具有通信丢失鲁棒性的基于预测的领航者-跟随者会合模型预测控制

Dženan Lapandi´c[1], Christos K. Verginis[2],Dimos V. Dimarogonas[1] 和 Bo Wahlberg[1]

arXiv:2304.01045v1 [eess.SY] 3 Apr 2023

摘要——**本文提出一种新颖的分布式模型预测控制（DMPC）算法，该算法配备轨迹预测器，适用于无人飞行器（UAV）在移动无人水面艇（USV）上着陆的场景。该算法通过智能体之间以足够高的频率交换轨迹来执行 DMPC。当通信中断时，智能体根据传感器配置，利用可用测量数据和先验信息预测其他智能体的轨迹。随后，这些预测结果被用作 DMPC 的参考输入。在着陆过程中，跟随者需要避开依赖无人水面艇的障碍物以及智能体间碰撞。在所提出的分布式算法中，所有智能体并行求解各自的局部优化问题；我们证明了该算法的收敛性。最后，仿真结果支持了理论发现。**

I. 引言

近年来，无人驾驶飞行器（UAV）在其他自主智能体上自主导航并着陆的问题受到广泛关注。在此类场景中，由于机载计算资源有限，采用基于优化的方法对无人机进行协调与控制可能颇具挑战。对此，一种相关方法是协作式分布式模型预测控制，其目标是根据规划时域内其他（邻近）智能体的预测轨迹，优化所考虑智能体的控制输入。每个智能体求解有限时域分布式最优控制问题（DOCP），应用其控制输入，并向其他智能体广播预测轨迹 [1]–[3]。

在我们的设置中，所考虑的智能体配备了传感器：四旋翼飞行器（无人机）一侧配有摄像机，船（无人水面艇）一侧配有雷达。这些传感器能够以远高于模型预测控制实时执行频率的频率，准确测量邻近智能体的位置。智能体之间通信中断时，智能体只能依靠历史数据和本地可用的测量数据。在着陆或穿越有移动障碍物的区域等具有挑战性的机动过程中，DMPC 的执行频率相对于智能体和障碍物的移动速度，可能会严重影响性能和安全性。这一点尤其适用于参考轨迹仅基于当前测量值、而非已承诺轨迹的情况；通信中断时确实会出现这种情况。请注意，我们所考虑的通信丢失既可能是暂时的，也可能是永久的，因为在硬件在环实验中，即使偶尔发生持续几秒的数据包丢失，也可能造成灾难性后果。

文献 [4],[5] 中提出的分层方法通过将控制分为不同层级来处理上述问题。通常设有高层规划层和安全层，例如，控制障碍函数（CBF）以高得多的频率运行，负责在存在障碍物时确保安全 [6]。从根本上说，模型预测控制的概念是将这些层级统一起来。两种方法各有优缺点，必须考虑所选方案的各个方面，以避免产生不期望的行为。一种方法是利用预测方案补充现有数据。在 [7], 中，作者提出了一种基于视觉的框架，其中将地面车辆的状态估计视为对移动目标的估计。[8] 提出的基于估计的控制协议仅利用邻近智能体状态的局部观测来实现会合和群集控制。在另一种基于估计的协议中， [9]的作者使用粒子滤波器预测航空器轨迹。 [10]研究了去中心化事件触发方案中的基于预测的导航。此外，近年来，面向多智能体系统的基于学习的预测方法已成为热门研究领域 [11]–[15]。遗憾的是，这些方法大多需要大量数据进行训练，而且能否直接迁移到我们的具体应用中尚不明确。

本文将涉及无人机和无人艇的多智能体异构会合问题建模为一个领导者-跟随者网络，其中一个领导者和一个或多个跟随智能体共同执行自主着陆任务。在本文中，无人艇是领导者，无人机则被视为跟随者。我们将该问题表述为带有避碰约束的协作式分布式模型预测控制问题。当跟随者能够获取预测轨迹，并动态跟踪给定的参考轨迹时，单个跟随智能体的着陆可通过相对简单的模型预测控制实现。然而，通信突然丢失可能严重影响着陆稳定性，导致无人机与船上的障碍物发生碰撞。基于这一观察，我们在通信丢失时采用预测方案，以提升安全性和性能。

此外，我们将该方案推广至多跟随者

本研究得到瓦伦堡人工智能、自主系统与软件计划（WASP）、瑞典研究理事会以及克努特与爱丽丝·瓦伦堡基金会（KAW）的资助。

[1]Dženan Lapandi´c、Dimos V. Dimarogonas 和 Bo Wahlberg 任职于瑞典斯德哥尔摩皇家理工学院决策与控制系统系。
lapandic,dimos,bo@kth.se[2]Christos K. Verginis 任职于瑞典乌普萨拉大学电气工程系信号与系统系。
christos.verginis@angstrom.uu.se

会合问题，其中必须处理智能体间碰撞。在这种情况下，智能体间避碰面临若干挑战。首先，在顺序应用该算法时，每个智能体都基于其他智能体已承诺共享的轨迹来优化自己的控制策略。在这种情况下，每个智能体都必须等待所有其他智能体共享其新轨迹后，才能开始计算下一步控制输入。否则，使用旧的共享轨迹而不采取额外安全措施可能导致碰撞。其次，在并行版本中，智能体使用最新可用的共享轨迹，并将最坏情况偏差作为安全措施纳入考虑。然而，这可能过于保守并导致死锁。第三，如果一个或多个智能体在一段时间内失去通信，安全性可能受到影响。从某种意义上说，这类似于非合作场景，因此我们提出了相应的安全措施。

本文的贡献如下：

- 一种基于领导者-跟随者分布式模型预测控制公式、用于存在障碍物环境下自主着陆的会合算法
- 针对通信丢失情况下概率安全着陆的收敛性证明
- 一种对通信丢失具有鲁棒性的智能体间避碰方法

本文结构安排如下。第二节给出问题公式，第三节介绍控制架构。在第五节和第四节中，分别研究单跟随者和多跟随者情形，并给出所提出的会合算法。最后，第六节介绍仿真结果，第七节总结全文。

A. 符号说明

我们用 t 表示离散时间步，用 $\mathcal{N}$表示智能体集合：$=\{l, f_1, ..., f_M\}$。状态轨迹表示为 $x_i(t)$，预测的名义状态轨迹表示为$\hat{x}_i(k|t)$，最优状态轨迹表示为$\hat{x}_i^*(k|t)$，其中智能体 i 在时间步 $k+t$ 的状态是在时间步 t预测的。从时间步 t 到 $t+N$ 的轨迹集合表示为 $x_i(\cdot|t)$；$\mathcal{B}_r := \{a : \|a\| \le r\}$ 表示半径为r的球；$\oplus$ 表示闵可夫斯基和运算，定义为 $x \oplus S := \{x+a : a \in S\}$。对于元素 $i \in \mathcal{N}$，我们用 $\mathcal{N}_{-i} := \mathcal{N} \setminus \{i\}$表示排除该元素 i 的集合。

II. 问题描述

考虑一个由一名领导者和 M 个跟随智能体组成的多智能体系统，这些智能体在动力学上相互解耦，并遵循非线性离散时间动力学

$$x_i(t+1) = f_i(x_i(t), u_i(t)) + w_i(t), \tag{1}$$

其中，$i \in \mathcal{N} = \{l, f_1, ..., f_M\}$，$l$表示领导者，$f_1$、.....、$f_M$表示跟随者，$M$是跟随智能体的数量，$x_i \in \mathcal{X}_i \subseteq \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathcal{U}_i \subseteq \mathbb{R}^{m_i}$ 分别表示智能体的状态和输入 i，它们分别受状态约束 $\mathcal{X}_i$ 和输入约束 $\mathcal{U}_i$的限制；$w_i \in \mathcal{W}_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$ 是紧集 $\mathcal{W}_i$中的未知有界扰动。

跟随智能体具有与 [16]中相同的四旋翼无人机动力学和状态空间，这些与领导者的动力学不同；领导者的动力学建模为三自由度无人艇模型 [17]。我们假设着陆平台刚性连接在船上，并忽略升沉（垂直运动）、横摇和纵摇运动。此外，所有智能体状态向量的前三个元素表示位置 $p_i \in \mathbb{R}^3$。

整体多智能体系统的堆叠向量形式动力学为

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)) + w(t), \tag{2}$$

其中 $x = [x_l^T, x_{f_1}^T, ..., x_{f_M}^T]^T$、$u = [u_l^T, u_{f_1}^T, ..., u_{f_M}^T]^T$、$w = [w_l^T, w_{f_1}^T, ..., w_{f_M}^T]^T$。整体系统的状态和输入约束为 $x \in \mathcal{X} := \mathcal{X}_l \times \mathcal{X}_{f_1} \times ... \times \mathcal{X}_{f_M}$，以及 $u \in \mathcal{U} := \mathcal{U}_l \times \mathcal{U}_{f_1} \times ... \times \mathcal{U}_{f_M}$；所有扰动的集合为 $w \in \mathcal{W} := \mathcal{W}_l \times \mathcal{W}_{f_1} \times ... \times \mathcal{W}_{f_M}$。

我们将智能体间避碰约束表述为

$$h_{ij}(x_i(t), x_j(t)) \ge 0, \quad \forall i, j \in \mathcal{N}, i \ne j, \tag{3}$$

其中 $h_{ij} : \mathcal{X}_i \times \mathcal{X}_j \to \mathbb{R}$ 是一个用于编码碰撞的函数，稍后将对其进行定义。给定系统 (2) 的一个解 $x(t)$，若约束函数 (3) 对所有 $t \ge t_0$ 均成立，则 $x(t)$ 是一个无碰撞解，即 $x(t) \in \mathcal{F} \subseteq \mathcal{X}$，其中 $\mathcal{F}$ 表示无碰撞空间。

本文研究这样一个问题：引导领导智能体跟踪给定的参考轨迹，并使跟随智能体相对于领导者到达会合位置，同时避免智能体间碰撞。我们将领导者的参考轨迹记为 $x_{r,l}(t) = x_r(t)$，将跟随者的参考轨迹记为$x_{r,i}(x_l(t) c_i) := [(p_l(t) + c_i)^T, 0_{n_i-3}^T]^T$该轨迹相对于领导者的位置 $p_l(t)$，并使用给定偏移量 $c_i \in \mathbb{R}^3$编码第 i 个智能体的特定着陆位置$i \in \mathcal{N}_{-l}$。稍微滥用一下符号，本文研究的问题可表述如下。

问题 1. 考虑一个多智能体系统(1)。设计一种控制策略 u，使得

$$x(t) \in \mathcal{F}, \quad t \ge t_0$$
$$\lim_{t\to\infty} (x_l(t), u_l(t)) = (x_r(t), 0_{n_l})$$
$$\lim_{t\to\infty} (x_i(t), u_i(t)) = (x_{r,i}(x_l(t), c_i), 0_{n_i}), \forall i \in \mathcal{N}_{-l}$$

此外，我们假设智能体能够异步通信并共享其当前和预测位置 $\hat{z}_i(\cdot|t)$。由于跟随智能体的动力学与领导者不同，且状态向量也不同，我们定义从领导者状态空间 $\mathcal{X}_l$到跟随者状态空间 $\mathcal{X}_i$的如下映射：$i \in \mathcal{N}_{-l}$

$$\hat{z}_l(t) = H\hat{x}_l(t), \tag{4}$$

其中 $H = \mathrm{diag}(I_3, 0_{(n_i-3)\times(n_l-3)})$。该映射仅将领导者的位置映射到跟随者状态空间。对于跟随智能体，有 $\hat{z}_i(t) = \hat{x}_i(t)$，$i \in \mathcal{N}_{-l}$。

在通信没有丢失的情况下，所有跟随智能体都可以访问 $\hat{z}_i(\cdot|t-1)$，其中所有 $i \in \mathcal{N}$ 的数据

在时间步 $t-1$ 和 t 之间到达的数据均视为来自时间步 $t-1$的数据。然而，我们希望设计的控制策略u 即使在通信丢失的情况下，也能够实现问题 1 中所述的目标。在本文中，通信丢失被视为某个智能体无法从另一个智能体获取最新共享数据。更正式地说，通信丢失是指智能体i 在时间步 t 无法从另一个智能体 j 获取于时间步 $t-k$生成的共享数据 $\hat{z}_j(\cdot|t-k)$，其中 $k \geq 1$。因此，我们将对跟随者的行为施加更强的假设，并将在第 IV 和 V 节中予以说明。

III. 控制架构

A. 分布式模型预测控制问题表述

我们选择采用分布式模型预测控制来处理问题 1，其中每个智能体针对 N 个时间步的规划时域求解一个分布式最优控制问题，并在控制时域 Δt [1]内施加第一个控制输入。请注意，控制架构中的所有时间步均为离散的 $t \in \mathbb{N}_0$，而 Δt 表示两个时间步之间的连续时间间隔。随后，每个智能体在每个时间步重复这一过程。

令$\hat{x}_i(k|t)$为在时刻 t计算得到的时刻 $k+t$的标称状态轨迹，$k=0,\ 1,\ \ldots,\ N$，其中$\hat{x}_i(0|t) = x_i(t)$，由以下差分方程描述

$$\hat{x}_i(k+1|t) = f_i(\hat{x}_i(k|t), u_i(k|t)) \tag{5}$$

每个智能体在时间步 t 时获得直至 $t+N$ 的状态参考轨迹，其形式为$x_{r,\ i}(\cdot|t) = \{x_{r,i}(0|t)\ \ldots,\ x_{r,\ i}(N|t)\}$。参考轨迹由所提出的算法提供，该算法将在第五节和第四节中详细介绍。每个智能体在时间步 t 的控制目标是最小化以下代价函数

$$J_i(\hat{x}_i(\cdot|t), u_i(\cdot|t), x_{r,i}(\cdot|t), N, t) = \sum_{k=0}^{N} \|\hat{x}_i(k|t) - x_{r,i}(k|t)\|^2_{Q_i} \tag{6}$$

同时满足约束，其中求和项表示阶段代价，Q_i 是一个正定加权矩阵。我们还将 $J = \sum_{i\in\mathcal{N}} J_i$ 记为。

我们针对该目标函数 formulate 分布式最优控制问题。

问题 2. 设智能体在时刻 t 的状态为 $x_i(t), i \in \mathcal{N}$。给定参考轨迹 $x_{r,i}(\cdot|t)$ 以及其他智能体的预测轨迹 $\hat{z}_j(\cdot|t)$，$j \in \mathcal{N}_{-i}$，分布式最优控制问题可表述为

$$\min_{u_i(\cdot|t)} J_i(\hat{x}_i(\cdot|t), u_i(\cdot|t), x_{r,i}(\cdot|t), N, t) \tag{7a}$$

满足以下约束

$$\hat{x}_i(k+1|t) = f_i(\hat{x}_i(k|t), u_i(k|t)), \tag{7b}$$
$$\hat{x}_i(k|t) \in \mathcal{X}_i, \tag{7c}$$
$$u_i(k|t) \in \mathcal{U}_i, \tag{7d}$$
$$\hat{x}_i(k|t) \in \mathcal{X}_{i,j}(\hat{z}_j(k|t)), \quad \textit{for } i \in \mathcal{N}_{-l}, j \in \mathcal{N}_{-i}, \tag{7e}$$

对于 $k=0$、1、…、N，对所有 $i \in \mathcal{N}$ 均成立。

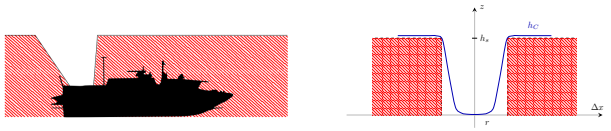

图 1. 受限区域及约束的侧视图 h_C，见式 (8)

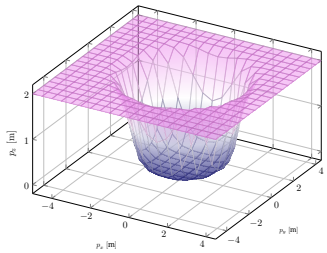

图 2. h_C，见式 (8)，其中 $h_s = 2,\ r = 2.5,\ \beta = 1$

集合 $\mathcal{X}_i$ 表示模型状态约束的集合，$\mathcal{U}_i$ 表示输入约束。$\mathcal{X}_{i,\ j}(\hat{z}_j(k|t))$ 表示针对其他智能体的时空安全约束集合，将在下一节中进行定义。请注意，领导者不受智能体间碰撞约束 (7e) 的限制，只有跟随智能体受其限制。

B. 时空安全约束

对无人机在三维空间中的运动，期望的要求是飞行高度高于规定值并避开障碍物。然而，在无人机降落于船上的问题中，我们尤其关注由船体形状、设备及其运动产生的障碍物。船上着陆区域周围的这些特定障碍物如图 1 所示。

该区域可以建模为两个凸区域，并引入一个取决于无人机高度的二元变量，以确定在混合整数优化问题 [18] 中应施加哪一个约束。然而，值得关注的是，使用一个非线性连续函数来建模受限飞行区域，从而避免使用混合整数规划及其可能带来的计算负担。

在以下讨论中，我们假设着陆平台是圆形的，半径为 r，$r_{safe} < r$ 是安全着陆所需的安全半径，h_s 是安全高度，除非无人机位于着陆平台上方，否则不允许其下降至该高度以下。设 $z_l = [p_{x_c}, p_{y_c}, 0^T_{n_f-2}]^T \in \mathcal{X}_f$ 为船上着陆平台的中心，$x_f = [p_x, p_y, p_z, 0^T_{n_f-3}]^T \in \mathcal{X}_f$ 为无人机的位置。

我们以一种新颖的方式定义约束函数 h_C：

$$h_C(x_f, z_l) := p_z - \frac{h_s}{1 + e^{-\beta((p_x-p_{x_c})^2+(p_y-p_{y_c})^2-r^2)}} \geq 0 \tag{8}$$

其中，$\beta > 0$ 是一个调节参数，用于确定漏斗的斜率。

要求 $h_C(x_f, z_l) \geq 0$，无人机将始终位于船的位置相关约束函数上方。图 2 显示了由 h_C 在三维空间中定义的受限区域边界。

在时间步 $t+k$、预测时刻 t，对于 $i=0,\ 1,\ .....,\ N$，相对于领导者位置的未来轨迹 $\hat{z}_l(k|t)$，对跟随者位置 $\hat{x}_i(k|t)$，$i \in \mathcal{N}_{-l}$ 施加的时空约束为

$$h_C(\hat{x}_i(k|t), \hat{z}_l(k|t)) \geq 0 \quad \text{for all } k = 0, ..., N. \tag{9}$$

因此，我们为所有$i \in \mathcal{N}_{-l}$ 在 (7e) 中定义安全集 $\mathcal{X}_{i,l}(\hat{z}_l(k|t))$，如下:

$$\mathcal{X}_{i,l}(\hat{z}_l(k|t)) := \{\hat{x}_i(k|t) : h_C(\hat{x}_i(k|t), \hat{z}_l(k|t)) \geq 0\}. \tag{10}$$

请注意，在当前公式中，我们假设着陆平台的高度为零。

C. 智能体间避碰

上一节定义了每个跟随者在针对领导者的优化问题中所施加的安全约束函数。跟随智能体集合 $\mathcal{M} = \mathcal{N}_{-l}$ 的智能体间避碰条件表述为

$$\|C(\hat{x}_i(k|t) - \hat{z}_j(k|t))\| \geq R, \text{ for } j \in \mathcal{M}_{-i} \tag{11}$$

对于 $k = 0, 1, ..., N$，其中 $R > 0$ 是跟随智能体之间的最小距离。矩阵 $C = \text{diag}(1, 1, c, 0_{n_i-3})$（其中 $c > 1$）决定超椭球集约束的形状，从而防止碰撞以及无人机位于另一架无人机下方时可能出现的下洗效应。

此外，条件 (11) 可写成形式 (3):

$$h_{ij}(\hat{x}_i(k|t), \hat{z}_j(k|t)) := \|C(\hat{x}_i(k|t) - \hat{z}_j(k|t))\| - R \geq 0$$

并且，对于所有 $i \in \mathcal{M}$ 和$j \in \mathcal{M}_{-i}$，(7e) 中的安全集 $\mathcal{X}_{i,j}(\hat{z}_j(k|t))$ 定义为

$$\mathcal{X}_{i,j}(\hat{z}_j(k|t)) := \{\hat{x}_i(k|t) : h_{ij}(\hat{x}_i(k|t), \hat{z}_j(k|t)) \geq 0\}.$$

D. 扩展卡尔曼滤波预测器

为处理通信丢失，我们为智能体配备扩展卡尔曼滤波器（EKF），将其作为预测其他智能体未来轨迹的 N 步预测器。扩展卡尔曼滤波预测器针对一般非线性系统 $x^+ = f(x)$ 构建，该系统具有围绕测量状态和未知输入进行线性化的动力学。通过在开环中重复预测步骤 N 次，完成 N 步预测。

为简洁起见，我们不列出扩展卡尔曼滤波器矩阵，而请读者参阅相关文献 [19]。控制架构中使用的扩展卡尔曼滤波预测器输出为预测轨迹 $\hat{z}_{p,i}(\cdot|t)$ 和预测协方差矩阵$P_{p,i}(\cdot|t)$。预测协方差矩阵 $P_{p,i}(k|t)$ 为我们提供了一个由其特征值 $\lambda_k(P_{p,i})$确定的超椭球集估计。

IV. 会合算法

存在多个跟随者的多智能体表述颇具挑战，因为即使所有智能体共享其已承诺轨迹，也可能发生智能体间碰撞。本节将针对多跟随者交会着陆建立算法。

我们假设着陆平台足够大，能够容纳 M 个智能体同时着陆于相对于着陆平台中心预先指定的位置 $c_i \in \mathcal{B}_{r-r_{safe}}$。此外，鉴于当前的应用测试平台 [20]，我们将方案中的智能体数量限制为 M；若在所提出的算法中加入优先级排序程序，还可纳入更多跟随智能体。下面给出关于初始条件和可行性的假设，用于分析算法收敛。

假设 1. 所有智能体在时间 t_0 的初始条件为$x_i(t_0)$，$i \in \mathcal{N}$ 满足

$$x_i(t_0) \in \mathcal{X}_{i,j}(z_j(t_0)) \quad \textit{for } i \neq l, j \in \mathcal{N}_{-i}.$$

此外，有

$$\|c_i - c_j\| > R, \textit{ for all } i, j \in \mathcal{M}, i \neq j.$$

在陈述算法之前，先引入智能体 i 在时间步 t可获取的数据收集 $D_i(t)$，其形式为 $D_i(t) = \{\hat{z}_j(\cdot|t_j)\}_{j \in \mathcal{N}_{-i}}$，由所有其他智能体在时间 $t_j < t$，$\forall j \in \mathcal{N}_{-i}$广播的共享未来轨迹组成。

算法 1 多跟随者会合算法

要求: 时间 $t = 0$ 的初始状态 $x_i(0)$，着陆位置 c_i 根据关于 $i \in \mathcal{M}$ 的假设 1，容差参数 ε;

对每个智能体 $i \in \mathcal{M}$ **执行**
  根据 (13) 更新 $D_i(t)$ 和 $\hat{z}_j(\cdot|t)$，$j \in \mathcal{N}_{-i}$
    $\hat{x}_i^*(\cdot|t)$，$\hat{u}_i^*(\cdot|t) \leftarrow$ 求解问题 2
  若 $\|\hat{x}_i(t) - \hat{z}_l(t) + c_i\| > \varepsilon$，**则**
    应用 $\hat{u}_i^*(0|t)$
    广播 $\hat{x}_i^*(\cdot|t)$
    $t \leftarrow t + 1$

注 1. 在一般的多智能体情形中进行智能体间避碰时，可能会出现一个问题：智能体陷入死锁，无法有效地找到前往目标位置的路径。在这种情况下，可以强制智能体依次求解问题 *2 [2], [21],* 从而解除死锁。这可以确保每个智能体都考虑其他智能体当前的预测轨迹，并等待该过程完成。因此，生成的轨迹不会陷入死锁。请注意，这种情况下需要通信。因此，算法 *1* 要求算法的首次迭代按顺序进行，并建立初始可行性。

V. 收敛

考虑会合着陆问题中的单跟随者情形 $\mathcal{N} = \{l, f\}$，其中给定领导者参考轨迹$x_{r,\ l}(t)$，跟随者参考轨迹则基于领导者的位置 $x_{r,\ f}(t) = z_l(t)$，该位置对应于着陆平台的中心。为分析系统行为，我们针对跟随者相对于领导者动力学和时空约束跟踪领导者的能力，提出一个假设。

假设 2. 存在一个控制律 κ： $\mathcal{X}_f \times \mathcal{X}_f \to \mathcal{U}_f$使得

$$\|x_f^+ - z_l^+\|^2 \le \rho \|x_f - z_l\|^2 \tag{12}$$

在 $\rho \in (0,\ 1)$ 且

$$\begin{aligned} x_f^+ &= f_f(x_f, \kappa(x_f, z_l)) \\ x_l^+ &= f_l(x_l, u_l), \\ z_l &= H x_l, \\ h_C(x_f, z_l) &\ge 0 \end{aligned}$$

对所有 $x_f \in \mathcal{X}_f$、$x_l \in \mathcal{X}_l$和 $u_l \in \mathcal{U}_l$均成立。

假设 2 指出，对于领导者采取的任意控制动作，都存在一种控制律，使跟随者能够在每个连续的时间步缩短两者之间的距离。然而，在通信丢失的情况下，无论领导者如何行动，跟随者都必须能够渐近地缩短这一距离。

此外，假设 2 与 [22] 中的假设 4 和假设 6 类似，据此可以阐述如 [23, 定义 2.1], [24] 所述的增量稳定性概念。与[22], 相比， z_l 中的参考轨迹在我们的情形下具有不同于跟随者的动力学，且未考虑领导者的控制动作。

参照问题 2，设时间步 t 处的价值函数为

$$\begin{aligned} V_N(x_f(t), z_l(t)) &= \min_{u_f(\cdot|t)} J_f(\hat{x}_f(\cdot|t), u_f(\cdot|t), \hat{z}_l(\cdot|t), N, t) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \left\| \hat{x}_f^*(k|t) - \hat{z}_l(k|t) \right\|_{Q_f}^2 \end{aligned}$$

我们将模型预测控制器的吸引域定义为状态集合z_l $\mathcal{X}_f^{ROA}$($\{x_f \in \mathcal{X}_f \quad V_N\ x_f\ z_l\ \le V_{N\,max}\}$)：：(,)，其中的状态可以在 N 步或更少的时间步内被引导至期望的领导者状态 z_l。

单个跟随者情况下的收敛结果，基于这样一个条件：对于吸引域内的所有初始状态，价值函数都是一个在每个时间步递减的李雅普诺夫函数。

定理 1 （单个跟随者情况下的收敛）。 设假设 *2* 成立。对于任意 $V_{N,\ max} \in \mathbb{R}_{>0}$，存在常数$\gamma \ge 1$和 $N_0 \in \mathbb{N}$，使得对于所有 $N > N_0$ 以及吸引域 $x_f(0) \in \mathcal{X}_f^{ROA}(z_l(0))$内的所有初始条件，存在 $\alpha_N \in \mathbb{R}_{>0}$，使得多智能体系统 (1)满足条件，其中 $w_i = 0, i \in \mathcal{N} = \{l, f\}$

$$\|x_f - z_l\|_{Q_f}^2 \le V_N(x_f, z_l) \le \gamma \|x_f - z_l\|_{Q_f}^2,$$

$$V_N(x_f^+, z_l^+) - V_N(x_f, z_l) \le -\alpha_N \|x_f - z_l\|_{Q_f}^2,$$

对于所有 $t \ge 0$均成立。此外，对于所有 $x_f(0) \in \mathcal{X}_f^{ROA}(z_l(0))$，跟随者会指数收敛到依赖于领导者的会合位置，即 $x_f(t) \to z_l(t)$，当 $t \to \infty$ 时。

证明见附录 A。

注 2. 请注意，问题 *2* 中的优化问题没有使用终端要素，因此它们并未

用于定理 *1* 中，尽管这是证明模型预测控制方案 *[25], [26]* 稳定性的一种常见方法。本文通过在吸引域 $\mathcal{X}^{ROA}$ 内采用足够长的规划时域 N，避免使用终端要素。这建立在 *[22], [27]* 中提出的方法之上。此外，根据同一原则，定理 *1* 隐含地假设吸引域内具有初始可行性，即假设存在 N_0，使得对于 $\mathcal{X}^{ROA}$ 中的所有初始条件，问题 *2* 中的优化问题均可行。还请注意，定理中未考虑扰动。

使用与定理 1 相同的论证，可以很容易地证明，领导智能体也将遵循其参考轨迹，从而实现问题 1 的目标。

A. 通信丢失鲁棒性

发生通信丢失时，将最新可用的领导者共享轨迹平移后用作跟随者参考轨迹，并使用扩展卡尔曼滤波预测器预测轨迹中缺失的部分。如果共享轨迹的最新到达时间为 t_a $t_a < t - k$ $0 < k < N$，则将轨迹平移 k 个时间步，其余部分按如下方式预测

$$\hat{z}_i(l|t) = \begin{cases} \hat{z}_i(l+k|t_{a,i}), & \text{for } l < N-k \\ \hat{z}_{p,i}(l+k|t_{a,i}), & \text{for } l \ge N-k \end{cases} \tag{13}$$

对于 $l = 0,\ 1,\ ...,\ N$。然而，预测轨迹存在一定的不确定性，因此 $z_i(l|t) \in \hat{}z_{p,\ i}(l|t_i) \oplus P_i(l|t)$，其中集合 $P_i(l|t) := \{b : \|b\|^2_{P_{p,\ i}(l|t)} \le s\}$ 由预测协方差矩阵 $P_{p,\ i}(l|t)$ 和参数 $s = -2\ln(1-p)$确定，该参数取决于所选的概率置信度 $p \in (0,\ 1)$。若 $k = N-1$，这意味着没有可用的未来预测时间步，则仅使用扩展卡尔曼滤波预测器更新数据收集。

注释3。请注意，无需使用扩展卡尔曼滤波预测器，也可将下一状态不确定性估计为 $z_i(l+1|t) \in \hat{}z_i(l|t_i) \oplus \mathcal{B}_{r_i}$，其中，安全半径 r_i的选择决定了所用集合估计的保守程度。通过将 r_i 设为

$$r_i = \max_{x_i \in \mathcal{X}_i, u_i \in \mathcal{U}_i} \|x_i^+ - f(x_i, u_i)\| \tag{14}$$

，可以保证下一状态位于给定半径的球体内。然而，鉴于不确定集会不断增大，并且在时域末端可能变得非常大，从而阻碍跟随智能体着陆，这是一种过于保守的方法。在这种情况下，碰撞检查可以仅限于单步前向预测，即

$$\|C(\hat{x}_i(1|t) - \hat{x}_j(1|t))\| \ge R + r_j, \quad \textit{for } j \in \mathcal{N}_{-i}$$

并使用如(14)所示的最坏情况半径 r_j。

定理 2 (p-概率安全着陆)。 设定理 *1* 的条件成立。给定概率置信度$p \in (0,\ 1)$、着陆平台半径 r，以及

安全着陆所需的半径 r_{safe}，若满足以下条件

$$r_{safe} + \sqrt{s\lambda_{\max}(P_{p,i}(t))} < r$$

其中 $s = -2\ln(1-p)$，此时着陆被认为以概率 p达到概率安全。

证明。该证明基于着陆位置的最坏情况估计。给定概率置信度 p 和协方差矩阵 $P_{p,i}(t)$，实际着陆位置 $z_l(t)$与其估计值 $\hat{z}_l(t)$之间的最坏情况距离为 $d = \sqrt{s\lambda_{\max}(P_{p,i}(t))}$。因此，$\|z_l(t) - \hat{z}_l(t)\| = d < r - r_{safe}$，这意味着，采用问题 2 所得控制输入的跟随者能够保证以概率 p着陆在着陆平台内。 □

多跟随者情形的扩展结果如下：

推论 1。设假设 *2* 和假设 *1* 成立。此外，设定理 *2* 的条件对所有跟随智能体 $i \in \mathcal{M}$均成立。那么，算法 *1* 收敛，且所有跟随智能体均在领导者着陆平台上汇合，不发生碰撞。

证明。证明分为两部分。首先，所有智能体都会收敛至着陆平台；其次，它们的轨迹不会发生碰撞。在所述条件均成立的情况下，存在一种可行配置，使所有跟随智能体都能在领导者着陆平台上会合。此外，所有跟随智能体也满足定理 2 中的条件，因此存在一条能够抵御通信丢失的可行着陆轨迹。由于每个智能体都在求解问题 2 中的优化问题，因此每条可行着陆轨迹都满足智能体间避碰要求。因此，所有智能体都能在领导者着陆平台上会合，且不会发生碰撞。 □

VI. 仿真结果

本节展示一个包含 $M = 6$ 个智能体的着陆场景。领导者无法与跟随智能体通信，因此跟随智能体必须使用扩展卡尔曼滤波预测器来估计领导者的位置。此外，领导者的测量数据取自真实世界实验，因此存在扰动。跟随智能体会共享其预测轨迹，直到时间步 $k = 10$（连续时间$t_c = 2s$）；此时，其中一个智能体（智能体 f_1）也与其他智能体失去通信。随后，场景中的其余智能体也必须预测智能体 f_1 的未来轨迹，而智能体 f_1 则预测场景中所有其他智能体的轨迹。

模型的状态和输入约束定义方式与 [28, 第 5 节1]类似。跟随者的初始位置
智能体位于 $x_i(0) = [5\cos(2i\pi/M), 5\sin(2i\pi/M), 10, 0_6^T]^T$，领导者位于原点 $x_l(0) = 0_6$。所有智能体共用的着陆平台半径为 $5r_{safe}$，着陆安全半径为 $r_{safe} = 0.5m$。矩阵 $Q_{f_i} = \text{diag}(10, 10, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$，$Q_l = \text{diag}(10, 10, 10, 1, 1, 1)$，因此对于四旋翼飞行器，主要惩罚 x 和 y 中的位置，其次惩罚 z中的位置；对于船，则惩罚其朝向 ψ。$\lambda_{\max}(Q_{f_i}) = 10$，并且我们选取 $V_{N,\,max} = 240$，使得 $\bar{\gamma} = 1.99$ 和 $N = 20$，且吸引域足够大，能够以充分的裕度涵盖初始位移。

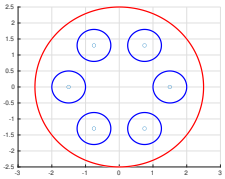

图 3. 红色圆圈标示着陆平台的边界，蓝色圆圈表示安全半径为 $r_{safe} = 0.5m$ 的着陆位置。从平台中心到着陆位置的距离为 $3r_{safe}$.

着陆位置如图 3 所示等距分布，并分配给位于对角相对侧的智能体。假设 1 在 $R = 2r_{safe}$ 和 $C = I_3$ 条件下成立。若定理 2 的条件在 $p = 0.95$ 条件下成立，则认为着陆是安全的。假设所有智能体对着陆平台位置的估计一致，且已处理智能体间碰撞，则只需考虑相对于外边界的安全性。因此，$p = 0.95$，$\lambda_{max}(P_{p,\,l}(t)) < (5r_{safe} - 3r_{safe})^2/s \approx 0.17$。根据实验结果，$\lambda_{max}(P_{p,\,l}(t)) < 0.06$，因此满足定理 2。算法 1 和问题 2 使用 CasADi [29]实现，结果如图 4 和图 5 所示。所有轨迹均无碰撞，其他智能体对智能体 f_1 的预测轨迹（反之亦然）不会使算法过于保守。这主要是因为轨迹的第一部分采用式（13）中的移位机制生成，且协方差矩阵的特征值相较于所考虑的安全半径较小。

VII. 结论

本文提出了一种基于领导者-跟随者方案和分布式模型预测控制的会合算法，该算法具有通信丢失鲁棒性。该算法旨在实现多架四旋翼飞行器在移动无人水面艇上的自主着陆。本文给出了该算法的收敛性分析，并通过着陆场景仿真验证了所提出算法的有效性。未来的工作将把扰动纳入分析，并量化上界，以确保收敛性得以保持。此外，探索如何引入学习方法以加快计算也很有意义。

附录 A：定理 1 的证明

证明。证明分为两部分。第一部分证明，对于所有 $t \geq 0$，$V_N(x_f(t), z_l(t))$ 有界；第二部分证明，在吸引域内的所有状态下，价值函数在每个时间步都递减。

根据价值函数的定义

$$\begin{aligned} V_N(x_f(t), z_l(t)) &\geq \|\hat{x}_f(0|t) - \hat{z}_l(0|t)\|_{Q_f}^2 \\ &= \|x_f(t) - z_l(t)\|_{Q_f}^2 \end{aligned}$$

此外，对于 $x_f(t) \in \mathcal{X}_f^{ROA}(z_l)$

$$\|x_f(t) - z_l(t)\|_{Q_f}^2 \leq V_N(x_f(t), z_l(t)) \leq V_{N,max}$$

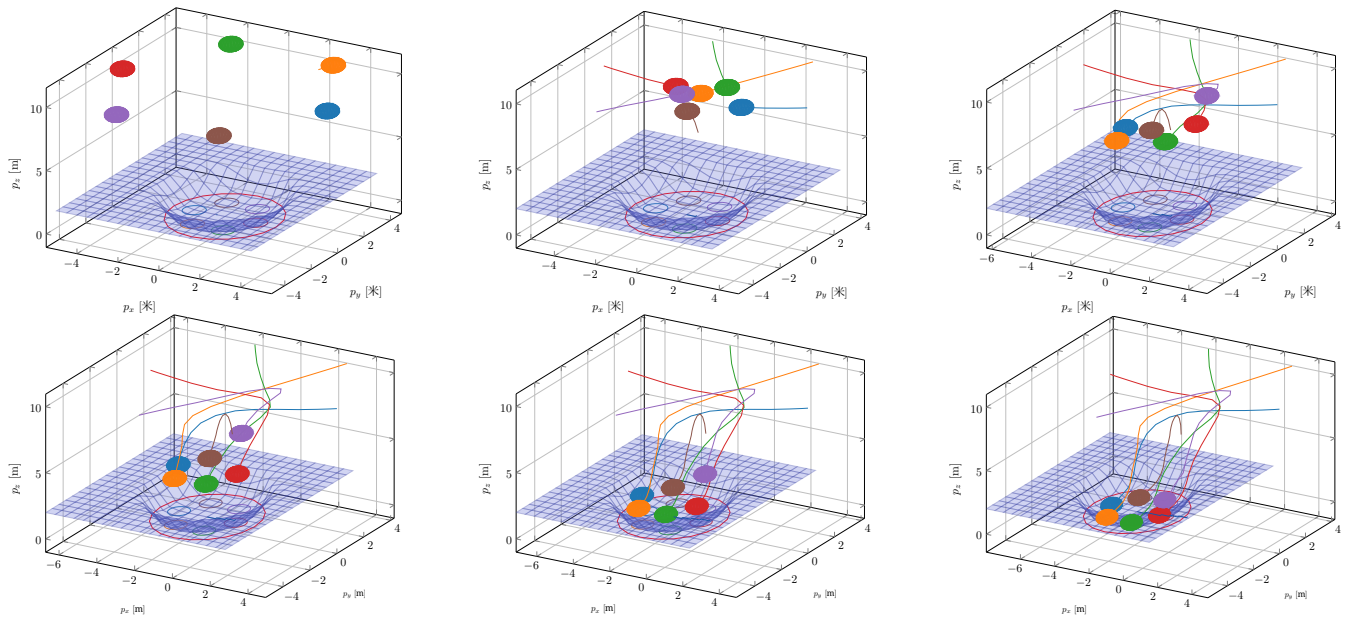

图 4. 着陆场景在离散时间步 $t = \{0, 5, 10, 13, 17, 23\}$ 的三维视图，两个时间步之间的间隔为 $\Delta t = 0.2s$。实验期间，跟随者无法与领导者通信，并且在 $t = 10$ 时与智能体 f_1 发生通信中断。智能体 f_1 以橙色标示。

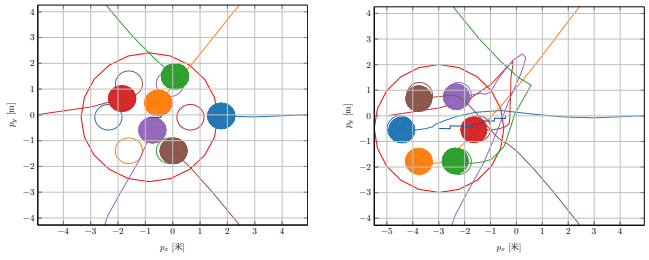

图 5. 左：在 $t = 5$时第二种情况的俯视图。透视图中可能看起来智能体彼此距离过近，但俯视图显示智能体间避碰约束得到了执行。右：$t = 23$时的最终情况。为便于观察，已移除 h_C。

因此，存在 $\bar{\gamma} \geq 1$ $\bar{\gamma} \|x_f\ t\ - z_l\ t\ \|^2_{Q_f} =$，使得 $V_{N\ max}$ $\gamma \geq \bar{\gamma} \geq 1$ ( ) ( ). 并且满足

$$V_N(x_f(t), z_l(t)) \leq V_{N,max} \leq \gamma \|x_f(t) - z_l(t)\|^2_{Q_f}$$

证明的第二部分利用了假设 2 中误差的收缩。设下一时间步的一个可行（次优）输入序列为 $\tilde{u}_f(\cdot|t+1)$，定义如下：

$$\tilde{u}_f(k|t+1) = \begin{cases} u^*_f(k+1|t) & \text{for } k = 0, 1, ..., N-1 \\ \kappa(\hat{x}^*_f(N|t), \hat{z}_l(N|t)) & \text{for } k = N \end{cases}$$

由上一步移位后的最优输入和一些附加的 $u^N_f = \kappa(\hat{x}^*_f(N|t), \hat{z}_l(N|t)) \in \mathcal{U}_f$组成，且满足假设 2。假设不存在扰动，则 $x_f(t+1) = \tilde{x}_f(0|t+1) = f_f(x_f(t)\ u^*_f(0|t))$ 并且

$$\tilde{x}_f(k|t+1) = \begin{cases} \hat{x}^*_f(k+1|t) & \text{for } k < N \\ f_f(\hat{x}^*_f(N|t), u^N_f) & \text{for } k = N \end{cases}$$

此外，由于假设 2

$$\|\tilde{x}_f(N|t+1) - \hat{z}_l(N|t+1)\|^2 \leq \rho \left\|\hat{x}^*_f(N|t) - \hat{z}_l(N|t)\right\|^2$$

and

$$\|\tilde{x}_f(N|t+1) - \hat{z}_l(N|t+1)\|^2_{Q_f} \leq \rho \frac{\lambda_{max}(Q_f)}{\lambda_{min}(Q_f)} \left\|\hat{x}^*_f(N|t) - \hat{z}_l(N|t)\right\|^2_{Q_f}$$

由于 $V_N(x_f(t)\ z_l(t)) \leq \gamma \|x_f(t) - z_l(t)\|^2_{Q_f}$，因此 $\forall\ k \geq 1$，存在 $N > 1$和 $\gamma \geq \bar{\gamma} \geq 1$使得

$$\|\hat{x}^*_f(k|t) - \hat{z}_l(k|t)\|^2_{Q_f} \leq \frac{V_N(x_f(t), z_l(t))}{N} \leq \frac{\gamma}{N} \|x_f(t) - z_l(t)\|^2_{Q_f}$$

考虑时间步 $t+1$处的价值函数，则

$$\begin{aligned} &V_N(x_f(t+1), z_l(t+1)) \\ &\leq \sum_{k=0}^{N} \|\tilde{x}_f(k|t+1) - \hat{z}_l(k|t+1)\|^2_{Q_f} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \|\tilde{x}_f(k|t+1) - \hat{z}_l(k|t+1)\|^2_{Q_f} \\ &\quad + \|\tilde{x}_f(N|t+1) - \hat{z}_l(N|t+1)\|^2_{Q_f} \\ &= \sum_{k=1}^{N} \left\|\hat{x}^*_f(k|t) - \hat{z}_l(k|t)\right\|^2_{Q_f} \\ &\quad + \|\tilde{x}_f(N|t+1) - \hat{z}_l(N|t+1)\|^2_{Q_f} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{N} \left\| \hat{x}_f^*(k|t) - \hat{z}_l(k|t) \right\|_{Q_f}^2 - \left\| \hat{x}_f^*(0|t) - \hat{z}_l(0|t) \right\|_{Q_f}^2 \\
&\quad + \left\| \tilde{x}_f(N|t+1) - \hat{z}_l(N|t+1) \right\|_{Q_f}^2 \\
&= V_N(x_f(t), z_l(t)) - \left\| x_f(t) - z_l(t) \right\|_{Q_f}^2 \\
&\quad + \left\| \tilde{x}_f(N|t+1) - \hat{z}_l(N|t+1) \right\|_{Q_f}^2 \\
&\leq V_N(x_f(t), z_l(t)) - \left\| x_f(t) - z_l(t) \right\|_{Q_f}^2 \\
&\quad + \rho \frac{\gamma}{N} \frac{\lambda_{max}(Q_f)}{\lambda_{min}(Q_f)} \left\| x_f(t) - z_l(t) \right\|_{Q_f}^2 \\
&\leq V_N(x_f(t), z_l(t)) - \alpha_N \left\| x_f(t) - z_l(t) \right\|_{Q_f}^2
\end{aligned}
$$

其中 $\alpha_N = 1 - \rho \frac{\gamma}{N} \frac{\lambda_{max}(Q_f)}{\lambda_{min}(Q_f)}$，$N > N_0 = \bar{\gamma} \frac{\lambda_{max}(Q_f)}{\lambda_{min}(Q_f)}$，$\alpha_N > 0$。因此，通过选择 γ，N。最后，对于所有 $t \geq 0$，价值函数 $V_N(x_f(t), z_l(t))$ 均递减。

利用第一部分中已证明的吸引域 $\mathcal{X}_f^{ROA}(z_l)$ 内的递减性质和有界性，$V_N(x_f(t), z_l(t))$ 是 $\mathcal{X}_f^{ROA}(z_l)$ 中的李雅普诺夫函数。因此，误差 $\|x_f(t) - z_l(t)\|$ 指数趋于零，从而完成证明。 □

参考文献

[1] Matthias A Müller、Marcus Reble 和 Frank Allgöwer。通过分布式模型预测控制实现动态解耦系统的协同控制。*International Journalof Robust and Nonlinear Control*，22(12):1376–1397，2012年。[2] Panagiotis D Christofides、Riccardo Scattolini、David Munoz de la Pena 和 Jinfeng Liu。分布式模型预测控制：教程式综述与未来研究方向。*Computers & Chemical Engineering*，51:21–41，2013年。[3] Christos K Verginis、Alexandros Nikou 和 Dimos V Dimarogonas。采用非线性模型预测控制的基于通信的分散式协同物体运输。载于*2018*年欧洲控制会议（*ECC*），第733–738页。IEEE，2018年。[4] Brett T Lopez、Jean-Jacques Slotine 和 Jonathan P How。通过滑模控制实现鲁棒避碰。载于*2018*年*IEEE*国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第2962–2969页。IEEE，2018年。[5] Noel Csomay-Shanklin、Andrew J Taylor、Ugo Rosolia 和 Aaron D Ames。不确定非线性系统的多速率规划与控制：模型预测控制与控制李雅普诺夫函数。载于*2022*年*IEEE*第*61*届决策与控制会议（*CDC*），第3732–3739页。IEEE，2022年。[6] Ugo Rosolia、Andrew Singletary 和 Aaron D Ames。统一多速率控制：从低层驱动到高层规划。*IEEE*自动控制汇刊，67(12):6627–6640，2022年。[7] Davide Falanga、Alessio Zanchettin、Alessandro Simovic、Jeffrey Delmerico 和 Davide Scaramuzza。基于视觉的自主四旋翼飞行器在移动平台上着陆。载于*2017*年*IEEE*安全、防护与救援机器人国际研讨会（*SSRR*），第200–207页。IEEE，2017年。[8] Yeongho Song、Hojin Lee、Cheolhyeon Kwon、Hyo-Sang Shin 和 Hyondong Oh。面向协同控制的随机多智能体系统虚拟网络分布式估计。*IEEE*系统、人类与控制论汇刊：系统，2022年。[9] Ioannis Lymperopoulos 和 John Lygeros。利用粒子滤波器进行自适应飞机轨迹预测。载于*AIAA*制导、导航与控制会议及展览，第7387页，2008年。[10] Spyros Maniatopoulos、Dimos V Dimarogonas 和 Kostas J Kyriakopoulos。面向空中交通管制的分散式事件触发预测导航方案。载于*2012*年美国控制会议（*ACC*），第2503–2508页。IEEE，2012年。

[11] Panna Felsen、Patrick Lucey 和 Sujoy Ganguly。他们将去往何处？使用条件变分自编码器预测细粒度对抗性多智能体运动。载于欧洲计算机视觉会议论文集（*ECCV*），第732–747页，2018年。[12] Jiachen Li、Hengbo Ma 和 Masayoshi Tomizuka。通过对抗学习进行具交互感知的多智能体跟踪与概率行为预测。载于*2019*年国际机器人与自动化会议（*ICRA*），第6658–6664页。IEEE，2019年。[13] Tianyang Zhao、Yifei Xu、Mathew Monfort、Wongun Choi、Chris Baker、Yibiao Zhao、Yizhou Wang 和 Ying Nian Wu。用于情境轨迹预测的多智能体张量融合。载于*IEEE/CVF*计算机视觉与模式识别会议论文集，第12126–12134页，2019年。[14] Jiachen Li、Fan Yang、Masayoshi Tomizuka 和 Chiho Choi。Evolve-graph：通过动态关系推理进行多智能体轨迹预测。神经信息处理系统进展，33:19783–19794，2020年。[15] Yulong Cao、Chaowei Xiao、Anima Anandkumar、Danfei Xu 和 Marco Pavone。Advdo：针对轨迹预测的逼真对抗攻击。载于欧洲计算机视觉会议，第36–52页。施普林格，2022年。[16] Dženan Lapandi´c、Christos K Verginis、Dimos V Dimarogonas 和 Bo Wahlberg。具有预设性能的欠驱动四旋翼无人机鲁棒轨迹跟踪。载于*2022*年*IEEE*第*61*届决策与控制会议（*CDC*），第3351–3358页。IEEE，2022年。[17] Thor I Fossen。船舶水动力学与运动控制手册。约翰·威立父子出版公司，2011年。[18] Linnea Persson 和 Bo Wahlberg。搜救场景下自主船舶着陆的模型预测控制。载于*AIAA Scitech 2019*论坛，第1169页，2019年。[19] Rudolph Emil Kalman。一种线性滤波与预测问题的新方法。1960年。[20] Olov Andersson、Patrick Doherty、Mårten Lager、Jens-Olof Lindh、Linnea Persson、Elin A Topp、Jesper Tordenlid 和 Bo Wahlberg。WARAPS：用于公共安全演示和自主协作救援机器人实验的研究平台。自主智能系统，1(1):1–31，2021年。[21] Arthur Richards 和 Jonathan P How。鲁棒分布式模型预测控制。《国际控制杂志》，80 1531，2007 9 1517( ): – 。[22] Johannes Köhler、Matthias A Müller 和 Frank Allgöwer。采用模型预测控制的非线性参考跟踪：一种直观方法。载于*2018*年欧洲控制会议（*ECC*），第1355–1360页。IEEE，2018年。[23] David Angeli。基于Lyapunov方法的增量稳定性分析。*IEEE*自动控制汇刊，47(3):410–421，2002年。[24] Duc N Tran、Björn S Rüffer 和 Christopher M Kellett。离散时间系统的增量稳定性。载于*2016*年*IEEE*第*55*届决策与控制会议（*CDC*），第477–482页。IEEE。[25] David Q Mayne、James B Rawlings、Christopher V Rao 和 Pierre OM Scokaert。约束模型预测控制：稳定性与最优性。《自动化》，36(6):789–814，2000年。[26] Hong Chen 和 Frank Allgöwer。一种具有保证稳定性的准无限时域非线性模型预测控制方案。《自动化》，34(10):1205–1217，1998年。[27] Andrea Boccia、Lars Grüne 和 Karl Worthmann。无稳定终端约束的状态约束模型预测控制的稳定性与可行性。《系统与控制快报》，72:14–21，2014年。[28] Dženan Lapandi´c、Linnea Persson、Dimos V. Dimarogonas 和 Bo Wahlberg。自主协同着陆中模型预测控制的非周期通信。*IFAC-PapersOnLine*，54(6):113–118，2021年。第七届IFAC非线性模型预测控制会议（NMPC 2021）。[29] Joel A E Andersson、Joris Gillis、Greg Horn、James B Rawlings 和 Moritz Diehl。CasADi——用于非线性优化与最优控制的软件框架。《数学规划计算》，11(1):1–36，2019年。