集一组测量值后，通过使用高斯过程拟合采样数据生成场图，并将其作为预测模型的下一个初始状态。因此，KNODE预测模型与基于策略梯度的采样之间的循环，即使在长期持续监测中，也能持续获得很高的重新评估分数。



(a)



(b)

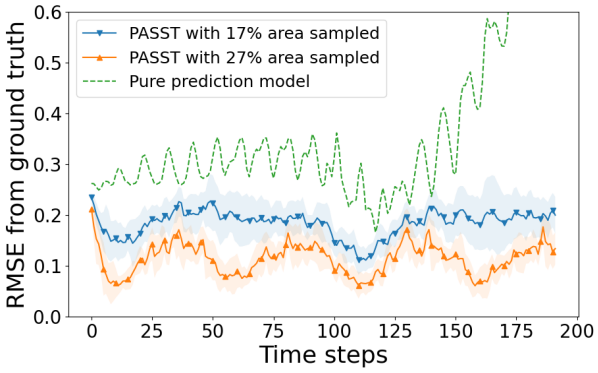


(c)

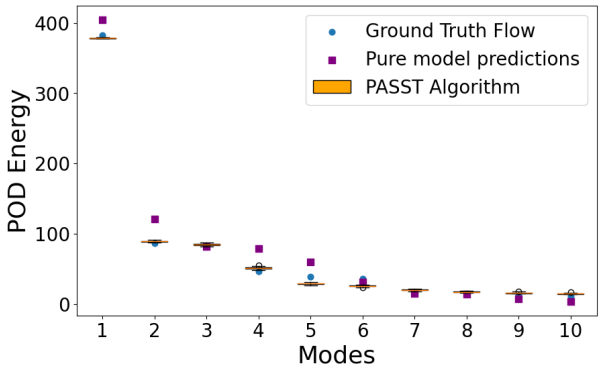
图9. (a) 比较 PASST 与纯模型预测在采样过程进行 250 个时间步后得到的流场二维可视化结果。(b) 展示重构状态与底层真实场之间的均方根误差。(c) 展示预测流场及真实流场的 POD 能量图。可以观察到，PASST 得到的预测流场与真实流场具有相似的能量分布。所展示的结果来自 30 次试验。

首先，我们展示在第一个涡脱落流体过程上评估 PASST 的结果，其中圆柱体静止于场域中央。我们计算了与之前类似的指标——图 9(b) 展示了真实值与 PASST 算法对该流体过程的时间估计值之间的均方根误差（RMSE）。我们尝试了 6 种不同的机器人路径长度，即每次将初始状态重新初始化至 KNODE 之间的路径长度，因此覆盖面积各不相同。为简洁起见，我们仅展示 6 种变化中的 2 个代表性案例。PASST 算法的所有评估结果均来自 30 次试验。均方根误差图表明，即使机器人采样仅增加了少量数据，我们仍能长期持续监测该流体过程。对于定性指标，目标是评估 PASST 算法生成的流动是否与真实值“相似”。为此，我们采用 POD 比较估计流场 [3] 的能量分布。在图9(c)中可以观察到，PASST 得到的预测流场与真实场具有相似的能量分布。

图10展示了在第二种涡脱落流体过程中对 PASST 进行评估的结果，其中圆柱体以每 96 个时间步振荡一次的速率从上向下振荡。在这组实验中，KNODE预测模型仅使用静止圆柱涡脱落数据进行训练，而**PASST** 算法则利用该模型的预测结果，从振荡圆柱涡脱落数据中进行采样。这些结果表明，即使没有经过完美训练的预测模型，所提出的**PASST** 算法也能够高效采样。图10中的这些图验证了**PASST** 算法能够泛化到训练数据范围之外的流体过程并从中采样。尽管图10(a)中的均方根误差略高，但如图所示，我们的算法（PASST）仍能够以有界误差持续监测流体过程。



(a)



(b)

图 10。（a）展示重构状态与其对应真实场之间的均方根误差。（b）展示预测流场和真实流场的探测概率能量图。可以观察到，PASST 预测的流场与真实流场具有相似的能量分布。所示结果来自 30 次试验。

C. 海洋临近预报数据实验

接下来，我们考虑由美国国家海洋和大气管理局生成的北大西洋海洋流动临近预报数据。该数据，

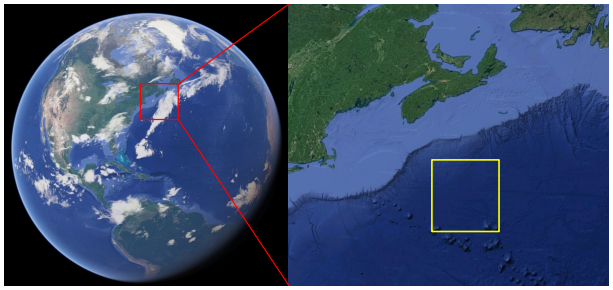


图 11. 北大西洋临近预报数据的边界框。

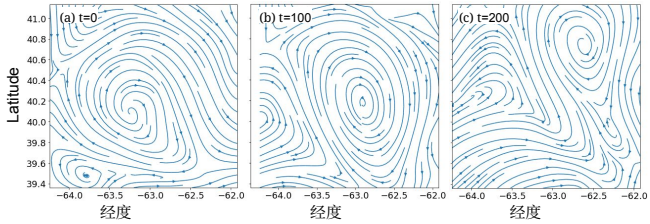


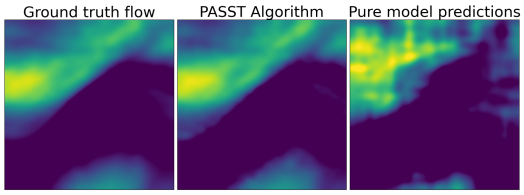
图 12. NOAA数据在各时刻的流线图：(a) t = 0，(b)t = 100 = 200，(c) t 。

下文简称 NOAA数据，同样采用 30 × 30 网格，经度和纬度方向的空间分辨率均约为 6.6 km。所研究的海域位于纬度 39.360065 至 41.130714、经度 -64.240000 至 -61.920040 的边界框内，如图 11 所示。数据为持续 21 天的逐小时临近预报，时间范围从 11 月 2nd 至 11 月 22nd 2021（共 504 个数据点）。图 12 使用流线展示了时间步 0、100 和 200 的流场快照。训练所用模型与涡脱落任务所用模型相同。模型采用了与图 3 所示相同的架构。

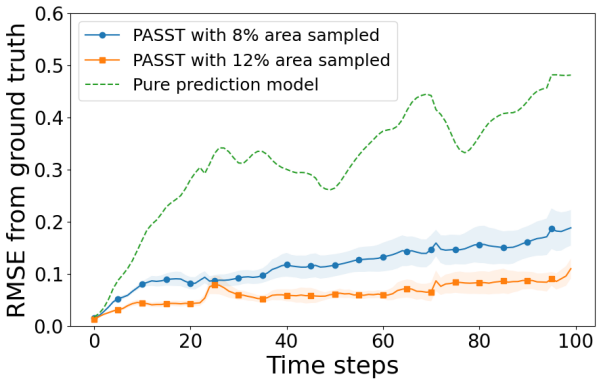
图 13(b) 和图 13(c) 分别展示了与之前类似的性能指标：均方根误差和探测概率。与仅使用纯模型预测结果相比，我们的 PASST 算法的均方根误差曲线确实有了显著改善。然而，曲线似乎缓慢上升，并未呈现其他两个测试案例中出现的有界特性。一个可能的原因是采样器每次重新初始化之间的覆盖面积较小，因此需要更长时间才能达到平台期。此外，本实验所考虑区域的实际尺寸较大，因此，为了在重新初始化之间进一步扩大覆盖范围而增加机器人路径长度，并不太现实。我们计划在不久的将来通过仿真检验这一假设。

VI. 结论与未来工作

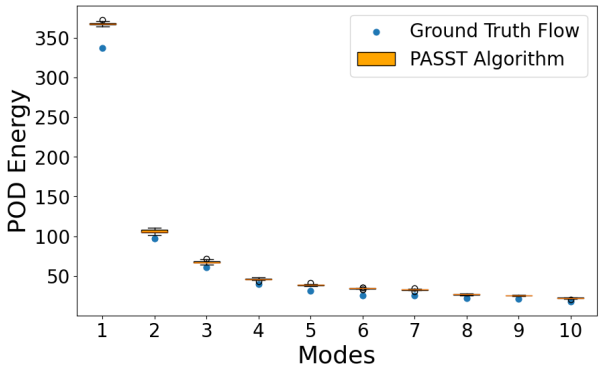
本文提出了一种在线自适应采样算法，该算法利用预测模型持续监测时空流体过程（**PASST** 算法）。我们在数值模拟数据和海洋临近预报数据上进行的评估，不仅凸显了该方法的优势，也证明了其应用于真实世界数据采集问题的可行性。性能指标均方根误差和探测概率验证了该方法在定量和



(a)



(b)



(c)

图 13. **海洋临近预报数据：**（a）使用 PASST 和纯模型预测结果对流场进行二维可视化对比。（b）展示重构状态与底层真实场之间的均方根误差。（c）展示预测流场及真实流场的 POD 能量图。可以观察到，PASST 得到的预测流场与真实值具有相似的能量分布。所展示的结果来自 30 次试验。

定性方面的表现：PASST 算法能够持续监测时空过程，并准确重构流体流动动力学。

我们认为这项工作有多个未来发展方向。我们计划将这项工作扩展到机器人团队采样，以便监测远超单个机器人所能覆盖规模的过程。这也将带来一些有趣的研究问题，例如自适应采样背景下的神经网络共识和多智能体强化学习。此外，我们方法中的预测模型可以替换为其他建模方法。我们将采用长短期记忆网络和 Transformer 等替代模型来比较性能。另一个潜在的扩展方向是对预测模型进行在线学习，即不仅更新模型的输入，还在机器人部署期间重新训练模型本身

。最后但同样重要的是，我们计划在天然水体中开展真实世界实验，以验证我们的算法。

附录

A. 训练设置

我们使用欧拉方法作为数值求解器，并在每个采样区间内让欧拉方法执行 6 步。训练 KNODE 模型时，我们将采样得到的完整 100 步流场数据作为一个批次进行训练。对于 NOAA数据，总共采样了 400 步，超出了GPU内存容量，因此我们将数据分成 3 个批次，其中将 i^{th} 快照纳入（i模 3）th 批次。

详细的神经网络架构如表 I 所示。

表 I 用于学习流场的神经网络架构。

层	Type	输出通道数	卷积核大小	步幅	填充 g	激活函数
1	Conv	32	3	1	0	Tanh
2	Conv	64	3	1	0	Tanh
3	Conv	128	3	2	1	Tanh
4	Conv	128	3	2	1	Tanh
5	Conv	128	3	2	0	Tanh
6	线性	128	3	2	1	ReLU
7	线性	128	3	2	1	ReLU

致谢

本研究得到 NSF DUE-1839686 和 NSF IIS 1910308 的支持。

参考文献

[1] 美国国家海洋和大气管理局。（2018年）我们探索了多少海洋？ [在线]。可访问：https://oceanservice.noaa.gov/facts/exploration.html [2] S. L. Brunton、B. R. Noack和P. Koumoutsakos，“流体力学中的机器学习”，《流体力学年度评论》，第52卷，第1期，第477–508页，2020年。[3] P. Holmes、J. L. Lumley和G. Berkooz，《湍流、相干结构、动力系统与对称性》，剑桥力学专著丛书。剑桥大学出版社，1996年。[4] P. J. Schmid，“动态模态分解及其变体”，《流体力学年度评论》，第54卷，第1期，第225–254页，2022年。[5] I. Mezi´c，“通过Koopman算子的谱性质分析流体流动”，《流体力学年度评论》，第45卷，第1期，第357–378页，2013年。 [在线]。可访问：https: //doi.org/ 10 1146 011212 140652 。/ annurev-fluid- - [6] S. Brunton、J. Proctor和J. Kutz，“从数据中发现控制方程：非线性动力系统的稀疏辨识”，美国国家科学院院刊，第113卷，3937，09 2015 3932p. – .[7] A. A. R. AlMomani、J. Sun和E. Bollt，“熵回归如何在非线性系统辨识中解决离群值问题”，《混沌：非线性科学跨学科期刊》，第30卷，第1期，第 013107, 2020 [ ] 10 1063 1 5133386 页。在线。[8] 可访问：https://doi.org/ 。/。M. Qraitem、D. Kularatne、E. Forgoston和M. A. Hsieh，“弥合差距：利用机器学习解决建模不当的动力学问题”，《物理学*D*：非线性现象》，第414卷，2020年12月。[9] A. Wikner、J. Pathak、B. Hunt、M. Girvan、T. Arcomano、I. Szun-yogh、A. Pomerance和E. Ott，“结合机器学习与基于知识的建模，实现大规模、复杂时空系统的可扩展预测和亚网格尺度闭合”，《混沌》，第30卷，第053111页，2020年5月。[10] G. E. Karniadakis、I. G. Kevrekidis、L. Lu、P. Perdikaris、S. Wang和L. Yang，“物理信息机器学习”，《自然评论：物理学》，第3卷，第422–440页，2021年6月。[11] T. Q. Chen、Y. Rubanova、J. Bettencourt和D. Duvenaud，“神经常微分方程”，载于*NeurIPS*，2018年，第6572–6583页。[12] Y. Wu、T. Z. Jiahao、J. Wang、P. A. Yushkevich、M. A. Hsieh和J. C. Gee，“Nodeo：一种用于可变形图像配准的神经常微分方程优化框架”，2022年。[13] M. Gelbrecht、N. Boers和J. Kurths，“混沌系统的神经偏微分方程”，《新物理学杂志》，第23卷，2021年3月。[14] T. Z. Jiahao、M. A. Hsieh和E. Forgoston，“非线性动力学与混沌的基于知识的学习”，《混沌》，第31卷，第11期，第111101页，2021年。[15] C. Zang和F. Wang，“复杂网络上的神经动力学”，载于第*26*届*ACM SIGKDD*国际知识发现与数据挖掘会议论文集，2020年，第892–902页。[16] T. Duong和N. Atanasov，“用于动力学学习与控制的se(3)流形上的基于哈密顿量的神经常微分方程网络”，2021年。[17] L. G. Prasad Antervedi、Z. Chen、H. Anand、R. Martin、R. Arrowsmith和J. Das，“使用自主水下航行器进行地形相对潜水员跟随，以实现珊瑚礁测绘”，载于*2021*年*IEEE*第*17*届自动化科学与工程国际会议（*CASE*），2021年，第2307–2312页。[18] Z. Chen、J. R. Arrowsmith和J. Das，“脆弱地质特征的自主机器人测绘”，*arXiv*预印本 *arXiv:2105.01287*，2021年。[19] T. Salam和M. A. Hsieh，“机器人团队对动态过程进行自适应采样与降阶建模”，《*IEEE*机器人与自动化快报》，第4卷，第2期，第477–484页，2019年。[20] M. Pashna、R. Yusof、Z. H. Ismail、T. Namerikawa和S. Yazdani，“基于混合模糊分布和势场方法的海面石油泄漏自主多机器人跟踪系统”，《海洋工程》，第207卷，第107238页，2020年。[21] D. P. Nicholson、A. P. Michel、S. D. Wankel、K. Manganini、V. Preston、R. Sugrue和Z. Sandwith，“使用Chemyak自主水面航行器快速测绘新英格兰两个河口的溶解温室气体”，载于*2018*年海洋科学会议。美国地球物理联合会，2018年。[22] T. Salam、V. Edwards和M. A. Hsieh，“学习并利用类流动环境中的特征以提升态势感知能力”，《*IEEE*机器人与自动化快报》，第7卷，2078，2022年2，2071 no. pp. – .[23] A. Bender、S. B. Williams和O. Pizarro，“大尺度底栖环境的自主探索”，载于*IEEE*国际机器人与自动化会议，2013年5月，第390–396页。[24] O. K. Stephanie Kemna、Sara Kangaslahti和G. S. Sukhatme，“自适应采样：算法与人工航路点选择”，载于机器人与自动化国际会议，2018年5月。[25] H. Choset和J. Burdick，“基于传感器的运动规划：分层广义Voronoi图”，《机器人运动与操作算法》，第47–61页，1996年。[26] R. Venkataramani和Y. Bresler，“多频带信号亚奈奎斯特非均匀采样中的完美重构公式与混叠误差界”，《*IEEE*信息论汇刊》，第46卷，第6期，第2173–2183页，2000年。[27] S. Manjanna和G. Dudek，“利用多尺度路径对海洋航行器进行数据驱动的选择性采样”，载于*2017*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*）。IEEE，2017年，第6111–6117页。[28] S. Manjanna、H. van Hoof和G. Dudek，“基于非均匀状态表示的强化学习与自适应搜索”，载于*2018*年*IEEE*安全、防护与救援机器人国际研讨会（*SSRR*）。IEEE，2018年，第1–7页。[29] S. Manjanna、M. A. Hsieh和G. Dudek，“用于信息引导的空间采样的可扩展多机器人规划”，《自主机器人》，第46卷，第7期，第817–829页，2022年。[30] T. Z. Jiahao、K. Y. Chee和M. A. Hsieh，“用于预测控制的在线动力学学习及其在空中机器人中的应用”，载于第*6*届机器人学习年度会议，2022年。