arXiv:2304.00758v1 [physics.plasm-ph] 3 Apr 2023

TJ-K仿星器的GBS等离子体湍流模拟验证

TJ-K仿星器

A. J. Coelho，J. Loizu，P. Ricci

洛桑联邦理工学院 (EPFL)，瑞士等离子体中心 (SPC)，CH-1015 洛桑，

瑞士

M. Ramisch[1]，**A. K¨ohn-Seemann**[1]，**G. Birkenmeier**[2,3]，**K. Rahbarni** a[4]

1. 斯图加特大学界面过程工程与等离子体技术研究所（IGVP），德国斯图加特，邮编70569

2. 马克斯·普朗克等离子体物理研究所，德国加兴Boltzmannstr. 2，邮编85748 3. 慕尼黑工业大学物理系E28，德国加兴James-Franck-Str. 1，邮编85748，

德国

4. 马克斯·普朗克等离子体物理研究所，德国格赖夫斯瓦尔德，邮编17491

电子邮箱：antonio.coelho@epfl.ch

摘要。 本文展示了对 TJ-K 仿星器中等离子体湍流三维双流体模拟的验证。TJ-K 是一项非常适合开展湍流测量的低温等离子体实验。该模拟由 GBS 代码完成；该代码近期已适配为可模拟三维磁场。比较结果表明，GBS 再现了装置中观测到的主要湍流性质，即输运主要由极向模数较低的涨落主导。我们在一个具有椭圆形磁通面的极向平面上比较了径向 E×B 湍流通量的极向依赖性

常好；而在另一个具有三角形磁通面的平面上，两者的吻合较差。两种情况下，模拟都低估了涨落水平。模拟较好地再现了平衡密度剖面，但电子温度和静电势剖面对源项的强度及局域位置非常敏感，因此与实验测量结果吻合不佳。

1. 引言

随着仿星器逐渐成为聚变反应堆的一种可行方案 [1, 2], ，流体代码也在扩展至非轴对称磁场几何，以研究仿星器边界处等离子体湍流的性质。BSTING 是 BOUT++代码的扩展版， [3], 模拟了旋转椭圆中的种子丝状结构 [4]。近期，首次使用 GBS 代码开展的仿星器全局通量驱动模拟 [5, 6, 7],考虑了由 Dommaschk 势产生的真空磁场，并报告了与托卡马克模拟存在显著差异，具体而言，存在一种低m 模，其中 m 为极向模数，且该模主导着湍流输运 [8]。这一令人意外的结果表明，有必要验证仿星器中的湍流模拟。

本文首次展示了对仿星器构型中等离子体湍流模拟的验证，并将模拟结果与实验测量进行了比较。我们将 TJ-K 仿星器中进行的氦放电与使用 GBS 代码开展的模拟进行了比较。TJ-K 是一项非常适合与模拟进行详细比较的仿星器实验 [9]。由于等离子体密度和电子温度较低，朗缪尔探针能够探测整个等离子体体积，并提供平衡态和湍流测量数据，从而便于与模拟结果进行比较。此外，由于 TJ-K 整个等离子体体积内的碰撞性都很高，GBS 所求解的流体方程在核心区和边界区域均适用。最后，该装置尺寸较小，因此从计算成本的角度来看，对其进行模拟很有吸引力，

此前对 TJ-K 湍流的建模，要么采用板状几何下经过修改的 Hasegawa-Wakatani 模型，[10, 11] 要么在简化几何中使用具有 TJ-K 特征等离子体参数的流体模型，[12]。由于这些模型较为简单，研究并未尝试将模拟结果与实验结果进行详细的一一对比。本文借鉴了 GBS 在轴对称构型实验中的既有验证工作 [13, 14, 15, 16]。得益于 GBS模拟代码采用全 f 方法，不区分背景与涨落，我们对平衡态量以及涨落量（密度和静电势）均进行了验证。

本文结构如下：第 2 节介绍 TJ-K实验；第 3 节介绍 GBS 中实现的物理模型；第 4 节展示模拟结果，并报告这些结果与 TJ-K实验的验证情况。最后，我们在第 5 节讨论研究结果并总结全文。

2. TJ-K实验

TJ-K 是一台六场周期仿星器，大半径为 0.6 m，小半径约为 0.1 m [9]。如图所示，真空磁场由一条绕容器缠绕六圈的螺旋线圈和两个垂直场圆形线圈产生。1。磁场强度约为 70 mT。四个不同环向角处的庞加莱截面如图所示。′2，其中环形容器以灰色显示。

TJ-K 仿星器的 *GBS* 等离子体湍流模拟验证实线表示闭合磁通面，虚线表示开放5磁通面。最后闭合磁通面（LCFS）以红色表示。事实上，在每个场周期内的两个不同极向平面上，等离子体分别受容器顶部和底部的限制。旋转变换的剖面近乎平坦，在磁轴处的值为 $\iota = 0.28$ （下文将磁轴定义为坐标 R_{axis} 和 Z_{axis}，它们随环向角 ϕ 变化）。

在 TJ-K 中，等离子体击穿和加热通过电子回旋共振加热（ECRH）实现，采用一套 2.45 GHz、加热功率最高可达 6 kW 的微波系统 [17]。使用氢气或氦气时，可获得典型的线平均等离子体密度，数量级为 $10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$，电子温度约为 10 电子伏特，而离子温度较低（离子温度小于 1 电子伏特）。由此得到的等离子体碰撞性为 $\nu^* \simeq 10$，其中 ν^* 定义为俘获粒子碰撞频率与香蕉轨道弹跳频率之比。因此，TJ-K 等离子体处于 Pfirsch-Schl¨uter 区域 [18]。

TJ-K朗缪尔探针可实现空间分辨率良好的测量。使用可径向移动的朗缪尔探针测量密度和电子温度的径向剖面，并使用发射探针测量静电势的径向剖面。此外，使用两个多探针阵列测量密度和等离子体电势涨落，每个阵列均由64个朗缪尔探针组成，分别位于两个不同的环向位置：一个位于 $\phi = 30^\circ$ 处的外侧端口（OPA），另一个位于 $\phi = 10^\circ$处的顶部端口（TPA）。如图所示，探针尖端与同一磁通面对齐

*TJ-K*仿星器的*GBS*等离子体湍流模拟验证见图1。以下将该磁通面称为参考面， 6 它对应于图 ′2的庞加莱图中的橙色磁通面。这两个阵列可对电势涨落和密度涨落随极向角 θ的变化进行详细测量。特别是，径向 E ×B 湍流粒子通量的计算公式为

$$\Gamma^{\mathrm{exp}}_{E\times B}(\theta_i) = \frac{1}{B_i}\left\langle -\frac{\widetilde{\Phi}_{\mathrm{fl},i+1} - \widetilde{\Phi}_{\mathrm{fl},i-1}}{2\Delta y}\widetilde{I}_{\mathrm{sat},i}\right\rangle_t , \tag{1}$$

~ ~其中，$\Phi_{\mathrm{fl},i}$ 和 $I_{\mathrm{sat},i}$ 分别表示第 i 个探针在环向位置 θ_i测得的浮动电势和离子饱和电流涨落， B_i 是同一位置的磁场强度， $\Delta y \approx 8$mm 是覆盖磁通面的相邻探针尖端之间的距离。64 个探针尖端交替测量~ ~Φ_{fl}和 I_{sat}，因此使用探针尖端 $\{i-1, i, i+1\}$ 计算 θ_i处的通量。对以 1 MHz 采样的数据取 1024 ms 时间平均，因此均值的不确定度极小。可能由探针错位造成的系统误差，其最大相对值估计为 13% [19]。实验中温度涨落可以忽略，因此在计算 $\Gamma^{\mathrm{exp}}_{E\times B}$ 时使用浮动电势而非等离子体电势是合理的 [20]。

3. GBS模拟

GBS [5, 6, 7] 是一种三维全局双流体磁通驱动代码，用于求解 [21], 适用于高碰撞性区域的漂移约化布拉金斯基方程。这种区域常见于磁约束聚变装置的等离子体边界以及其核心区

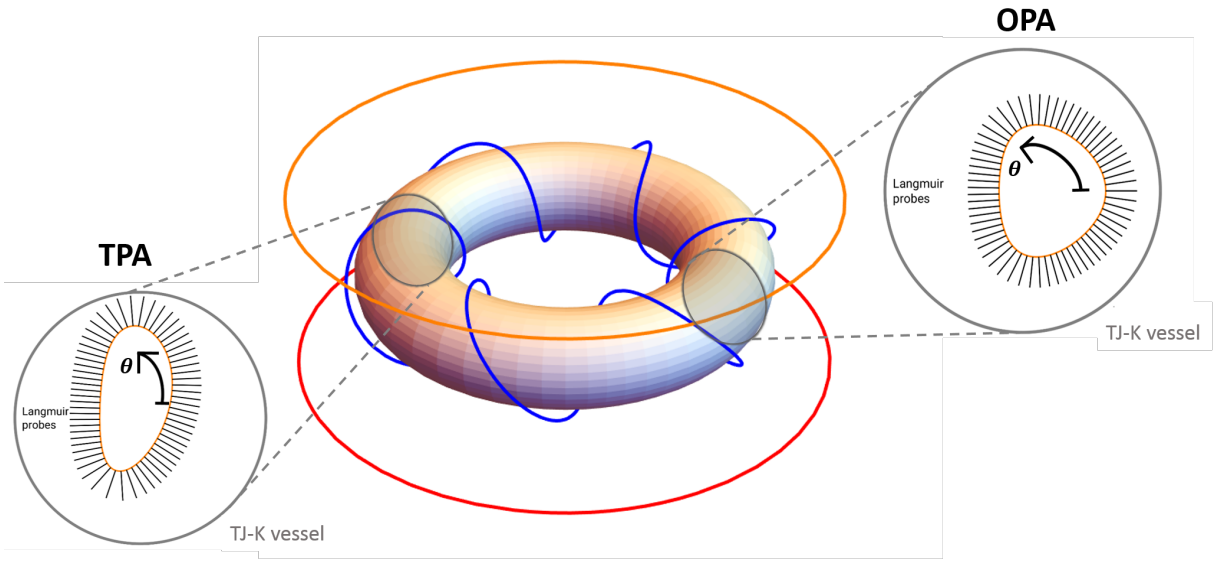

图1. TJ-K实验示意图。磁场由一个螺旋线圈（蓝色）和两个垂直场圆形线圈（橙色和红色）产生。两个多朗缪尔探针阵列沿同一磁通面分布在不同的两个环向角（TPA和OPA）处。

例如 TJ-K 等低温装置。GBS 对所有物理量进行时间演化，不区分平衡态部分和涨落部分。本文考虑冷离子和静电极限，采用布辛涅斯克近似 [5]，并忽略陀螺黏性项以及与中性粒子动力学的耦合 [22]。在这些近似条件下，本文所考虑模拟中由 GBS 演化的漂移约化模型为：

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\rho_*^{-1}}{B}\left[\Phi, n\right] - \nabla_\parallel(nV_{\parallel e}) + \frac{2}{B}\left[C(p_e) - nC(\Phi)\right] + D_n\nabla_\perp^2 n + D_n^\parallel\nabla_\parallel^2 n + \mathcal{S}_n \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_e}{\partial t} = &-\frac{\rho_*^{-1}}{B}\left[\Phi, T_e\right] - V_{\parallel e}\nabla_\parallel T_e + \frac{4T_e}{3B}\left[\frac{C(p_e)}{n} + \frac{5}{2}C(T_e) - C(\Phi)\right] \\ &+ \frac{2T_e}{3n}\left[0.71\nabla_\parallel j_\parallel - n\nabla_\parallel V_{\parallel e}\right] + D_{T_e}\nabla_\perp^2 T_e + \chi_{\parallel e}\nabla_\parallel^2 T_e + \mathcal{S}_{T_e}\end{aligned} \tag{3}$$

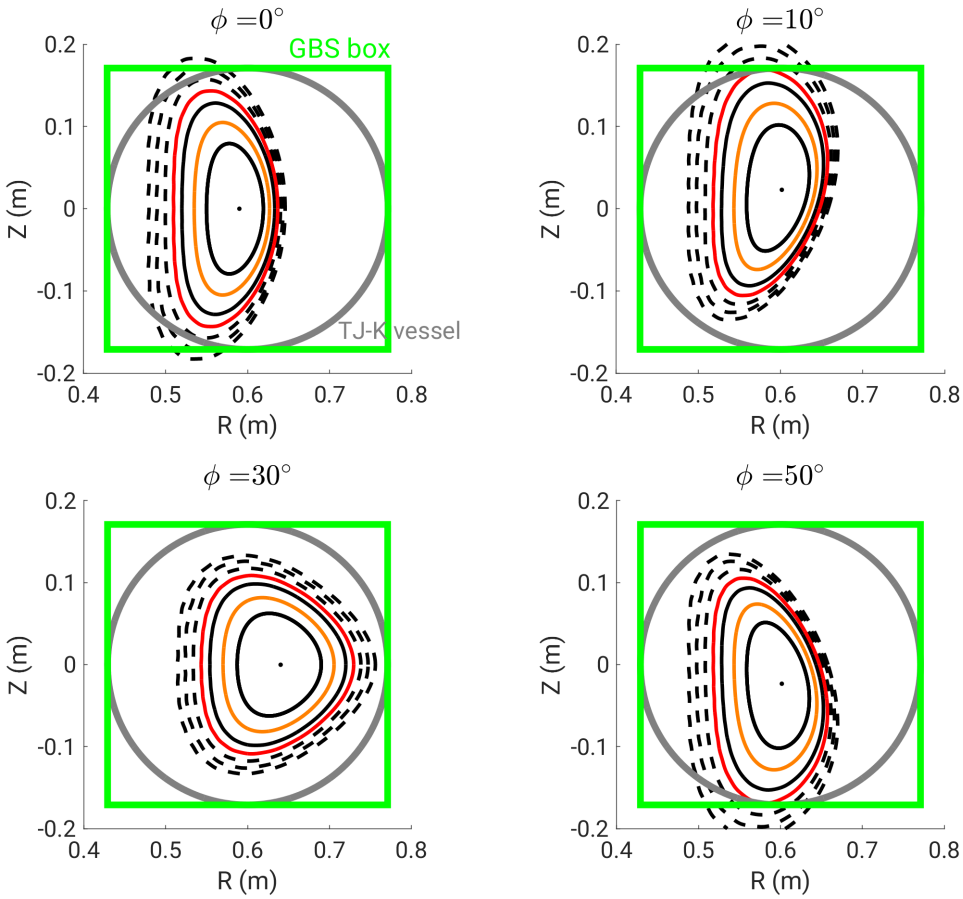

图 2. TJ-K磁场在四个不同环向角下的庞加莱截面图。圆形容器以灰色表示，GBS模拟区域以绿色表示。闭合磁通面用实线表示，开放磁通面用黑色虚线表示。两者由红色的最后闭合磁通面分隔。橙色线表示进行密度和电势涨落测量的表面（称为参考面）。

$$\frac{\partial V_{\parallel e}}{\partial t} = -\frac{\rho_*^{-1}}{B}\left[\Phi, V_{\parallel e}\right] - V_{\parallel e}\nabla_\parallel V_{\parallel e} + \frac{m_i}{m_e}\left[\nu j_\parallel + \nabla_\parallel \Phi - \frac{\nabla_\parallel p_e}{n} - 0.71\nabla_\parallel T_e\right] + \eta_{0e}\nabla_\parallel^2 V_{\parallel e} + D_{V_{\parallel e}}\nabla_\perp^2 V_{\parallel e} \tag{4}$$

$$\frac{\partial V_{\parallel i}}{\partial t} = -\frac{\rho_*^{-1}}{B}\left[\Phi, V_{\parallel i}\right] - V_{\parallel i}\nabla_\parallel V_{\parallel i} - \frac{1}{n}\nabla_\parallel p_e + \eta_{0i}\nabla_\parallel^2 V_{\parallel i} + D_{V_{\parallel i}}\nabla_\perp^2 V_{\parallel i} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{\rho_*^{-1}}{B}\left[\Phi, \omega\right] - V_{\parallel i}\nabla_\parallel \omega + \frac{B^2}{n}\nabla_\parallel j_\parallel + \frac{2B}{n}C(p_e) + D_\omega \nabla_\perp^2 \omega + D_\omega^\parallel \nabla_\parallel^2 \omega \tag{6}$$

$$\nabla_\perp^2 \Phi = \omega \tag{7}$$

公式（2-7）中的所有量均按参考值归一化。密度 n 和电子温度 T_e 分别按参考值 n_0 和 T_{e0}归一化；电子平行速度 $V_{\parallel e}$ 和离子平行速度 $V_{\parallel i}$ 均按声速 $c_{s0} = \sqrt{T_{e0}/m_i}$归一化；涡量 ω 和静电势 Φ分别按$T_{e0}/(e\rho_{s0}^2)$和 T_{e0}/e归一化；时间按 R_0/c_{s0}归一化，其中 R_0 为装置大半径；垂直长度和平行长度分别按离子声波拉莫尔半径 $\rho_{s0} = \sqrt{T_{e0}m_i}/(eB_0)$和 R_0归一化。归一化的平行电流为$j_\parallel = n(V_{\parallel i} - V_{\parallel e})$，磁场 B 按~~其在~~磁轴处的范数 B_0归一化。

方程中的无量纲参数包括：归一化离子声波拉莫尔半径 $\rho_* = \rho_{s0}/R_0$；归一化电子和离子平行扩散率，$\chi_{\parallel e}$ 和 $\chi_{\parallel i}$ （此处视为常数）；归一化电子和离子黏度，η_{0e}和 η_{0i}，我们也将其设为常数；以及归一化斯皮策电阻率$\nu = \nu_0 T_e^{3/2}$，其中 ν_0 见参考文献 [23]。为提高数值计算的稳定性，引入了 $D_n\nabla_\perp^2 n$和 $D_n^\parallel \nabla_\parallel^2 n$ 等较小的数值扩散项（其他场也采用类似处理），而模拟结果表明，这些扩散项导致的垂直输运显著低于湍流输运。

GBS 对 *TJ-K* 仿星器等离子体湍流模拟的验证代码稳定性，并且模拟结果表明, 10 这些项导致的垂直输运显著低于湍流输运。项 $\mathcal{S}_n$ 和 $\mathcal{S}_{T_e}$ 表示密度和电子温度的归一化源项。文献 [24, 25], 中描述的磁预鞘边界条件，适用于磁力线与壁面相交处的所有物理量，但密度和涡量除外。这两者分别满足 $\partial_s n = 0$和 $\omega = 0$，其中 s 表示壁面法向方向。

方程（2-7）中出现的归一化几何算子包括平行梯度 $\nabla_\parallel u = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{\nabla} u$、泊松括号 $[\Phi, u] = \boldsymbol{b} \cdot [\boldsymbol{\nabla}\Phi \times \boldsymbol{\nabla} u]$、曲率算子 $C(u) = (B/2)\left[\boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{b}/B)\right] \cdot \boldsymbol{\nabla} u$、平行拉普拉斯算子 $\nabla_\parallel^2 u = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{\nabla} u)$ 以及垂直拉普拉斯算子 $\nabla_\perp^2 u = \boldsymbol{\nabla} \cdot [(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{\nabla} u) \times \boldsymbol{b}]$。

模拟区域是一个半径为 R_0 、截面为矩形的环面。由于实验容器的截面为圆形，我们选择合适的区域尺寸，使等离子体受限于与实验中相同的位置。图 2（绿线）展示了该模拟区域。方程（2-7）中的物理模型采用规则的柱坐标网格进行离散（R, ϕ, Z），其中 R 为径向坐标，ϕ 为环向角， Z 为垂直坐标。方程（2-6）采用显式四阶龙格–库塔格式进行时间推进，空间导数则采用四阶有限差分格式计算。

磁场最初使用 STELLOPT 软件包中的 MAKEGRID代码进行数值计算，该代码依据线圈几何结构和线圈电流，利用毕奥-萨伐尔定律确定指定位置的磁场，作为

*TJ-K*仿星器的*GBS*等离子体湍流模拟验证输入。不过，由于实验容器和螺旋线圈都位于GBS计算域内，线圈所在位置的磁场会出现奇点，妨碍几何算子的正确实现。为解决这一问题，我们选取一个开放磁通面（使用同一软件包中的FIELDLINES代码获得），并将其作为REGCOIL [27]的输入。该代码在任意环面上求取表面电流分布；我们选择的环面包围GBS矩形计算域，使得 $\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}=0$ 在所提供的表面上。此外，由于 $\nabla\times\mathbf{B}=0$ 处于真空中，该问题可简化为带诺伊曼边界条件的拉普拉斯方程，并且其解唯一（除一个缩放因子外）。因此，REGCOIL得到的磁场在所选表面以内与TJ-K的磁场完全相同（缩放因子除外）。采用这种方法，我们获得了一个非奇异的真空磁场；从磁轴到所选开放磁通面，该磁场与TJ-K的磁场一致。

TJ-K 等离子体并未完全电离。因此，电子-中性粒子碰撞可能会影响漂移约化布拉金斯基模型，尤其是平行摩擦和平行热传导项。可通过量化比值 $\nu_{\mathrm{en}}/\nu_{\mathrm{ei}}$来评估这一影响，其中$\nu_{ei}$ 为库仑电子-离子碰撞频率 [28] ，而 $\nu_{en}=n_n\sigma_{\mathrm{en}}v_{Te}$ 为电子-中性粒子碰撞频率，其中 n_n 为中性粒子密度， σ_{en} 为电子撞击中性粒子时的动量传递截面， v_{Te} 为电子热速度。图 3 展示了电子温度在 5 电子伏特至 17 电子伏特范围内的比值，此时 $\sigma_{\mathrm{en}}\approx10^{-19}$米$^{-2}$ [29]。不同曲线对应不同的等离子体

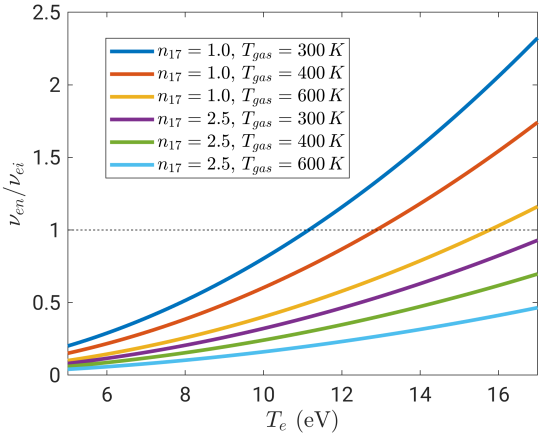

图 3. 不同等离子体密度和气体温度下电子-中性粒子碰撞频率与电子-离子碰撞频率之比， T_{gas}。我们用 n_{17} 表示以 $10^{17}\mathrm{m}^{-3}$为单位的等离子体密度。假定中性粒子压强为 3 mPa，即本文所述 TJ-K 放电的气体压强。

密度和中性粒子温度，结果表明，在电子温度较高时，电子-中性粒子相互作用可能变得重要。尽管如此，本文假设这些相互作用不起作用。

我们认为密度源来自电离过程，并将其建模为 $\mathcal{S}_n = n_n n \langle \sigma_{\mathrm{ion}} v \rangle_v$。然而，由于 TJ-K 中性粒子压强在整个等离子体体积内近似恒定，且电离由快电子引起（假设其密度与等离子体密度成正比），因此将密度源改写为 $\mathcal{S}_n = \alpha_n n$，其中 α_n 为常数。鉴于 TJ-K 的典型温度，我们忽略复合过程。

电子温度源项由外部能量输入功率和与粒子源项相关的一项组成，因此

$$\mathcal{S}_{Te} = \frac{R_0/c_{s0}}{T_{e0}} \left[\frac{2}{3} \frac{\mathcal{P}}{n_0 n} - \frac{2}{3} n_0 \langle \sigma v \rangle_{\mathrm{ion}} \left(E_{\mathrm{ion}} + \frac{3}{2} T_e \right) \right], \tag{8}$$

*TJ-K*仿星器的*GBS*等离子体湍流模拟验证其中 $\mathcal{P}$ 为电子回旋共振加热输入功率3密度， $\langle \sigma v \rangle_{\text{ion}}$ 为电离反应速率，其量级为 10^{-15}米^3/秒，温度为10电子伏特时 [30], 且 E_{ion} 为电离能。如参考文献 [17], 所述，TJ-K中的功率沉积发生在上混杂频率（UH）共振层。空间相关的输入功率 $\mathcal{P}$ 由下式给出

$$\mathcal{P} = \frac{\mathcal{P}_{\text{ant}}}{\int_V P(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} P(\mathbf{r}), \tag{9}$$

其中， $\mathcal{P}_{\text{ant}} = 1.8$kW 是本文所考虑的 TJ-K 放电中天线发射的功率，而 $P(\mathbf{r})$ 是 UH 共振层，如图 4 所示，展示了不同极向平面上的情况。 $P(\mathbf{r})$ 通过将 UH 频率与天线频率相匹配来确定， $\sqrt{\omega_{\text{pe}}^2 + \omega_{\text{ce}}^2} = 2\pi f_{\text{antenna}}$然后假设沉积剖面为高斯分布，并位于满足该关系的等值线上。因此，方程（8）中的温度源项可写为

$$\mathcal{S}_{Te} = \alpha_{Te} \left[\frac{P(\mathbf{r})}{n} - 3 \times 10^{-4} E_{\text{ion}}^{\text{eV}} (1 + T_e) \right]. \tag{10}$$

对于氦，我们考虑第一电离能， $E_{\text{ion}}^{\text{eV}} = 24.6$电子伏特。调整常数 α_n和 α_{Te} ，使密度和温度的峰值接近参考值 $n \approx 1$ 和 $T_e \approx 1$。这一调整考虑了电离反应速率平均值以及等离子体对电子回旋共振加热功率的有效吸收所存在的不确定性。

现在来看模拟参数，我们考虑 $\rho_*^{-1} = 60$和 $\nu_0 = 5 \times 10^{-4}$

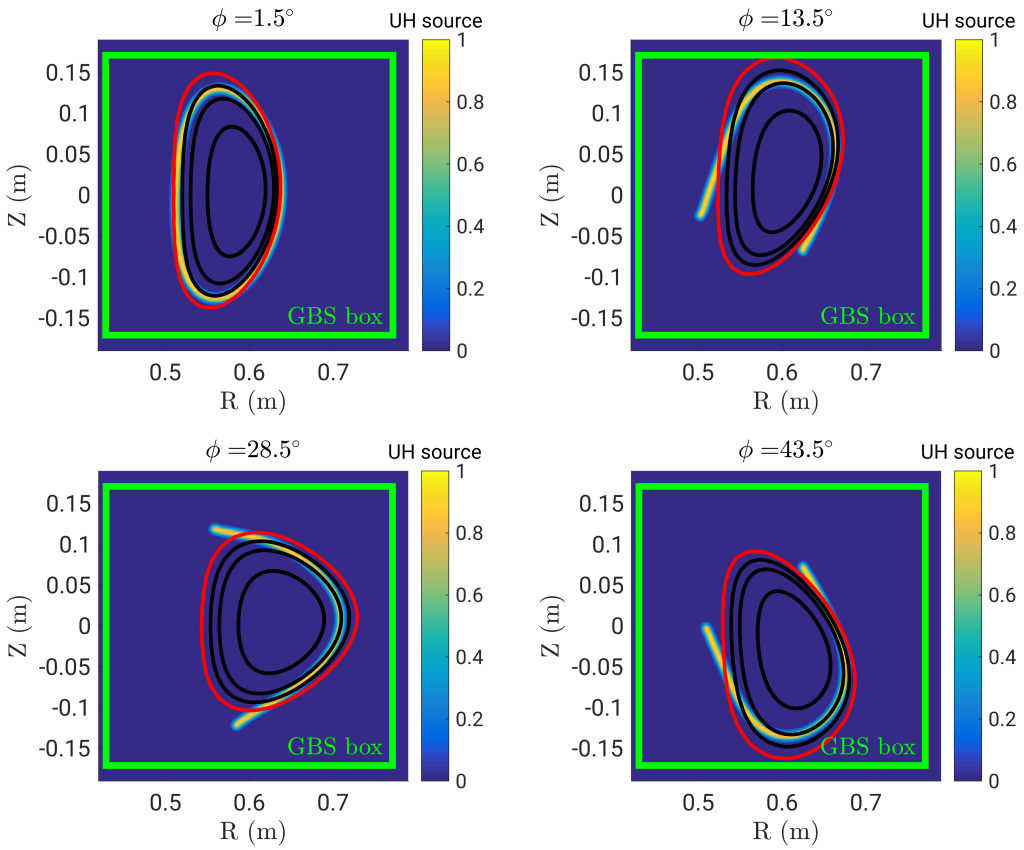

图 4。 模拟中考虑的上混杂共振层 P（**r**）。该层通过将上混杂频率与天线频率 $\sqrt{\omega_{\mathrm{pe}}^2+\omega_{\mathrm{ce}}^2} = 2\pi f_{\mathrm{antenna}}$ 进行匹配获得，频率为$f_{\mathrm{antenna}} = 2.45$ GHz。

采用参考值 $T_{e0} = 10$ 电子伏特和 $n_0 = 10^{17}$米$^{-3}$。由于氦在参考温度下主要呈单电离态，因此我们采用原子序数$Z = 1$ 。此外，我们还采用 $m_i/m_e = 900$, $\chi_{\|e} = 0.5$, $\eta_{0e,\ i} = 1.0$, $D_n = D_{Te} = D_{V_{\|e}} = D_{V_{\|i}} = D_\omega = 0.2$,$D_n^{\|} = 0.18$, $D_\omega^{\|} = 0.01$, $\alpha_n = 0.03$ 和 $\alpha_{Te} = 0.7$。关于数值参数，模拟采用的时间步长为 $2.0 \times 10^{-5} R_0/c_{s0}$，网格分辨率为 $\Delta R = \Delta Z = 0.5\rho_{s0}$ 和 $\Delta\phi = 2\pi/$（20×6），即每个场周期包含 20 个极向平面。通过将每个场周期的平面数从 20 增加到 30，对环向进行了收敛性测试，结果与本文所示结果相似。

我们所考虑的TJ-K模拟从带有背景噪声的初始状态开始，经过瞬态过程后达到准稳态，此时源项、平行和垂直输运以及在容器处的损失彼此平衡。模拟结果的分析是在这一准稳态期间进行的。

4. 模拟结果与实验比较

我们首先比较密度、温度、电势和径向电场的一维时间平均（平衡态）剖面，$E_R = -\nabla\Phi \cdot \hat{}\mathbf{e_R}$，沿$R$ 方向，在 $Z = 0$ 和 $\phi = 30°$处。比较结果见图5。模拟所得密度的峰值及其剖面均与实验吻合良好。实验温度剖面呈中空状，这归因于上混杂频率（UH）的共振层位于边缘处（见图4）。另一方面，模拟得到的温度剖面在 $R > R_{\text{axis}}$处呈衰减趋势。此外，模拟中的轴心温度高于实验值。我们注意到，模拟温度剖面对 α_{Te}较为敏感。减小该参数会降低温度，但平衡态梯度也会改变，最终抑制湍流。实验与模拟中的静电等离子体电势幅值相近（介于 8 和 14 V 之间），但径向依赖性不同。事实上，模拟显示电势剖面呈中空状，而实验中的剖面则在接近轴心时升高。因此，E_R 的剖面也有所不同，尽管其数量级得到了正确再现。

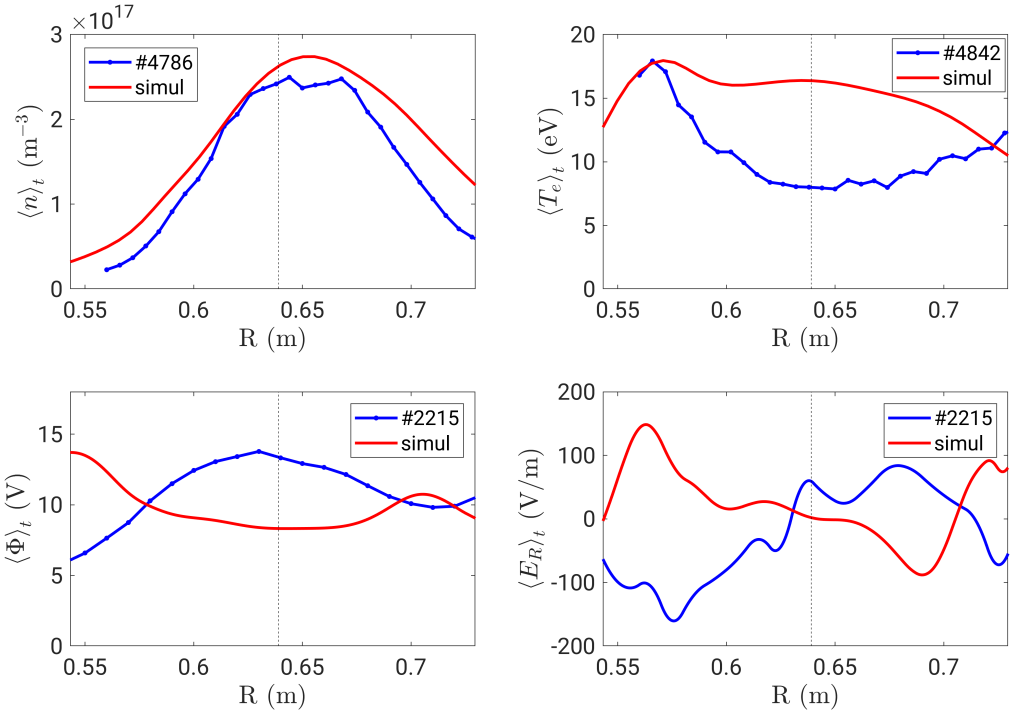

图5. 时间平均（平衡态）密度、电子温度、电势和径向电场的径向剖面。剖面位于 $Z = 0$ 和 $\phi = 30°$（OPA）。竖直虚线表示磁轴的位置，即 R_{axis}。

图$\phi = 10°$ 和 $\phi = 30°$两个不同极向平面上的密度和静电势快照见图6。我们观察到，低m 相干模主导着等离子体动力学，其中 m 为极向模数。我们沿 y坐标对涨落进行傅里叶分解，其中 y 为参考面的极向投影弧长。图7 （左）展示了在 $\phi = 30°$ 处获得的密度涨落功率谱，并将其与实验结果进行比较。模拟再现了实验中存在于 $k_y\rho_{s0} \approx 0.4$处的相干模，对应于 $m = 4$结构。实验谱按幂律（$k_y\rho_{s0}$）$^{-1.9}$衰减，这与二维流体湍流中的逆级联相符 [31]。另一方面，模拟中观测到的幂律（$k_y\rho_{s0}$）$^{-1.2}$略微

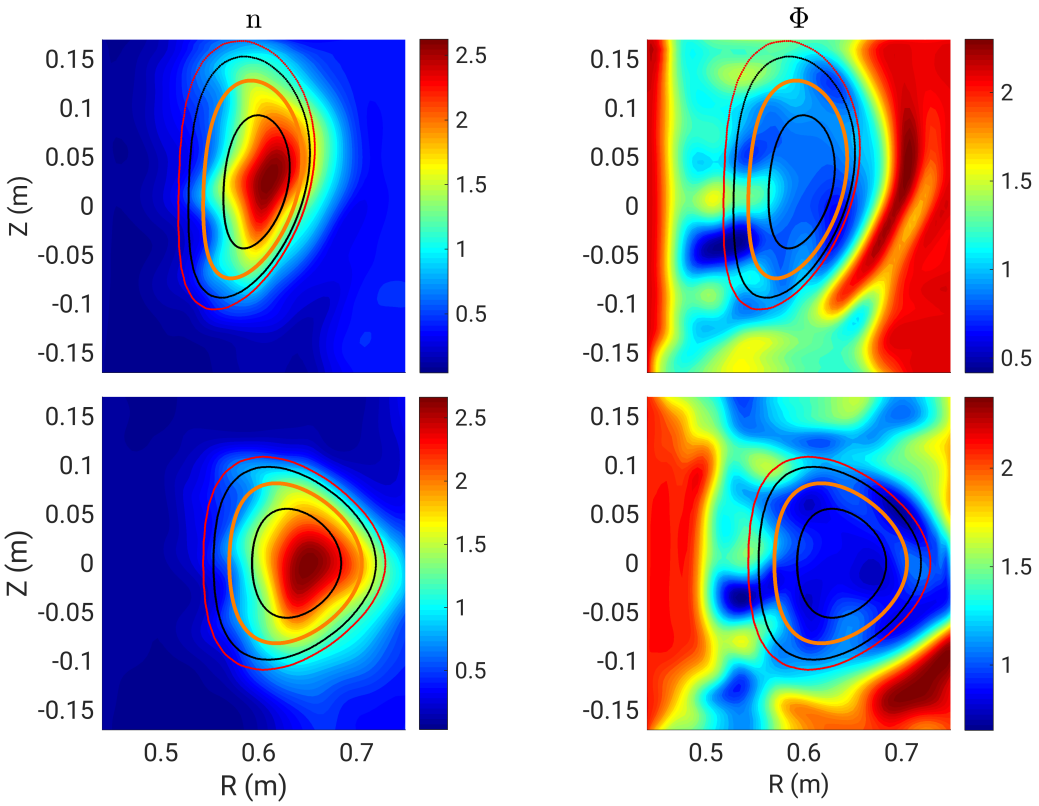

图6. GBS模拟准稳态下的密度 n（左）和静电势 Φ （右）快照。上、下图分别对应环向平面 $\phi = 10°$（TPA）和 $\phi = 30°$（OPA）。参考面以橙色线条标示。

相对于实验结果被低估。在 $\phi = 10°$ 处的功率谱（未显示）与 $\phi = 30°$处的功率谱相似，无论是在实验还是模拟中都是如此；这是预期的特征，因为湍流沿磁场排列。关于静电势的功率谱（图 7右图），模拟中有两个占主导地位的相干模，分别位于 $k_y\rho_{s0} \approx 0.4$ 和 $k_y\rho_{s0} \approx 0.7$，但实验中仅出现第一个。此外，与实验相比，模拟中的谱衰减略快。

在图 8中，我们展示了所考虑的两个极向平面上，参考面处密度和电势涨落水平随极向角的变化。

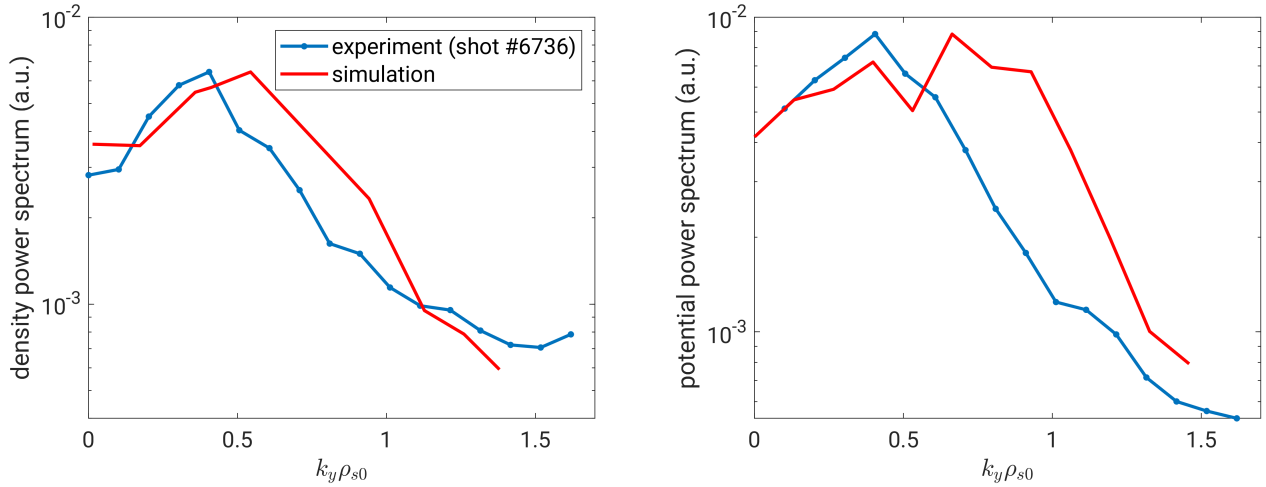

图 7. 密度（左）和静电势（右）涨落的功率谱。通过对 OPA 处的密度涨落沿 y 进行傅里叶变换计算得到这些谱（$\phi = 30°$）。对模拟谱进行归一化，使实验和模拟的最大值相同。

密度涨落水平通过标准差 σ_n 计算，并以径向依赖的平衡值 $\langle n \rangle_t$ 归一化。电势的归一化因子为平衡态电子温度 $\langle T_e \rangle_t$，以避免可能出现的奇点。在 $\phi = 10°$ 处，模拟和实验呈现出相似的极向依赖性。然而，模拟得出的涨落水平低了两倍甚至更多。这与此前使用 GBS 和其他流体代码开展的验证研究结果相似；这些研究报告称，涨落水平低于实验测量值 [15, 16]。在 $\phi = 30°$处，模拟中的涨落也明显小于实验结果，而且涨落峰值对应的极向角也不同。关于电子温度涨落，在 TJ-K 中其可以忽略不计 [20]。在模拟中，尽管电子温度涨落并非可以忽略，但其幅度小于密度和电势涨落，如图 8所示。

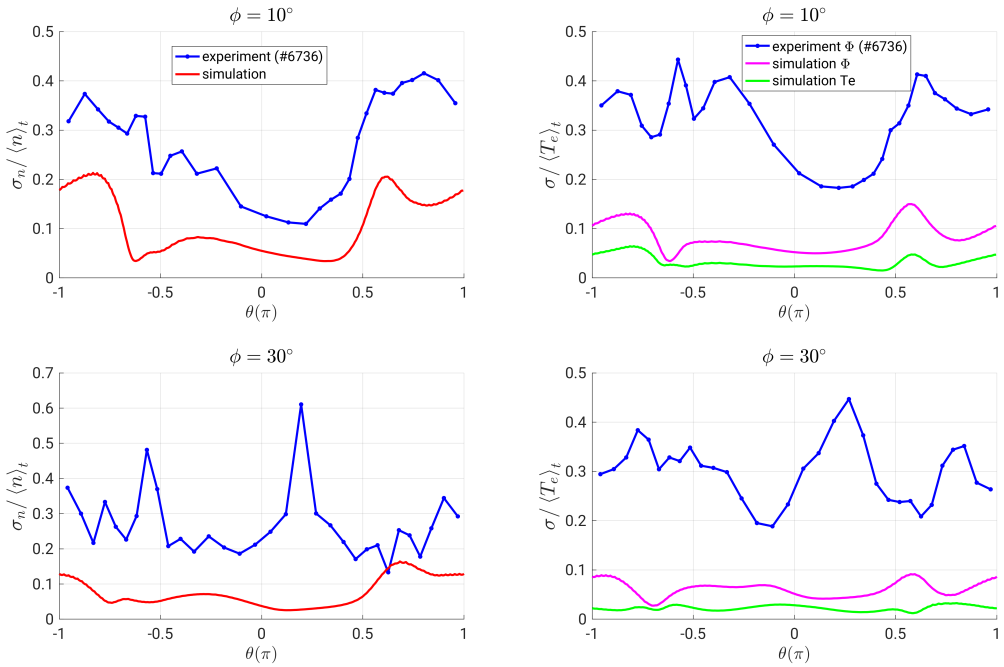

图8. 密度（左）以及电势和电子温度（右）的涨落水平随极向角 θ 的变化，在 $\phi = 10°$ （上）和 $\phi = 30°$ （下）处。

模拟得到的径向湍流 E × B 粒子通量，

$$\Gamma_{E\times B} = \left\langle \widetilde{n}\widetilde{V}^r_{E\times B} \right\rangle_t = -\left\langle \frac{\widetilde{n}}{B}\left(\nabla\widetilde{\Phi}\times\mathbf{b}\right)_r \right\rangle_t , \tag{11}$$

其中 r 表示垂直于磁通面的方向，并将其与实验进行比较。比较结果如图9所示。由于实验中的输运值基于离子饱和电流，因此两种通量均按其峰值归一化。在 $\phi = 10°$ 处，模拟结果与实验结果的吻合程度明显优于 $\phi = 30°$处。在 $\phi = 10°$ 处，模拟重现了约在 $\theta = \pi/2$处出现的输运峰值，而 $\theta = 0.2\pi$ 处的峰值则未能在 $\phi = 30°$处重现。这部分可由以下因素解释：在

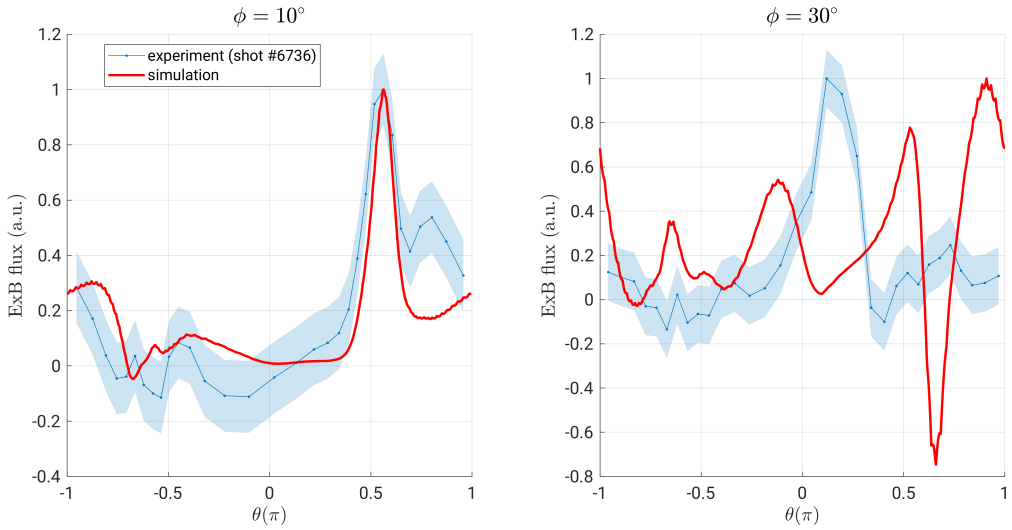

图 9. 实验和模拟在 $\phi = 10°$ (TPA)和$\phi = 30°$ (OPA)处给出的 E ×B 通量对比。

$\phi = 30°$ （见图8）。此外，交叉相位对输运水平的确定起着重要作用。事实上，模拟显示通量出现了一个负值峰，表明密度与电势之间的相位差也随极向位置变化，因此对湍流输运不对称性有重要影响。值得一提的是，在实验中，湍流输运达到最大值的位置与区域之间存在良好的相关性；在该区域，法向曲率和测地曲率分别为负值和正值 [19], 这一点无法通过模拟验证。

在 TJ-K 中，通常通过二维可移动探针和/或高速相机 [32, 33, 34]观测到从最后闭合磁通面内部产生并向外传播至刮削层（SOL）的相干结构。这些结构被认为源于漂移波湍流。模拟中也可见从闭合磁力线区域向刮削层传播的相干结构。这一点显示在

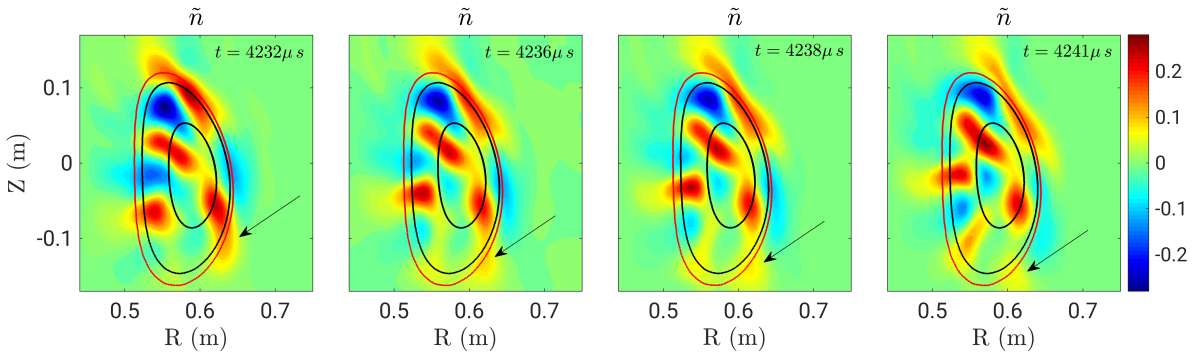

图10. 模拟中密度涨落的时间序列。箭头指示一个区域：一个源自最后闭合磁通面内部的大型相干结构在数个 μs内脱离并向刮削层传播。

图 10中，其中展示了密度涨落随时间变化的序列。这种相干结构在箭头标示的区域内经过几个 μs形成，与实验中 [32, 33]相同。

5. 讨论与结论

GBS能够捕捉TJ-K的基本湍流性质，例如 k_y 谱，如图7所示。我们注意到，谱和涨落水平对源定位和强度都具有稳健性。事实上，我们进行了一次模拟，采用大小相等、分布在最后闭合磁通面附近一个闭合磁通面周围的密度和温度临时源项；所得谱和涨落水平均与本文所示结果非常相似。此外，尽管本文未展示，采用氢等离子体进行的模拟也与实验的k_y 谱符合良好。

The 温度、电势和电场的平衡剖面显示

*TJ-K*仿星器的*GBS*等离子体湍流模拟验证模拟与实验之间存在显著差异，这些差异在很大程度上取决于源项的细节，而源项的位置和强度在一定程度上存在不确定性。例如，使用临时设定的源项会导致 E_R 模拟值与实验值相差一个数量级。实验和模拟中的电场来源均不明确。由于离子温度较低，新经典效应不会影响电场的形成，这与高温仿星器等离子体的情况相反 [35]。此外，通过设定 $T_{i0}/T_{e0} = 0.1$为实验中的数值，在系统中引入有限离子温度效应的测试显示，其结果与冷离子模拟相似。我们预计，改进源项模型可以使模拟与实验的径向电场更加吻合。事实上，TJ-K中的等离子体击穿发生在电子回旋共振层 [36], ，因此在该共振处产生的快电子负责背景气体的进一步电离。对这一组分进行恰当建模，或可改善我们的对比结果。此外，如图3所示，当温度高于10电子伏特时，电子与中性粒子的相互作用可能变得重要。由于TJ-K温度介于8电子伏特和17电子伏特之间（见图5），未来的研究或许需要考虑这类相互作用。

最后，我们指出，边界条件预计会对 TJ-K 这类小型实验的模拟产生重要影响。在最后闭合磁通面与壁面交界处采用磁预鞘边界条件（密度和涡量除外），可能会影响等离子体动力学，例如涨落峰值的位置

总之，本文首次使用仿星器实验对 GBS 代码进行了验证。总体而言，GBS 捕捉到了湍流的主要特征，尤其是 k_y 频谱。涨落水平被低估了，但其对极向角的依赖性得到了一定程度的再现。对于平衡量，GBS 能够再现电势和电场的正确量级，其剖面受源项强度及其空间位置的影响。平衡密度剖面与实验结果吻合良好，但在电子温度方面，轴心处的数值被低估。正如 TJ-K 实验观测到的、并由本文所展示的 GBS 模拟所证实的那样，湍流输运主要由低m 模导致；近期在对具有磁岛偏滤器的仿星器进行的一项 GBS 模拟中，也观测到了这一现象 [8]。这与托卡马克中典型的等离子体湍流形成对比，后者呈现出更宽频带的湍流。最终，对这些低m模存在性的验证，促使我们详细研究仿星器与托卡马克之间的差异。

致谢

作者感谢 Caoxiang Zhu 和 Matt Landreman 在 REGCOIL 方面给予的所有帮助。本文所述模拟部分在瑞士国家超级计算中心（CSCS）的 s1118 和 s1182 项目下完成，部分则在 CINECA Marconi 超级计算机上完成。本研究是在

*TJ-K*仿星器*GBS*等离子体湍流模拟的验证EUROfusion联盟框架内，通过欧拉 24 atom研究与培训计划（资助协议编号101052200 —EUROfusion）开展，并由瑞士国家教育、研究与创新秘书处（SERI）资助。本文所表达的观点和意见仅代表作者本人，并不一定反映欧盟、欧盟委员会或SERI的立场。欧盟、欧盟委员会和SERI均不对此承担责任。

参考文献

[1] T. S. Pedersen 等。实验验证了高效的岛式偏滤器运行，并成功实现了 Wendelstein 7-X 的新古典输运优化。《核聚变》，62:042022，2022年。

[2] C.D. Beidler、H.M. Smith 和 A. et al. Alonso。证明了 Wendelstein 7-X 的新古典能量输运有所降低。《Nature》，596:221–226，2021年。

[3] B. W. Shanahan、P. Hill 和 B. D. Dudson。迈向非轴对称性：使用通量坐标无关方法在 BOUT ++ 中取得的初步结果。《Journal of Physics: Conference Series》，775:012012，2016年。

[4] B. W. Shanahan、B. D. Dudson 和 P. Hill。使用 BSTING 对仿星器几何构型中的等离子体丝进行流体模拟。《等离子体物理与受控聚变》，61:025007，2019年。

[5] P. Ricci 等人。《刮削层条件下等离子体湍流模拟：GBS 代码、模拟结果与代码验证》。《等离子体物理与受控聚变》，54:124047，2012年。

[6]M. Giacomin 等人。《用于自洽模拟托卡马克边界等离子体湍流和中性粒子动力学的 GBS 代码》。《*Journal of Computational Physics*》，464:111294，2022年。

[7]F. D. Halpern 等人。用于托卡马克刮削层模拟的 GBS 代码。《*Journal of Computational Physics*》，315:388，2016年。

[8] A.J. Coelho、J. Loizu、P. Ricci 和 M. Giacomin。具有岛式偏滤器的仿星器中等离子体湍流的全局流体模拟。《核聚变》，62:074004，2022年。

[9] N. Krause 等。托卡马克扭转装置 TJ-K：用于研究环形低温等离子体中湍流的实验。《科学仪器评论》，73:10，2002年。

[10] S. Garland、K.Reuther、M. Ramisch 和 P. Manz。仿星器 TJ-K 中漂移波湍流间歇性水平对碰撞性的依赖。《等离子体物理学》，24:112307，2017年。

[11] S. Garland、P.Manz 和 M. Ramisch。磁场曲率对仿星器 TJ-K 中漂移波湍流间歇性的影响。《等离子体物理学》，27:052304，2020年。

[12] S. Niedner、B. D. Scott 和 U. Stroth。低温等离子体中漂移波湍流的统计性质。《等离子体物理与受控聚变》，44:397–408，2002年。

[13]P. Ricci、C. Theiler、A. Fasoli 等。湍流代码验证方法：模拟与实验一致性的量化及其在 TORPEX 实验中的应用。《等离子体物理学》，18:032109，2011年。

[14] P. Ricci 等。通过严格的验证与确认流程研究等离子体湍流：一个实际示例。《等离子体物理学》，22:055704，2015年。

[15] D. Galassi 等。在 TORPEX 中磁X点情景下的边缘湍流代码验证。《等离子体物理学》，29:012501，2022年。

[16] D.S. Oliveira 等。针对 TCV-X21 偏滤器位形L模参考工况的边缘湍流代码验证。《核聚变》，62:096001，2022年。

[17] A. Kohn 等。使用 2.45 GHz 微波产生并加热环向约束过密等离子体。《等离子体物理与受控聚变》，52:035003，2010年。

[18] P. Helander 和 D. J. Sigmar。《磁化等离子体中的碰撞输运》。剑桥大学出版社，2005年。[19] G. Birkenmeier 等。湍流输运对磁构型依赖性的实验研究。《物理评论快报》，107:255001，2011年。[20] N. Mahdizadeh、F. Greiner、M. Ramisch、U. Stroth、W. Guttenfelder、C. Lechte 和 K. Rahbarnia。

TJ-K低温等离子体湍流研究诊断手段的研究。《等离子体物理与受控聚变》，47:569，2005年。《等离子体物理与受控聚变》

[21] A.Zeiler. 托卡马克边缘湍流。马克斯·普朗克等离子体物理研究所¨马克斯·普朗克等离子体物理研究所，IPP 5/88，1999年。

[22] C. Wersal 和 P. Ricci。托卡马克刮削层中等离子体湍流与中性粒子动力学的第一性原理自洽模型。《核聚变》，55:123014，2015年。

[23] M. Giacomin 和 P. Ricci。使用双流体模拟研究托卡马克边缘的湍流输运状态。《等离子体物理学杂志》，86:905860502，2020年。

[24] J. Loizu、P. Ricci、F. D. Halpern 和 S. Jolliet。磁预鞘入口处等离子体流体模型的边界条件。《等离子体物理学》，19:122307，2012年。

[25] A. Mosetto、F. D. Halpern、S. Jolliet、J. Loizu 和 P. Ricci。有限离子温度效应对刮削层湍流的影响。《等离子体物理学》，22:012308，2015年。

[26] MAKEGRID https://princetonuniversity.github.io/STELLOPT/MAKEGRID.html。

[27] M. Landreman. 一种改进的电流势方法，用于快速计算仿星器线圈形状。《核聚变》，57:046003，2017年。

[28] S. I. Braginskii.《等离子体中的输运过程》。《等离子体物理评论》，1:205，1965。

[29] H.H. Michels、F.E. Harris 和 R.M. Scolsky。电子-氦碰撞截面的计算。《物理学快报 *A*》，28:467–468，1969。

[30]C. Lechte、J. Stoer 和 U. Stroth。基于粒子与功率平衡的磁约束低温等离子体参数极限。《等离子体物理学》，9:2839，2002年。

[31] M. Ramisch、P. Manz、U. Stroth、G. Birkenmeier、S. Enge、E. Holzhauer、A. Kohn 和 B. Nold。基础环形等离子体实验中的非线性动力学与等离子体流。《等离子体物理与受控聚变》，52:124015，2010年。

[32] T. Happel 等：环形等离子体中从闭合磁力线到开放磁力线的过渡处间歇性湍流事件的产生。《物理评论快报》，102:255001，2009。

[33] G. Fuchert 等：等离子体边缘动力学对仿星器 TJ-K 中斑块特性的影响。《等离子体物理与受控聚变》，55:125002，2013。

[34]G. Fuchert 等：《仿星器中斑块生成区域和斑块输运的表征》。《等离子体物理与受控聚变》，58:054005，2016年。

[35] A. N. Simakov 和 P. Helander：《碰撞仿星器和波纹托卡马克中的新经典动量输运》。《等离子体物理学》，16:042503，2009年。

[36] G. Birkenmeier、H. H¨ohnle、A. K¨ohn、M. Ramisch 和U. Stroth：《环形等离子体实验 TJ-K 中的等离子体启动测量》。*IEEE*《等离子体科学汇刊》，36:1092，2008年。