三维 WC -移动粒子半隐式法与几何非线性壳耦合，用于水弹性自由液面流流动

Rubens Augusto Amaro Junior

土木工程系，圣保罗大学理工学院，Av. Prof. Almeida Prado，2号支路83号 - 大学城，05508-070，圣保罗，SP，巴西 电子邮箱：rubens.amaro@usp.br

Alfredo Gay Neto

圣保罗大学理工学院结构与岩土工程系

Almeida Prado 教授大道，2号支路，83号——大学城，05508-070，圣保罗州圣保罗市，巴西 电子邮件：alfredo.gay@usp.br

Liang-Yee Cheng

圣保罗大学理工学院土木工程系 Almeida Prado 教授大道，2号支路，83号——大学城，05508-070，圣保罗州圣保罗市，巴西 电子邮件：cheng.yee@usp.br

摘要：本文开发了一种基于改进的弱可压缩移动粒子半隐式法（WC-MPS）和几何非线性壳结构模型的三维流固耦合求解器，并将其应用于水弹性自由液面流。流体与结构之间通过多边形壁面边界模型实现耦合，该模型能够处理尺寸不同的粒子和有限元。在 WC-MPS 中，连续性方程引入了无需调参的扩散项，以减轻非物理压力振荡。本文推导了离散散度算子，并将其应用于多边形壁面边界；通过斥力型伦纳德-琼斯力增强了数值稳定性。此外，本文提出了一种高效技术，用于处理位于零厚度壁面两侧的流体粒子之间的相互作用。几何非线性壳采用由六节点三角形单元构成的非结构网格建模。采用罗德里格斯参数考虑有限转动，并选用超弹性本构模型。涉及自由表面流和薄壁结构的基准算例表明，所提出的模型具有良好的鲁棒性和数值稳定性，并且通过允许网格尺寸大于流体粒子的尺寸，实现了更高效的计算。

关键词：水弹性、自由表面流、非线性壳体公式、基于粒子的方法、有限元法（FEM）

本文已获准发表并经过全面同行评审，但尚未经过文字编辑、排版、页码编排和校对，因此本版本可能与正式出版版本存在差异。引用本文时请注明 doi: 10.1002/fld.5083

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

1 引言

在大多数工程应用中，考虑流固相互作用（FSI）现象来设计机械系统至关重要，因为这关系到安全性、可靠性、效率和耐久性。在极端条件下涉及流体与结构运动的众多现象中，船舶砰击／甲板上浪、液体储存系统中的晃荡，以及海啸／风暴／洪水对结构的冲击，都是剧烈自由表面流伴随脉冲式水动力载荷的典型例子。随着高性能计算（HPC）系统取得显著进展，数值模拟成为处理此类问题的一种颇具前景的方法。

无网格粒子法（拉格朗日法），例如光滑粒子流体动力学（SPH）[1, 2]和移动粒子半隐式法（MPS）[3]，非常适合模拟具有大幅界面变形和破碎现象的剧烈流固耦合自由表面流[4, 5]。这些方法已广泛应用于水弹性[6, 7]及其他诸多领域，相关综述见 Gotoh 等人[8]；其中一些研究聚焦于图形处理器（GPU）上的并行计算[9, 10]，并将其用于求解晃荡[11, 12]、砰击[13]、溃坝[14]、海啸[15, 16]、结构失效[17, 18, 19]、复合结构[20]以及生物医学工程[21]等相关问题。

然而，对于涉及复杂结构或薄壁结构的大规模流固耦合问题，流体域通常采用均匀空间分辨率，因此高分辨率模型会带来巨大的计算开销。在这种情况下，一些研究者采用了多分辨率技术[22, 23, 24, 25, 26, 27]，仅在结构附近或局部关键区域使用高分辨率。不过，这类方法通常较为复杂，尤其对于三维问题而言，而且需要投入相当大的代码实现工作。

与此同时，从固体（结构）角度来看，基于粒子的方法能够模拟高度非线性的剧烈自由表面流，以及具有复杂几何形状的多体；有限

元法（有限元法）能够处理各种固体和结构模型。因此，近年来，许多研究人员结合无网格粒子法与基于网格的方法，开发流固耦合求解器。

在这一方向上，De Vuyst [28] 采用粒子-粒子接触方法将 SPH 与有限元求解器耦合；Groenenboom 和 Cartwright [29] 采用基于罚函数形式的滑移界面算法；Yang 等人 [30] 则将 Monaghan 排斥边界条件 [31, 32] 应用于壁面-粒子界面。Li 等人 [33] 提出了一种耦合

本文受版权保护。保留所有权利。

SPH-ALE（任意拉格朗日–欧拉）[34] 与有限元方法，用于分析几何线性结构，并进一步允许发生较大的结构变形 [35]。随后，为提高数值效率和稳定性，Nunez-Ramirez 等人 [37] 引入了 Gravouil 和 Combescure [36] 提出的多时间步算法，使各子域能够采用不同的时间步长。然而，Li 等人 [33, 35] 和 Nunez-Ramirez 等人 [37] 采用的技术并不通用，因为它们与有限元模型紧密相关，且需要在固体求解器中投入大量代码实现工作。上述所有研究采用的单元与粒子尺寸均相同或几乎相同。

Long 等人 [38] 将一种基于主从方案的二维粒子-单元接触算法引入 FEM-ISPH（不可压缩SPH）[39, 40] 和 FEM-SPH 的耦合中。此外，他们提出了一种数值技术，通过动态生成虚粒子来补偿固体单元附近 SPH 粒子的截断紧支撑 [41]。类似地，在 Fuchs 等人 [42] 的研究中，利用一组沿流固界面随流体粒子运动而滑动的虚拟边界粒子，补全截断支撑。

关于耦合算法，Fourey 等人 [43] 比较了用于并行算法的传统并行交错（CPS）过程（其中 SPH 和 FEM 求解器同步更新解至下一个时间步长），以及用于顺序算法的传统顺序交错（CSS）过程（其中求解器交替推进）[44]。他们得出结论：尽管 CPS 在节省CPU时间方面表现更好，但 CSS 比 CPS 更稳定。随后，Hermange 等人 [45] 将 Fourey 等人 [43] 提出的形式体系扩展到三维模型，并将其应用于水滑现象。Ogino 等人 [46]通过在流固边界采用界面标记，并为流体域设置虚拟网格，开发了一种 SPH-有限元方法的分区耦合。关于粒子与有限元之间相互作用的数值建模的更详细描述，

建议读者参阅 Liu 和 Zhang 的研究 [47]。此外，关于 SPH-FE模型的实际应用，也可以提及 Groenenboom 等人的研究[48, 49]。

关于采用移动粒子半隐式法与有限元方法处理流固耦合问题的研究，据作者所知，最早的尝试是 Lee 等人 [50] 的工作。他们对流体粒子和二维几何非线性壳单元采用相同的分辨率，并通过布置在有限元节点处的伪流体粒子进行弱耦合。同样，Mitsume 等人 [51] 通过重叠壁面边界粒子与有限元节点，在流固界面进行数据交换，从而耦合二维显式MPS（EMPS）[52]与有限元方法。随后，Mitsume 等人[53]采用多边形壁面边界模型[54]改进了模型，以处理二维复杂形状的流固边界。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

Rao 等人 [55]提出了一种弱耦合的 MPS-FEM，用于研究二维孤立波与弹性结构之间的相互作用。之后，Zhang 和 Wan [56]通过引入粒子分组方案[11]改进了二维耦合模型，其中横截面内的固体粒子被分组。各横截面的流体动力施加于相应的结构梁节点上，这些节点的位移由有限元法计算，并反馈至相应的粒子组。在 Zhang 和 Wan [57]以及 Chen 等人 [58]的研究中，该模型被扩展用于求解三维问题。此外，Zhang 等人[59]比较了两种数据插值技术，即基于形函数的插值技术（SFBI）和基于核函数的插值（KFBI），并得出结论：SFBI 可提高数值稳定性和稳健性，而 KFBI 的精度更高。Zheng 等人 [60] 以及 Zheng 和 Shioya [61] 报道了一种分区单向耦合的 EMPS-FEM，该方法忽略固体对流体的反作用（位移）。最近，Zheng 等人 [62]提出了一种采用幽灵单元边界（GCB）模型的三维耦合 EMPS-FEM，其中将单元的积分点分布到固体有限元上，以便在界面进行数据交换。

如前所述，现有大多数研究采用尺寸受粒子尺度限制的固体有限元。由于固体和流体所需的模型复杂度以及未来的自由度数量可能存在巨大差异，因此有必要在两个计算域中采用独立分辨率。除固体和杆之外，有限元法还可用于建立壳单元模型，这对于模拟发生弯曲/膜效应的薄壁结构尤为有用。此外，采用任意尺寸的壳单元有望显著降低计算成本，因为这类单元能够用更少的单元对薄壁结构进行建模。尽管已有二维实现采用了尺寸受流体粒子尺度限制的几何非线性壳单元

据作者所知，除 Lee 等人 [50] 的研究外，几乎没有研究报道三维耦合粒子-网格模型，至少在光滑粒子流体动力学和移动粒子半隐式法领域如此；这类模型采用几何非线性壳结构，并能够处理尺寸不同的有限元和粒子。

在这种情况下，我们的主要目标是提出一种流固耦合求解器，通过耦合一种改进的基于粒子的方法和一种稳健的几何精确壳模型，以处理存在自由表面流动且结构具有几何非线性的非线性瞬态应用。为此，我们将基于所提出的改进弱可压缩 MPS 方法（WC-MPS）的自研三维代码（该代码也是一种显式求解器）[63]与[1]非线性有限元求解器 Giraffe（通用有限元便捷接口）[64]

WC-MPS 源代码可在以下地址找到https://github.com/rubensamarojr/polymps

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

采用显式表示多边形（ERP）壁面边界模型进行耦合，使固体网格的分辨率不受粒子尺寸的限制。

针对 WC-MPS 提出的改进包括：受[65]中的光滑粒子流体动力学公式启发，在连续性方程中引入无需调参的扩散项，以此计算粒子数密度，从而减轻压力场中的数值噪声。数值噪声会对流固耦合求解器的动态耦合[66]造成不利影响。与原始 WC-MPS 或 EMPS 方法相比，该方法显著提高了压力场的平滑性和精度。

另一项原创贡献是在 ERP 公式中引入基于 Lennard-Jones 势[31]的排斥力，这也显著提高了数值稳定性。此外，本文推导了新的离散散度算子，并将其应用于 ERP 公式。最后，本文提出了一种简单而有效的技术，以避免位于零厚度多边形壁两侧的流体粒子发生错误相互作用。

自由表面流与薄壁结构相互作用的数值算例表明，所提出的模型具有鲁棒性和数值稳定性。此外，本文还研究了网格尺寸与粒子间距之间关系的影响，结果表明，该方法能够处理大于流体粒子间距的网格尺寸，从而提高计算效率。

2 数值方法

2.1 流体域

弱可压缩斜压流体的控制方程在移动拉格朗日坐标系下可写为：

$$\begin{cases} \dfrac{D\rho_f}{Dt} = -\rho_f \nabla \cdot \mathbf{u} \\ \dfrac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\dfrac{\nabla P}{\rho_f} + \nu_f \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}_e \\ \dfrac{D\mathbf{r}}{Dt} = \mathbf{u} \\ P = F(\rho_f) \end{cases}, \tag{1}$$

其中，ρ_f 为流体密度，$\mathbf{u}$ 表示速度向量，P 表示压力，ν_f表示流体运动黏度，$\mathbf{f}_e$ 为单位质量所受外部体力的向量，$\mathbf{r}$表示位置向量，F 为联系压力与密度的状态方程。

本文受版权保护。保留所有权利。

在 MPS 中，微分算子由离散算子〈〉$_i$ 取代，该算子作用于第 i 个目标粒子，由权函数 ω_{ij} 导出。权函数考虑有效半径 $r_e = kl_0$所限定区域内邻近粒子 j 的影响，其中 $k \in [2.0、4.0]$ [3] 和 l_0为初始粒子间距。这里采用了 [3]给出的有理权重函数：

$$\omega_{ij} = \begin{cases} \left(\frac{r_e}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} - 1\right) & \|\mathbf{r}_{ij}\| \le r_e \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \tag{2}$$

其中，$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ 与 $\|\mathbf{r}_{ij}\|$表示粒子 i 与 j之间的距离。

2.1.1 粒子数密度

流体密度 ρ_i 可表示为粒子数密度 n_i 的函数 [67]：

$$\frac{n_i}{n^0} = \frac{\rho_i}{\rho^0}, \tag{3}$$

其中，n^0 表示在粒子按初始立方排列且具有完整紧支撑的条件下计算得到的恒定粒子数密度，ρ^0 为参考密度。粒子数密度 n_i 最初定义为：

$$n_i = \sum_{j \in \mathbb{P}_i} \omega_{ij}, \tag{4}$$

其中，P_i 是粒子 i的邻近粒子集合。

2.1.2 显式算法

动量方程 (1) 的数值积分采用显式预测-校正格式进行。首先，利用黏度项和外力项，求得第 i 个流体粒子的速度和位置预测值：

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^t + \left(\nu_f \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i^t + \mathbf{f}_e^t\right)\Delta t, \tag{5}$$

$$\mathbf{r}_i^* = \mathbf{r}_i^t + \mathbf{u}_i^* \, \Delta t, \tag{6}$$

其中，上标 * 表示预测步中的中间值。速度拉普拉斯算子近似为 [3]：

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i^t = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \in \mathbb{P}_i} \left(\mathbf{u}_j^t - \mathbf{u}_i^t\right) \omega_{ij}^t, \tag{7}$$

其中，$d = 1$为 2 或 3，表示空间维数，λ^0 指的是一个修正参数：

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

$$\lambda^0 = \frac{\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|^2\omega_{ij}^0}{\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}^0}. \tag{8}$$

随后，为避免流体粒子聚集，采用成对碰撞（PC）模型 [68]，即碰撞贡献项 $\Delta\mathbf{u}_i^*$ 为：

$$\Delta\mathbf{u}_i^* = \begin{cases} \sum_{j\in\mathbb{P}_i}\frac{(1+\alpha_r)}{2}\frac{\mathbf{r}_{ij}^*\cdot\mathbf{u}_{ij}^*}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^*\right\|}\frac{\mathbf{r}_{ij}^*}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^*\right\|} & \left\|\mathbf{r}_{ij}^*\right\| \le \alpha_d l_0 \quad \text{and} \quad \mathbf{r}_{ij}^*\cdot\mathbf{u}_{ij}^* < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \tag{9}$$

Lee 等人 [68, 68]研究了碰撞系数的不同组合，并找到了可提高空间稳定性的恢复系数 $\alpha_r \in]0.,0.2]$ 和碰撞距离 $\alpha_d \in [0.8,1[$的最佳范围。基于以往采用粒子 [69, 70]或多边形 [71, 72]墙模型的研究，以及我们的经验，对于大多数问题，采用 $\alpha_r \approx 0.2$ 和碰撞距离 $\alpha_d \approx 0.9$ 可确保数值模拟稳定。因此，我们在所有模拟中采用系数 $\alpha_r = 0.2$ 和 $\alpha_d = 0.85$。

为耦合连续性方程和动量方程（式 (1)），显式计算 Tait 状态方程（EOS），得到第 i 个流体粒子 [63] 的压力：

$$P_i^{t+\Delta t} = \frac{\rho_f c_0^2}{\gamma}\left[\left(\frac{n_i^*}{n^0}\right)^\gamma - 1\right], \tag{10}$$

其中，$c_0 = \sqrt{\partial P/\partial\rho}$ 表示参考密度下的声速，多方指数 $\gamma = 7$ 是流体相采用的典型数值，n_i^* 是预测过程后计算得到的粒子数密度，此处计算为 $n_i^* = n_i^t + \Delta n_i^*$，其中 n_i^t 根据前一时步 t 估算，而 Δn_i^* 由式 (19) 给出。通常采用人工的 c_0（小于其物理值）以防止数值不稳定，并避免出现极小的 Δt，参见 Monaghan [31]。

随后，更新流体粒子的速度（$\mathbf{u}_i^{t+\Delta t}$），并校正位置 $\mathbf{r}_i'$，两者均通过简单的一阶欧拉积分完成：

$$\mathbf{u}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{u}_i^* + \Delta\mathbf{u}_i^* - \frac{\Delta t}{\rho_f}\langle\nabla P\rangle_i^*, \tag{11}$$

$$\mathbf{r}_i' = \mathbf{r}_i^* + \left(\mathbf{u}_i^{t+\Delta t} - \mathbf{u}_i^*\right)\Delta t. \tag{12}$$

此处，我们采用反对称动量形式来表示压力梯度 [73]：

$$\langle\nabla P\rangle_i^* = \frac{d}{n^0}\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\left(\frac{n_i^*}{n_j^*}P_j^{t+\Delta t} + \frac{n_j^*}{n_i^*}P_i^{t+\Delta t}\right)\frac{\mathbf{r}_{ij}^*}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^*\right\|^2}\omega_{ij}^*. \tag{13}$$

最后，为减小粒子数密度 n_i^* 和 n^0之间的差异，采用由菲克扩散定律 [74] 控制的粒子移位（PS）：

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

$$\Delta \mathbf{r}_i' = -A_F (l_0)^2 C_r Ma \begin{cases} \langle \nabla C \rangle_i' & i \in \mathbb{I} \\ 0 & i \in \mathbb{F} \end{cases}, \tag{14}$$

其中，$i \in \mathbb{I}$ 表示内部流体粒子，$i \in \mathbb{F}$ 表示自由表面粒子，A_F 为常数，Ma 表示马赫数。

A_F 的大小必须处于一定范围内，使 PS 能够提高数值稳定性，同时不会引入显著误差。从这个角度来看，Skillen 等人 [75]测试了范围 $A_F \in [1, 6]$，并发现其效果令人满意。此外，研究发现，取值为$A_F = 2$ 时，能够在 SPH [75] 和移动粒子半隐式法 [76] 模拟中取得良好折中。

根据经验观察到，$A_F = 1$ 会增加数值耗散，导致移动粒子半隐式法模拟中的流速降低。因此，为避免流体粒子发生显著运动，我们在静水测试中采用了$A_F = 1$。另一方面，由于$A_F = 2$对数值耗散的影响较小，同时能确保粒子分布更加有序，因此在所有动态模拟中均采用该取值。

The 式（14）中的浓度梯度 C_i （体积分数）可按如下方式计算：[7] [3]:

$$\langle \nabla C \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \in \mathbb{P}_i} \frac{C_i + C_j}{\|\mathbf{r}_{ij}\|^2} \mathbf{r}_{ij} \omega_{ij} \ . \tag{15}$$

with

$$C_i = \frac{\sum_{j \in \mathbb{P}_i} \omega_{ij}}{n^0}. \tag{16}$$

在每个时间步长结束时，将 $\Delta \mathbf{r}_i'$ 施加于内部流体粒子 $i \in \mathbb{I}$（即非自由表面粒子），并将最终位置调整为:

$$\mathbf{r}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{r}_i' + \Delta \mathbf{r}_i' \ . \tag{17}$$

对于所有模拟，最初根据最大流速 $|u|_{\max}$，按照 CFL 条件 [77]指定固定时间步长:

$$\Delta t \leq \frac{C_r \, l_0}{|u|_{\max}}, \tag{18}$$

其中，C_r 表示库朗数。

2.1.3 带有无调节扩散项的改进的弱可压缩移动粒子半隐式法（CD-WC-MPS）

对于完全显式的方法，以及受影响较小的隐式方法，式（4）会导致密度估计出现噪声，因为它对局部粒子分布的微小变化更加敏感 [78]。因此，直接根据 n_i 计算得到的压力会出现非物理虚假振荡。为解决这一问题，本文将式（3）代入包含扩散项 D_i 的连续性方程（1）的离散形式，得到 n_i ，这与 Molteni 和 Colagrossi 最初为所谓的 n_i -SPH 方法提出的做法类似

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

，后来 Jandaghian 和 Shakibaeinia 又将其用于 WC-MPS [73]:

$$\frac{1}{n_i}\frac{\Delta n_i}{\Delta t} = -\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i + D_i \,, \tag{19}$$

其中，Δt 表示时间步长。尽管如此，这两种公式[66] [73]都包含一个需要校准的调节参数。式（19）仅用于更新状态方程中的n_i^*（见式（10））。文献中还可找到涉及密度拉普拉斯算子或压力拉普拉斯算子的等效扩散项[79]。

受 Fernández-Gutiérrez 和 Zohdi 关于光滑粒子流体动力学的研究[65]启发，我们为 WC-MPS 采用了一种可自由调节的扩散项 D_i ，以下简称 CD-WC-MPS，如下所示：

$$D_i = \frac{\Delta t}{\rho_f}\langle \nabla^2 \bar{P} \rangle_i = \frac{\Delta t}{\rho_f}\frac{2d}{\lambda^0 n^0}\sum_{j \in \mathbb{P}_i}\left[P_j - P_i - \left(-\rho_f \mathbf{g}\cdot \mathbf{r}_{ij}\right)\right]\omega_{ij} \,. \tag{20}$$

正如 Fernández-Gutiérrez 和 Zohdi[65]所述，式（20）中的扩散项可减少压力场中的虚假数值高频振荡，从而抑制由此产生的声波，并使计算得到的粒子数密度场更加平滑。此外，该扩散项与连续性方程（质量守恒方程）和热力学守恒（能量平衡）具有良好的一致性，尽管离散层面的全局质量守恒并不能得到保证，Cercos-Pita 等人[79]对此进行了验证。Fortakas 等人[80]证明，对于重力主导流动，从扩散项的总密度中去除静水压贡献，可以改善边界附近计算得到的压力。类似地，式（20）中加入了一个包含重力矢量的项，以消除静水力导致的预期压力差[65]。

对于式（19）中的速度散度，可近似表示为 [73]:

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i = \frac{d}{n^0}\sum_{j \in \mathbb{P}_i}\left(\frac{n_j}{n_i}\right)\frac{\left(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i\right)\cdot\left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right)}{\left\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\right\|^2}\omega_{ij} \,. \tag{21}$$

2.2 流体域边界

2.2.1 自由表面

在基于粒子的方法中，自由表面的运动学边界条件通过自由表面粒子的运动直接满足，而动力学边界条件则通过施加狄利克雷条件来实现

$P = 0$ 处的自由表面粒子。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

本研究采用邻域粒子质心偏差（NCPD）技术[81]来识别自由表面粒子𝔽。首先，基于粒子数密度判据进行自由表面粒子检测：

$$\begin{cases} \sum_{j\in\mathbb{P}_i} \omega_{ij} < \beta_{FS}\cdot n^0 & \rightarrow \quad i\in\mathbb{F} \\ \text{otherwise} & \rightarrow \quad i\in\mathbb{I} \end{cases}. \tag{22}$$

在 NPCD 的第二步中，仅对自由表面粒子应用质心偏差判据，以消除第一步中将内部粒子误判为自由表面粒子的情况：

$$\begin{cases} N_i < 4 \text{ or } \sigma_i > \varrho_{FS}\cdot l_0 & \rightarrow \quad i\in\mathbb{F} \\ \text{otherwise} & \rightarrow \quad i\in\mathbb{I} \end{cases}, \tag{23}$$

其中常数为 $\beta_{FS}\in[0.8,1[$ [3] 和 $\varrho_{FS}\in[0.2,\infty[$ [81]。数值 N_i 表示邻近粒子 $j\in\mathbb{P}_i$的数量，偏差 σ_i 的计算方式如下：

$$\sigma_i = \frac{\left\|\sum_{j\in\mathbb{P}_i}(\omega_{ij}\mathbf{r}_{ij})\right\|}{\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}} = \frac{\sqrt{\left[\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}(x_j-x_i)\right]^2+\left[\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}(y_j-y_i)\right]^2+\left[\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}(z_j-z_i)\right]^2}}{\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}}. \tag{24}$$

2.2.2 显式表示多边形（ERP）壁面边界模型

不同于传统的MPS公式通过墙粒子和虚拟（幽灵）粒子的离散层表示壁面边界（见图 2-1(a)），本文采用了显式表示多边形（ERP）壁面边界模型 [82]。ERP将固体边界表示为三角多边形（见图 2-1(b)），无需使用有符号距离函数（SDF）即可显式表示。此外，假设每个流体粒子仅受最近的三角多边形影响。本文采用轴对齐包围盒（AABB）层次结构（详见第2.2.3.4节），以查找距粒子最近的三角形。

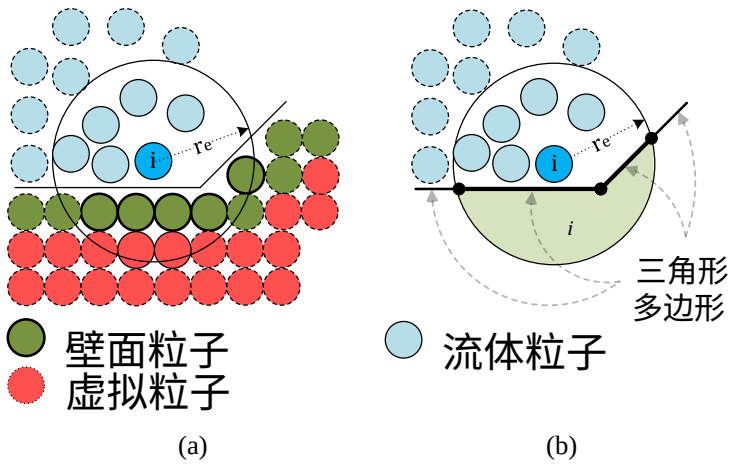


图 2-1. 流体粒子与（a）传统墙粒子模型和（b）多边形壁面边界模型相互作用的二维示意图。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

由于多边形壁面附近粒子的紧支撑未被完全填充，即存在图 2-1(b)所示的截断支撑，其数值算子分为两部分：一部分是邻近流体粒子的贡献 $\langle\rangle_{j\in\mathbb{P}_i\to i}$，与标准WC-MPS相同；另一部分是由最近的多边形壁面 $\langle\rangle_{\text{wall}\to i}$ 表示的虚拟邻近粒子的贡献 $\mathbb{V}_i$，如图 2-2所示。为计算数值算子 $\langle\rangle_{\text{wall}\to i}$，首先计算与粒子 i 对应的镜像粒子 i' 的位置（式（30））。随后，计算粒子 i' 的数值算子，并考虑其邻域内的所有粒子，即原始粒子 i 及其邻居粒子，见图 2-2(b)。最后，将这些算子乘以变换矩阵（$\mathbf{R}_i^{\text{ref}}$ 或单位矩阵 $\mathbf{I}$），再加到数值算子 $\langle\rangle_{j\in\mathbb{P}_i\to i}$ 中，见图 2-2(c)。

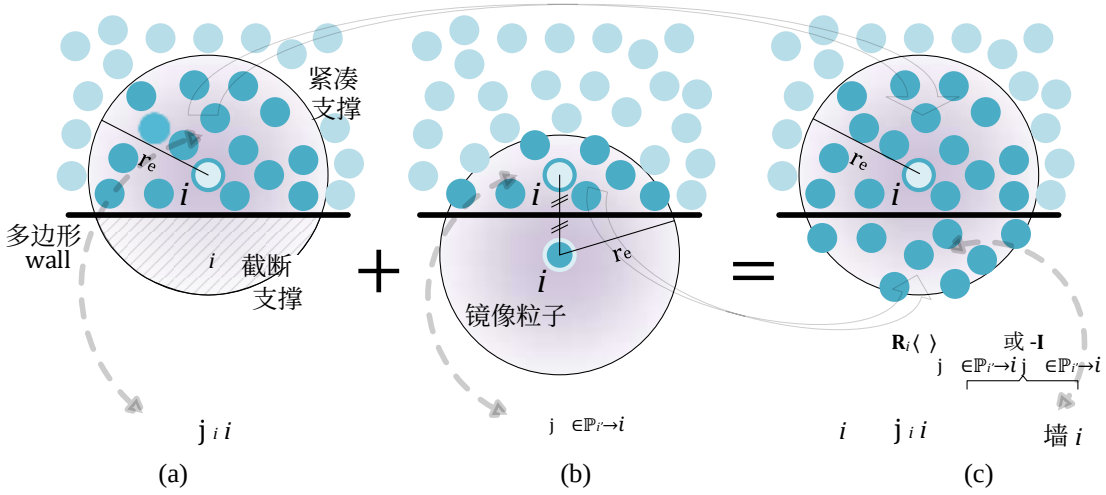


图 2-2。ERP 模型。流体粒子和多边形壁面对数值算子计算的贡献。

靠近多边形壁面边界的流体粒子的压力梯度项和速度拉普拉斯算子计算如下：

$$\langle\nabla P\rangle_i = \langle\nabla P\rangle_{j\in\mathbb{P}_i\to i} + \langle\nabla P\rangle_{\text{wall}\to i}\,, \tag{25}$$

$$\langle\nabla^2\mathbf{u}\rangle_i = \langle\nabla^2\mathbf{u}\rangle_{j\in\mathbb{P}_i\to i} + \langle\nabla^2\mathbf{u}\rangle_{\text{wall}\to i}\,. \tag{26}$$

我们遵循 Jandaghian 和 Shakibaeinia 的研究 [73]，采用了 Mitsume 等人提出的压力梯度算子 [82]，压力梯度算子 $\langle\rangle_{\text{wall}\to i}$ 表示为：

$$\langle\nabla P\rangle_{\text{wall}\to i} = \mathbf{R}_i^{\text{ref}}\frac{d}{n^0}\sum_{j\in\mathbb{P}_{i'}}\left(\frac{n_i}{n_j}P_j + \frac{n_j}{n_i}P_i\right)\frac{\mathbf{r}_{i'j}}{\|\mathbf{r}_{i'j}\|^2}\omega_{i'j}\,, \tag{27}$$

其中 $\mathbf{r}_{i'j} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i'}$。自由滑移（式 (28)）和无滑移边界（式 (29)）条件下速度的拉普拉斯算子 $\langle\rangle_{\text{wall}\to i}$，通过对镜像粒子 i' [82] 的邻近流体粒子 $\mathrm{P}_{i'}$ 进行加权求和计算：

本文受版权保护。保留所有权利。

$$\langle\nabla^2\mathbf{u}\rangle_{\text{wall}\to i}=\mathbf{R}_i^{\text{ref}}\frac{2d}{\lambda^0 n^0}\sum_{j\in\mathbb{P}_{i'}}\left(\mathbf{u}_j-\mathbf{u}_{i'}\right)\omega_{i'j}\ ,\quad \mathbf{u}_{i'}=\mathbf{R}_i^{ref}\mathbf{u}_i\ , \tag{28}$$

$$\langle\nabla^2\mathbf{u}\rangle_{\text{wall}\to i}=-\mathbf{I}\frac{2d}{\lambda^0 n^0}\sum_{j\in\mathbb{P}_{i'}}\left(\mathbf{u}_j-\mathbf{u}_{i'}\right)\omega_{i'j}\ ,\quad \mathbf{u}_{i'}=-\mathbf{u}_i+2\left[\mathbf{u}_i^{\text{wall}}-\left(\mathbf{n}_i^{\text{wall}}\cdot\mathbf{u}_i^{\text{wall}}\right)\mathbf{n}_i^{\text{wall}}\right], \tag{29}$$

其中 $\mathbf{u}_i^{\text{wall}}$ 是连接粒子 $i-i'$的线段中点处墙的速度，$\mathbf{n}_i^{\text{wall}}$ 是指向粒子 i的墙的单位法向量。与粒子 i 对应的镜像粒子 i'的位置可按如下方式求得：

$$\mathbf{r}_{i'}=\mathbf{r}_i+2\left(\mathbf{r}_i^{\text{wall}}-\mathbf{r}_i\right), \tag{30}$$

其中，$\mathbf{r}_i^{\text{wall}}$ 是多边形上距离粒子 i最近的点。设 $\mathbf{r}_{i,\ \mathbb{T}}^{\text{close}}$ 为来自第 i 个粒子的各三角形多边形 $\mathbb{T}$ 上的最近点，则最近点 $\mathbf{r}_i^{\text{wall}}$ 定义为：

$$\mathbf{r}_i^{\text{wall}}=\underset{\mathbf{r}_{i,\mathbb{T}}^{\text{close}}}{\text{argmin}}\left\|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_{i,\mathbb{T}}^{\text{close}}\right\|\quad,\quad \mathbb{T}\in[1,2,\ldots,N_{\mathbb{T}}]\ , \tag{31}$$

其中，$N_{\mathbb{T}}$ 为三角形多边形的数量。

关于平面反射的变换矩阵 $\mathbf{R}_i^{\text{ref}}$ 表示为 [83]：

$$\mathbf{R}_i^{\text{ref}}=\mathbf{I}-2\mathbf{n}_i^{\text{wall}}\otimes\mathbf{n}_i^{\text{wall}}, \tag{32}$$

其中，$\mathbf{I}$ 表示单位矩阵。

最近的多边形墙对浓度梯度（式（15））的贡献可近似为：

$$\langle\nabla C\rangle_{\text{wall}\to i}=\mathbf{R}_i^{\text{ref}}\frac{d}{n^0}\sum_{j\in\mathbb{P}_{i'}}\frac{C_i+C_j}{\left\|\mathbf{r}_{i'j}\right\|^2}\mathbf{r}_{i'j}\omega_{i'j}\ . \tag{33}$$

由于 $\mathbf{r}_{ij'}=\mathbf{R}_i^{\text{ref}}\mathbf{r}_{i'j}$，靠近多边形壁面的流体粒子的偏差 σ_i （见公式 (24)）可改写为：

$$\sigma_i=\frac{\left\|\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\left(\omega_{ij}\mathbf{r}_{ij}\right)+\mathbf{R}_i^{\text{ref}}\sum_{j\in\mathbb{P}_{i'}}\left(\omega_{i'j}\mathbf{r}_{i'j}\right)\right\|}{\sum_{j\in\mathbb{P}_i}\omega_{ij}+\sum_{j\in\mathbb{P}_{i'}}\omega_{i'j}}\ . \tag{34}$$

粒子数密度变化 Δn_i 也分为由流体粒子 $\Delta n_{\mathbb{P}_i\to i}$（见公式 (19)）和多边形壁面 $\Delta n_{\text{wall}\to i}$ 所产生的贡献，即 $\Delta n_i=\Delta n_{\mathbb{P}_i\to i}+\Delta n_{\text{wall}\to i}$。

与式（19）的公式不同，墙面导致的密度变化 $\Delta n_{\text{wall}\to i}$在不应用 D_i的情况下计算：

$$\frac{1}{n_i}\frac{\Delta n_{\text{wall}\to i}}{\Delta t}=-\langle\nabla\cdot\mathbf{u}\rangle_{\text{wall}\to i}\ . \tag{35}$$

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

这是因为式（19）中的扩散项 D_i 仅用于改善流体粒子的分布。此外，由于式（35）需要计算多边形壁面边界上的速度散度，因此本研究针对自由滑移和无滑移边界条件推导了 ERP 的离散散度算子。

自由表面检测中使用的总和 $\sum \omega_{ij}$ 和邻居粒子数 N_i （见第 2.2.1 节）是在考虑流体粒子（$j \in \mathrm{P}_i \to i$）和多边形壁面（壁面 $\to i$）的贡献后计算得出的。假设流体粒子附近的墙面是平坦的，虚拟粒子 j' 最初均匀分布在平坦墙面下方，据此评估壁面贡献：

$$\left(\sum \omega_{ij}\right)_{\mathrm{wall}\to i} = f_1(\|\mathbf{r}_{iw}\|) \approx f_1(d_{iw}) \tag{36}$$

$$(N_i)_{\mathrm{wall}\to i} = f_2(\|\mathbf{r}_{iw}\|) \approx f_2(d_{iw})\,. \tag{37}$$

其中，f_1 和 f_2 通过对预先计算的数值进行线性插值得出，这些数值对应给定的离散距离 d_{iw}，即第 i 个粒子与最近多边形壁面之间的法向距离。需要强调的是，在模拟开始时，会在有效半径 r_e 范围内的若干点计算 f_1 和 f_2，并将其存储在查找表中，从而节省处理时间。

2.2.3 壁面排斥力的稳定性改进

为防止曲面情况下（例如角点处）自由表面粒子 $i \in \mathbb{F}$ 穿入多边形壁面，或内部流体粒子 $i \in \mathbb{I}$ 穿入多边形的折角边缘，在式（27）中加入一个垂直于边界的排斥力 $\mathbf{f}_i^{\mathrm{rep}}$。我们没有采用 Mitsume 等人提出的排斥力 [82]（带有特定系数，需针对每次模拟进行调整，参见例如 [82, 84]），也没有采用 Harada 提出的排斥力 [85]（其与 $1/\Delta t^2$ 成正比，因此对 Δt 的任何变化都非常敏感），而是在 ERP 公式中引入了基于 Lennard-Jones 势 [31] 的排斥力：

$$\mathbf{f}_i^{\mathrm{rep}} = \begin{cases} -\dfrac{D_{\mathrm{rep}}}{\|\mathbf{r}_{iw}\|}\left[\left(\dfrac{0.5l_0}{\|\mathbf{r}_{iw}\|}\right)^{n1} - \left(\dfrac{0.5l_0}{\|\mathbf{r}_{iw}\|}\right)^{n2}\right]\mathbf{n}_i^{\mathrm{wall}} & \|\mathbf{r}_{iw}\| \le 0.5l_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \tag{38}$$

其中 (n_1, n_2) 为整数系数，通常取值为 $(4,2)$ 或 $(12,4)$；D_{rep} 是与最大速度、排斥系数 $C_{\mathrm{rep}} \in [1, 10]$ 和 $\mathbf{r}_{iw} = \mathbf{r}_i^{\mathrm{wall}} - \mathbf{r}_i$ 有关。在本研究中，所有模拟均采用数值 $(n_1, n_2) = (4,2)$ 和 $C_{\mathrm{rep}} = 1$。由于 D_{rep} 与瞬时流场成正比，式（38）提供了一种

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

动态调节排斥力的方法，即几乎无需调整系数C_{rep}，从而显著提高了各种模拟的数值稳定性。

2.2.4 自由滑移边界条件下新速度散度算子的推导

这里，我们将 Jandaghian 和 Shakibaeinia [73] 提出的方法（见公式 (21)）扩展到多边形壁面的情形。考虑自由滑移边界条件时，与虚拟邻近粒子 $\mathbb{V}_i$（见图 2-2）相关的速度散度为：

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_{\mathrm{wall}\to i} = \frac{d}{n^0} \sum_{j' \in \mathbb{V}_i} \left(\frac{n_j}{n_i}\right) \frac{\left(\mathbf{R}_j^{\mathrm{ref}} \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i\right) \cdot \mathbf{r}_{ij'}}{\left\|\mathbf{r}_{ij'}\right\|^2} \omega_{ij'} . \tag{39}$$

假设距离粒子 i 最近的壁面多边形与其邻近粒子 j 具有相同的单位法向量 $\mathbf{n}_j^{\mathrm{wall}} \approx \mathbf{n}_i^{\mathrm{wall}}$，则有 $\mathbf{R}_j^{\mathrm{ref}} \approx \mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}}$，公式 (39) 可改写为：

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_{\mathrm{wall}\to i} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \in \mathbb{P}_{i'}} \left(\frac{n_j}{n_i}\right) \frac{\left(\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i\right) \cdot \left(\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} \mathbf{r}_{i'j}\right)}{\left\|\mathbf{r}_{i'j}\right\|^2} \omega_{i'j} . \tag{40}$$

考虑变换矩阵的正交性质 $\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} = \left(\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}}\right)^T = \left(\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}}\right)^{-1}$ 和 $\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} \mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} = \mathbf{I}$，公式 (40) 可得：

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_{\mathrm{wall}\to i} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \in \mathbb{P}_{i'}} \left(\frac{n_j}{n_i}\right) \frac{\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} \left(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_{i'}\right) \cdot \left(\mathbf{R}_i^{\mathrm{ref}} \mathbf{r}_{i'j}\right)}{\left\|\mathbf{r}_{i'j}\right\|^2} \omega_{i'j} , \tag{41}$$

其中 $\mathbf{u}_{i'}$ 由公式 (28) 给出。公式 (41) 可略作简化为：

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_{\mathrm{wall}\to i} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \in \mathbb{P}_{i'}} \left(\frac{n_j}{n_i}\right) \frac{\left(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_{i'}\right) \cdot \mathbf{r}_{i'j}}{\left\|\mathbf{r}_{i'j}\right\|^2} \omega_{i'j} . \tag{42}$$

2.2.5 无滑移边界条件下新速度散度算子的推导

当墙面施加无滑移边界条件时，邻近镜像粒子 j' 的速度定义为：

$$\mathbf{u}_{j'} = -\mathbf{u}_j + 2\left[\mathbf{u}_j^{\mathrm{wall}} - \left(\mathbf{n}_j^{\mathrm{wall}} \cdot \mathbf{u}_j^{\mathrm{wall}}\right) \mathbf{n}_j^{\mathrm{wall}}\right], \tag{43}$$

其中 $\mathbf{u}_j^{\mathrm{wall}}$ 是连接该处的线段中点处墙的速度

粒子 j–j'。然后，速度散度中的墙面部分可重写如下：

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_{\mathrm{wall}\to i} = -\frac{d}{n^0} \sum_{j' \in \mathbb{V}_i} \left(\frac{n_j}{n_i}\right) \frac{\left\{\mathbf{u}_j - \left(-\mathbf{u}_i + 2\left[\mathbf{u}_j^{\mathrm{wall}} - \left(\mathbf{n}_j^{\mathrm{wall}} \cdot \mathbf{u}_j^{\mathrm{wall}}\right) \mathbf{n}_j^{\mathrm{wall}}\right]\right)\right\} \cdot \mathbf{r}_{ij'}}{\left\|\mathbf{r}_{ij'}\right\|^2} \omega_{ij'} . \tag{44}$$

假设 $\mathbf{u}_j^{\mathrm{wall}} \approx \mathbf{u}_i^{\mathrm{wall}}$，且 $\mathbf{u}_{i'}$ 由式 (29) 给出，则式 (44) 为：

本文受版权保护。保留所有权利。

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_{\text{wall}\to i} = -\frac{d}{n^0} \sum_{j \in \mathbb{P}_{i'}} \left(\frac{n_j}{n_i}\right) \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_{i'}) \cdot (\mathbf{R}_i^{\text{ref}} \mathbf{r}_{i'j})}{\|\mathbf{r}_{i'j}\|^2} \omega_{i'j} \,. \tag{45}$$

2.2.6 避免跨越零厚度壁面误检邻近粒子的技术

厚度墙

在薄壳有限元中采用零厚度多边形壁，可能导致位于壁两侧的粒子之间发生错误的相互作用，即使粒子被墙隔开，也会误判邻近粒子 j 位于粒子 i 的紧支撑内。为解决这一问题，本文提出了一种简单而有效的技术。

由于墙与粒子i 及其镜像i'到墙的距离相等，当潜在邻近粒子j与i 的距离小于其与i'的距离时，它属于邻域P_i ，即可采用以下判据：

$$\begin{cases} \text{If } \|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\| < \|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{i'}\| & \to \quad j \in \mathbb{P}_i \\ \text{otherwise} & \to \quad j \notin \mathbb{P}_i \end{cases}. \tag{46}$$

为阐明所提出的判据，图2-3展示了一种典型情形：粒子j_1 被视为i的邻近粒子，而 j_2 不被定义为邻居，尽管二者都位于i的紧支撑范围内。

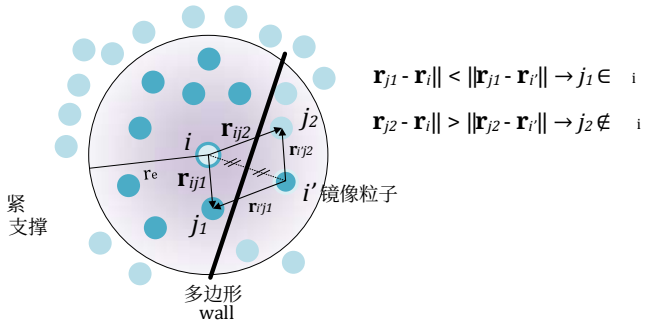


图2-3. 存在零厚度壁面时的邻近粒子检测。

由于 ERP 模型假设紧支撑内的多边形是平壁，因此该假设不成立时会产生近似误差。因此，对于紧支撑内曲率半径相对较小的曲边界，所提出的技术可能无法正常工作。该问题涉及空间搜索，是未来研究的方向。

2.2.7 粒子-网格距离

最后，为了加快对多边形附近流体粒子的搜索，本文采用了使用开源 C++ 库 libigl [86] 实现的轴对齐包围盒（AABB）层次结构，

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

该方法已在本文中使用。AABB 是一个体积最小的矩形盒，网格的所有顶点均位于其中，并且其边与坐标系的轴对齐。几何数据被转换为 AABB 树中的基本图元。基于这些基本图元，可以创建 AABB 层次结构，并用于加速相交查询和距离查询。如果网格是静态的，而点（粒子）的位置发生更新，则整个模拟过程都可以使用初始 AABB。另一方面，如果网格几何发生变化，则需要在每个时间步长更新 AABB，这是一项耗时的任务。

2.3 实体域

本节的描述参考了几何精确壳理论，该理论已在一系列先前的研究中得到发展，例如[87, 88, 89, 90]。为使本文内容完整，本文仅讨论其基本方面。有关更多细节，请参阅此处提及的相关研究。

2.3.1 运动学描述

假设壳的中面在初始（参考）构形 r 中为平面。设 $\{\mathbf{e}_1^r;\ \mathbf{e}_2^r;\ \mathbf{e}_3^r\}$ 为一个正交归一系统，其对应坐标为 $\{\xi_1;\ \xi_2;\ \zeta\}$。向量 $\mathbf{e}_1^r$ 和 $\mathbf{e}_2^r$ 位于中面平面上，而 $\mathbf{e}_3^r$ 垂直于该平面，如图 2-4 所示。

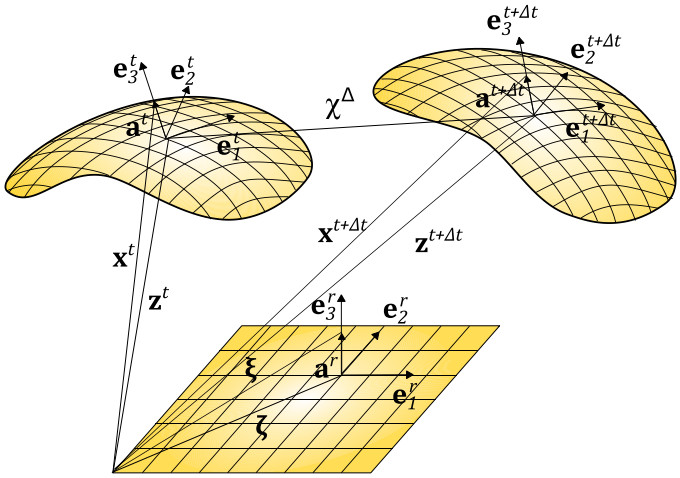


图 2-4. 壳体描述及其随时间演化的基本运动学构形（改编自 Moreira [88]）。

参考构形中任意壳体材料点的位置 $\boldsymbol{\xi}$ 可表示为：

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\zeta} + \mathbf{a}^r, \tag{47}$$

本文受版权保护。保留所有权利。

其中，向量 $\boldsymbol{\zeta} = \xi_\alpha \mathbf{e}_\alpha^r$（$\alpha = 1, 2$）定义参考中面上的一个材料点，$\mathbf{a}^r = \zeta \mathbf{e}_3^r$ 是该点处的壳体指向矢，$\zeta \in H = [-\mathrm{h}^b, \mathrm{h}^t]$ 为厚度坐标，而 $\mathrm{h} = \mathrm{h}^b + \mathrm{h}^t$ 为壳体厚度。

在当前构形中，任意材料点的位置 t $\mathbf{x}$ 可表示为：

$$\mathbf{x}^t = \mathbf{z}^t + \mathbf{a}^t, \tag{48}$$

其中，$\mathbf{z}^t$ 表示中面上某点的当前位置，$\mathbf{a}^t = \mathbf{Q}^t \mathbf{a}^r$ 表示该点处的当前指向矢，$\mathbf{Q}^t$ 为旋转张量：

$$\mathbf{Q}^t = \mathbf{I} + \frac{4}{4 + \|\boldsymbol{\alpha}\|^2}\left(\mathbf{A} + \frac{1}{2}\mathbf{A}^2\right), \tag{49}$$

其中，$\mathbf{A} = skew(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $\boldsymbol{\alpha}$ 是罗德里格斯旋转向量[91]，其定义为：

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta/2}\boldsymbol{\theta}, \tag{50}$$

其中，$\boldsymbol{\theta} = \theta \mathbf{e}$ 是表示三维欧几里得空间中任意有限转动的欧拉旋转向量，其大小为 θ，转轴方向由单位向量 $\mathbf{e}$给出。

类似地，下一时刻末任意材料点 $t + \Delta t$的位置表示为：

$$\mathbf{x}^{t+\Delta t} = \mathbf{z}^{t+\Delta t} + \mathbf{a}^{t+\Delta t}. \tag{51}$$

这里 $\mathbf{a}^{t+\Delta t} = \mathbf{Q}^{\Delta}\mathbf{a}^t$，其中上标 Δ 表示与区间$[t, t + \Delta t]$相关的量。由于 $\mathbf{a}^t = \zeta \mathbf{e}_3^t$，式（51）可改写为：

$$\mathbf{x}^{t+\Delta t} = \mathbf{z}^{t+\Delta t} + \zeta \mathbf{Q}^{\Delta}\mathbf{e}_3^t. \tag{52}$$

旋转张量 $\mathbf{Q}^{\Delta}$ 表示从构形t 到$t + \Delta t$ 的增量转动，其计算方式与式（49）类似，但采用增量罗德里格斯旋转向量。

2.3.2 应变度量

采用符号 $(\cdot)_{,\alpha} = \partial(\cdot)/\partial\xi_\alpha$ 表示导数，时刻$t + \Delta t$ 的平移应变向量 $\boldsymbol{\eta}_\alpha$ 为：

$$\boldsymbol{\eta}_\alpha^{t+\Delta t} = \mathbf{z}_{,\alpha}^{t+\Delta t} - \mathbf{e}_\alpha^{t+\Delta t}. \tag{53}$$

将式（53）两边乘以 $\mathbf{Q}^{t+\Delta t^T}$，其反向旋转对应量可表示为：

$$\boldsymbol{\eta}_\alpha^{t+\Delta t^r} = \mathbf{Q}^{t+\Delta t^T}\mathbf{z}_{,\alpha}^{t+\Delta t} - \mathbf{e}_\alpha^r. \tag{54}$$

同样，时刻 $t + \Delta t$ 的反向旋转比旋转向量 $\boldsymbol{\kappa}_\alpha^r$ 可表示为：

$$\boldsymbol{\kappa}_\alpha^{t+\Delta t^r} = \mathbf{Q}^{t^T}\boldsymbol{\Xi}^{\Delta^T}\boldsymbol{\alpha}_{,\alpha}^{\Delta} + \boldsymbol{\kappa}_\alpha^{t^r}, \tag{55}$$

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

其中 $\boldsymbol{\Xi}^{\Delta}$ 由 [91] 给出:

$$\boldsymbol{\Xi}^{\Delta}=\frac{4}{4+\|\boldsymbol{\alpha}^{\Delta}\|^{2}}\left(\mathbf{I}+\frac{1}{2}\mathbf{A}^{\Delta}\right), \tag{56}$$

其中，$\mathbf{A}^{\Delta}$ 是$\boldsymbol{\alpha}^{\Delta}$ （增量罗德里格斯旋转向量）的反对称张量。据此，广义回转应变向量$\boldsymbol{\varepsilon}^{t+\Delta t^{r}}$ 可表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{t+\Delta t^{r}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{t+\Delta t^{r}}\\ \boldsymbol{\varepsilon}_{2}^{t+\Delta t^{r}}\end{bmatrix},\quad \text{with}\quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}\\ \boldsymbol{\kappa}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}\end{bmatrix},(\alpha=1,2). \tag{57}$$

2.3.3 运动方程的弱形式

本文借助虚功原理（PVW）建立运动方程，首先考虑壳体的内虚功（δW_{int}）和外虚功（δW_{ext}）:

$$\delta W_{int}=\int_{\Omega_{s}}\left(\boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t^{r}}\cdot\delta\boldsymbol{\varepsilon}^{t+\Delta t^{r}}\right)d\Omega, \tag{58}$$

$$\delta W_{ext}=\int_{\Omega_{s}}(\bar{\mathbf{q}}\cdot\delta\mathbf{d}^{\Delta})d\Omega, \tag{59}$$

其中，Ω_{s} 是壳体参考中面的子域。符号δ 表示虚量。广义截面应力向量$\boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t^{r}}$ 计算如下:

$$\boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t^{r}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\sigma}_{1}^{t+\Delta t^{r}}\\ \boldsymbol{\sigma}_{2}^{t+\Delta t^{r}}\end{bmatrix},\quad \text{with}\quad \boldsymbol{\sigma}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}=\begin{bmatrix}\mathbf{n}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}\\ \mathbf{m}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}\end{bmatrix},(\alpha=1,2), \tag{60}$$

其中，$\mathbf{n}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}$ 表示回转截面力，$\mathbf{m}_{\alpha}^{t+\Delta t^{r}}$ 表示回转截面力矩（两者均为单位长度对应的量）。

广义外力向量 $\bar{\mathbf{q}}$ 表示为:

$$\bar{\mathbf{q}}=\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{n}}\\ \boldsymbol{\Xi}^{T}\bar{\mathbf{m}}\end{bmatrix}, \tag{61}$$

其中，$\bar{\mathbf{n}}$ 和$\bar{\mathbf{m}}$ 分别为壳中面单位参考面积上的外力向量和力矩向量。

向量 $\mathbf{d}^{\Delta}$ 定义为:

$$\mathbf{d}^{\Delta}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\chi}^{\Delta}\\ \boldsymbol{\alpha}^{\Delta}\end{bmatrix}, \tag{62}$$

其中，$\boldsymbol{\chi}^{\Delta}$ 为与壳中面上任意材料点相关的增量位移向量。

令 δT 表示由惯性效应产生的虚功，其表达式为

$$\delta T=\delta T_{1}+\delta T_{2}, \tag{63}$$

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

并将 δT_1 和 δT_2 写成 [90]:

$$\delta T_1 = \rho_s h \int_{\Omega_s} \ddot{\boldsymbol{\chi}}^{\Delta} \cdot \delta \boldsymbol{\chi}^{\Delta} d\Omega, \tag{64}$$

$$\delta T_2 = \frac{\rho_s h^3}{12} \int_{\Omega_s} \Xi^T \left[\mathbf{E}_3^{t+\Delta t^T} \mathbf{E}_3^{t+\Delta t} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{E}_3^{t+\Delta t^T} \left(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{E}_3^{t+\Delta t} \boldsymbol{\omega} \right) \right] \cdot \delta \boldsymbol{\alpha}^{\Delta} d\Omega \,, \tag{65}$$

其中，ρ_s 为壳体材料的质量密度，$\boldsymbol{\omega}$ 表示角速度向量，$\dot{\boldsymbol{\omega}}$表示角加速度向量，$\mathbf{E}_3^{t+\Delta t} = skew(\mathbf{e}_3^{t+\Delta t})$。向量$\boldsymbol{\omega}$ 和$\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 分别为角速度和角加速度。

虚功原理表示为:

$$\delta W_{int} - \delta W_{ext} + \delta T = 0, \tag{66}$$

对于任意增量位移 $\delta \boldsymbol{\chi}^{\Delta}$ 和增量转动 $\delta \boldsymbol{\alpha}^{\Delta}$。这是采用有限元近似计算位移场和转动场的方程。

为建立非线性求解方案，必须对式（66）进行一致线性化；该方案通常（本文中亦如此）采用牛顿-拉夫森方法求解。推导细节见[87, 88, 90]。

壳体结构所采用的材料为超弹性模型，在小应变条件下，该模型呈现线弹性各向同性行为，如[87, 92]所述。

结构模型的运动方程采用 Newmark（隐式）格式沿时间积分，详见[90]。

2.3.4 三角形壳有限元

空间离散采用所谓的 t6-3i 有限元[87]，这是一种六节点三角形单元，使用二次形函数插值位移场，并在三角形各边的中点使用线性形函数插值转动场。关于壳体建模的详细说明，请参阅 [87, 90]。

2.4 耦合方案

本文采用分区式CSS方案，即在给定的时间层分别依次求解各子域。在时间步开始时，流体求解器接收结构位置和速度，随后更新流体子域的解。然后，将水动力载荷传递至结构节点，并计算结构响应。流体粒子产生的力通过线性形函数分配到有限元节点

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

上。最后更新节点位置，并据此向流体求解器施加新的壁面边界构型。为处理流体与结构响应之间不同的时间尺度，可采用子循环技术。尽管如此，本文对流体与结构求解器采用相同的时间步长，以避免因各子域采用不同时间步间隔而引入额外近似[45]。所提出的耦合方案可概括如下：

1. 邻近流体粒子 $i \in \mathrm{P}_{\mathbb{E}_e}$ 对每个第 e 个有限元 $\mathbb{E}_e$, $\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_e}$ 施加的力，可根据流固界面处压力梯度和剪切应力所对应的法向与切向分量确定，即压力梯度（式（27））、黏性项（式（28）或式（29））以及排斥力（式（38））在墙面部分的反作用力。这里，$\mathrm{P}_{\mathbb{E}_e}$ 表示特定有限元 $\mathbb{E}_e$ 的邻近粒子，即 $\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_i^{\mathbb{E}_e}\| < r_e$，其中 $\mathbf{r}_i^{\mathbb{E}_e} = \mathbf{r}_i^{\mathrm{wall}}$ 是网格上距离粒子 i 最近的点。

$$\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_e} = -\mathbf{f}_{\mathrm{wall}\to i} = -(l_0)^d\left(-\langle\nabla P\rangle_{\mathrm{wall}\to i} + \rho_f\nu_f\langle\nabla^2\mathbf{u}\rangle_{\mathrm{wall}\to i} - \mathbf{f}_i^{\mathrm{rep}}\right). \tag{67}$$

2. 力 $\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_e}$ 对有限元第 j 个顶点（j =1,2,3）的贡献，$\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_{e,\ j}}$，通过使用与有限元 $\mathbb{E}_e$ 上距离粒子 i 最近点 $\mathbf{r}_i^{\mathbb{E}_e}$ 相关的线性形函数 $L_j^i = A_j^i/A$ 计算：

$$\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_{e,1}} = L_1^i\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_e},\quad \mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_{e,2}} = L_2^i\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_e},\quad \mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_{e,3}} = L_3^i\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_e}. \tag{68}$$

其中，A 表示单元的总面积，A_j 表示子区域。

3. 由于一个顶点（节点）可由m 个单元共享，因此每个第j个顶点上的总力由以下求和得到

$$\mathbf{f}_{\mathbb{P}_{\mathbb{E}}\to j} = \sum_{e\in m}\sum_{i\in\mathbb{P}_{\mathbb{E}_e}}\mathbf{f}_{i\to\mathbb{E}_{e,j}}, \tag{69}$$

其中，$\mathrm{P}_{\mathbb{E}}$ 表示属于共享顶点j的m 个单元$\mathbb{E}$ 的所有邻近粒子。

4. 节点位置由有限元求解器更新。因此，确定了流体粒子周围壁面边界的新构型。

为评估采用 ERP 和线性形函数的耦合方案的精度，对准静态流固耦合基准测试进行了模拟，并对解析结果和计算结果进行了

见附录A。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

实现的算法概述如图2-5所示。

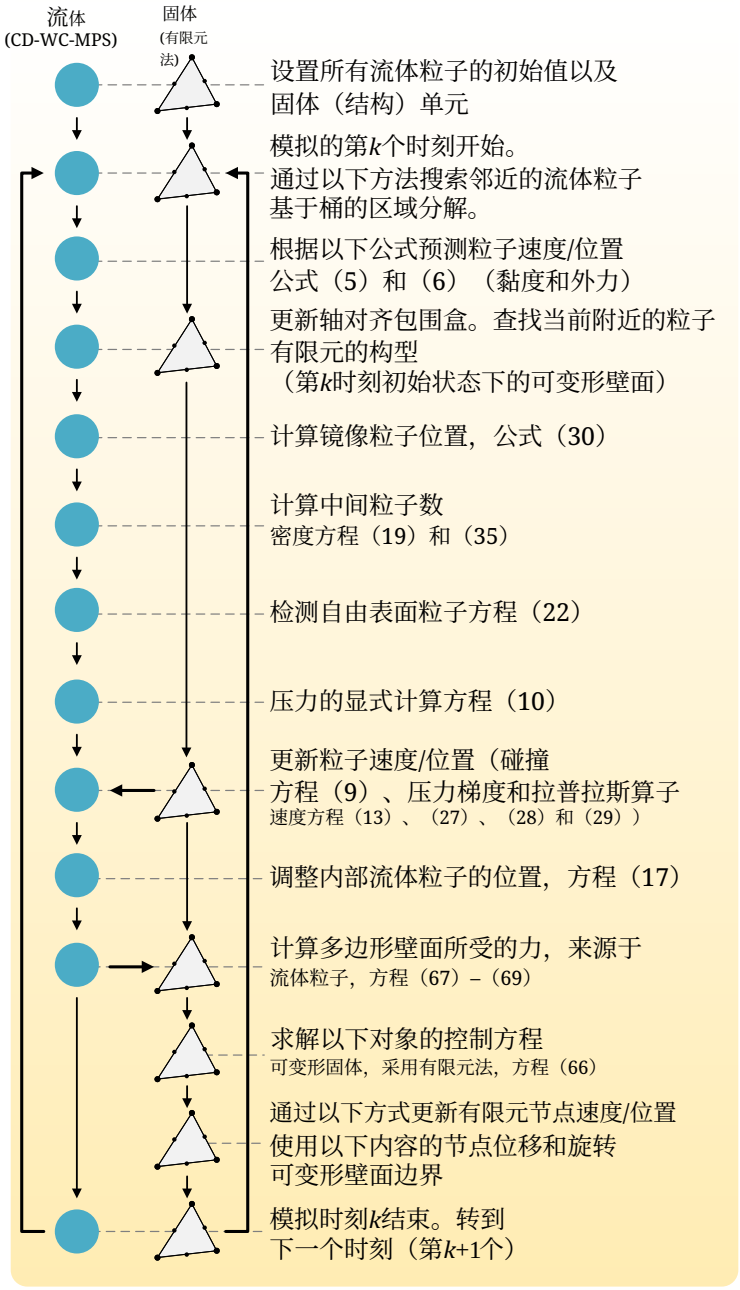


图2-5. CD-WC-MPS与几何非线性壳数值算法耦合示意图（有关基于桶的区域分解的内容，请参阅[93]）。

需要指出的是，尽管有限元求解器所需的 CPU 时间少于 CD-WC-移动粒子半隐式法求解器，但其计算瓶颈之一是处理大量单元 $\mathbb{E}$ 时，每个时间步长都要构建轴对齐包围盒（见第4项），这导致 $\mathcal{O}(\mathrm{P}\log\mathbb{E})$

本文受版权保护。保留所有权利。

复杂度为 P，其中 P 为粒子数。因此，有限元分辨率是在精度与效率之间权衡的基础上确定的。

3 数值验证

3.1 WC-MPS 基准测试

为验证本文提出的改进 WC-MPS，选取了两个三维基准测试，即静水槽和溃坝事件。为说明采用含扩散项的平滑连续性方程（式（19），本文称为 CD-WC-MPS）对压力场的改进效果，将其计算结果与采用权函数（式（4），本文称为 WF-WC-MPS 模型）所得结果进行比较。采用无滑移边界条件（式（29）和式（45））。所有模拟均采用表 3.1 所列的流体属性，以及重力 $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$ 。模拟使用 Intel® CoreTM Processor i7-4510U 处理器进行，其基准频率为 2.00GHz，缓存为 4 MB，拥有 4 个核心和 8GB 内存。

表 3.1。流体的物理属性。

属性	数值
密度 ρ_f (kg/m3)	1000
运动黏度 ν_f ($\mathrm{m^2/s}$)	10^{-6}

3.1.1 静水压力

该算例由一个高度为 $H_T = 0.22\mathrm{m}$、底面边长为$L_p = 0.2\mathrm{m}$的方形刚性水槽组成，槽内装水至$H_F = 0.2\mathrm{m}$，处于静水状态，如图3-1所示。模拟参数见表3.2。为达到静态平衡，采用了无量纲系数$A_F = 1$（见公式（14）），并考虑了粒子初始间距分别为$l_0 = 20$、10和5mm的三种情况。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

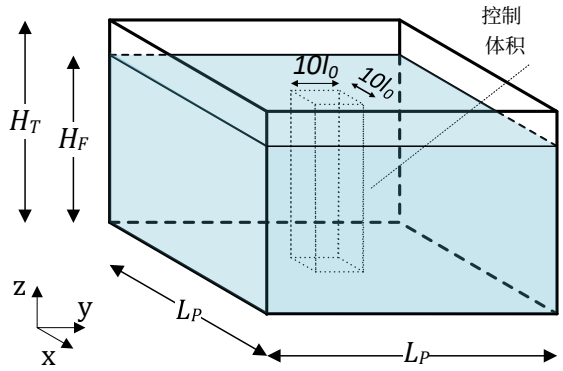


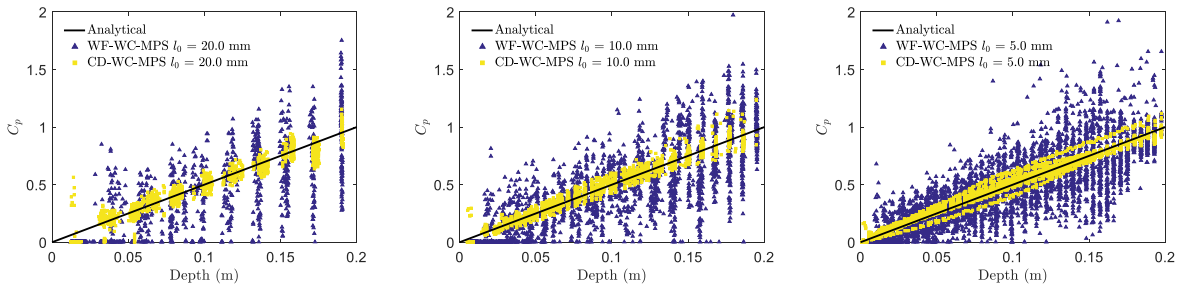
图 3-1. 刚性水槽中高度为 $H_F = 0.2$m 的静水水柱。边长为 $10l_0$ 的正方形横截面控制体。

表 3.2. 静水槽。流体的模拟参数。

参数	数值	参数	数值
粒子间距 l_0 (m)	0.02, 0.01, 0.005	马赫数 Ma	0.1
时间步长 Δt_F (s)	5.0, 2.5, 1.25 $\times 10^{-4}$	无量纲数 A_F	1
有效半径 r_e (m)	$2.1 \times l_0$	无量纲常数 C_{rep}	1
声速 c_0 (m/s)	15	表面阈值 $(\beta_{FS}, \varrho_{FS})$	(0.98, 0.2)
库朗数 C_r	0.2	模拟时间（秒）	1.0

图3-2描绘了解析稳态压力解，以及在t = 0.7至1.0s时刻之间（准静态）对位于水平截面为正方形、边长为$10 \times l_0$ 且高度为 H_F 的控制体内所有粒子计算得到的无量纲压力系数$C_P = P/\rho g H_F$ （见图3-1）。由于近水槽壁的自由表面粒子处，权函数截断导致近似微分算子存在一些数值不一致性，加之WC-MPS具有动态特性，即使对于静水水槽，也预期会出现粒子位置变化以及由此引起的压力场空间波动。尽管这超出了本文的研究范围，但读者可以查阅一些采用不同解决方案的相关研究（例如守恒压力梯度算子、核函数类型和光滑长度、高阶数值算子），以便在基于粒子的方法中获得精确的线性压力场[73, 94, 95]。与WF-WC-MPS计算结果相比，CD-WC-MPS计算得到的压力明显得到改善，非物理振荡大幅降低。此外，对于所采用的所有分辨率，压力离散度的大小几乎相同。因此，在该准静态测试中，所提出的CD-WC-MPS在所有模拟分辨率下的精度均得到验证。

本文受版权保护。保留所有权利。



l_0 20毫米　　l_0 10毫米　　l_0 5毫米

图3-2。t = 0.7至1.0秒期间控制体（见图3-1）内粒子的无量纲压力（C_p）。WF-WC-MPS和CD-WC-MPS计算得到的解析结果与数值结果对比。

3.1.2 溃坝事件下的动压力

为验证流体动力压力计算方面的改进，对 Lobovský 等人[96]开展的溃坝实验进行了模拟。图3-3展示了初始构型：高度为$H_F = 0.3$m、长度为$L_F = 0.6$m的水柱；长度为$L_T = 1.61$m、宽度为$W_T = 0.15$m、高度为$H_T = 0.6$m的刚性水槽；以及设置在高度$H_{S2} = 0.015$m处的传感器 S2。采用了五种粒子初始间距：$l_0 = 20$、15、10、7.5 和 5mm，以研究数值收敛性。模拟参数和计算时间分别见表3.3和表3.4。

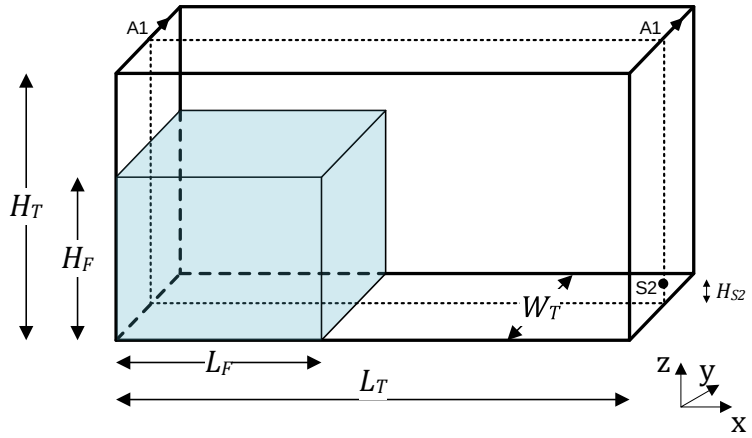


图3-3. 静止水箱、水柱（高度为 $H_F = 0.3$m，长度为 $L_F = 0.6$m）及设置在高度 $H_{S2} = 0.015$m [96] 处的传感器 S2 示意图。A1-A1 剖面表示中部剖视图。

表 3.3. 溃坝。流体模拟参数。

参数	数值	参数	数值
粒子间距 l_0 (m)	0.02, 0.015, 0.01, 0.075, 0.005	马赫数 Ma	0.1
时间步长 Δt_F (s)	2.50, 2.50, 2.50, 1.50, 1.25 $\times 10^{-4}$	无量纲数 A_F	2
有效半径 r_e (m)	2.1×l_0	无量纲常数 C_{rep}	1
声速 c_0 (m/s)	15	表面阈值 $(\beta_{FS}, \varrho_{FS})$	(0.98, 0.2)

本文受版权保护。保留所有权利。

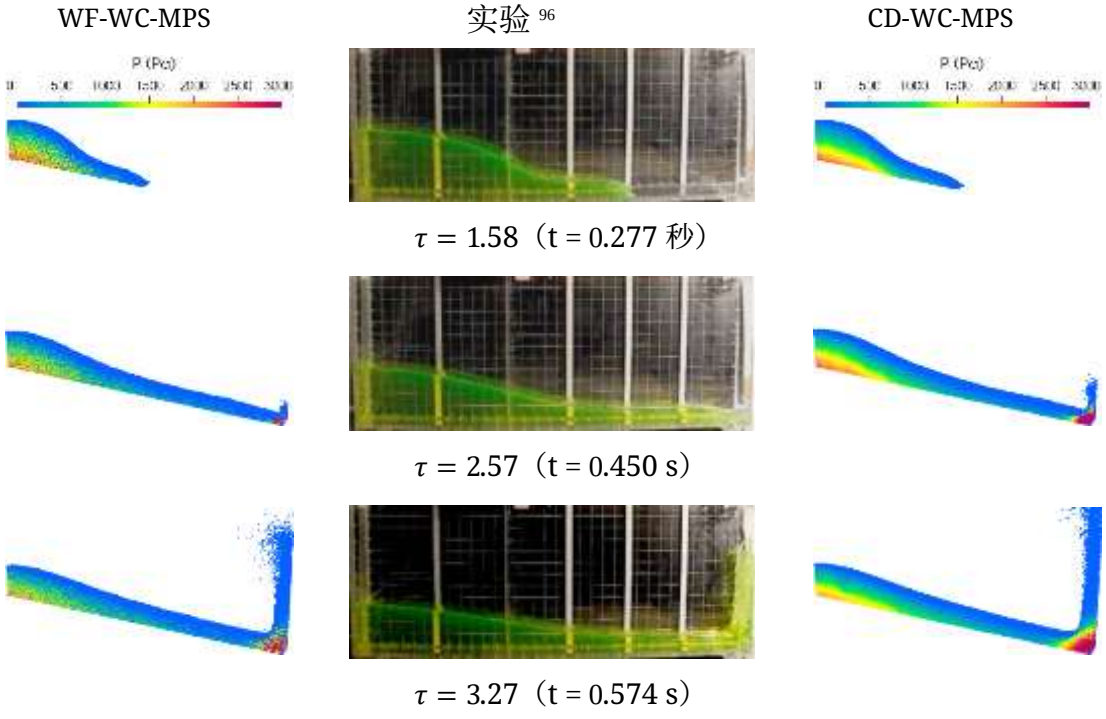
Accepted Article

库朗数 C_r	0.2	

表 3.4。溃坝。计算时间。

粒子间距（mm）	20.0	15.0	10.0	7.5	5.0
模拟时间（s）			1.5		
粒子数	3150	8000	27000	64000	216000
时间步长（s）	$2.5\text{x}10^{-4}$	$2.5\text{x}10^{-4}$	$2.5\text{x}10^{-4}$	$1.5\text{x}10^{-4}$	$1.25\text{x}10^{-4}$
计算时间	0小时28分钟	1小时00分钟	3小时40分钟	8小时00分钟	48小时00分钟

图3-4展示了采用$l_0 = 5$mm粒子间距对塌落水柱进行的当前模拟，并将其与实验在同步时刻进行比较。色标对应于中部剖视图 A1-A1（见图3-3）中的压力场。无量纲时间（τ）定义为$\tau = t\sqrt{g/H_F}$。当前 WF-WC-MPS 和 CD-WC-MPS 模拟得到的整体波形与实验结果吻合良好。然而，采用 WF-WC-MPS 进行的模拟产生了粗糙的压力场。相比之下，采用所提出的 CD-WC-MPS 得到了更加平滑、连续的压力场，从而实现了更稳定、精确的计算。



本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article



$\tau = 6.67$（t = 1.167 s）

图3-4。溃坝。实验 [96] 和数值模拟的快照（中部剖视图 A1- A
1, 3 3 = 0 277, 0 450, 0 574, 1 167 τ = 1 58, 2 57, 3 27, 见图 -），对应时刻 t . . . . s
6 67
（无量纲时间 . . . .）。WF-WC-MPS 和 CD-WC-MPS 使用粒子间距 $l_0 = 5$mm。流体粒子上的颜色与其压力大小相关。

为了定量比较 WF-WC-MPS 和 CD-WC-MPS 格式的数值精度及其对空间分辨率的依赖性（收敛率），估算无量纲时间区间 $\tau \in [2.5、7.0]$, 内每个离散时刻 $m = 1、2、...、M$ 的压力 L_2（p）的 L_2 范数误差，如下所示:

$$L_2(p) = \left(\sqrt{\frac{\sum_m^M \left(P_{num,m} - P_{exp,m}\right)^2}{\sum_m^M \left(P_{exp,m}\right)^2}} \right)_{2.5 \le \tau \le 7.0}, \tag{70}$$

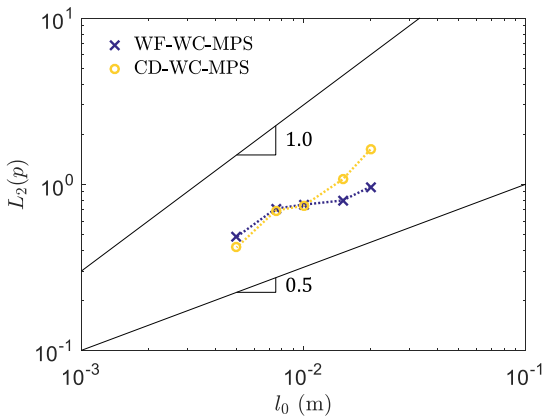
其中，$P_{num,m}$ 和 $P_{exp,m}$ 分别为数值计算值和传感器 S2 处实验测得的压力。

在图 3-5(a)中，采用 CD-WC-MPS 的模拟显示出 1st 阶收敛率，优于 WF-WC-MPS 计算得到的约 0.5 的收敛率。图 3-5(b)展示了实验测得的无量纲压力系数 $C_P = P/\rho g H_F$ 的时间历程，以及使用 $l_0 = 5\,\mathrm{mm}$ 在传感器 S2 处进行数值计算得到的结果。未经过滤波或子采样，采用了距离传感器位置最近的流体粒子处计算的压力原始数据。采用 CD-WC-MPS 后，稳定性和精度均得到合理改善。值得注意的是，在 τ = 2.5 至 5.6 时刻之间，以及大约在 τ = 6之后，数值结果略高于实验结果。在其他基于粒子的模拟中也观察到了这种差异[97, 98, 73, 65]；这可能与采用粒子移位技术导致的非物理体积膨胀有关，Jandaguian等人[99]和Lyu和Sun [100]最近对此进行了研究。采用最新的增强型粒子碰撞/移位模型将作为未来的研究任务。尽管存在这些高估，采用本文提出的 CD-WC-MPS 仍能确保对流体动力学问题作出稳定且可接受的预测，同时提供更高的收敛率。

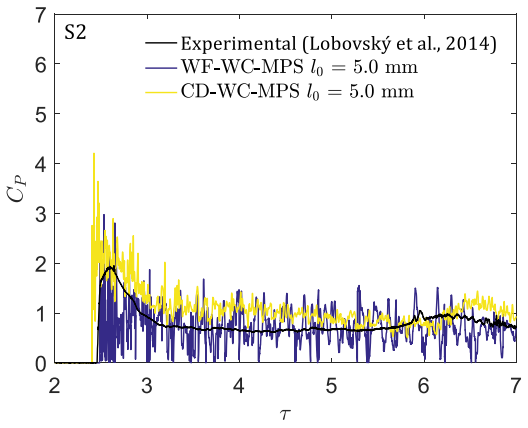
本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article



(a) L_2 传感器 S2 处压力的范数误差



(b) 传感器 S2 处压力的原始数据

图 3-5。(a) $L_2(p)$ 压力范数误差随粒子间距 l_0 的变化。(b) 实验原始数据 al
96 以及采用粒子间距 $l_0 = 5$mm 时传感器 S2 处的数值压力。

3.2 FSI 模型验证

通过两项三维动态基准实验，对所提出的耦合 WC-MPS-FE 模型进行了验证。这些实验涉及自由表面流与薄壁结构，分别经历中等（晃荡）和大幅（溃坝）变形。

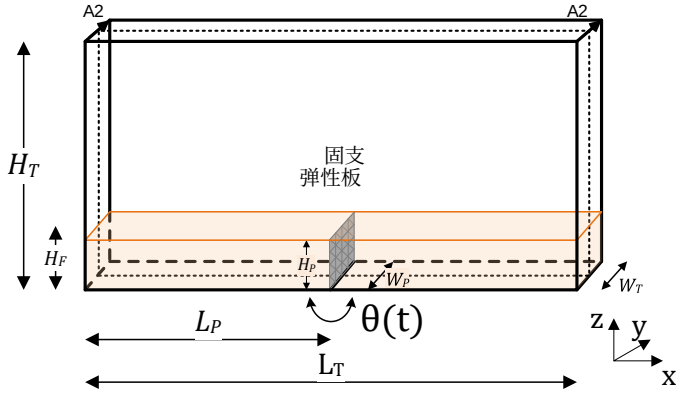
所有模拟均采用所提出的 CD-WC-MPS 模型、无滑移边界条件（式（29）和式（45））以及重力场 $g = 9.81\text{m/s}^2$。考虑到结构模型精度与各单元和周围粒子间相互作用的空间搜索效率之间的折中，可变形网格的每条边均采用 16 个单元。

3.2.1 弹性板晃荡

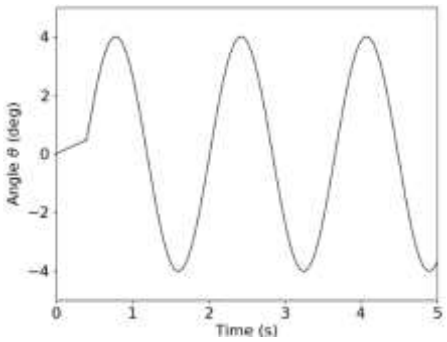
该算例包含一个长 $L_T = 609$mm、宽 $W_T = 39$mm、高 $H_T = 344.5$mm 的矩形水箱，箱内部分充有初始高度为 $H_F = 57.4$mm 的葵花籽油；弹性板高 $e_P = 4$mm，固定于弹性板高度 Hp=57.4mm，宽度 Wp=33.2mm，厚度水箱底部的中点（$L_P = 304.5$mm），如图3-6(a)所示。水箱以振幅 4 度、周期 $T = 1.646$s 作谐波滚动运动，见图3-6(b)。分析了三种粒子初始间距：$l_0 = 8$、4 和 2.5mm（$\Delta x/l_0 = 1$、2 和 3.2）。Δx 表示三角形单元的平均尺寸。此外，还模拟了采用 $l_0 = 4$mm 粒子间距并搭配网格尺寸为 $\Delta x = 16$、8 和 4 mm 的情况，以验证比值 $\Delta x/l_0$ 对数值精度的影响。表 3.5 和表 3.6 分别列出了流体和弹性板的物理属性以及模拟参数。表 3.7 列出了计算时间。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article



(a)



(b)

图 3 6 $L_T = 609$ $W_T = 39$ $H_T = -$。（a）水箱示意图：长度为 mm、宽度为 mm、高度为 . mm，部分装有高度为 $H_F = 57.$ mm 的葵花籽油；弹性板高度为 $H_P = 57.$ mm，宽度 Wp=33.2mm 和厚度 $_P =$ 4mm，固定于中点（$L_P = 304.5$mm）。（b）输入运动的时程。A2-A2 截面表示中部剖视图

表 3.5. 弹性板晃荡。葵花籽油和弹性板的物理属性。

流体（葵花籽油）		弹性板	
属性	数值	属性	数值
密度 ρ_f (千克/米3)	917	密度 ρ_S (kg/m3)	1100
运动黏度 ν_f (m^2/s)	5.0×10^{-5}	杨氏模量 E_s (MPa)	6
		泊松比 ν $_s$	0.49
		厚度 e_p (m)	0.004

表 3.6. 弹性板晃荡。流体和弹性板的模拟参数。

流体（葵花籽油）		弹性板	
参数	数值	参数	数值
粒子间距 l_0 (m)	0.008, 0.004, 0.0025	单元尺寸 Δx (m)	0.008（0.016，0.004）
时间步长 Δt_F (s)	2.5, 1.25, 1.0 $\times10^{-4}$	时间步长 Δt_S (s)	Δt_F
有效半径 r_e (m)	$2.1\times l_0$	网格单元	16×16
声速 c_0 (m/s)	15	瑞利阻尼 β_R	0.0001
库朗数 C $_r$	0.2	Newmark 系数	(0.3, 0.5)
		(β_N, γ_N)	
马赫数 Ma	0.1		
无量纲数 A_F	2		
无量纲常数 C $_{rep}$	1		
表面阈值 $(\beta_{FS}, \varrho_{FS})$	(0.98, 0.2)		

表 3.7. 弹性板晃荡。计算时间。

粒子间距 (mm)	8.0		4.0		2.5
模拟时间 (s)			5.0		
平均单元尺寸 (mm)	8.0	16.0	8.0	4.0	8.0

本文受版权保护。保留所有权利。

粒子数	2660		21280		89560
时间步长（秒）	$2.5\text{x}10^{-4}$		$1.25\text{x}10^{-4}$		$1\text{x}10^{-4}$
计算时间	6小时30分钟	9小时20分钟	15小时50分钟	40小时00分钟	39小时30分钟

图 3-7 展示了实验与数值波浪演化及板变形的对比。流体粒子的色标与其压力场相关。从快照可以看出，数值计算得到的压力场平滑，且与实验结果非常吻合。总体而言，所提出的模型能够很好地再现自由表面流的主要水动力特性，以及弹性板的结构动力学行为。

图 3-8(a) 展示了通过数值模拟得到的弹性板尖端相对于固定于水箱的局部参考系的水平位移，并将其与实验结果及采用粒子有限元法（PFEM）得到的数值结果进行了比较 [101]。计算所得位移的总体趋势与实验结果吻合良好，且略优于 PFEM 结果；不过，在 $t = 0.5$s 附近存在微小偏差，数值模拟未能很好地再现实验中的运动。其他研究的数值结果中也发现了这一偏差 [102 7 103 12 45 59]。这些差异可能与实验中的某些不确定因素有关。根据 Botia Vera [104] 的研究，这项浅水晃荡实验未能完全实现可重复性和对称性，可能是由于梁存在一定的预变形，同时材料还具有一定的滞回特性。对比结果表明，随着空间分辨率提高，WC-MPS-FE 的结果逐渐收敛于实验数据。

图 3-8(b) 表明，对于不同的粒子-网格尺寸，即使 $\Delta x/l_0 \approx 4$ 的比值很大，所提出的 WC-MPS-FE 耦合模型仍能给出准确结果；基于轴对齐包围盒的粒子-网格搜索复杂度降低，从而显著提高了计算时间效率。



本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

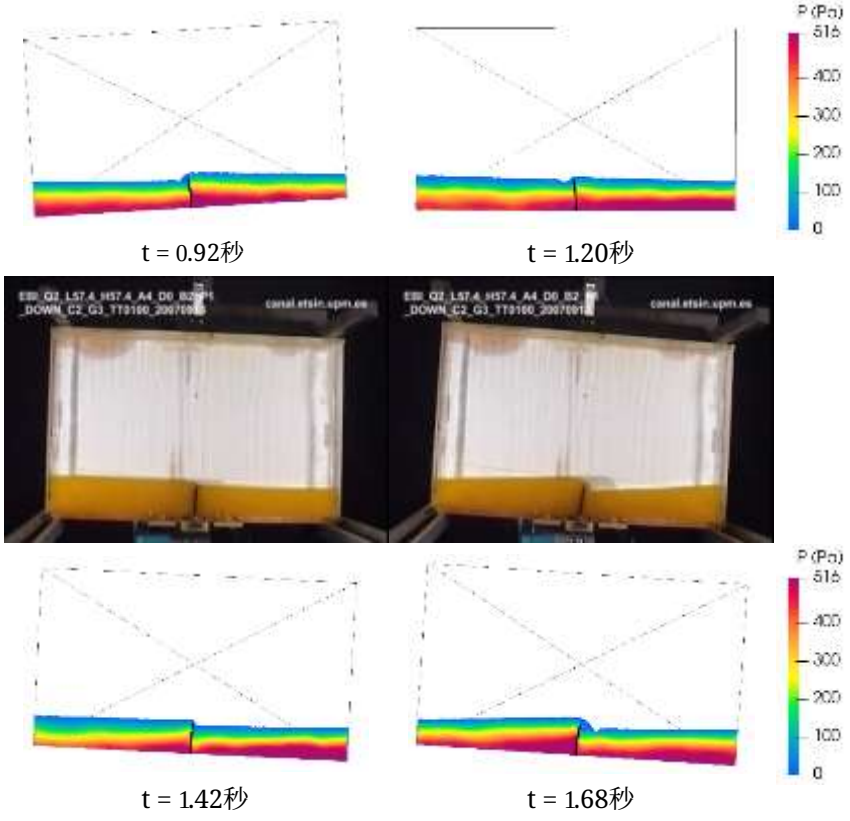


图 3-7。带固支闸门的晃荡。实验[101]快照及使用 WC-MPS-FE 对粒子间距为 . mm 的数值模拟（中间横截面视图 A
2 2, 3 6 $l_0 = 2\,5$ = -A，见图 -），对应时刻为 t . . . . 秒。流体粒子上的颜
0 92, 1 20, 1 42, 1 68
色表示其压力大小

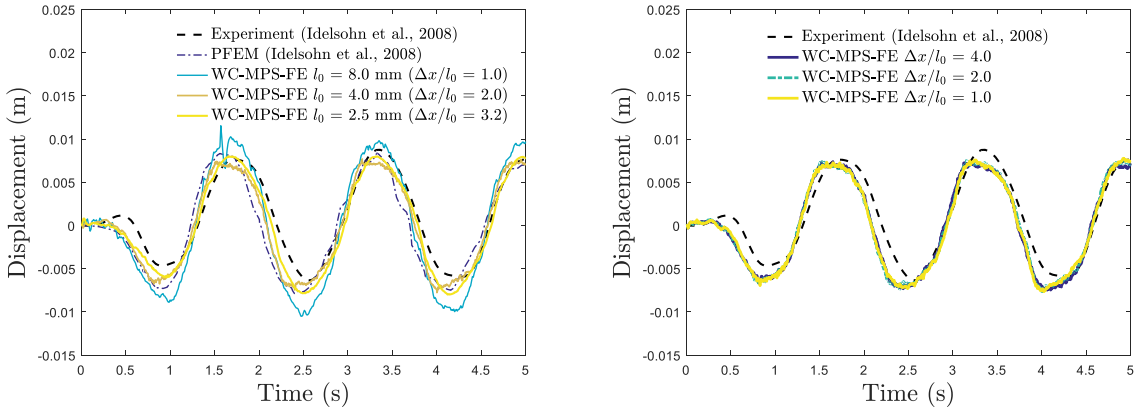


图 3-8. 固支板自由端水平位移的时间序列。(a) Idelsohn 等人 [101] 的实验数据和粒子有限元法数值结果，以及本文采用 $l_0 = 8$、4 和 2.5mm 与 $\Delta x = 8$mm 的 WC-MPS-FE 结果。(b) 实验数据和本文采用
$l_0 = 4$ $\Delta x = 16$ 4 Δx l_0 = mm 与 ,8 和 mm (/ , 和) 的 WC-MPS-FE 结果。
4 2 1

3.2.2 溃坝冲击一端固支的弹性板

在最后一个案例中，采用所提出的耦合模型预测与发生大变形的弹性结构相互作用的剧烈瞬态自由表面流动。图 3-9 显示

本文受版权保护。保留所有权利。

Liao 等人开展的实验的初始配置[105]包括：一个长$L_T = 0.8$ m、宽$W_T = 0.2$ m、高$H_T = 0.6$ m的水箱；一个高$H_F = 0.4$ m、长$L_F = 0.2$ m并由刚性闸门约束的水柱。弹性板高$H_P = 0.1$m、厚度为$e_p = 0.004$m、宽度为$W_P = 0.1995$m，底部固支，位于下游$L_P = 0.6$ m处。模拟中采用了三种粒子间距：$l_0 = 20$、10和5 mm（$\Delta x/l_0 = 1.35$、2.7和5.4）。分析了$\Delta x/l_0$ 对数值精度的影响，其变化值为$\Delta x = 54$、27和13.5mm，并考虑了$l_0 = 10$mm。流体和弹性板的物理属性见表 3.8，模拟参数见表 3.9。计算时间列于表 3.10。

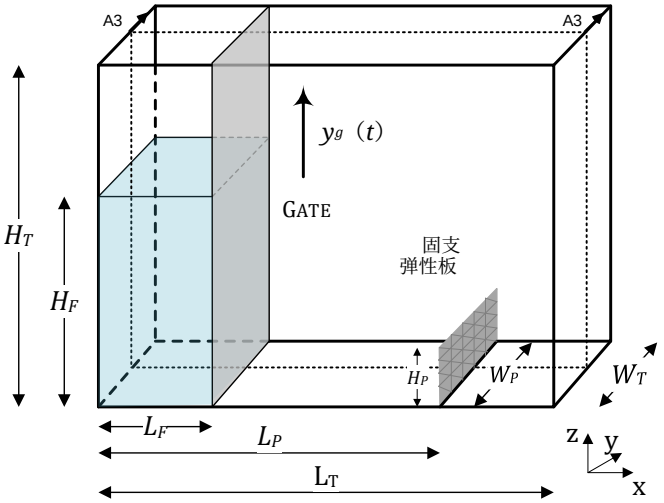


图 3-9. 长度为 $L_T = 0.8$m、宽度为 $W_T = 0.2$m、高度为 $H_T = 0.6$m 的水箱，高度为 $H_F = 0.4$ $L_F = 0.2$ $H_P = 0.1$ $W_P = .$m、长度为 . m 的水柱，0.1995 高度为 . m、宽度为 . m、厚度为 . m 的夹持弹性板，$e = 0.002$ 位于下游 $L_P = 0.$ m 处。门以 $y_g(t)$ [105] 向上运动。A3-A3 截面表示中部剖视图。[6]

在当前模拟中，门的垂直运动遵循一个平滑函数 $y_g(t)$，该函数近似拟合了 Liao 等人[105] 提供的实验垂直运动：

$$y_g(t) = -300t^3 + 75t^2 . \quad (71)$$

表 3.8. 溃坝冲击固支板。流体和弹性板的物理属性。

流体		弹性板	
属性	数值	属性	数值
密度 ρ_f (kg/m3)	1000	密度 ρ_S (kg/m3)	1161.54
运动黏度 ν_f (m^2/s)	10^{-6}	杨氏模量 E_s (MPa)	3.5
		泊松比 ν_s	0.3
		厚度 e_p (m)	0.004

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

表 3.9 溃坝冲击固支板。流体和弹性板的模拟参数 ate.

流体		弹性板	
参数	数值	参数	数值
粒子间距 l_0 (m)	0.02, 0.01, 0.005	单元尺寸 Δx (m)	0.027 (0.054, 0.0135)
时间步长 Δt_F (s)	5, 2.5, 1.0 $\times 10^{-4}$	时间步长 Δt_S (s)	Δt_F
有效半径 r_e (m)	$2.1\times l_0$	网格单元	16×16
声速 c_0 (m/s)	15	瑞利阻尼 β_R	0.001
库朗数 C_r	0.2	Newmark 系数 (β_N, γ_N) [90]	(0.3, 0.5)
马赫数 Ma	0.1		
无量纲数 A_F	2		
无量纲常数 C_{rep}	1		
表面阈值 (β_{FS}, ρ_{FS})	(0.98, 0.2)		

表 3.10. 溃坝冲击固支板。计算时间。

粒子间距 (mm)	20.0		10.0		5.0
模拟时间 (s)			1.0		
平均单元尺寸（mm）	27.0	54.0	27.0	13.5	27.0
粒子数	2000		16000		128000
时间步长（s）	$5\text{x}10^{-4}$		$2.5\text{x}10^{-4}$		$1.0\text{x}10^{-4}$
计算时间	0小时35分钟	1小时45分钟	3小时50分钟	7小时30分钟	24小时00分钟

图3-10展示了在选定时刻计算得到的流动序列，粒子间距为 $l_0 = 5\text{mm}$（$\Delta x/l_0 = 5.4$）。流体粒子的颜色表示无量纲速度 $v/(2\sqrt{gH_F})$，弹性板上的色标则表示其位移。流体释放后，溃坝流动向前推进，波前在略早于 $t = 0.25\text{s}$ 的时刻撞击固支板。随后，板发生大幅位移，部分流体在 $t = 0.35\text{s}$ 时向上偏转。之后，在 t =0.45s 时，波浪冲击下游墙面，形成垂直爬升射流；与此同时，部分流体回流，沿水箱底部向大幅变形的弹性板传播。随后，在 $t = 0.60\text{s}$ 和 $t = 0.80\text{s}$ 时，飞溅的流体在重力作用下落下，并在弹性板附近与回流汇合，形成剧烈的湍流空腔流。对于弹性板，其右侧受到第二次冲击后发生反向偏转。

[{"id": 0, "output": "本文受版权保护。保留所有权利。"}]

Accepted Article

Accepted Article

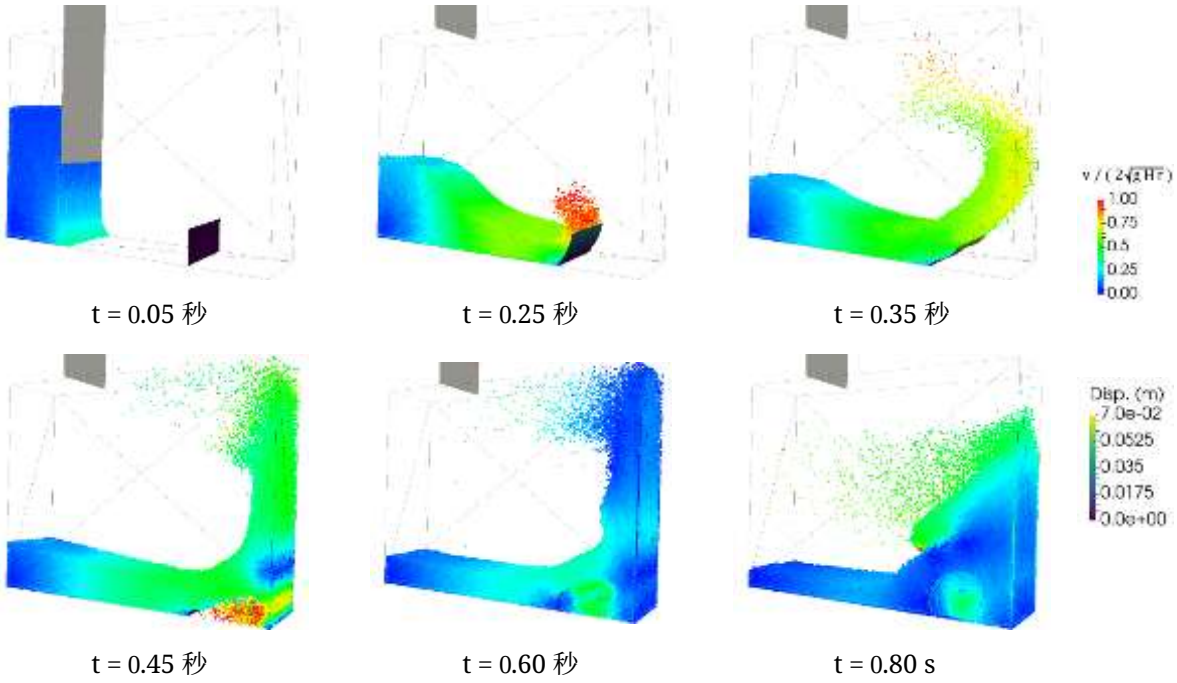


图3-10. 溃坝冲击固支板。采用 WC-MPS-FE 对粒子间距为 l_0 = 5mm 的情形进行数值模拟，展示时刻 t = 0.05、0.25、0.35、0.45、0.60、0.80s 的快照。粒子上的颜色表示其无量纲速度 $v/(2\sqrt{gH_F})$，弹性板上的颜色表示其位移。

图3-11 对比了实验 [105] 与本研究采用所提出的 WC-MPS-FE 方法、粒子间距为 $l_0 = 5$ mm 的模拟结果，包括时刻 t = 0.25、0.28、0.30、0.55、0.60 和 0.80s 的自由液面轮廓和板变形。流体粒子的色标表示无量纲速度 $v/(2\sqrt{gH_F})$，弹性板的色标表示其位移，两者均在中部剖视图 A3-A3 中部分显示（见图 3-9）。在初始阶段 $0.25 \le t \le 0.3s$，波前冲击弹性板，随后越过板体，朝下游水槽壁移动。随着时间推移，在 t =0.55 至 0.60s 之间，回流冲击板的右侧。因此，流体围成的开放空腔形成，局部涡强度随之增大，板也发生显著变形。之后，在时刻 t = 0.80s，部分坍塌的爬高流体在弹性板附近与回流汇合，剧烈的旋转流和开放空腔仍然存在，且板向相反方向偏转。到 t = 0.30s 时，计算得到的局部自由液面轮廓和板变形与实验结果非常吻合。尽管从t = 0.55 s 到 t = 0.80 s 存在一些差异，但数值模拟仍再现了这一复杂相互作用的主要行为。这些差异的主要原因可能是当前模拟中忽略了气相。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

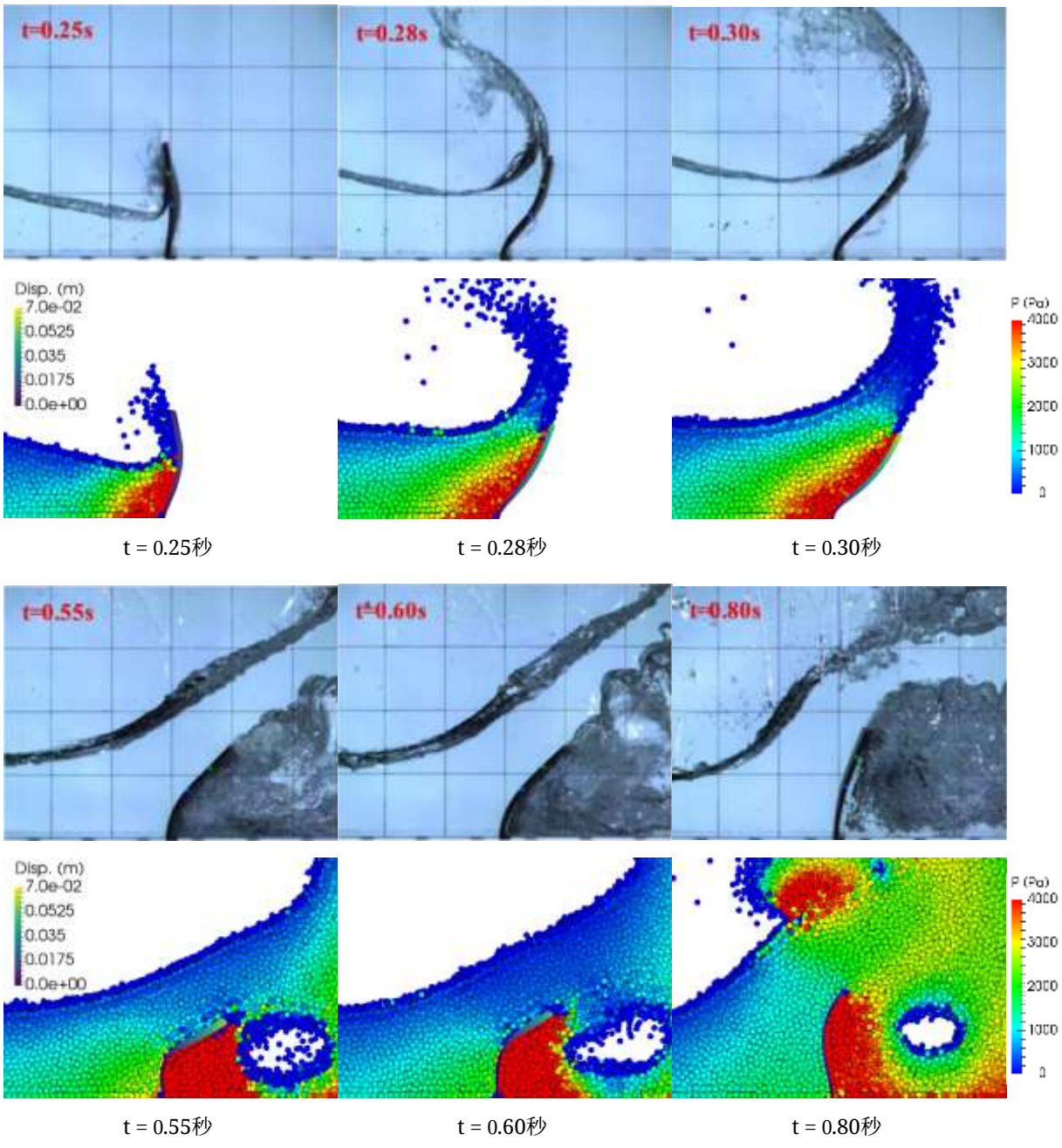


图 3-11。溃坝冲击固支板。实验[105]快照，以及使用 WC-MPS-FE 对粒子间距为 l_0 = 5毫米的情况进行数值模拟所得结果（中部剖视图 A3-A3，见图 3-9），时刻分别为 t = 0.25、0.28、0.30、0.55、0.60、0.80秒。流体粒子上的颜色表示其压力大小。

图 3-12(a) 展示了实验测得[105]以及采用单相和多相 SPH[23]、单相 MPS[22]和本文单相 WC-MPS-FE 方法数值计算得到的弹性板尖端水平位移时程曲线，其中采用了不同的初始粒子间距 l_0 = 20、10 和 5毫米（$\Delta x/l_0$ = 1.35、2.7 和 5.4）。波前撞击板底部，导致板端产生负加速度，这可从 t = 0.25秒附近出现的负位移看出。尽管实验和

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

数值位移呈现出相同的初始趋势。实验冲击发生在约 t = 0.27s，而本模型计算得到的数值冲击发生在约 t = 0.25s。Liao 等人 [105] 也观察到了这一差异，并将其归因于数值模拟中忽略了闸门运动。然而，由于本文在数值上再现了闸门的影响，因此可排除此原因。这一差异可能是由用于计算壁面贡献（式 (29)）的精度阶数为$\mathcal{O}(l_0^{-1})$ [106, 107] 的拉普拉斯算子，甚至模型分辨率所致。尽管如此，为了严格阐明这一差异，仍需开展进一步研究。首次波浪冲击后，板端位移骤然增大。在 t = 0.4 至 0.6s 之间，实验测得位移出现轻微振荡。然而，本模型未能计算出这种振荡。正如 Liao 等人 [105] 所指出的，弹性板附近存在滞留空气会引发较高阶的结构振动模态，因此需要对气相进行数值建模，才能恰当地再现这一物理现象。图 3-12 绘出了采用单相和多相粒子方法 [22, 23] 得到的其他数值计算结果，说明在这一时段对气相进行建模十分重要。

在 t = 0.5s 时刻之后，由于回流的冲击，板的位移逐渐减小。除少量偏差外，即使对流体描述采用较粗的分辨率，所提出的模型也正确再现了 Liao 等人 [105] 实验测得的位移总体趋势。

图 3-12(b) 显示，所提出的 WC-MPS-FEM 在采用 $\Delta x = 27$ or 13.5mm 时计算得到的水平位移没有明显差异，即 $\Delta x/l_0$ =1.35,2.7。然而，采用 $\Delta x = 54$mm 时，即较大的比值 $\Delta x/l_0 = 5.4$，计算得到的位移会出现偏差。由于图 3-12(a) 显示，采用较小

粒子间距为 $l_0 = 5$mm、采用相同比例 $\Delta x/l_0 = 5.4$ 时，结果与参考实验和数值解较为吻合。这表明，采用较高的 $\Delta x/l_0$ 比值并使用精细的粒子分辨率时，所提出的 WC-MPS-FEM 可用于处理大变形。表 3.10 展示了在粒子尺寸保持不变时，可变形网格情况下有限元数量对计算性能的影响，因为 AABB树需要在每个计算步中更新。这有助于说明本模型的一项特性有多重要：当网格尺寸与粒子间距之比较大时，仍能获得合理且准确的结果。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

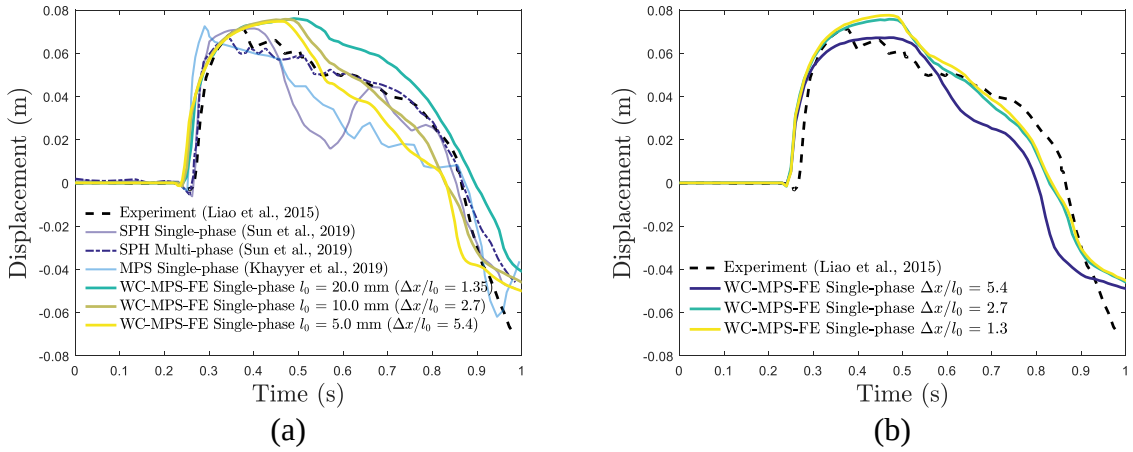


图 3-12. 初始水柱高度为 H_F = 0.4m 时，溃坝流动中弹性板自由端水平位移的时间序列。(a) Liao 等人 [105] 的实验数据、单相和多相光滑粒子流体动力学 [23] 的数值结果、单相MPS [22] 的数值结果，以及本文采用 l_0 = 20 10 5 Δx = 27 的单相 WC-MPS-FE 数值结果，, mm 和 mm。(b) 实验数据和本文采用 l_0 = 10 Δx = mm 的 WC-MPS-FE 数值结果，以及 , 和 . mm (/ . . 54 27 13 5 Δx l_0 = 5 4, 2 7 1 3 和 .)。

4 结论

本研究开发了一种三维流固耦合方法，将改进的弱可压缩版本 MPS（CD-WC-MPS）与有限元（FE）方法相结合，可处理尺寸不同的粒子和有限元。研究使用 CD-WC-MPS 模拟剧烈自由表面流，并采用几何精确壳方法对发生大变形的非线性薄壁结构进行建模。

关于采用 CD-WC-MPS 进行的流动计算，在 MPS公式背景下引入的免调参扩散项能够实现平滑且准确的压力计算。

针对显式表示多边形（ERP）模型推导并应用了离散散度算子；此外，通过引入排斥性伦纳德-琼斯力，并采用一种简单方法避免薄壳固体建模中位于相对两侧的粒子发生错误相互作用，对该模型进行了改进。因此，流固耦合的数值稳定性得到了提升。

开展了涵盖准静态和动态现象的验证案例，增强后的流体求解器很好地再现了文献中报告的解析解和实验测量结果。模拟了具有剧烈自由表面运动，且结构发生小幅或大幅旋转和位移的瞬态流固耦合问题，结果表明所提出的耦合模型具有稳健性和可靠性。即使采用较粗的粒子分辨率，也能获得稳定且相对准确的结果。此外，CD-

WC-MPS 耦合

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

几何非线性壳可用于模拟实体网格尺寸与粒子间距之比大于 1 的情况，这对于实际应用中的大规模问题建模更具成本效益。

5 致谢

本研究部分经费由巴西高等教育人员提升协调局（CAPES）资助，资助代码001。第二作者感谢国家科学技术发展委员会（CNPq）提供资助，项目编号为304680/2018-4。作者还感谢巴西国家石油公司为……提供资金支持

6 附录A

为说明本耦合方案的精度，我们考虑一个静水水柱，其高度为 $H_F = 0.2\text{m}$，位于高度为 $H_T = 0.22\text{m}$ 的水箱中。水箱底部为方形弹性底板，边长为 $L_p = 0.2\text{m}$，厚度为 $e_p = 0.002\text{m}$，且所有边均为固支，如图 6-1 所示。模拟时长为 2 秒，并评估了三种粒子间距，分别为 $l_0 = 20$、10 和 5mm（$\Delta x/l_0 = 0.9$、1.8 和 3.6）。物理属性和数值参数分别汇总于表 6.1 和表 6.2。为达到静态平衡，我们采用了无量纲数 $A_F = 1$（见公式 (14)），并设置较高的结构数值阻尼 $\beta_R = 0.025$。计算结果与中心挠度 v_{MAX} 的解析解 [108] 进行比较:

$$v_{MAX} = \alpha \frac{\rho_f g H_F L_P}{D_s}\,, \quad D_s = \frac{E_s e^3}{12(1-\nu_s^2)}\,, \quad \alpha = 0.00126\,. \tag{72}$$

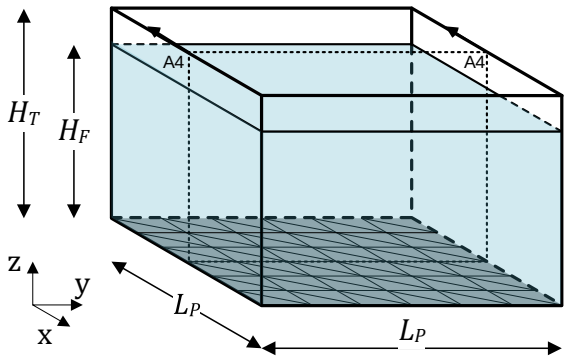


图6-1. 边长为$L_p = 0.2\text{m}$、厚度为$e = 0.002\text{m}$且四边固支的方板，置于高度为$H_F = 0.2\text{m}$的静水水柱下。A4-A4剖面为中部剖视图。

本文受版权保护。保留所有权利。

表 6.1. 四边固支并承受静水水柱作用的方板。流体和弹性板的物理属性。

流体		弹性板	
属性	数值	属性	数值
密度 ρ_f (kg/m3)	1000	密度 ρ_S (kg/m3)	1000
运动黏度 ν_f (m^2/s)	10^{-6}	杨氏模量 E_s (Gpa)	200
		泊松比 ν_s	0.3
		厚度 e_p (m)	0.002

表 6.2. 四边固支方板承受静水水柱作用。流体和弹性板的模拟参数。

流体		弹性板	
参数	数值	参数	数值
粒子间距 l_0 (m)	0.02, 0.01, 0.005	平均单元尺寸 Δx (m)	0.018
时间步长 Δt_F (s)	5, 1.25, 1.25 $\times 10^{-4}$	时间步长 Δt_S (s)	Δt_F
有效半径 r_e （m）	$2.1\times l_0$	网格单元	16×16
声速 c_0 （m/s）	15	瑞利阻尼刚度系数	0.025
库朗数 C_r	0.2	Newmark 系数 (β_N, γ_N) [90]	(0.3, 0.5)
马赫数 Ma	0.1		
无量纲数 A_F	1		
无量纲常数 C_{rep}	1		
表面阈值 (β_{FS}, ρ_{FS})	(0.98, 0.2)		

图 6-2(a) 展示了采用初始粒子间距 l_0 =5mm 时，$t = 2.0$s 瞬间流体中的压力场和弹性板的位移，视角均位于中部剖视图 A4-A4 后方（见图 6-1）。鉴于基于粒子的方法难以获得静态状态，数值结果对理论静水罐进行了良好预测。

图 6-2(b) 展示了固体板中心点竖向位移随时间的变化。由于流体粒子上的静水压力场突然发生变化，板件出现较大幅度的振荡，直至 $t = 0.15$s。约在 $t = 0.2$s 之后，板件的响应变得更加稳定，计算得到的位移与解析解非常吻合，这表明所提出的耦合方法似乎是准确的。采用初始粒子间距 $l_0 = 20$、10 和 5mm 得到的计算结果分别围绕最大位移 0.0259 mm、0.0265 mm 和 0.0265 mm 振荡。与

理论最大位移为0.027mm，采用$l_0 \leq 10$mm进行的模拟误差较小，为1.85%，这说明随着粒子间距减小，精度会提高，也证明了所提出模型的数值收敛性。误差按以下公式计算：

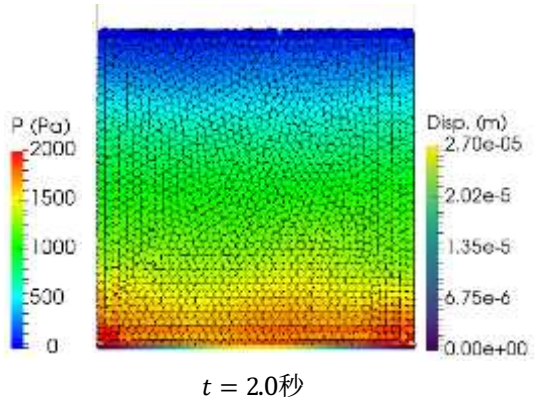
本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

Accepted Article

$$\text{Error} = \left|\frac{\bar{X}_n - X_a}{X_a}\right|_{t\geq 0.5}, \tag{73}$$

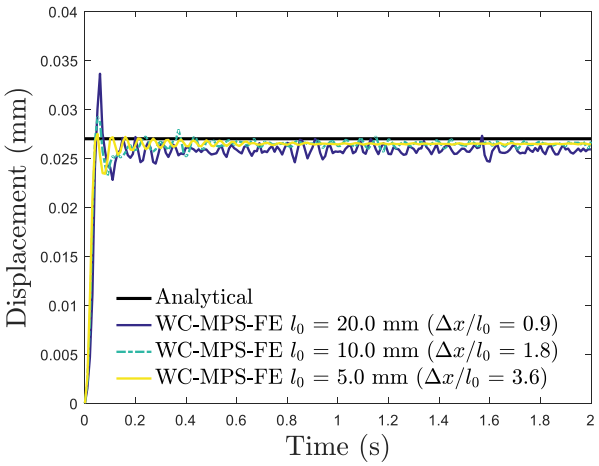
其中，X_a 表示静态平衡时的解析结果，$\bar{X}_n$ 在此定义为达到准静态平衡（即$t \geq 0.5$s）后的数值结果平均值。解析结果与本文结果的定量比较见表6.3。



t = 2.0秒

l_0 = 5毫米

(a)



(b)

图6-2。（a）粒子间距为l_0 = 5毫米时流体中的压力场，以及t = 2.0秒时弹性板的位移场（中部剖视图A4-A4，见图6-1）。（b）板跨中竖向位移时程。采用本文的WC-MPS-FE计算得到的不同粒子间距l_0 = 20、10、5毫米和Δx = 18毫米（$\Delta x/l_0$ = 0.9、1.8和3.6）下的解析结果与数值结果。

表6.3。四边固支并承受静水水柱作用的方板。采用本文的WC-MPS-FE计算得到的粒子间距为l_0 = 20、10、5毫米时的解析结果与数值结果。

	竖向位移 v_{MAX} (mm)	误差 (%)
解析解	0.0270	-
WC-MPS-FE l_0 = 20毫米 ($\Delta x/l_0$ = 0.9)	0.0259	4.07
WC-MPS-FE l_0 = 10毫米 ($\Delta x/l_0$ = 1.8)	0.0265	1.85
WC-MPS-FE l_0 = 5毫米（$\Delta x/l_0$ = 3.6)	0.0265	1.85

参考文献

1. Gingold RA，Monagham JJ. 光滑粒子流体动力学：理论及其在非球形恒星中的应用. 皇家天文学会月刊. 1977;181:375- 389.

2. Lucy L. 检验裂变假说的一种数值方法.《天文学杂志》. 1977;82:1013-1024.

3. Koshizuka S，Oka Y. 用于不可压缩流体碎裂的移动粒子半隐式方法。《核科学与工程》. 1996年;123(3):421-434.

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

4. Luo M，Khayyer A，Lin P. 粒子方法在海洋与海岸工程中的应用。《应用海洋研究》. 2021年;114. 5. Mazhar F，Javed A，Xing JT，等. 流固耦合问题中的无网格粒子方法。《边界元工程分析》. 2021年;124:14-40. 6. Chikazawa Y，Koshizuka S，Oka Y. 弹性与黏塑性结构及流固相互作用的粒子方法。《计算力学》. 2001 年 ;27(2):97-106. 7. Amaro Junior RA，Cheng LY. 基于移动粒子模拟的脆性断裂与水弹性模拟。《工程与科学计算机建模》. 2013年;95(2):87-118. 8. Gotoh H，Khayyer A，Shimizu Y. 用于海洋工程中水弹性流固相互作用的纯拉格朗日无网格计算方法——可靠性、自适应性与通用性。《应用海洋研究》. 2021年;115. 9. Zhan L，Peng C，Zhang B，Wu W. 一种采用 GPU 加速的稳定 TL–WC SPH 方法，用于三维流固耦合。《流体与结构》. 2019年;86:329-353. 10. O'Connor J，Rogers BD. 一种采用 GPU 上的光滑粒子流体动力学模拟自由表面流与柔性结构的流固耦合模型。《流体与结构》. 2021年;104. 11. Hwang SC，Park JC，Gotoh H，Khayyer A，Kang KJ. 使用基于粒子的流固耦合分析方法对带弹性挡板的晃荡流进行数值模拟。《海洋工程》. 2016年;118:227-241. 12. Hu T，Wang S，Zhang G，Sun Z，Zhou B. 使用 SPH-SPIM 耦合方法对带弹性挡板的晃荡流进行数值模拟。《应用海洋研究》. 2019年;93. 13. Wang L，Xu F，Yang Y. 改进 SPH 格式中的拉伸不稳定性，以解决 FEI（流体-弹性体相互作用）问题。《边界元工程分析》. 2019年;106:116-125. 14. Yu P，Chen G，Peng X，Zhang Y，Zhang H，Wang W. 验证二维 DDA-SPH 方法并将其应用于流固耦合问题。《流体与结构》. 2021年;102. 15. Murotani K，Koshizuka S，Tamai T，等.

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

漂浮物。《科学与工程高级仿真期刊》。2014年；1(1)：16-35。16. Mitsume N, Donahue AS, Westerink JJ, Yoshimura S. 基于有限元的Boussinesq型波浪模型与基于粒子的自由表面流模型之间的耦合方法。《国际流体数值方法杂志》。2018年；88(3)：141-168。17. Liu F, Yu Y, Wang Q, Luo Y. 光滑粒子流体动力学与有限粒子法的耦合：一种用于涉及自由表面流和固体破坏的流固相互作用问题的高效方法。《边界元工程分析》。2020年；118：143-155。18. Sun WK, Zhang LW, Liew KM. 一种用于模拟流固相互作用问题的光滑粒子流体动力学–近场动力学耦合策略。《计算机辅助应用力学与工程》。2020年；371。19. Xie F, Zhao W, Wan D. 用于流体与薄弹性结构相互作用的MPS-DEM耦合方法。《海洋工程》。2021年；236。20. Khayyer A, Shimizu Y, Gotoh H, Nagashima K. 一种用于复合结构水弹性流固耦合的不可压缩SPH-哈密顿SPH耦合求解器。《应用数学建模》。2021年；94：242-271。21. Nasar AMA, Rogers BD, Revell A, Stansby PK. 柔性细长体流体相互作用：基于向量的离散元法与欧拉光滑粒子流体动力学。《计算机与流体》。2019年；179：563-578。22. Khayyer A, Tsuruta N, Shimizu Y, Gotoh H. 用于海洋工程中不可压缩流体-弹性结构相互作用的多分辨率MPS。《应用海洋研究》。2019年；82：397-414。23. Sun PN, Le Touzé D, Zhang AM. 使用多相SPH方法与APR研究复杂流固溃坝基准问题。《边界元工程分析》。2019年；104：240-258。24. Khayyer A, Shimizu Y, Gotoh H, Hattori S. 用于海洋工程中水弹性流固相互作用的高精度、高效模拟的多分辨率ISPH-SPH。《海洋工程》。2021年；226。25. Sun PN, Le Touzé D, Oger G, Zhang AM. 一种精确的FSI-SPH建模

二维和三维中具有挑战性的流固耦合问题。《海洋工程》。2021年；221。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

26. Sun Y, Xi G, Sun Z. 用于流固耦合问题的多分辨率粒子法中的通用平滑壁面边界。《计算机辅助应用力学与工程》。2021年；378。27. Khayyer A, Gotoh H, Shimizu Y, Nishijima Y. 一种用于水弹性流固耦合的三维拉格朗日无网格投影求解器。《流体与结构》。2021年；105。28. De Vuyst T, Vignjevic R, Campbell JC. 无网格方法与有限元方法之间的耦合。《国际冲击工程杂志》。2005年；31(8):1054-1064。29. Groenenboom PHL, Cartwright BK. 通过耦合SPH-FE方法进行流体动力学分析与流固耦合。《水力学研究杂志》。2010年；48(1):61-73。30. Yang Q, Jones V, McCue L. 使用SPH-FEM模型研究自由表面流与可变形结构的相互作用。《海洋工程》。2012年；55:136-147。31. Monaghan JJ. 使用SPH模拟自由表面流。《计算物理学杂志》。1994年；110(2):399-406。32. Monagham JJ. 光滑粒子流体动力学。《物理学进展报告》。2005年；68(8):1703-1759。33. Li Z, Leduc J, Combescure A, Leboeuf F. SPH-ALE方法与有限元方法在瞬态流固耦合中的耦合。《计算机与流体》。2014年；103:6-17。34. Vila JP. 关于粒子加权法与光滑粒子流体动力学。《应用科学中的数学模型与方法》。1999年；9(2):161-209。35. Li Z, Leduc J, Nunez-Ramirez J, Combescure A, Marongiu JC. 一种非侵入式分区方法，用于耦合光滑粒子流体动力学与有限元方法，以处理具有大界面运动的瞬态流固耦合问题。《计算力学》。2015年；55(4):697-718。36. Gravouil A, Combescure A. 用于非线性结构动力学的多时间步显式–隐式方法。《国际工程数值方法杂志》。2001年；50(1):199-225。37. Nunez-Ramirez J, Marongiu J, Brun M, Combescure A. 一种用于SPH与有限元方法耦合的分区方法，以处理具有不兼容

时间步。《国际工程数值方法杂志》。2017年；109(10)：1391-1417。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

38. Long T, Hu D, Yang G, Wan D. 面向流固耦合问题的FEM-ISPH和FEM-WCSPH耦合方法中纳入的粒子-单元接触算法。《海洋工程》。2016年；123：154-163。 39. Cummins SJ, Rudman M. 一种SPH投影法。《计算物理学杂志》。1999年；2：584-607。 40. Lo EYM, Shao S. 采用不可压缩SPH方法模拟近岸孤立波力学。《应用海洋研究》。2002年；5：275-286。 41. Long T, Hu D, Wan D, Zhuang C, Yang G. 在面向流固耦合问题的FEM–SPH耦合模型中纳入虚粒子的任意边界。《计算物理学杂志》。2017年；350：166-183。 42. Fuchs SL, Meier C, Wall WA, Cyron CJ. 一种用于流固耦合的全新光滑粒子流体动力学与有限元方法耦合方案：滑动边界粒子方法。《计算机辅助应用力学与工程》。2021年；383。 43. Fourey G, Hermange C, Le Touzé D, Oger G. 光滑粒子流体动力学与有限元方法之间高效的流固相互作用耦合策略。《计算物理学通讯》。2017年；217：66-81。 44. Felippa CA, Park KC, Farhat C. 耦合机械系统的分区分析。《计算机辅助应用力学与工程》。2001年；190(24-25)：3247-3270。 45. Hermange C, Oger G, Le Chenadec Y, Le Touzé D. 用于流固耦合问题的三维SPH–FE耦合及其在粗糙地面上轮胎滑水模拟中的应用。《计算机辅助应用力学与工程》。2019年；355：558-590。 46. Ogino M, Iwama T, Asai M. 使用自研 ISPH 代码和 Adventure 系统开发流固相互作用分区耦合分析系统。《国际计算方法杂志》。2019年；16(4)。 47. Liu MB, Zhang Z. 用于流固耦合建模的光滑粒子流体动力学（SPH）。《中国科学：物理学、力学与天文学》。2019年；62(8)。 48. Groenenboom P, Cartwright B, McGuckin D, et al. 混合SPH-FE方法的数值研究与工业应用。《计算机与流体》。2019年；184：40-63。 49. Groenenboom P, Cartwright B, McGuckin D. 最新特性与工业

混合SPH-FE方法的应用。《国际计算流体动力学杂志》。2020年。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

50. Lee CJK、Noguchi H、Koshizuka S。采用耦合粒子法与有限元法进行流体–壳体结构相互作用分析。《计算机与结构》。2007年；85(11-14)：688-697。51. Mitsume N、Yoshimura S、Murotani K、Yamada T。用于自由液面流流固耦合的MPS–FEM分区耦合方法。《国际计算方法杂志》。2014a年；11(4)。52. Oochi M、Koshizuka S、Sakai M。用于自由液面流分析的显式MPS算法。《日本计算工程与科学学会会刊》。2010年；2010：185-193。53. Mitsume N、Yoshimura S、Murotani K、Yamada T。采用MPS多边形壁面边界模型改进的MPS-FE流固耦合方法。《工程与科学中的计算机建模》。2014b年；101(4)：229-247。54. Yamada Y、Sakai M、Mizutani S、Koshizuka S、Oochi M、Murozono K。采用显式移动粒子模拟方法对三维自由液面流进行数值模拟。《日本原子能学会会刊》。2011年；10(3)：185-193。55. Rao C、Zhang Y、Wan D。采用MPS-FEM耦合方法对孤立波与弹性结构相互作用进行数值模拟。《海洋科学与应用杂志》。2017年；16(4)：395-404。56. Zhang Y、Wan D。用于弹性储罐中晃荡流的MPS-FEM耦合方法。《海洋工程》。2018年；152：416-427。57. Zhang Y、Wan D。用于三维溃坝流流固耦合的MPS-FEM耦合方法。《国际计算方法杂志》。2019年；16(2)。58. Chen X、Zhang Y、Wan D。采用MPS-FEM耦合方法对弹性储罐中的三维液体晃荡进行数值研究。《船舶研究杂志》。2019年；63(3)：143-153。59. Zhang G、Zhao W、Wan D。自由表面流与可变形结构相互作用的分区MPS-FEM方法。《应用海洋研究》。2021年；114。60. Zheng H、Shioya R、Mitsume N。采用有限元法和MPS方法对受海啸波载荷作用的海岸结构进行大规模并行模拟。《科学与工程高级仿真期刊》。2018年；5(1)。61. Zheng H、Shioya R。关于大规模的验证

-尺度三维流固耦合的大规模并行模拟，采用移动粒子模拟（MPS）和有限元法（FEM）。《国际计算方法杂志》。2019年；15(3)。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

62. Zheng Z, Duan G, Mitsume N, Chen S, Yoshimura S. 一种用于三维流固耦合分析的显式MPS/FEM耦合算法。《边界元工程分析》，121。2020年；121:192-206。63. Shakibaeinia A, Jin YC. 一种用于模拟开放边界自由表面流的弱可压缩MPS方法。《国际流体数值方法杂志》。2010年；63(10):1208-1232。64. Gay Neto A. Giraffe。2016年。网址：http://sites.poli.usp.br/p/alfredo.gay/giraffe.html。访问日期：2020年2月19日。65. Fernández-Gutiérrez D, Zohdi TI. Delta Voronoi光滑粒子流体动力学，δ- VSPH。《计算物理学杂志》。2020年；401。66. Molteni D, Colagrossi A. 一种在流体动力学情境中使用SPH改进压力评估的简单方法。《计算物理学通讯》。2009年；180(6):861-872。67. Koshizuka S, Nobe A, Oka Y. 使用移动粒子半隐式法进行破碎波数值分析。《国际流体数值方法杂志》。1998年；26(7):751-769。68. Lee BH, Park JC, Kim MH, Hwang SC. 逐步改进MPS方法，以模拟剧烈自由表面运动和冲击载荷。《计算机辅助应用力学与工程》。2011年；200(9-12):1113-1125。69. Xu T, Jin YC. 弱可压缩粒子法在精度和稳定性方面的改进。《计算机与流体》。2016年；137:1-14。70. Xu T, Jin YC. 使用无网格方法模拟颗粒柱坍塌的自由表面流。《粉末技术》。2016年；291:20-34。71. Zhang T, Koshizuka S, Murotani K, Shibata K, Ishii E, Ishikawa M. 采用初始粒子排列技术改进以多边形表示的非平面边界的边界条件。《国际计算流体动力学杂志》。2016年；30(2):155-175。72. Zhang T, Koshizuka S, Xuan P, Li J, Gong C. 通过通用壁面边界条件增强MPS对任意几何形状的稳定化。《计算机与流体》。2019年；178:88-112。73. Jandaghian M, Shakibaeinia A. 一种增强型弱可压缩

-可压缩MPS方法用于自由表面流。《计算机辅助应用力学与工程》。

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

2020年；360。74. Lind SJ、Xu R、Stansby PK、Rogers BD。用于自由表面流的不可压缩光滑粒子流体动力学：一种广义扩散算法，用于提高稳定性，并针对冲击流和传播波进行验证。《计算物理学杂志》。2012年；4：1499–1523。75. Skillen A、Lind S、Stansby PK、Rogers BD。应用于物体–水体砰击和高效波–物体相互作用的不可压缩光滑粒子流体动力学（SPH），具有更低的时间噪声和广义菲克平滑。《计算机辅助应用力学与工程》。2013年；265：163–173。76. Jandaghian M、Shakibaeinia A。用于自由表面流的增强型弱可压缩MPS方法。《计算机辅助应用力学与工程》。2020年；360。77. Courant R、Friedrichs K、Levy H。论数学物理中的偏差分方程。《IBM研究与开发杂志》。1967年；11(2)：215–234。78. Price DJ。光滑粒子流体动力学与磁流体动力学。《计算物理学杂志》。2012年；231(3)：759–794。79. Cercos-Pita J、Dalrymple R、Herault A。SPH中质量守恒方程的扩散项。《应用数学建模》。2016年；40(19-20)：8722–8736。80. Fourtakas G、Dominguez JM、Vacondio R、Rogers BD。用于并行光滑粒子流体动力学（SPH）模型中任意三维边界的局部均匀模板（LUST）边界条件。《计算机与流体》。2019年；190：346–361。81. Tsukamoto MM、Cheng LY、Motezuki FK。基于邻域粒子质心偏差（NPCD）的粒子方法流体界面检测技术。《国际流体数值方法杂志》。2016年；3：148–168。82. Mitsume N、Yoshimura S、Murotani K、Yamada T。用于显式MPS方法的显式表示多边形壁面边界模型。《计算粒子力学》。2015年；2：73–89。83. Asai M、Fujimoto K、Tanabe S、Beppu M。通过使用虚拟标记点，对具有不相容阶梯形边界的粒子模拟模型进行滑移和无滑移边界处理。《日本计算工程与科学学会会刊》

。2013；2013年。84. Amaro Jr RA, Pereira LS, Cheng LY, Shakibaeinia A. 多边形壁面边界模型在基于粒子的方法中的应用

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

：应用于布鲁马迪尼奥尾矿坝溃坝。发表于：COBEM 2019，2019年。85. Harada T, Koshizuka S, Shimazaki K. MPS方法壁面边界计算模型的改进。《日本计算工程与科学学会会刊》。2008年；2008年。86. Jacobson A, Panozzo D, others. libigl：一个简单的 C++ 几何处理库。2018年。可访问：。访问日期：2020年2月21日。87. Campello EMB, Pimenta PM, Wriggers P. 基于完全非线性壳体公式的三角形有限壳单元。《计算力学》。2003年；31：505-518。88. Moreira MLT. 杆与壳理论中的旋转参数化（葡萄牙语）：圣保罗大学；2009年。博士论文。89. Campello EMB, Pimenta PM, Wriggers P. 一种用于具有旋转自由度和一般超弹性的非线性动力学的精确守恒算法。第二部分：壳体。《计算力学》。2011年；48：195-211。90. Ota NSN, Wilson L, Gay Neto A, Pellegrino S, Pimenta PM. 折痕壳体的非线性动力学分析。《有限元分析与设计》。2016年；121：64-74。91. Pimenta PM, Campello EMB. 薄壁空间框架的几何非线性分析。发表于：第二届欧洲计算力学会议论文集，第二届欧洲计算力学会议，2001年；克拉科夫。92. Tiago C. 无网格方法：扩展线性公式并将其推广至几何精确结构分析：里斯本技术大学高等技术学院；2007年。博士论文。93. Murotani K, Masaie I, Matsunaga T, et al. MPS方法在图形处理器上的微分算子代码性能改进。《计算粒子力学》。2015年；2：261-272。94. Macià F, Merino-Alonso PE, Souto-Iglesias A. 关于截断积分光滑粒子流体动力学求解静水问题。《计算粒子力学》。2020年。95. Matsunaga T, Koshizuka S. 用于复杂自由液面流动模拟的稳定化最小二乘移动粒子半隐式法。《计算机辅助应用力学与工程》。2022年；389。96. Lobovský L, Botia-Vera E, Castellana F, Mas

-Soler J, Souto-Iglesias A. 溃坝过程中动态压力载荷的实验研究。流体与……期刊

本文受版权保护。保留所有权利。

Accepted Article

S 2014 48 407 434
结构。；：-。97. Cercos-Pita JL, Dalrymple RA, Herault A. 光滑粒子流体动力学质量守恒方程中的扩散项。《应用数学建模》。2016年；40:8722-8736。98. Meringolo DD, Marrone S, Colagrossi A, Liu Y. 一种动态δ-光滑粒子流体动力学模型：如何摆脱扩散参数调节。《计算机与流体》。2019年；179:334-355。99. Jandaghian M, Krimi A, Zarrati AR, Shakibaeinia A. 用于剧烈自由表面流的增强型弱可压缩MPS方法：粒子规则化技术的作用。《计算物理学杂志》。2021年；434。100. Lyu HG, Sun PN. 进一步改进粒子移位技术：提升剧烈自由表面流的光滑粒子流体动力学模拟中的体积守恒和粒子分布。《应用数学建模》。2022年；101:214-238。101. Idelsohn S, Marti J, Souto-Iglesias A, Oñate E. 弹性结构与自由表面流之间的相互作用：采用粒子有限元法进行实验与数值比较。《计算力学》。2008年；43(1):125-132。102. Degroote J, Souto-Iglesias A, Van Paepegem W, Annerel S, Bruggeman P, Vierendeels J. 弹性结构与自由表面流相互作用的分区模拟。《计算机辅助应用力学与工程》。2010年；199:2085–2098。103. Paik KJ, Carrica PM. 摇摆水箱中弹性结构与自由表面相互作用的流固耦合。《海洋工程》。2014年；84:201-212。104. Botia Vera EM. 晃荡典型问题的实验与统计研究：马德里理工大学；2015年。105. Liao K, Hu C, Makoto S. 自由表面流冲击弹性结构：实验与数值模拟的比较。《应用海洋研究》。2015年；50:192-208。106. Ng KC, Hwang YH, Sheu TWH. 关于MPS中拉普拉斯模型的精度评估。《计算物理学通讯》。2014年；185(10):2412-2426。107. Tamai T, Murotani K, Koshizuka S. 关于用于拉普拉斯算子的粒子型无网格离散格式的一致性与收敛性。《计算机与流体》

. 2017年；142：79-85。108. Timoshenko S，Woinowsky-Krieger S。《板壳理论》。第2版；1959年。

本文受版权保护。保留所有权利。