带能量截断的相对论性等离子体中的韧致辐射损失抑制

VadimR. Munirov * 和 Nathaniel J. Fisch普林斯顿大学天体物理科学系，美国新泽西州普林斯顿*08540*(日期：v1：2023年4月3日；v2：2023年4月25日；PRE 接收日期：2023年5月17日)

我们研究了重新分布超热电子对高温相对论性等离子体中韧致辐射的影响。我们考察了相空间中具有能量截断的电子热分布和非热分布，并探讨了能量截断对韧致辐射损失的影响。我们发现，将超热电子重新分布到较低能量会减少辐射损失，这与非相对论性等离子体中的情况相反。最后，我们讨论了研究结果对于开放磁力线构型的潜在意义，以及基于质子-硼-11（p-B11）燃料的无中子聚变前景。

arXiv:2304.01476v2 [physics.plasm-ph] 1 Jun 2023

I. 引言

只要带电粒子在其他带电粒子的库仑场中运动，就会产生韧致辐射发射。韧致辐射发射是等离子体辐射能量损失的主要机制之一，其特征主要由微分截面描述。Bethe和Heitler在一项开创性研究中推导了韧致辐射发射的相对论微分截面，其中计算了玻恩近似下的量子矩阵元。其他值得关注的论文和综述包括 [3–14]。

韧致辐射可用于诊断 [15–24] ，也可作为X射线产生的来源 [25–28]；它存在于激光-等离子体相互作用中 [29, 30]，并决定快速逃逸电子的动力学 [31, 32]。韧致辐射发射在天体物理学中十分常见，并已在这一背景下得到广泛研究 [6, 33–38]。它是星系团 [39–41] 和太阳耀斑 [24, 42–44], 中X射线产生的原因，在宇宙微波背景辐射畸变的物理过程中发挥作用 [45, 46], ，并可能是致密天体周围等离子体的重要发射过程 [47, 48]。

韧致辐射吸收的逆过程是惯性约束聚变实验中激光能量传递的主要机制之一 [49–51]。人们已对逆韧致辐射的许多特性进行了研究 [52–69]。例如，文献 [70, 71] 研究了电子-离子韧致辐射吸收中的反冲效应，而文献 [72–78]探讨了强激光场对韧致辐射吸收的影响。韧致辐射吸收对于天体物理等离子体 [79, 80], （如高温恒星等离子体 [81, 82]和星系团内等离子体 [83–85]）的不透明度也至关重要。

韧致辐射发射和吸收都严重依赖带电粒子的分布函数。分布函数可能自然地或通过相空间工程有意地偏离热分布。在天体物理环境中，电子的非热幂律分布会产生韧致辐射发射，这种现象存在于超新星遗迹、星系团和太阳耀斑中。在实验室环境中，Langdon [89]指出，逆韧致辐射吸收中的非线性效应会使电子分布函数向超高斯分布偏移，从而降低激光向等离子体传递能量的效率 [90]。强辐射甚至会影响电子分布函数，导致磁场生成效应 [91–94]。分布函数还可能呈现显著的各向异性，进而影响韧致辐射发射 [95–99]。

基于质子-硼-11（p-B11）燃料的聚变一直被视为一种极具吸引力的清洁能源生产方式，这得益于其无中子特性 [100–102]。由于质子-硼-11反应截面取决于温度，使用这种燃料进行聚变需要等离子体达到数百千电子伏特量级的相对论温度。如此高温的相对论性等离子体会发出大量辐射，其中同步辐射和韧致辐射发射是主要的损失机制。人们曾认为，这些障碍致命地影响了利用质子-硼-11燃料的聚变装置的可行性 [103–105]。然而，近期研究表明，质子-硼-11反应截面可能大于此前的预期 [106]，并且通过阿尔法粒子通道化将聚变功率从电子重新分配至质子 [107–109] ，可使经济可行的质子-硼-11聚变能成为可能 [110, 111]。这重新激发了人们对质子-硼-11聚变的兴趣 [110–112]，也促成了一些近期的实验研究 [113–115]。除了磁约束质子-硼-11聚变外，激光驱动的质子-硼-11聚变也日益受到关注 [116–124]。

关于同步辐射，近期文献 [125]指出，通过将超热电子重新分布到较低能量，可以显著降低相对论性等离子体产生的同步辐射，并引入有效能量截断。在开放磁力线构型中，例如镜机和惯性静电约束装置，电子能量分布中可能出现这种有效截断。相对论性韧致辐射有一个重要特点：对于较高的电子能量，韧致辐射概率存在一条持续上升的长尾。这意味着，将高能电子重新分布到较低能量应会导致.....的减少

* vmunirov@普林斯顿.edu

韧致辐射发射，与文献中针对同步辐射观察到的效应类似 [125]。

本文表明，通过将超热电子重新分布到较低能量，确实可以抑制相对论性等离子体中韧致辐射的产生。我们计算了具有能量截断的等离子体在不同温度和截断参数下发出的韧致辐射功率密度，并确定了与热等离子体情形相比辐射发射的减弱程度。最后，我们讨论了本研究对基于质子-硼-11的聚变装置可能具有的意义。

II. 问题的表述与结果

我们考虑电子密度为 n_e 的相对论性等离子体，其中电子由带能量截断的麦克斯韦–尤特纳分布描述：

$$f_e(\mathbf{p}) = \begin{cases} N_{\text{const}} \dfrac{e^{-\frac{\gamma}{\theta_{T_e}}}}{4\pi m_e^3 c^3 \theta_{T_e} K_2(1/\theta_{T_e})}, & \gamma \le \gamma_{\max}, \\ 0, & \gamma > \gamma_{\max}. \end{cases} \quad (1)$$

其中，$\theta_{T_e} = T_e/(m_e c^2)$ 表示以电子静止质量为单位的电子温度；$\gamma = \varepsilon/(m_e c^2) = \sqrt{1+p^2}/(m_e^2 c^2)$ 表示以电子静止质量为单位的电子总能量，或洛伦兹因子；$\gamma_{\max}$ 表示能量截断参数；K_2 表示第二类修正贝塞尔函数。归一化常数N_{const} 由 $\int f(\mathbf{p})\, d\mathbf{p} = 1$确定，因此，对于不带截断的纯麦克斯韦–尤特纳分布（$\gamma_{\max} = \infty$），归一化常数等于 1。电子总密度 n_e 保持不变；也就是说，我们并未舍弃电子，而是将其重新分布。

我们的目标是确定此类等离子体发出的韧致辐射总功率密度。对于磁约束等离子体，韧致辐射的自吸收通常可以忽略，因此在计算辐射损失时，我们将只考虑自发辐射。

对于非相对论性等离子体，辐射主要由电子-离子库仑碰撞产生；而在相对论性等离子体中，电子-电子制动辐射会变得与电子-离子辐射相当，甚至超过后者，因此必须予以考虑 [126, 127]。

文献 [34] 推导了麦克斯韦–尤特纳分布热相对论性等离子体所发射韧致辐射功率密度的有效表达式：

$$P_{\text{Br}} \approx 7.56 \times 10^{-11} n_e^2 \sqrt{\theta_{T_e}} \left[Z_{\text{eff}}(1 + 1.78\theta_{T_e}^{1.34}) + 2.12\theta_{T_e}\left(1 + 1.1\theta_{T_e} + \theta_{T_e}^2 - 1.25\theta_{T_e}^{2.5}\right)\right] \text{eV cm}^3/\text{s}. \quad (2)$$

这里，Z_{eff} 是有效离子电荷；该公式适用于相对论性但非超相对论性等离子体，其范围至
至 $\theta_{T_e} \le 1$。方程（2）中的第一项与

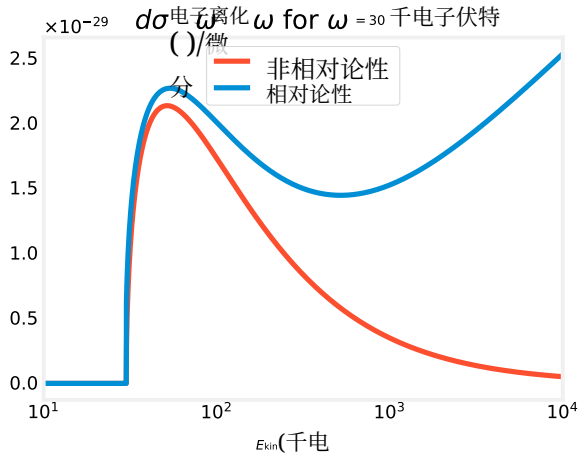

图 1. 经 Elwert 修正的相对论性 Bethe-Heitler 微分截面 $d\sigma_{\text{ei}}(\omega)/d\omega$ [蓝线由方程式 (3)]给出，表示电子-离子韧致辐射发射的任意单位下的结果，辐射光子能量为30千电子伏特，其随电子动能 ε_{kin}变化。红线表示经 Elwert 修正的 Bethe-Heitler 微分截面的非相对论近似（参见参考文献 [128]）。

Z_{eff} 源自电子-离子韧致辐射；其非相对论最低阶为 $\sqrt{\theta_{T_e}}$，而第一个圆括号内的 $1.78\theta_{T_e}^{1.34}$ 项是相对论效应带来的修正。第二项源自电子-电子制动辐射；其非相对论最低阶为 $\theta_{T_e}^{1.5}$，圆括号内的 $1.1\theta_{T_e} + \theta_{T_e}^2 - 1.25\theta_{T_e}^{2.5}$ 项则是相对论修正。

表达式 (2) 曾用于评估基于质子-硼-11的聚变系统的能量预算 [110, 111]（请注意，参考文献 [111] 中 $\theta_{T_e}^2$ 项缺失，这是由于电子-电子韧致辐射第二项中遗漏了该项），因此可将其视为基准。

在接下来的两个小节中，我们将计算由截断电子分布 (1) 描述的相对论性等离子体所发出的韧致辐射，分别考虑电子-离子（第 IIA 节）和电子-电子（第 IIB 节）韧致辐射，并将其与方程式 (2) 给出的热结果进行比较。我们将看到，引入能量截断会减少韧致辐射损失，并对其进行评估。

A. 电子-离子韧致辐射

要计算相对论性等离子体因韧致辐射发射产生的辐射损失，我们需要知道相应的微分截面。相对论性电子-离子韧致辐射的相关截面是贝特-海特勒微分截面 [1, 2]。它用于推导表达式（2），因此参考文献 [110,111] 也隐式地使用它来计算质子-硼-11等离子体的热韧致辐射损失。

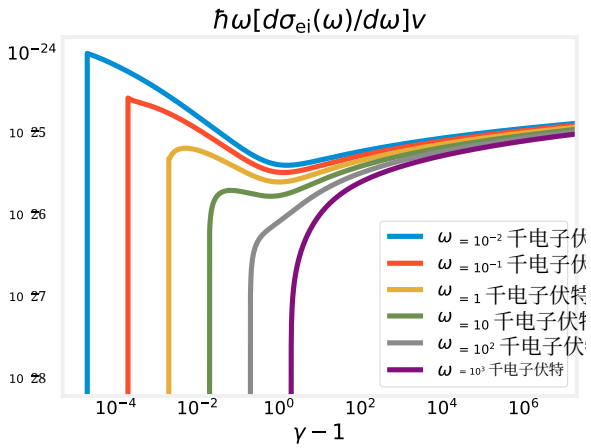

图 2. 光子能量 $\hbar\omega$ 乘以经 Elwert 修正的贝特-海特勒微分截面 $d\sigma_{\mathrm{ei}}(\omega)/d\omega$ [式（3）]乘以电子速度 $v = pc^2/\varepsilon$，以任意单位表示，作为无量纲电子动能 $\varepsilon_{\mathrm{kin}}/(m_e c^2) = \gamma - 1$ 的函数，图中展示了若干光子能量取值。上述三个量的乘积出现在积分公式（8）的被积项中。

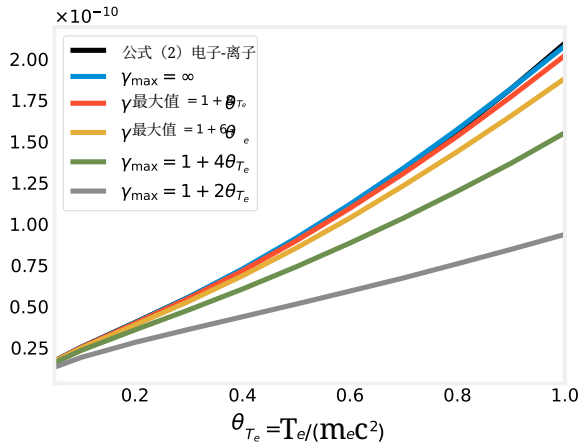

图 3. 电子-离子韧致辐射功率密度（任意单位）随无量纲电子温度 θ_{T_e} 的变化，图中展示了若干能量截断值 γ_{max}。

包含 Elwert 修正因子的相对论性电子-离子韧致辐射贝特-海特勒微分截面 [129], 由 [83]给出

$$
\begin{aligned}
d\sigma_{\mathrm{ei}}(\omega) &= \alpha Z^2 r_e^2 \frac{p_f}{p}\frac{d\omega}{\omega}\frac{\eta_f}{\eta}\frac{1-e^{-2\pi\eta}}{1-e^{-2\pi\eta_f}} \\
&\times\left\{\frac{4}{3} - 2\varepsilon\varepsilon_f\frac{p_f^2+p^2}{p_f^2p^2c^2} + m_e^2c^2\left(\frac{l_f\varepsilon}{p_f^3c} + \frac{l\varepsilon_f}{p^3c} - \frac{l_f l}{p_f p}\right)\right. \\
&\quad + L\left[\frac{8}{3}\frac{\varepsilon\varepsilon_f}{pp_fc^2} + \frac{\hbar^2\omega^2}{p^3p_f^3c^6}\left(\varepsilon^2\varepsilon_f^2 + p^2p_f^2c^4\right)\right. \\
&\left.\left. + \frac{m_e^2c^2\hbar\omega}{2pp_f}\left(\frac{\varepsilon\varepsilon_f + p^2c^2}{p^3c^3}l - \frac{\varepsilon\varepsilon_f + p_f^2c^2}{p_f^3c^3}l_f + \frac{2\hbar\omega\varepsilon\varepsilon_f}{p_f^2p^2c^4}\right)\right]\right\}.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

公式（3）在适用玻恩近似时成立，这要求 $v/c = pc/\varepsilon \gg Z\alpha$。其中，$\varepsilon$ 表示电子能量，ε_f 表示发射光子后的电子能量，p 表示电子动量，p_f表示发射光子后的电子动量，ω表示发射光子的角频率，Z 表示离子电荷，$\alpha = e^2/(\hbar c)$ 表示精细结构常数，$r_e = e^2/(m_e c^2)$ 表示经典电子半径，而

$$\varepsilon_f = \varepsilon - \hbar\omega, \tag{4}$$

$$l_f = 2\ln\frac{\varepsilon_f + p_f c}{m_e c^2}, l = 2\ln\frac{\varepsilon + pc}{m_e c^2}, \tag{5}$$

$$L = 2\ln\frac{\varepsilon_f\varepsilon + p_f pc^2 - m_e^2c^4}{m_e c^2\hbar\omega}, \tag{6}$$

$$\eta_f = \frac{\alpha Z\varepsilon_f}{p_f c}, \eta = \frac{\alpha Z\varepsilon}{pc}. \tag{7}$$

图1展示了微分截面随电子动能 $\varepsilon_{\mathrm{kin}}$变化的关系。从图1中可以看到几个重要特征。首先，当 $\varepsilon_{\mathrm{kin}} = \hbar\omega$低于该值时，截面为零。这体现了能量守恒：电子不能发射能量大于其动能的光子。其次，我们注意到，微分截面达到局部最大值后，并不会随着动能增大而趋于零，反而会继续增加。这第二个特征源于相对论效应，在非相对论计算中并不存在（见图1 中的红线，该线表示参考文献 [128]给出的非相对论近似）。正是电子动能较大时韧致辐射概率的增加，导致了相对论情形下额外的辐射损失。

微分截面（3）与电子分布函数共同决定了等离子体中电子-离子韧致辐射产生的总电磁功率密度：

$$P_{\mathrm{ei}} = n_e n_i \iint \hbar\omega\frac{d\sigma_{\mathrm{ei}}(\omega)}{d\omega}\frac{pc^2}{\varepsilon}f_e(\mathbf{p})\,d\omega d\mathbf{p}. \tag{8}$$

图2 展示了微分截面、发射光子能量和电子速度的乘积，该乘积出现在公式（8）的积分项下，并以.....为变量

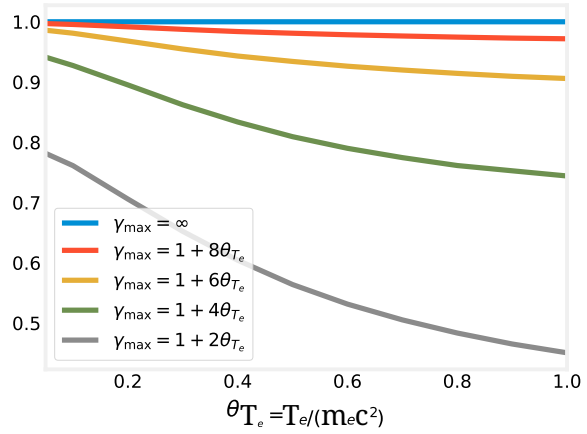

图 4. 相对于热情形，电子-离子韧致辐射发射的减少量随无量纲电子温度 θ_{T_e} 的变化，其中能量截断 $\gamma_{\max}$取若干不同值。

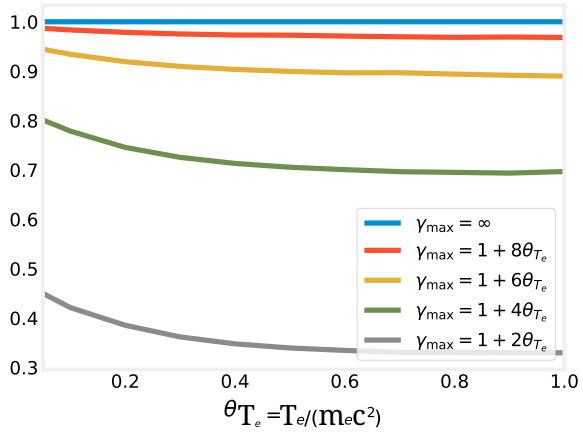

图 5. 相对于热情形，电子-电子韧致辐射发射的减少量随无量纲电子温度 θ_{T_e} 的变化，其中能量截断 $\gamma_{\max}$取若干不同值。

无量纲电子动能 $\varepsilon_{\rm kin}/(m_e c^2) = \gamma - 1$ 在很宽的发射光子能量范围内的变化。可以看出，对于较大的电子能量，$\omega d\sigma_{\rm ei}(\omega)/d\omega$ 会在所有光子能量下增大。

从图 1 和 2中得到的基本直觉是，如果将高能电子重新分配到较低能量，我们可以预期总体发射会减少。为检验这一判断是否正确，我们针对一系列电子温度 T_e 和截断参数 $\gamma_{\max}$进行了数值积分。

论文最重要的结果见图3和4。我们使用方程（3）和（8）计算了不同电子温度和能量截断下电子-离子韧致辐射发射所产生的功率密度。图3 展示了具有能量截断的电子分布函数的等离子体所产生的电子-离子韧致辐射的功率密度，以及无截断热等离子体的功率密度；两者均通过数值方法和方程（2）的拟合公式计算。图中给出了若干截断参数 $\gamma_{\max}$ 对应的曲线，横轴为无量纲电子温度 $\theta_{T_e} = T_e/(m_e c^2)$。正如预期，对于无截断的热等离子体（$\gamma_{\max} = \infty$），我们得到方程（2）所示的曲线。图4 与图3类似，但展示的是具有能量截断的等离子体的韧致辐射功率密度相对于热等离子体发射功率的比值。可以清楚地看到，具有能量截断的分布会降低辐射功率。截断深度越大，功率降低越多；而当 $\gamma_{\max} \gtrsim 1+8\theta_{T_e}$ 时，功率降低可忽略不计。还可以看到，随着等离子体变得更加相对论性，即 θ_{T_e}趋近于 1，重新分布的影响会更加显著。

因此，我们证明，将电子重新分布到较低能量，可以减弱相对论性等离子体中的电子-离子韧致辐射发射。请注意，对于非相对论性等离子体，情况恰好相反：韧致辐射损失会增加。这是因为在非相对论近似下，微分截面在电子能量较高时趋于零，因此发射主要由热电子贡献。而在相对论情形下，超热电子对发射的贡献远超其比例；因此，将它们移至分布中更接近热态的部分，会降低总体辐射损失。

B. 电子-电子韧致辐射

我们可以预期，电子重新分布到较低能量时，对电子-电子制动辐射的影响会更大。与具有偶极性质的电子-离子韧致辐射相比，电子-电子制动辐射具有四极性质 [130]。这是因为，等离子体中电子-电子制动辐射产生的总电磁功率密度需要对电子分布进行两次积分 [8]:

$$P_{\rm ee} = n_e^2 m_e c^3 \iint \frac{1}{2}\frac{\gamma_1+\gamma_2}{\gamma_1\gamma_2}\sqrt{\frac{1}{2}\left[(\mathbf{u}_1\cdot\mathbf{u}_2)-1\right]} \times \left(\int_0^{k_{\max}} k_{\rm cm}\frac{d\sigma}{dk_{\rm cm}}dk_{\rm cm}\right) f_e(\mathbf{u}_1) f_e(\mathbf{u}_2)\, d\mathbf{u}_1 d\mathbf{u}_2. \quad (9)$$

这里，$\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ 是以 $m_e c$ 为单位的两个碰撞电子的无量纲动量，即 $\mathbf{u} = \mathbf{p}/(m_e c)$，而$f_e(\mathbf{u})$ 是关于 $\mathbf{u}$ 的电子分布，经过适当归一化，使得 $\int f_e(\mathbf{u})\, d\mathbf{u} = 1$；$k$ 是光子

以 $m_e c^2$ 为单位的能量 $d\sigma/dk_{\rm cm}$ 是电子-电子制动辐射的微分截面，关于 $dk_{\rm cm}$ 的积分上限为 $k_{\rm max} = u_{\rm cm}^2/\gamma_{\rm cm}$，下标“cm”指碰撞电子的质心系；详情见参考文献 [8]。

电子-电子制动辐射微分截面的表达式见参考文献 [7, 131]。然而，由于该表达式十分复杂，通常采用参考文献 [8] 中提出的简化处理方法。推导参考文献2中所用的式（[34, 110, 132]时也采用了这一简化处理方法。为保持一致并提高计算效率，我们也将采用这一方法。

根据参考文献 [8], ，我们引入以下函数：

$$J(\gamma_1,\gamma_2) = \int_{\gamma_1\gamma_2-u_1u_2}^{\gamma_1\gamma_2+u_1u_2} \sqrt{\frac{1}{2}(\mu-1)} \times \left(\int_0^{k_{\rm max}} k_{\rm cm}\frac{d\sigma}{dk_{\rm cm}}dk_{\rm cm}\right) d\mu, \quad (10)$$

其中，$\mu = (\mathbf{u}_1\cdot\mathbf{u}_2)$ 和 $\int_0^{k_{\rm max}} k_{\rm cm}(d\sigma/dk_{\rm cm})dk_{\rm cm}$ 是 μ 的函数。

那么，电子-电子库仑碰撞产生的辐射功率密度可写为 [8]

$$P_{\rm ee} = n_e^2 m_e c^3 \iint \frac{\gamma_1+\gamma_2}{4\gamma_1u_1\gamma_2u_2} J(\gamma_1,\gamma_2)\, f_e(\gamma_1)\, f_e(\gamma_2)\, d\gamma_1 d\gamma_2, \quad (11)$$

其中，$f_e(\gamma)$ 是经过适当重整化的电子分布，它是以电子静止质量 γ 为单位的电子能量的函数，因此 $\int f_e(\gamma)\,d\gamma = 1$。

参考文献 [8] 证明，函数 $J(\gamma_1,\ \gamma_2)$可以近似为

$$J(\gamma_1,\gamma_2) = 4\alpha r_e^2 \left\{ \left(\frac{\mu}{2}-2\right)\sqrt{\mu^2-1} - \frac{11}{12}\mu^2 + \frac{20}{3}\mu - \frac{8}{3}\ln(\mu+1) + \left[\frac{3}{2} + \left(\frac{\mu}{2} - \frac{8}{3}\frac{\mu+2}{\mu+1}\right)\sqrt{\mu^2-1}\right]\ln\left(\mu+\sqrt{\mu^2-1}\right) + \frac{7}{4}\ln^2\left(\mu+\sqrt{\mu^2-1}\right)\right\}\Bigg|_{\gamma_1\gamma_2-u_1u_2}^{\gamma_1\gamma_2+u_1u_2}. \quad (12)$$

利用方程（11）和（12），我们可以进行数值积分，求得电子温度 T_e 和截断参数 $\gamma_{\rm max}$对应的不同

不同截断参数取值下，电子-电子韧致辐射损失随电子温度的变化 $\gamma_{\rm max}$ 相对于热韧致辐射功率密度的比值如图5所示。可以看到，与电子-离子韧致辐射的情况类似，辐射

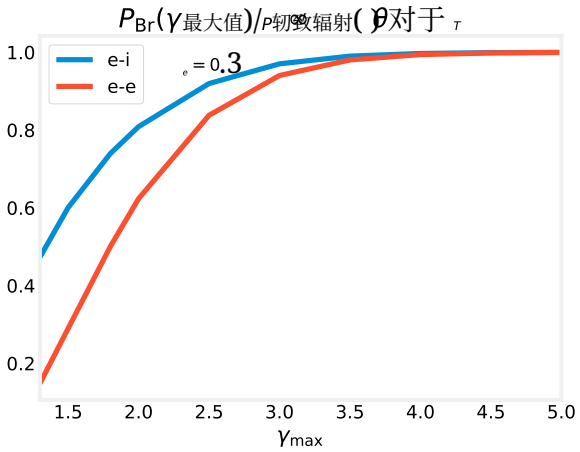

图6. 对于 $\theta_{T_e} \approx 0.3$ （$T_e \approx 150$千电子伏特），韧致辐射发射相对于热情形的减幅随能量截断 $\gamma_{\rm max}$ 的变化。

损失有所减少；事实上，减少幅度甚至超过了电子-离子情况。

III. 无中子聚变的潜在意义

本节探讨，对于质子-硼-11聚变反应堆，能量截断下相对论性等离子体的韧致辐射损失降低，如何有助于改善其能量平衡。

原则上设想的质子-硼-11聚变反应堆，其运行时典型的电子温度约为 $T_e \approx 150$千电子伏特 [110–112],这对应于 $\theta_{T_e} \approx 0.3$。图中绘出了在此温度下，韧致辐射发射相对于热情形的减幅随能量截断 $\gamma_{\rm max}$ 的变化，见图6。

被认为可用于基于质子-硼-11的Fusion的开放磁力线等离子体装置，提供了多种调节电子和离子约束的方法。这些方法包括磁约束 [132, 133],静电约束 [132, 133], 离心约束 [134, 135], 和摆动约束 [136]。例如，慢电子可以通过静电方式约束，而快电子则可通过磁场使其脱离约束。这一过程可以持续进行：热电子通过碰撞获得高能并离开装置时，快电子也会同时被移除，使对慢电子作用更显著的静电力补充电子群体，以确保电荷中性。

因此，能量截断可能由静电双极势产生。此类装置中形成的典型静电双极势估计约为 $|e\varphi| \sim 7T_e$ [132, 133], 对应的

截断值 $\gamma_{\max} \approx 2$。从图 6可以看出，当 $\gamma_{\max}$ 约为 2 时，电子-离子韧致辐射发射减少 20% ，而电子-电子韧致辐射发射减少40% 。如果选择更保守的 $\gamma_{\max} \approx 2.5$，则可以观察到电子-离子韧致辐射发射减少 10%，电子-电子韧致辐射发射减少 20%。最后，如图 6 所示，当截断参数超过 $\gamma_{\max} \approx 3.5$时，发射量的减少变得可以忽略。因此，至少有望实现 10% 的减少。

不过需要指出，去除电子尾部会将辐射功率损失转变为动能损失。尽管如此，在某些情况下，这种效应可能有利：相比于捕获可能造成损害、且四处传播的辐射，以快电子的形式捕获这部分能量要容易得多。韧致辐射能量很难捕获，部分原因是它向各个方向传播，因此能量捕获设备必须将整个聚变装置完全包围起来。电子动能的功率损失则容易得多，可以通过多种方式加以回收。首先，在磁场中，电子会沿磁力线流失，因此损失高度局部化，也就可以用局部设备加以捕获。其次，这种损失表现为带电粒子流，能量捕获效率可以很高。我们还注意到，磁镜装置中的分布函数可能呈现显著的各向异性，因此垂直方向和沿平行方向的有效能量截断可能有明显差异。此外，辐射本身的发射（包括同步辐射和韧致辐射）会耗尽高能尾部，并引入自然的能量截断。然而，完整的自洽图景超出了本文的讨论范围。

IV. 结论

我们研究了电子密度固定但相空间分布不同的相对论性等离子体中的韧致辐射发射。我们考察了能量截断对韧致辐射损失的影响，发现对于相对论性等离子体，通过将超热电子重新分布到较低能量处来引入能量截断，可以显著降低辐射损失。即使仅从定性角度来看，这一结果也并非显而易见，更不用说定量分析了；韧致辐射效应的非相对论近似甚至可能显示韧致辐射损失增加。

我们进行了计算，以确定典型的质子-硼-11聚变装置中韧致辐射发射可能减少的幅度。我们推测，如果满足若干假设，韧致辐射发射可能显著减少 10% 甚至更多。鉴于韧致辐射损失对这些系统运行的重要性，这种潜在的减少有助于放宽质子-硼-11聚变的能量平衡约束。不过，我们提醒，采用以动能损失换取辐射损失的策略，必须同时具备有效捕获逸出电子的方法，这需要作出相应的设计选择。

最后，我们指出这些发现可能与天体物理情景相关。尽管天体物理环境中通常观测到的是幂律分布，但在某些条件下，例如在中子星和黑洞周围的等离子体中形成有效的磁镜陷阱时，也可能出现带有能量截断的分布；在这种情况下，本文的计算结果便适用。例如，当韧致辐射影响爱丁顿极限时，这可能会改变该极限 [137, 138]。

致谢

本研究获得 ARPA-E 资助，项目编号 DE- AR0001554。

[1] H. Bethe 和 W. Heitler，Proc. R. Soc. A 146, 83 (1934)。[2] W. Heitler，《辐射量子理论》，第 2 版（牛津大学出版社，伦敦，1947）。[3] A. Sommerfeld，Ann. Phys. (Berlin) 403, 257 (1931)。[4] H. A. Bethe 和 L. C. Maximon，Phys. Rev. 93, 768 (1954)。[5] H. Davies、H. A. Bethe 和 L. C. Maximon，Phys. Rev. 93, 788 (1954)。[6] W. J. Karzas 和 R. Latter，《天体物理学杂志增刊系列》6, 167 (1961)。[7] E. Haug，Z. Naturforsch. A 30, 1099 (1975)。[8] E. Haug，Z. Naturforsch. A 30, 1546 (1975)。[9] H. W. Koch 和 J. W. Motz，Rev. Mod. Phys. 31, 920 (1959)。

[10] A. I. Akhiezer 和 V. B. Berestetskii，量子电动力学，《物理与天文学专著》（约翰·威立父子出版公司，田纳西州纳什维尔，1965年）。[11] G. R. Blumenthal 和 R. J. Gould，Rev. Mod. Phys. **42**，237（1970年）。[12] G. Bekefi，《等离子体中的辐射过程》（威立，纽约，1966年）。[13] J. M. Jauch 和 F. Rohrlich，《光子与电子理论》，第2版，《理论与数学物理》（施普林格，柏林，德国，1980年）。[14] E. Haug 和 W. Nakel，《韧致辐射的基本过程》（世界科学出版社，新加坡，2004年）。[15] J. Stevens, S. V. Goeler, S. Bernabei, M. Bitter, T. Chu, P. Efthimion, N. Fisch, W. Hooke, J. Hosea, F. Jobes, C. Karney, E. Meservey, R. Motley 和 G. Taylor，Nucl.

Fusion 25, 1529（1985年）。[16] K. E. Voss 和 N. J. Fisch，Phys. Fluids B 4, 762（1992年）。[17] Y. Peysson 和 R. Arslanbekov，《核仪器与方法物理研究》380, 423（1996年）。[18] Z. Chen, B. Wan, S. Lin, Y. Shi, L. Hu 和 T. Ma，《核仪器与方法物理研究》560, 558（2006年）。[19] C. D. Chen, J. A. King, M. H. Key, K. U. Akli, F. N. Beg, H. Chen, R. R. Freeman, A. Link, A. J. Mackinnon, A. G. MacPhee, P. K. Patel, M. Porkolab, R. B. Stephens 和 L. D. Van Woerkom，《科学仪器评论》79, 10E305（2008年）。[20] A. L. Meadowcroft 和 R. D. Edwards，《IEEE等离子体科学汇刊》40, 1992（2012年）。[21] C. Swanson, P. Jandovitz 和 S. A. Cohen，《AIP进展》8, 025222（2018年）。[22] G. Kagan, O. Landen, D. Svyatskiy, H. Sio, N. Kabadi, R. Simpson, M. Gatu Johnson, J. Frenje, R. Petrasso, R. Shah, T. Joshi, P. Hakel, T. Weber, H. Rinderknecht, D. Thorn, M. Schneider, D. Bradley 和 J. Kilkenny，《等离子体物理学贡献》59, 181（2019年）。[23] J. Kumar, S. P. Pandya 和 P. Sharma，《仪器杂志》18（03），P03040。[24] J. C. Brown，《太阳物理学》18, 489（1971年）。[25] L. C. Jarrott, A. J. Kemp, L. Divol, D. Mariscal, B. Westover, C. McGuffey, F. N. Beg, M. Suggit, C. Chen, D. Hey, B. Maddox, J. Hawreliak, H.-S. Park, B. Remington, M. S. Wei 和 A. MacPhee，Phys. Plasmas 21, 031211（2014年）。[26] S. Cheng, F. A. Hill, E. V. Heubel 和 L. F. Velásquez-García，《微机电系统杂志》24, 373（2015年）。[27] C. M. Huntington, J. M. McNaney, E. Gumbrell, A. Krygier, C. Wehrenberg 和 H.-S. Park，《科学仪器评论》89, 10G121（2018年）。[28] C. I. D. Underwood, C. D. Baird, C. D. Murphy, C. D. Armstrong, C. Thornton, O. J. Finlay, M. J. V. Streeter, M. P. Selwood, N. Brierley, S. Cipiccia, J.-N. Gruse, P. McKenna, Z. Najmudin, D. Neely, D. Rusby, D. R. Symes 和 C. M. Brenner，《等离子体物理与受控聚变》62, 124002（2020年）。[29] S. Singh, C. D. Armstrong, N. Kang, L. Ren, H. Liu, N. Hua, D. R. Rusby, O. Klimo, R. Versaci, Y. Zhang, M. Sun, B. Zhu, A. Lei, X. Ouyang, L. Lancia, A. L. Garcia, A. Wagner, T. Cowan, J. Zhu, T. Schlegel, S. Weber, P. McKenna, D. Neely, V. Tikhonchuk 和 D. Kumar，《等离子体物理与受控聚变》63, 035004（2021年）。[30] J. Vyskočil, O. Klimo 和 S. Weber，《等离子体物理与受控聚变》60, 054013（2018年）。[31] M. Bakhtiari, G. J. Kramer, M. Takechi, H. Tamai, Y. Miura, Y. Kusama 和 Y. Kamada，《物理评论快报》94, 215003（2005年）。[32] O. Embréus, A. Stahl 和 T. Fülöp，《新物理学杂志》18, 093023（2016年）。[33] E. Kellogg, J. R. Baldwin 和 D. Koch，《天体物理学杂志》199, 299（1975年）。[34] R. Svensson，《天体物理学杂志》258, 335（1982年）。[35] J. Chluba, A. Ravenni 和 B. Bolliet，《皇家天文学会月报》492, 177（2020年）。[36] J. Pradler 和 L. Semmelrock，《天体物理学杂志》909, 134（2021年）。[37] J. Pradler 和 L. Semmelrock，《天体物理学杂志》916, 105（2021年）。[38] J. Pradler 和 L. Semmelrock，《天体物理学杂志》922, 57（2021年）。[39] C. L. Sarazin, Rev. Mod. Phys. 58, 1 (1986年). [40] C. L. Sarazin and J. C. Kempner，《天体物理学杂志》533, 73 (2000年). [41] F. R. Pearce, P. A. Thomas, H. M. P. Couchman, and A. C. Edge，《皇家天文学会月报》317, 1029 (2000年). [42] E. Haug，《太阳物理学》45, 453 (1975年). [43] G. D. Holman, L. Sui, R. A. Schwartz, and A. G. Emslie，《天体物理学杂志》595, L97 (2003年). [44] E. P. Kontar, A. G. Emslie, A. M. Massone, M. Pi- ana, J. C. Brown, and M. Prato，《天体物理学杂志》670, 857 (2007年). [45] R. A. Sunyaev and Y. B. Zeldovich, Astrophys. Space Sci. 7, 20 (1970年). [46] J. Chluba and R. A. Sunyaev，《皇家天文学会月报》419, 1294 (2012年). [47] R. Narayan and I. Yi，《天体物理学杂志》452, 710 (1995年). [48] R. Yarza, G. N. Wong, B. R. Ryan, and C. F. Gammie，《天体物理学杂志》898, 50 (2020年). [49] D. Keefe，《核与粒子科学年度评论》32, 391 (1982年). [50] R. S. Craxton, K. S. Anderson, T. R. Boehly, V. N. Goncharov, D. R. Harding, J. P. Knauer, R. L. Mc- Crory, P. W. McKenty, D. D. Meyerhofer, J. F. Myatt, A. J. Schmitt, J. D. Sethian, R. W. Short, S. Skup- sky, W. Theobald, W. L. Kruer, K. Tanaka, R. Betti, T. J. B. Collins, J. A. Delettrez, S. X. Hu, J. A. Marozas, A. V. Maximov, D. T. Michel, P. B. Radha, S. P. Regan, T. C. Sangster, W. Seka, A. A. Solodov, J. M. Soures, C. Stoeckl, and J. D. Zuegel，《等离子体物理学》22, 110501 (2015年). [51] N. Firouzi Farrashbandi and M. Eslami-Kalantari，《理论与应用物理学杂志》14, 261 (2020年). [52] S. Rand, Phys. Rev. 136, B231 (1964 年). [53] Y. Shima and H. Yatom，《物理评论 A》12, 2106 (1975年). [54] H. Brysk，《物理学杂志A辑》8, 1260 (1975年). [55] L. Friedland，《物理学杂志B辑》12, 409 (1979年). [56] P. Mora，《流体物理学》25, 1051 (1982年). [57] R. Balescu，《等离子体物理学杂志》27, 553 (1982年). [58] C. Garban-Labaune, E. Fabre, C. E. Max, R. Fabbro, F. Amiranoff, J. Virmont, M. Weinfeld, and A. Michard，《物理评论快报》48, 1018 (1982年). [59] R. Cauble and W. Rozmus，《流体物理学》28, 3387 (1985年). [60] S. Skupsky，《物理评论 A》36, 5701 (1987年). [61] V. N. Tsytovich，《物理学进展》38, 87 (1995年). [62] V. N. Tsytovich, R. Bingham, U. de Angelis, and A. For- l ani，《等离子体物理学杂志》56, 127 (1996年). [63] C. Tsallis and A. de Souza，《物理快报A辑》235, 444 (1997年). [64] I. Y. Kostyukov，《实验与理论物理学快报》73, 393 (2001年). [65] A. Wierling, T. Millat, G. Röpke, R. Redmer, and H. Reinholz，《等离子体物理学》8, 3810 (2001年). [66] R. L. Berger, D. S. Clark, A. A. Solodov, E. J. Valeo, and N. J. Fisch，《等离子体物理学》11, 1931 (2004年). [67] H. K. Avetissian, A. G. Ghazaryan, and G. F. Mkrtchian，《物理学杂志B辑》46, 205701 (2013年). [68] N. Firouzi Farrashbandi, L. Gholamzadeh, M. Eslami- Kalantari, M. Sharifian, and A. Sid, High Energy Den- sity Phys. 16, 32 (2015年). [69] N. F. Farrashbandi, M. Eslami-Kalantari, and A. Sid，《欧洲物理学快报》130, 25001 (2020年). [70] P. Pashinin and M. Fedorov，《实验与理论物理学杂志》48, 228 1978年( ).

[71] V. R. Munirov and N. J. Fisch, 《物理评论 E》96, 053211 (2017年). [72] F. Bunkin and M. Fedorov, 《实验与理论物理学杂志》22, 844 1966年( ). [73] M. Denisov and M. Fedorov, 《实验与理论物理学杂志》26, 779 1968( ). [74] L. Schlessinger and J. Wright, 《物理评论 A》20, 1934 (1979年). [75] G. J. Pert, 《物理评论 E》51, 4778 (1995年). [76] G. Shvets and N. J. Fisch, 《等离子体物理学》4, 428 (1997年). [77] A. A. Balakin and G. M. Fraiman, 《实验与理论物理学杂志》93, 695 (2001年). [78] A. Brantov, W. Rozmus, R. Sydora, C. E. Capjack, V. Y. Bychenkov, and V. T. Tikhonchuk, Phys. Plas- mas 10, 3385 (2003年). [79] J. H. Krolik and T. R. Kallman, 《天体物理学杂志》286, 366 (1984). [80] A. A. Mihajlov, V. A. Srećković, and N. M. Sakan, 《天体物理学与天文学杂志》36, 0 (2015年). [81] N. Itoh, M. Nakagawa, and Y. Kohyama, 《天体物理学杂志》294, 17 (1985年). [82] M. S. Dimitrijević, V. A. Srećković, N. M. Sakan, N. N. Bezuglov, and A. N. Klyucharev, 《地磁学与航空学》58, 1067 2018年( ). [83] S. Nozawa, N. Itoh, and Y. Kohyama, 《天体物理学杂志》507, 530 (1998年). [84] N. Itoh, T. Sakamoto, S. Kusano, S. Nozawa, and Y. Ko- hyama, 《天体物理学杂志增刊系列》128, 125 (2000年). [85] N. Itoh, T. Sakamoto, S. Kusano, Y. Kawana, and S. Nozawa, 《天文学与天体物理学》382, 722 (2002). [86] Y. Uchiyama, T. Takahashi, F. A. Aharonian, and J. R. Mattox, 《天体物理学杂志》571, 866 (2002). [87] J. Vink, 《天文学与天体物理学》486, 837 (2008). [88] J. Fang and L. Zhang, 《皇家天文学会月报》384, 1119 2008年( ). [89] A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett. 44, 575 (1980). [90] J. P. Matte, M. Lamoureux, C. Moller, R. Y. Yin, J. Delettrez, J. Virmont, and T. W. Johnston, 《等离子体物理与受控聚变》30, 1665 (1988). [91] B. Dubroca, M. Tchong, P. Charrier, V. T. Tikhonchuk, and J.-P. Morreeuw, 《等离子体物理学》11, 3830 (2004). [92] V. R. Munirov and N. J. Fisch, 《物理评论 E》95, 013205 (2017年). [93] V. R. Munirov and N. J. Fisch, 《物理评论 E》100, 023202 2019年( ). [94] I. E. Ochs and N. J. Fisch, 《天体物理学杂志》905, 13 (2020年). [95] J. L. Shohet, 《流体物理学》11, 1065 (1968). [96] C. D. Dermer and R. Ramaty, 《天体物理学杂志》301, 962 (1986年). [97] G. Ferrante, M. Zarcone, and S. A. Uryupin, Phys. Plas- mas 8, 4745 (2001年). [98] A. M. Massone, A. G. Emslie, E. P. Kontar, M. Piana, M. Prato, and J. C. Brown, 《天体物理学杂志》613, 1233 (2004年). [99] I. D. Oparin, Y. E. Charikov, E. P. Ovchinnikova, and A. N. Shabalin, 《地磁学与航空学》60, 889 (2020年). [100] J. M. Dawson, 《先进聚变反应堆》, Lectures held at 名古屋, 日本, 20-22 Oct. 1982 (1983). [101] J. Davidson, H. Berg, M. Lowry, M. Dwarakanath, A. Sierk, and P. Batay-Csorba, 《核物理 A》315, 253 (1979年). [102] S. E. Wurzel and S. C. Hsu, 《等离子体物理学》29, 062103 (2022年). [103] T. H. Rider, 《等离子体物理学》2, 1853 (1995年). [104] T. H. Rider, 《等离子体物理学》4, 1039（1997年）。[105] W. M. Nevins, 《聚变能源》17, 25（1998年）。[106] M. H. Sikora 和 H. R. Weller, 《聚变能源》35, 538（2016年）。[107] N. J. Fisch 和 J.-M. Rax, 《物理评论快报》69, 612（1992年）。[108] N. Fisch 和 J.-M. Rax, Nucl. Fusion 32, 549（1992年）。[109] M. J. Hay 和 N. J. Fisch, 《等离子体物理学》22, 112116（2015年）。[110] S. Putvinski、D. Ryutov 和 P. Yushmanov, Nucl. Fusion 59, 076018（2019年）。[111] I. E. Ochs、E. J. Kolmes、M. E. Mlodik、T. Rubin 和 N. J. Fisch, 《物理评论 E》106, 055215（2022年）。[112] E. J. Kolmes、I. E. Ochs 和 N. J. Fisch, 《等离子体物理学》29, 110701（2022年）。[113] Y. K. Kurilenkov、A. V. Oginov、V. P. Tarakanov、S. Y. Gus'kov 和 I. S. Samoylov, 《物理评论 E》103, 043208（2021年）。[114] E. J. Lerner、S. M. Hassan、I. Karamitsos-Zivkovic 和 R. Fritsch, 《聚变能源》42, 7（2023年）。[115] R. M. Magee、K. Ogawa、T. Tajima、I. Allfrey、H. Gota、P. McCarroll、S. Ohdachi、M. Isobe、S. Kamio、V. Klumper、H. Nuga、M. Shoji、S. Ziaei、M. W. Binder-bauer 和 M. Osakabe, 《自然·通讯》14, 955（2023年）。[116] V. S. Belyaev、A. P. Matafonov、V. I. Vinogradov、V. P. Krainov、V. S. Lisitsa、A. S. Roussetski、G. N. Ignatyev 和 V. P. Andrianov, 《物理评论 E》72, 026406（2005年）。[117] M. Kouhi、M. Ghoranneviss、B. Malekynia、H. Hora、G. Miley、A. Sari、N. Azizi 和 S. Razavipour, Laser Part. Beams 29, 125（2011年）。[118] A. Picciotto、D. Margarone、A. Velyhan、P. Bellutti、J. Krasa、A. Szydlowsky、G. Bertuccio、Y. Shi、A. Mangione、J. Prokupek、A. Malinowska、E. Krousky、J. Ullschmied、L. Laska、M. Kucharik 和 G. Korn, Phys. Rev. X 4, 031030（2014年）。[119] H. Hora、G. Korn、L. Giuffrida、D. Margarone、A. Picciotto、J. Krasa、K. Jungwirth、J. Ullschmied、P. Lalousis、S. Eliezer 等, Laser Part. Beams 33, 607（2015年）。[120] S. Eliezer、H. Hora、G. Korn、N. Nissim 和 J. M. Martinez Val, 《等离子体物理学》23, 050704（2016年）。[121] C. Labaune、C. Baccou、V. Yahia、C. Neuville 和 J. Rafelski, 《科学报告》6, 21202（2016年）。[122] H. Hora、S. Eliezer、G. Kirchhoff、N. Nissim、J. Wang、P. Lalousis、Y. Xu、G. Miley、J. Martinez-Val、W. McKenzie 等, Laser Part. Beams 35, 730（2017年）。[123] H. Ruhl 和 G. Korn, 《激光驱动的混合燃料核聚变微型反应堆概念》（ 2022 2202 03170 ）, arXiv: 等离子体物理。[124] H. Ruhl 和 G. Korn, 《用于聚变应用的超快激光高电流离子流》（2022年）, arXiv:2212.12941 [加速器物理]。[125] M. E. Mlodik、V. R. Munirov、T. Rubin 和 N. J. Fisch, 《等离子体物理学》30, 043301（2023年）。[126] W.-J. Chen、N. Kawai、T. Kawamura、T. Maegauchi 和 H. Narumi, 《日本物理学会志》51, 1620（1982年）。[127] S. Nozawa、K. Takahashi、Y. Kohyama 和 N. Itoh, 《天文学与天体物理学》499, 661（2009年）。[128] Y.-D. Jung, 《等离子体物理学》1, 785（1994年）。[129] G. Elwert, 《物理年鉴（柏林）》426, 178（1939年）。[130] M. S. Maxon 和 E. G. Corman, Phys. Rev. 163, 156（1967年）。[131] E. Haug, 《太阳物理学》178, 341（1998年）。

[132] I. E. Ochs、V. R. Munirov 和 N. J. Fisch，《等离子体物理学》**30**，052508（2023年）。[133] R. F. Post，Nucl. Fusion **27**，1579（1987年）。[134] A. J. Fetterman 和 N. J. Fisch，《等离子体物理学》**18**，094503（2011年）。

[135] R. White、A. Hassam 和 A. Brizard，《等离子体物理学》**25**，012514（2018）。[136] T. Rubin、J. M. Rax 和 N. J. Fisch，《等离子体物理学》**30**，052501（2023）。[137] K. Beuermann，Astrophys.Space Sci. **131**，625（1987年）。[138] L. Ciotti 和 J. P. Ostriker，AIP Conf. Proc. **703**，276（2004年）。