本文为正在审稿的预印本版本。

湿滑地形下四足机器人的双层自适应轨迹跟踪控制器

Despina-Ekaterini Argiropoulos[1,3],Dimitrios Papageorgiou[1,2],Michael Maravgakis[1,3], Drosakis Drosakis[1] 和 Panos Trahanias[1,3]

arXiv:2304.00804v1 [cs.RO] 3 Apr 2023

摘要——任务空间轨迹跟踪对于四足机器人在非结构化环境中实现灵巧机动至关重要。为实现控制目标，机器人应通过腿与支撑面的接触施加力，同时保持自身的稳定性和可控性。为了确保机器人在这些条件下运行，必须考虑到机器人在部分或整体湿滑地形上运行时，腿可能出现不稳定接触的情况。本文提出了一种四足机器人自适应轨迹跟踪控制器，其中包含两个具有优先级的自适应层，以避免一条或多条腿发生滑移。我们通过仿真评估了该自适应框架，并通过实验进行了验证。

一、引言

足式机器人的主要优势之一，是能够穿越非结构化环境，例如下水道或施工现场；这些环境可能包含多种复杂地形。这一能力使足式机器人得以应用于对人类而言可能十分危险的场景，例如搜救行动，或在关键资产设施中执行检查与维护任务。除了结构复杂之外，这类难以穿越的环境还带来了动力学方面的挑战，其中最突出的是地形摩擦系数的变化。部分区域或整体湿滑的地形，是足式机器人面临的最常见问题之一，可能由泥浆、湿滑地面、油或冰引起 [1]。任何一条腿相对于支撑面的滑移都可能引发未知且未建模的动力学，进而降低轨迹跟踪性能，甚至导致机器人失稳；例如，可能使机器人进入奇异构型，或进入与支撑面失去接触的构型。

当施加的力不在静摩擦锥内时，就会发生滑移；静摩擦锥由切向力与正交方向力的大小之比的阈值定义；这就是所谓的静摩擦系数。然而，这一系数难以建模，且会随空间位置变化，因此在大多数情况下都被视为先验未知。为解决滑移现象的识别问题，文献中的现有方法提出采用机器学习 [2]–[4],经典估计器，例如扩展卡尔曼滤波器/无迹卡尔曼滤波器 [5], [6], 基于模型的估计器 [7],，这些方法大多利用本体感觉信息来估计稳定接触的概率，正如我们近期的工作 [8]所提出的那样。

识别出单条或多条腿发生滑移后，必须定义一种反应式行为，以确保系统的稳定性和可控性。常见做法是使用滑移估计器，并结合在线轨迹生成机制来恢复滑移。例如，在 [9],中，为了从单腿滑移中恢复，会命令发生滑移的腿朝其初始构型移动；这一过程在分层框架的一层中执行，该层还包含任务空间轨迹。这意味着系统可能会牺牲任务性能来恢复滑移，因为无法保证腿的关节空间恢复运动不会影响整体跟踪性能，例如在全局湿滑地形上。在 [10], 中，滑移恢复策略同样由分层框架处理，以确保反作用地面力处于摩擦锥估计范围内。然而，当问题无解时（例如四条腿都发生滑移），运动便会停止（冻结状态）。在 [11], 中，研究采用卡尔曼滤波器和有限状态机框架来识别并应对滑移。不过，该论文主要聚焦于广义动量扰动观测；其反应式行为则涉及高层控制，而未考虑对特定轨迹的跟踪。从机器学习的角度来看，一些研究采用强化学习 [12], [13] 来解决运动过程中的滑移问题。具体而言， [12]基于本体感觉信息采用强化学习； [13] 则研究了状态估计器与反应式策略的并行训练。这两项研究均在仿真环境中训练系统，尽可能探索机器人在运行过程中可能遇到的各种情况。

轨迹跟踪可作为运动的基础，并促进机器人在无结构且湿滑的地形上行走。据我们所知，尽管已有一些研究针对四足机器人中的轨迹跟踪问题，

产生这些成果的研究获得了欧洲共同体 HORIZON.1.2 - 玛丽·斯克沃多夫斯卡-居里行动 (玛丽·斯克沃多夫斯卡-居里行动) 项目（资助协议编号：101072634，项目 RAICAM）的部分资助。[1]作者均来自希腊伊拉克利翁 700 13 的希腊研究与技术基金会计算机科学研究所。{dimpapag, despinar, maravgakis, drosakis,trahania}@ics.forth.gr[2]Dimitrios Papageorgiou 还任职于希腊地中海大学电气与计算机工程系，地址为希腊克里特岛伊拉克利翁 714 10。[3]Despina-Ekaterini Argiropoulos、Michael Maravgakis 和 Panos Trahanias 还任职于克里特大学计算机科学系，地址为希腊克里特岛伊拉克利翁 714 09。

例如 [14] 在关节空间中的轨迹跟踪和 [15]在任务空间中的轨迹跟踪，但针对在部分或整体湿滑地形上运行的情况，控制问题尚未得到明确解决。另一方面，考虑了这一因素的研究（例如 [9]–[13]）主要针对运动问题，无法保证任务空间控制不受影响，而其中大多数还要求在仿真环境中对系统进行大量训练。

本文提出了一种面向四足机器人的新型轨迹跟踪控制方案，采用两个优先级自适应层，以尽可能减少一条或多条腿发生滑移的可能性。该控制框架基于我们先前关于接触状态估计的研究，在该研究中，仅依据本体感知数据，即安装在机器人足部的惯性测量单元传感器，独立估计每只足部稳定接触的概率。在所提出的控制框架中，估计得到的概率被用作两个自适应层的输入。具体而言，在第一层中，利用四足机器人的冗余度，调整各腿之间控制力的分配，同时不影响任务性能。在第二层中，只有当第一层无法解决问题时才会启用；该层通过对轨迹进行时间缩放来调整任务的时间特性，同时不改变机器人所遵循的路径。换言之，当控制力分配不足以解决滑移最小化问题时，对轨迹进行时间缩放（减慢运动）将总体降低机器人各腿需要施加的控制力。

所提出方法的主要贡献如下：

- 本文提出了一种任务空间轨迹跟踪控制器，并从理论上证明该控制器能够产生渐近稳定行为。
- 所提出的控制方案包含两层自适应，可适用于部分或整体存在滑移的地形。仿真结果表明，该方案能够维持系统的稳定性和可控性。
- 第一层自适应利用四足机器人的冗余度，根据各条腿的滑移概率估计值，动态分配控制力；第二层自适应则对轨迹进行时间缩放，且仅在动态分配无法解决避免滑移的问题时才启用。

最后，为便于研究和推动相关工作，该控制方案已作为 ROS/C++ 开源模块发布，名为 *Maestro* [16]；概率接触估计器则可在 [17] 中找到。

II. 问题表述与概念方案

考虑图 1 所示的四足机器人，每条腿有$n \in \mathbb{N}$个关节，令$q_{i,\,j} \in \mathbb{R}$、$i = 1,\ \ldots,\ 4$、$j = 1,\ \ldots,\ n$表示第 i 条腿的关节位置变量。令 $\mathbf{q} \triangleq [q_{1,1}\ q_{1,2}\ \cdots\ q_{4,n-1}\ q_{4,n}]^{\intercal} \in \mathbb{R}^{4n}$ 表示机器人的全部关节变量构成的向量。此外，令 $\{C\}$ 表示位于机器人质心处的坐标系（如图 1 所示），${}^{c}\mathbf{p}_i(q_{i,\,1},\ \ldots,\ q_{i,\,n}) \in \mathbb{R}^3$ 表示各腿足端相对于 $\{C\}$ 的位置。$\{C\}$ 相对于世界坐标系 $\{0\}$ 的位置和姿态分别记为 $\mathbf{p}_c \in \mathbb{R}^3$ 和 $\mathbf{R}_c \in SO(3)$。世界坐标系 $\{0\}$ 可以是已知的惯性坐标系，或者（在大多数情况下）是机器人的初始位姿（即 $\{C\}$ 在$t = 0$）。当四个足端均与支撑面接触时，施加于各腿足端的力 $\mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^3$、$i = 1,\ \ldots,\ 4$（例如支撑面的反作用力）与质心处相应广义力$\mathbf{F}_c \triangleq [\mathbf{f}_c\ \ \boldsymbol{\tau}_c] \in \mathbb{R}^6$之间的映射如下，其中 $\mathbf{f}_c \in \mathbb{R}^3$和 $\boldsymbol{\tau}_c \in \mathbb{R}^3$分别表示质心处的力和力矩：

$$\mathbf{F}_c = \mathbf{G}(\mathbf{q})\mathbf{F}_a, \tag{1}$$

其中

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{S}(\mathbf{p}_{c1}) & \mathbf{S}(\mathbf{p}_{c2}) & \mathbf{S}(\mathbf{p}_{c3}) & \mathbf{S}(\mathbf{p}_{c4}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

and

$$\mathbf{F}_a \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \\ \mathbf{f}_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{12}, \tag{3}$$

其中 $\mathbf{p}_{ci}(q_{i,1},\ldots,q_{i,n}) \triangleq \mathbf{R}_c{}^{c}\mathbf{p}_i(q_{i,1},\ldots,q_{i,n})$ $i = 1,\ldots,4$,$\mathbf{I}_3 \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 为单位矩阵，$\mathbf{S}(.)$: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^{3\times3}$为反对称映射。注意，$\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 属于$\mathbb{R}^{6\times12}$，因此，关于$\mathbf{F}_a$求解方程 (1)——即给定$\mathbf{F}_c$求$\mathbf{F}_a$ ——是冗余的。作用于第 i 条腿末端的力与该腿各关节处对应力矩之间的映射为：

$$\boldsymbol{\tau}_i = (\mathbf{R}_c{}^{c}\mathbf{J}_i(q_{i,1},\ldots,q_{i,n}))^{\intercal}\,\mathbf{f}_i, \tag{4}$$

其中 ${}^{c}\mathbf{J}_i(q_{i,1},\ldots,q_{i,n}) \in \mathbb{R}^{3\times n}$ 表示腿相对于质心的雅可比矩阵的位置部分，而 $\boldsymbol{\tau}_i \in \mathbb{R}^n$表示腿部关节处的力矩。

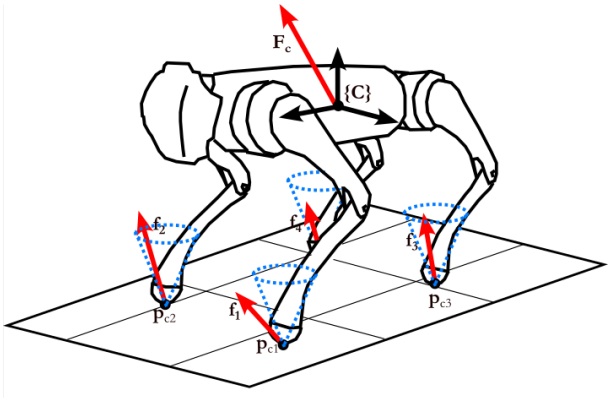

图1. 四足机器人各腿间的力分配。

备注 *1*： 当与环境接触的足端少于四个时，$\mathbf{G(q)}$ 必须作相应修改，使其仅包含与支撑面接触的腿。一个典型例子是运动过程中一条或多条腿处于摆动相的情况。

假设腿部惯量相较于系统其余部分的惯量可以忽略不计，则系统的动力学模型为：

$$\mathbf{H}_c\dot{\mathbf{V}}_c + \mathbf{C}_c\mathbf{V}_c + \mathbf{g}_c = \mathbf{F}_c, \tag{5}$$

其中，$\mathbf{V}_c \triangleq [\dot{\mathbf{p}}_c \ \boldsymbol{\omega}_c]^\intercal \in \mathbb{R}^6$ 是 $\{C\}$的广义速度，$\boldsymbol{\omega}_c \in \mathbb{R}^3$ 是其角速度，$\mathbf{H}_c \triangleq \text{diag}(m\mathbf{I}_3, \mathcal{I}_c) \in \mathbb{R}^{6\times6}$ 是机器人的正定惯性矩阵，$\mathbf{g}_c \in \mathbb{R}^6$ 是重力向量，$\mathbf{C}_c \triangleq \text{diag}(\mathbf{0}_{3\times3}, \mathbf{S}(\mathcal{I}_c\boldsymbol{\omega}_c)) \in \mathbb{R}^{6\times6}$ 是科里奥利-离心矩阵；$\mathcal{I}_c \triangleq \mathbf{R}_c\mathcal{I}\mathbf{R}_c \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 和 $\mathcal{I} \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 是机器人主体的惯性张量。当惯性坐标系的 z轴与重力方向对齐时，$\mathbf{g}_c = [0\ 0\ m_r g\ 0\ 0\ 0]^\intercal$，其中 $m_r \in \mathbb{R}^+$ 是机器人的质量，$g \in \mathbb{R}^+$ 是重力产生的恒定加速度。

考虑一个力矩控制机器人，即接受关节力矩指令 $\boldsymbol{\tau}_i(t) \in \mathbb{R}^n$，$i = 1, \ldots..4$（第 i 条腿的关节力矩）。为了解决任务空间轨迹跟踪问题，需要针对$\mathbf{F}_a$求解式（1），即计算逆映射，以计算每条腿应施加的力，从而在任务空间中产生指令力$\mathbf{F}_c$，如下所示：

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{G}^\dagger(\mathbf{q})\mathbf{F}_c, \tag{6}$$

其中，$\mathbf{G}^\dagger \in \mathbb{R}^{12\times6}$ 是$\mathbf{G}$的右伪逆。此处，伪逆有多种选择。一种是右 Moore–Penrose 伪逆，表示为$\mathbf{G}^\dagger \triangleq \mathbf{G}^\intercal(\mathbf{G}\mathbf{G}^\intercal)^{-1}$，这会使四条腿均分控制力（最小范数解）；另一种是右加权伪逆，表示为：

$$\mathbf{G}^\dagger \triangleq \mathbf{W}^{-1}\mathbf{G}^\intercal(\mathbf{G}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{G}^\intercal)^{-1}, \tag{7}$$

其中，$\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{12\times12}$ 是一个正定权重矩阵。后一种方法会根据所选权重矩阵$\mathbf{W}$分配控制力。更具体地说，在本例中，选择一个正定对角矩阵$\mathbf{W} \triangleq \text{diag}(w_{1,1}, w_{1,2}, w_{1,3}, \ldots..w_{4,3})$后，$w_{i,m}$越大，施加到第 i 条腿末端的第 m 个方向上的力就越小；例如，与其他 $w_{i,m}$-s 相比，较大的 $w_{3,2}$ 会使第三条腿（$i = 3$）沿 y方向（$m = 2$）施加的力较小。计算出每条腿对应的力，即$\mathbf{f}_i$（包含在$\mathbf{F}_a$中）后，可根据式（4）计算指令力矩。

A. 滑移问题

从机器人控制的角度来看，末端相对于支撑面的滑移可能导致系统失去可控性。具体而言，滑移可能导致：a）出现奇异构型，此时 ${}^c\mathbf{J}_i(q_{i,1}, \ldots..q_{i,n})$ 的秩降低；b）达到关节限位；或 c）一个或多个腿失去接触，而未对此进行考虑，而这正是式（6）成立所必需的。只要每条腿施加的力，即$\mathbf{f}_i$，处于摩擦锥内，末端（相对于支撑面）就不会发生滑移。具体而言，对于静摩擦系数恒定为 $\mu \in \mathbb{R}^+$ 的给定地形，静摩擦锥（不会发生滑移的区域）表示为：

$$\mathcal{C} \triangleq \{\mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^3 : \mu|\mathbf{n}^\intercal\mathbf{f}_i| > \|(\mathbf{I}_3 - \mathbf{n}\mathbf{n}^\intercal)\mathbf{f}_i\|\}, \tag{8}$$

其中 $\mathbf{n} \in \mathbb{S}^2$（其中 $\mathbb{S}^2 \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{x}\| = 1\}$）是支撑面向量的法向量。然而，由于 μ 不易测量或估计，而且大多数情况下都被视为未知，因此无法先验判断（即在向腿施加 $\mathbf{f}_i$ 之前）该腿的末端是否会发生滑移。

B. 概念方案

基于我们先前的工作 [8]，（其中我们提出了一种概率方法来估计稳定接触概率，即不发生滑移的概率），我们提出了一种结合双层在线自适应的新型轨迹跟踪控制方案。具体而言，在 [8] 中，基于安装在机器人足部的一组惯性测量单元传感器，实时估计接触稳定的概率。该概率与滑移概率成反比。根据这一估计，我们首先提出一种自适应律，用于调整机器人每条腿在所有力方向上的控制力分配权重。该自适应律的基本思路是：对于滑移概率较高的腿，减少施加于其上的切向力，从而使所施加的力更趋近于摩擦锥。此外，当上述力分配无法确保消除滑移时，我们提出对轨迹进行动态时间缩放（例如减慢运动），这通常会相应降低控制力的大小。完整的自适应控制方案如图2所示。

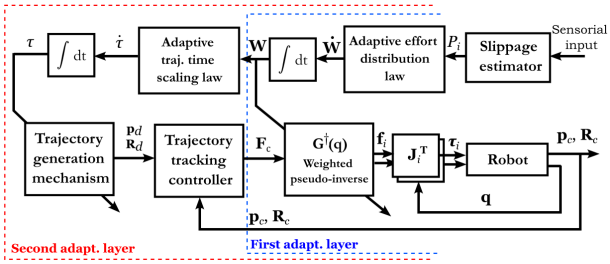

图 2. 所提出的自适应方案框图。

III. 所提出的方案

给定坐标系 $\{C\}$ 的位置和姿态参考轨迹$\mathbf{p}_d(t) \in \mathbb{R}^3$ 和$\mathbf{R}_d(t) \in SO(3)$，我们考虑轨迹跟踪问题，即

随时间最小化以下误差的欧几里得范数的问题：

$$\mathbf{e}_p \triangleq \mathbf{p}_c(t) - \mathbf{p}_d(t), \tag{9}$$
$$\mathbf{e}_o \triangleq \log\left(\mathbf{R}_c(t)\mathbf{R}_d^{\intercal}(t)\right), \tag{10}$$

其中，$\log(\mathbf{R}) \triangleq \mathbf{k}\theta \in \mathbb{R}^3$ 表示对数映射，其中 $\theta \in [0,\pi]$ 为角度，$\mathbf{k} \in \mathbb{S}^2$ 为给定$\mathbf{R}$的旋转轴。轨迹 $\mathbf{p}_d(t)$、$\mathbf{R}_d(t)$可表示机器人运动过程中主机器人机身的运动，也可表示在非结构化环境中为避开碰撞而进行的灵巧运动，例如穿过狭窄开口。注意，在运动过程中，应根据与地形接触的足部在线重新定义矩阵$\mathbf{G}$。

考虑式 (5) 给出的系统动力学，通过采用以下带重力补偿的状态反馈控制律，可以实现控制目标。该控制律表示应施加于质心的指令广义力：

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_c \triangleq & \mathbf{H}_c\begin{bmatrix}\ddot{\mathbf{p}}_d \\ \frac{d}{dt}\left(\mathbf{R}_c\mathbf{R}_d^{\intercal}\boldsymbol{\omega}_d\right)\end{bmatrix} + \mathbf{C}_c\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{p}}_d \\ \mathbf{R}_c\mathbf{R}_d^{\intercal}\boldsymbol{\omega}_d\end{bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix}k_p\mathbf{e}_p \\ k_o\mathbf{e}_o\end{bmatrix} - \mathbf{K}_v\mathbf{e}_v + \mathbf{g}_c,\end{aligned} \tag{11}$$

其中

$$\mathbf{e}_v \triangleq \mathbf{V}_c - \begin{bmatrix}\dot{\mathbf{p}}_d \\ \mathbf{R}_c\mathbf{R}_d^{\intercal}\boldsymbol{\omega}_d\end{bmatrix}, \tag{12}$$

$k_p, k_o \in \mathbb{R}^+$、$\mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ 为正常数控制增益，$\boldsymbol{\omega}_d \in \mathbb{R}^3$ 为参考角速度，可通过$\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_d) = \mathbf{R}_d\mathbf{R}_d^{\intercal}$计算得到。附录 A 证明了在应用控制律 (11) 的情况下，状态空间原点（对应于位置和速度误差均为零）的全局渐近稳定性。

A. 滑移检测

对于滑移检测机制，我们将稳定接触视为机器人足部接触地面且两者之间没有相对运动的状态。为估计稳定接触概率，我们在机器人的每只足部上安装了一个六维惯性测量单元传感器。利用惯性测量值的不确定性，我们采用核密度估计（KDE）来近似惯性测量单元各轴的概率密度函数，进而按照 [8]所述，估计短时间间隔内各轴的稳定概率。该方法实际上估计的是惯性测量值接近零的概率；最后，由于各轴相互独立，通过相乘得到总稳定概率。最后，为了检测足部何时接触地面，可以使用力测量值、触觉传感器或专用接触传感器。为此，在本研究中，我们利用垂直方向的力测量值（$f_{i,\ z} > 0$）。

B. 第一层自适应：自适应力分配

基于上述滑移检测机制，我们提出以下权重自适应律 $w_{i,\ m}, m =$ 1，2（$x-y$系数），用于第 i 条腿的切向力方向：

$$\begin{aligned}\dot{w}_{i,1} = \dot{w}_{i,2} &\triangleq \alpha P_i, \\ w_{i,1}(0) = w_{i,2}(0) &\triangleq w_0\end{aligned} \tag{13}$$

其中，$\alpha \in \mathbb{R}^+$ 是可调的自适应增益常数，$w_0 \in \mathbb{R}^+$ 是 $x-y$ 方向上权重的初始值，而$P_i \in [0,1]$ 是第 i条腿的滑移概率。请注意，无需对$w_{i,m}, i = 1,...,4, m = 1,2,3$进行归一化，因为式（6）、（7）不对$\mathbf{W}$的取值施加约束。

注释 *2*：请注意，为简化表述，式（13）假设支撑面与重力方向正交。不过，通过考虑非对角$\mathbf{W}$ 矩阵，可以轻松推广到倾斜表面。

注释 *3*：根据式（13），只有在估计到滑移时，权重才会增加；这意味着权重最终会达到这样一个值：施加于特定腿的控制力不会导致任何滑移。这些权重的增加（即仅对应于切向力的权重）会使施加在这些方向上的力的大小减小。因此，施加的力$\mathbf{f}_i$ 将收敛至摩擦锥 $\mathcal{C}$，如图3所示。

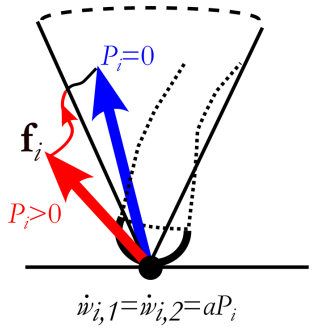

图 3. 各腿控制力向摩擦锥收敛。

C. 第二层自适应：轨迹时间缩放

当机器人所有腿部都接触静摩擦系数相对较低的地形时，第一层自适应可能会失效。因此，为了应对此类情况，我们提出对轨迹进行时间缩放，即牺牲任务的时间精度，以确保稳定性和可控性，同时保持路径空间属性方面的精度。

设$\mathbf{p}_d(t_v)$，$\mathbf{R}_d(t_v)$为时间参数化轨迹，其中$t_v(t) \in \mathbb{R}^+$ 为缩放时间参数，$\beta \in [0,1]$为时间缩放系数。因此，缩放时间参数的演化由 $\dot{t}_v(t) = \beta(t)$表征。例如，设定恒定的 $\beta = 1$ 将导致 $t_v = t$，进而使轨迹以标称速度执行；而设定 $\beta < 1$ 则会减缓

运动。为解决全局滑移问题，我们提出采用以下时间缩放系数：

$$\beta(t) \triangleq \frac{w_0}{\min(w_{1,1}, w_{2,1}, w_{3,1}, w_{4,1})}. \tag{14}$$

式（14）的依据是：当四条腿都发生滑移时，通过降低速度（由 β 反映）来减速；这种情况表现为根据式（13），四条腿的权重均增大。例如，如果至少有一条腿没有发生滑移，那么 $\min(w_{1,1}(t)w_{2,1}(t)w_{3,1}(t)w_{4,1}(t))$ 将等于 w_0，因此 β 将为 1，这意味着不会进行时间缩放。

由于采用在线时间缩放，轨迹应根据 t_v 在线生成；t_v 通过对 $\dot{t}_v = \beta(t)$ 进行实时积分计算得到。请注意，在这种情况下，$\dot{\mathbf{p}}_d(t) = \beta(t)\frac{d\mathbf{p}_d}{dt_v}(t_v)$，$\dot{\mathbf{R}}_d(t) = \beta(t)\frac{d\mathbf{R}_d}{dt_v}(t_v)$。

所提出控制方案的完整算法见算法 1。

注释*4*：请注意，如果轨迹由动力系统（例如动态运动基元模型 [18]）在线生成，那么上述思路很容易应用，因为在这种情况下，β 对应于该动力系统的时间缩放参数。

算法1 控制回路的实现

选择以下参数的取值：$k_p, k_o, \mathbf{K}_v, w_0$
$\mathbf{W} := w_0\mathbf{I}_{12}, \beta := 1, t_v := 0$ ▷ 初始化
当 控制已启用**时**
  获取机器人的当前状态 $\mathbf{p}_c$，$\mathbf{R}_c$，$\dot{\mathbf{p}}_c$，$\boldsymbol{\omega}_c$
  估计 P_i，$\forall i = 1, \ldots 4$ ▷ 滑移概率估计器
  根据（13）计算 $\dot{w}_{i,1}$，$\dot{w}_{i,2}$，$\forall i = 1, \ldots 4$
  对 $\dot{w}_{i,1}$，$\dot{w}_{i,2}$，$\forall i = 1, \ldots 4$ 进行积分以更新 $\mathbf{W}$
  根据（14）计算 β
  积分 $\dot{t}_v = \beta$ 以更新 t_v
  计算 $\mathbf{p}_d(t_v)$ $\dot{\mathbf{p}}_d(t_v)$ $\ddot{\mathbf{p}}_d(t_v)$，$\mathbf{R}_d(t_v)$ $\boldsymbol{\omega}_d(t_v)$ $\dot{\boldsymbol{\omega}}_d(t_v)$
  根据式（11）计算 $\mathbf{F}_c$
  根据式（6）、（7）计算 $\mathbf{F}_a$（包含$\mathbf{f}_i$-s）
  根据式（4）计算 $\boldsymbol{\tau}_i$，$\forall i = 1, \ldots, 4$
  向关节发送命令 $\boldsymbol{\tau}_i$，$\forall i = 1, \ldots, 4$
结束 while 循环

IV. 仿真研究

为评估所提出的自适应控制方案的性能，我们考虑三种仿真场景：a) 简单的点到点运动，用于评估轨迹跟踪性能；b) 一种周期运动跟踪场景，其中右后足与易滑表面接触；c) 一种周期运动跟踪场景，其中发生全局滑移，即四条腿均与易滑表面接触。仿真中使用 Gazebo 环境下的 Unitree Go1机器人模型，并采用 2ms 的控制周期。所使用的参数为 k_p =3000，k_o = 150，$\mathbf{K}_v$ =diag(550$\mathbf{I}_3$, 55$\mathbf{I}_3$) w_0 = 35，α =150。图4展示了仿真环境，黄色区域表示第二种场景中考虑的光滑地形（右后足滑移）。

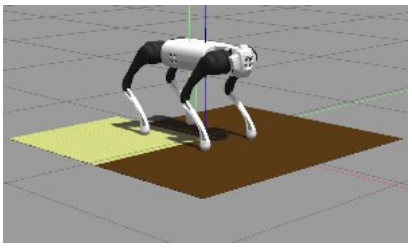

图 4. 仿真的初始构型。黄色区域：第二种场景中设定的易滑区域。

A. 场景 *1*：点到点运动

在此场景中，考虑静摩擦系数为 1.4 的地形，代表非光滑地形。期望轨迹由以下一阶动力系统在线生成：$\dot{\mathbf{p}}_d(t) = \mathbf{p}_d(t) - \mathbf{p}_T$，其中$\mathbf{p}_T = \mathbf{p}_d(0) + [0.1\ 0.05\ -0,005]$为恒定目标。为施加$\mathbf{e}_p = [-2\ -1\ 0.1]$ cm 的初始位置误差，实际位置和期望位置的初始值分别设为$\mathbf{p}(0) = [-0.043\ -0.0037\ 0.356]$ m 和$\mathbf{p}_d(0) = [-0.023\ 0.0063\ 0.355]$ m。图5将实际位置变化与期望轨迹进行了比较，可以看出跟踪性能。请注意，未建模关节摩擦会作为扰动作用于系统，从而影响跟踪性能；由于机器人当前构型的可操作度椭球，z方向受到的扰动最大。进一步调整控制增益（因为尚未进行大量调参），或在控制器中加入额外的积分项，都有可能减小这一稳态误差。

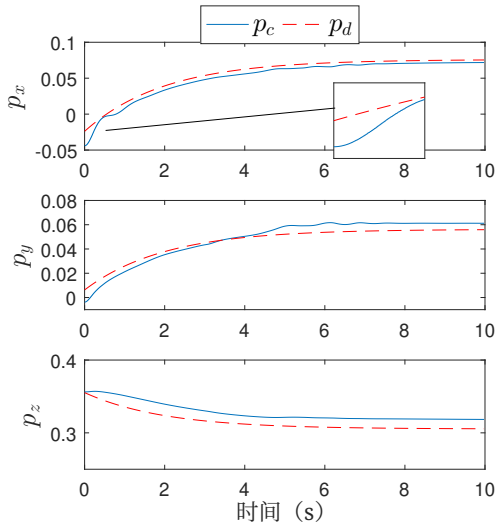

图 5. [场景 1：点到点运动] 实际位置与期望位置随时间的变化。

B. 场景 *2*：单足滑移

对于第二种情形，假设机器人右后足（$i = 3$）与一个易滑表面接触，该表面的静摩擦系数为 0.4，而控制器对此并不知情；

其余足部则假设接触非滑移表面。为进行比较，开展了两项测试：一项采用自适应机制，另一项不采用。期望轨迹包括位置的周期性正弦运动，即在 $x-z$平面上沿椭圆运动；姿态则绕 x轴进行周期性旋转。位置和姿态周期轨迹的频率分别为 0.7Hz 和 0.2Hz。图 6 展示了各腿沿 x方向（与沿 y 方向的权重相同）的分配权重，即 $w_{i,1}$，以及估计器给出的滑移概率，即 $1-P_i$。请注意，$w_{3,1}$ （发生滑移的腿）的数值上升，导致第三条腿沿 $x-y$方向施加的力减少。还请注意，经过自适应后，第三条腿不再发生滑移，这意味着作用力已收敛至摩擦锥内的某个值，系统也达到了稳定的稳态条件。图 7 展示了采用和未采用所提自适应方案时的位置误差和姿态误差，以供比较。请注意，若不采用所提自适应机制，系统将无法保持稳定性，因为机器人在 $t\approx 4.5$s 时失去了与环境的接触。最后请注意，在整个仿真过程中，由于公式（14）以及 $w_{i,1}=35, \forall i=1,2,4$，这意味着第一自适应层能够通过动态分配控制力充分提供解决方案。

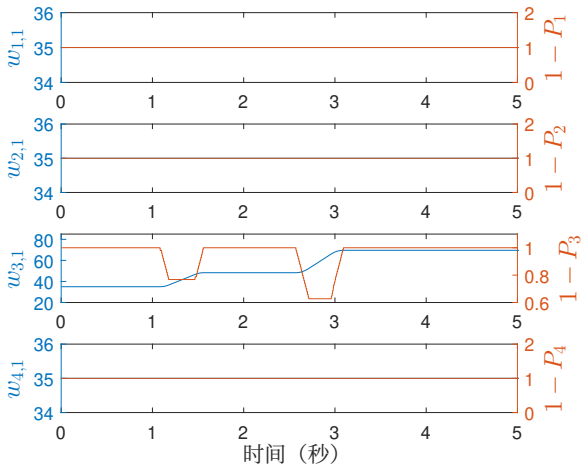

图 6. [场景 2：单足滑移] 由第一层引起的权重自适应（未启用第二层）。

C. 场景 3：全局滑移

在此情形下，假设机器人的四条腿均与静摩擦系数为 0.4 的易滑表面接触。为进行比较，我们进行了两项测试：一项采用自适应控制方案，另一项不采用该方案；并采用与第二种情形相同的轨迹。沿每条腿的 x 方向的分配权重（与沿 y 方向的权重相同），即 $w_{i,1}$，以及时间缩放参数 $\beta(t)$，

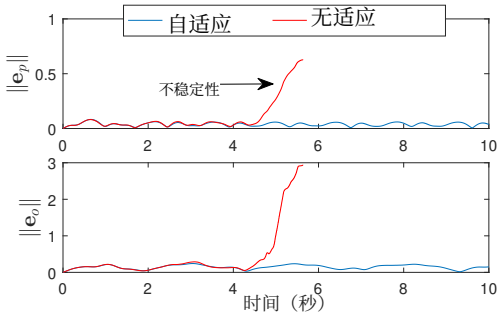

图 7. [场景 2：单足滑移]有自适应和无自适应时的位置和姿态误差范数。

如图 8 所示，同时还给出了估计器提供的滑移概率，即 $1-P_i$。请注意，所有 $w_{i,1}$, $i=1,...,4$ 的数值均有所上升，导致运动减速；这反映在 $\beta(t)$ 的降低上，该参数在 $t\approx 5$s 后收敛至 $\beta\approx 0.77$ 。图 9 展示了采用和未采用所提出控制方案时质心位置随时间的变化。请注意，即使在此情形下，若不采用所提出的自适应机制，系统也无法保持稳定性，机器人质心下沉便说明了这一点（见图 9）。最后，请注意，轨迹在 $t\approx 5$s 后实现了平滑的在线时间缩放。

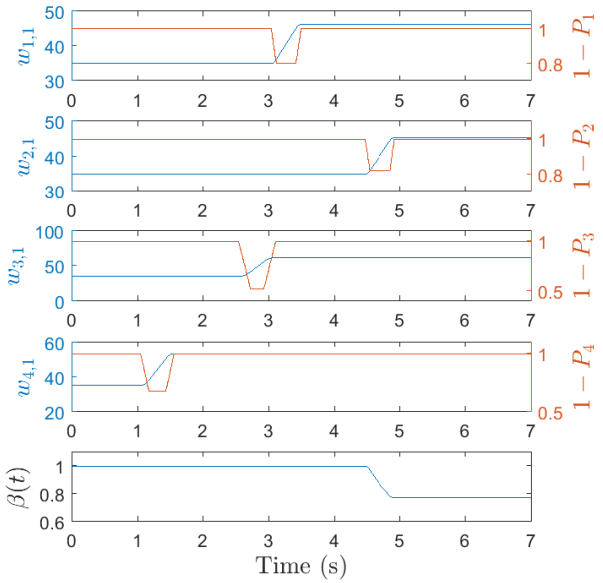

图 8. [场景 3：全局滑移] 由第一层和第二层引起的权重自适应。

V. 实验验证

该方法的实现采用一台真实的 Unitree Go1机器人，以验证自适应机制第一层所执行的自适应。具体而言，在机器人的第二条腿上安装了一个六自由度惯性测量单元，

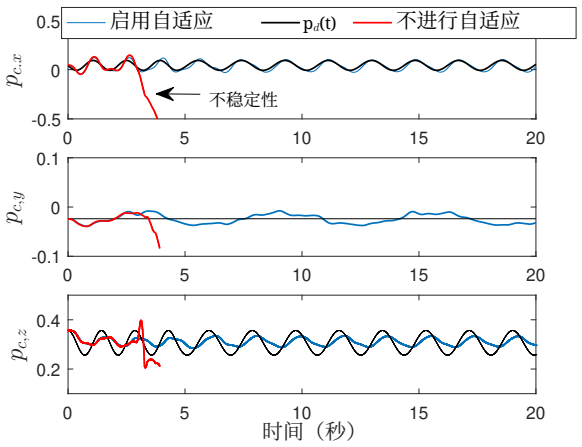

图 9. [场景 3：全局滑移] 有无自适应情况下质心位置随时间的变化。

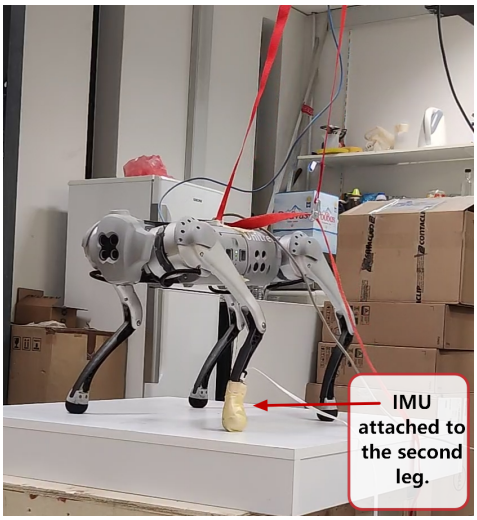

图10. 机器人实验设置与初始构型。

如图10所示，该腿与易滑表面接触（即使用润滑剂模拟第二条腿下方的易滑区域）；同时，通过一台外部摄像机搭配现成的视觉里程计系统[1] 在线获取机器人的位姿，因此实验中将机器人的初始位姿视为世界坐标系。所提出的自适应方案参数设置为 k_p =2400， k_o =， $\mathbf{K}_v$ = diag(280$\mathbf{I}_3$, 28$\mathbf{I}_3$) w_0 = 35， α = 1000。机器人被控制沿 x 轴运动，其运动轴采用与第二次仿真相似的周期轨迹，频率为 0.4Hz。图10展示了机器人处于初始构型时的实验装置；图11给出了第二条腿沿 $x-y$ 方向对应的权重以及滑移概率估计；实验期间，其余腿的权重保持不变。图12对比展示了采用和未采用自适应方案时位置随时间的变化。请注意，启用第一自适应层后，机器人能够保持稳定；而在相同场景下未启用自适应机制时，机器人无法在 $t \approx 14.6$s 保持稳定。此外还需注意，未启用自适应机制时，第二条腿发生滑移会触发未建模动力学，从而影响跟踪性能。

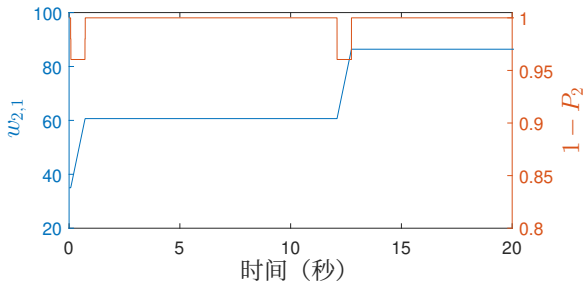

图11. 实验验证期间的第二个权重。

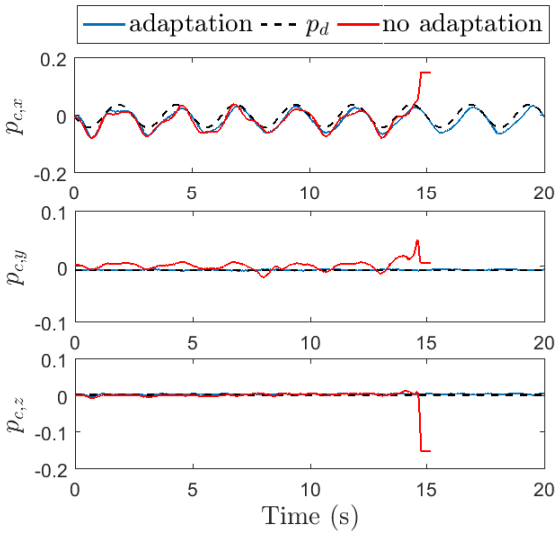

图12. 有自适应和无自适应情况下质心位置随时间的变化。

VI. 结论与未来工作

本文提出了一种用于四足机器人的自适应轨迹跟踪控制器，其中包含两个按优先级排列的自适应层，以减少一条或多条腿的滑移。第一自适应层根据每条腿的滑移概率，动态分配各腿所需的控制力。仅当动态分配控制力无法解决问题时，才启用第二层；当四条腿都发生滑移时，可能会出现这种情况。第二层通过动态且平滑地降低轨迹的时间缩放来发挥作用运动，同时不影响任务的空间属性。所提出的方法已被证明是渐近稳定的。此外，仿真和实验表明，该方法赋予系统鲁棒性，能够最大限度地减少腿部滑移，并且

[1]https://github.com/IntelRealSense/librealsense/blob/master/doc/t265.md

确保机器人的稳定性和可控性。实现这一点的同时无需牺牲任务空间轨迹；这一特性在基于视觉和深度信息的同步定位与建图应用中尤为有用，因为稳定而精确的运动对该方法的性能至关重要。未来的工作将主要聚焦于将所提出的自适应控制方案与我们的接触估计方法结合起来，以此为基础开发一种基于模型、灵巧且耐滑的动态运动算法。通过实时调整每条腿的权重，我们旨在开发适用于不受地形限制的环境的行走和奔跑算法，同时保持任务空间中的期望轨迹。

附录 A

将 (11) 代入 (5) 后，可得以下闭环系统动力学：

$$\mathbf{H}_c\dot{\mathbf{e}}_v = -(\mathbf{C}_c + \mathbf{K}_v)\mathbf{e}_v - \begin{bmatrix} k_p\mathbf{e}_p \\ k_o\mathbf{e}_o \end{bmatrix}, \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_p \\ \dot{\mathbf{e}}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{J}_l(\mathbf{e}_o) \end{bmatrix} \mathbf{e}_v, \tag{16}$$

其中 $\mathbf{J}_l(\mathbf{e}_o) \in \mathbb{R}^{3\times3}$ 是将$\mathbf{e}_v$ 的姿态部分映射到 $\dot{\mathbf{e}}_o$的矩阵，详见 [19], , 其满足以下关系：$\mathbf{J}_l\mathbf{e}_o = \mathbf{J}_l\mathbf{e}_o = \mathbf{e}_o$ （如 [19]所示）。

定理 *1*： 系统 (15) 状态空间的原点，即 $(\mathbf{e}_p,\ \mathbf{e}_o,\ \mathbf{e}_v) = (\mathbf{0},\ \mathbf{0},\ \mathbf{0})$，是全局渐近稳定的。

证明： 考虑以下李雅普诺夫函数候选式：

$$L = \frac{k_p}{2}\|\mathbf{e}_p\|^2 + \frac{k_o}{2}\|\mathbf{e}_o\|^2 + \frac{1}{2}\mathbf{e}_v^\intercal\mathbf{H}_c\mathbf{e}_v. \tag{17}$$

对其求时间导数，可得：

$$\dot{L} = k_p\mathbf{e}_p^\intercal\dot{\mathbf{e}}_p + k_o\mathbf{e}_o^\intercal\dot{\mathbf{e}}_o + \frac{1}{2}\mathbf{e}_v^\intercal\dot{\mathbf{H}}_c\mathbf{e}_v + \mathbf{e}_v^\intercal\mathbf{H}_c\dot{\mathbf{e}}_v. \tag{18}$$

将式（15）至（18）代入$\mathbf{H}_c\dot{\mathbf{e}}_v$，并利用斜对称性质，即$\mathbf{e}_v^\intercal\left(\dot{\mathbf{H}}_c - 2\mathbf{C}_c\right)\mathbf{e}_v = 0$，可得：

$$\dot{L} = k_p\mathbf{e}_p^\intercal\dot{\mathbf{e}}_p + k_o\mathbf{e}_o^\intercal\dot{\mathbf{e}}_o + \mathbf{e}_v^\intercal\left(-\mathbf{K}_v\mathbf{e}_v - \begin{bmatrix} k_p\mathbf{e}_p \\ k_o\mathbf{e}_o \end{bmatrix}\right). \tag{19}$$

利用式（16）和性质$\mathbf{J}_l\mathbf{e}_o = \mathbf{J}_l\mathbf{e}_o = {}^\intercal\mathbf{e}_o$，可得：

$$\dot{L} = -\mathbf{K}_v\mathbf{e}_v^\intercal\mathbf{e}_v, \tag{20}$$

对于所有$\mathbf{e}_p \neq \mathbf{0}$、$\mathbf{e}_o \neq \mathbf{0}$、$\mathbf{e}_v \neq \mathbf{0}$，该值均小于或等于零。因此，根据拉萨尔定理，可以得出原点是全局渐近稳定的。

■

参考文献

[1] F. Jenelten、J. Hwangbo、F. Tresoldi、C. D. Bellicoso 和 M. Hutter，《湿滑地面上的动态运动》，*IEEE*《机器人与自动化快报》，第4卷，第4期，第4170–4176页，2019年。[2] M. Camurri、M. Fallon、S. Bazeille、A. Radulescu、V. Barasuol、D. G. Caldwell 和 C. Semini，《用于四足机器人状态估计的概率接触估计与冲击检测》，*IEEE*《机器人与自动化快报》，第2卷，第2期，第1023–1030页，2017年。[3] T.-Y. Lin、R. Zhang、J. Yu 和 M. Ghaffari，《使用不变卡尔曼滤波和学习得到的接触事件进行足式机器人状态估计》，载于第*5*届机器人学习年会，第 [在线]], 2021页。[4] S. Piperakis、M. Maravgakis、D. Kanoulas、和 P. Trahanias，《人形机器人步态中的鲁棒接触状态估计》，载于*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），2022年。[5] M. Bloesch、M. Hutter、M. Hoepflinger、S. Leutenegger、C. D. R. C. Gehring 和 R. Siegwart，《足式机器人的状态估计：腿部运动学与惯性测量单元的一致融合》，载于《机器人：科学与系统》会议论文集，澳大利亚悉尼，2012年。[6] M. Bloesch、C. Gehring、P. Fankhauser、M. Hutter、M. A. Hoepflinger 和 R. Siegwart，《不稳定且湿滑地形上的足式机器人状态估计》，载于*2013*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议，第6058–6064页，2013年。[7] J. Hwangbo、C. D. Bellicoso、P. Fankhauser 和 M. Hutter，《融合动力学与微分／正运动学信息的概率足部接触估计》，载于*2016*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），第3872 3878页，2016 –。[8] M. Maravgakis、D.-E. Argiropoulos、S. Piperakis 和 P. Trahanias，《利用惯性信息进行足式机器人概率接触状态估计》，载于*IEEE*机器人与自动化国际会议 *https://arxiv.org/abs/2303.00538*，2023年。[9] F. Jenelten、J. Hwangbo、F. Tresoldi、C. D. Bellicoso 和 M. Hut- ter，《湿滑地面上的动态运动》，*IEEE*《机器人与自动化快报》，第4卷，第4期，第4170–4176页，2019年。[10] M. Focchi、V. Barasuol、M. Frigerio、D. G. Caldwell 和 C. Semini，《四足机器人的滑移检测与恢复》，第185–199页。尚：施普林格国际出版社，2018年。[11] G. Bledt、P. M. Wensing、S. Ingersoll 和 S. Kim，《用于非结构化地形上基于事件的运动的接触模型融合》，载于*2018*年*IEEE*机器人与自动化国际会议（*ICRA*），第4399–4406页，2018年。[12] J. Lee、J. Hwangbo、L. Wellhausen、V. Koltun 和 M. Hutter，《四足机器人在复杂地形上的运动学习》，《科学·机器人学》，第5卷，第47期，文章编号 eabc5986，2020年。[13] G. Ji、J. Mun、H. Kim 和 J. Hwangbo，《动态且鲁棒的足式运动中控制策略与状态估计器的并行训练》，*IEEE*《机器人与自动化快报》，第7卷，第2期，第4630–4637页，2022年。[14] Z. Li、X. Chen、X. Peng、D. Fan 和 D. Xu，《基于极限值的四足机器人轨迹跟踪控制方法》，载于*2021*年中国自动化大会（*CAC*），第3068–3073页，2021年。[15] Y. You、Z. Yang、T. Zou、Y. Sui、C. Xu、C. Zhang、H. Xu、Z. Zhang 和 J. Han，《一种用于全电驱动四足机器人的新型轨迹跟踪控制方法》，《机器》，第10卷，第5期，2022年。[16] D.-E. Argiropoulos，《maestro》。https://github.com/despargy/maestro，2023年。[17]M. Maravgakis，《概率接触估计》。
https://github.com/MichaelMarav/ProbabilisticContactEstimation，2022年。[18] A. J. Ijspeert、J. Nakanishi、H. Hoffmann、P. Pastor 和 S. Schaal，《动态运动基元：运动行为的吸引子模型学习》，《神经计算》，第25卷，第328–373页，2013年2月。[19] L. Koutras 和 Z. Doulgeri，《利用单位四元数在方向空间进行轨迹跟踪控制的指数稳定性》，载于*2021*年*IEEE/RSJ*智能机器人与系统国际会议（*IROS*），第8151–8158页，2021年。