arXiv:2304.01613v1 [cs.RO] 4 Apr 2023

面向二维视觉惯性里程计同步定位与建图的分布式分块坐标移动时域估计

Emilien Flayac[1], Iman Shames [2],

摘要——本文提出了一种基于分布式分块坐标非线性移动时域估计方案的视觉惯性里程计地标式同步定位与建图算法。该方法的主要优势在于，地标位置更新基于光束法平差技术，可针对各个地标并行执行。本文在不同环境和不同类型的机器人轨迹下进行了仿真，以展示该方法的性能。与直线轨迹相比，圆形和蜿蜒轨迹能带来更好的估计性能，这与近期非线性可观测性理论的预期相符。

I. 引言

视觉惯性与视觉惯性里程计同步定位与建图（VI-SLAM 和 VIO-SLAM）是指在未知环境中，仅使用视觉、惯性和轮式里程计测量值定位机器人的同时构建环境地图的问题。近几十年来，VI-SLAM 受到广泛关注，这得益于相机成本低、能耗低 [8]以及惯性测量单元（IMU）的普及。同步定位与建图问题通常采用滤波技术或基于优化的技术来解决。典型的滤波技术包括扩展卡尔曼滤波或信息滤波器（EKF-EIF）以及粒子滤波器（PF） [26]。扩展卡尔曼滤波器实现简单、成本低，但会因连续线性化而出现一致性问题，而且随着环境中所考虑地标数量的增加，可扩展性较差 [24]，[8]，[14]。粒子滤波器通常比扩展卡尔曼滤波器更精确、更一致，但计算成本高得多。近年来，基于优化的定位与建图技术已被证明，在中大型问题中，其性能优于基于滤波的方法；借助稀疏化技术，计算成本也有所降低 [12]，[11]。然而，位姿 SLAM 或图优化同步定位与建图等成熟技术大多以离线方式运行 [27], [13], [28]，，而光束法平差主要应用于纯视觉场景 [25], [2]。这些方法通常纳入全信息估计（FIE）和移动时域估计（MHE）的更广泛框架中；在这些框架下，通过在动态约束条件下最小化实际测量值与预测测量值所产生的输出误差，来恢复系统的轨迹。MHE 是一种简化形式

[1] Emilien Flayac（emilien.flayac@isae.fr）（girish.nair@unimelb.edu.au）任职于法国图卢兹的 ISAE-Supaero 复杂工程系统系[2]Iman Shames（iman.shames@anu.edu.au）任职于澳大利亚堪培拉的澳大利亚国立大学工程学院。本研究获得了澳大利亚政府通过拨款 AUSMURIB000001 提供的资金，该拨款与美国海军研究办公室多学科大学研究计划拨款 N00014-19-1-2571 相关。

FIE，其优化仅在滑动时间窗口内进行，而非从初始时刻开始。基于这一思想，已有研究设计了若干 VI-SLAM 算法[22]，[10]，[23]，[21]，[16]，[17]，[9]，[3]。然而，似乎尚未利用由此产生的优化问题的结构。例如，为了解决变量为系统状态和固定独立地标的 MHE问题，可以迭代地固定状态变量并求解地标变量，反之亦然。这种技术称为块坐标下降（BCD），参见 [1]第 2 章。该技术已应用于视觉SLAM，例如 [24],PTAM SLAM [18] 和 ORB-SLAM [3]；有时也称为用于状态轨迹估计的仅运动问题，或用于地标估计的仅结构问题。在这些设置中，仅结构问题通常具有很高的维度，计算成本也很高。本文提出一种用于移动时域估计的分布式 BCD 方法，并将其应用于基于地标的 VI-O SLAM，从而能够并行计算地标估计值。

机器人学领域的许多研究表明，持续激励路径（包括圆形路径）是利用方位测量实现良好估计的常见充分条件， [5], [6], [4], [20], [15]。因此，所提方法的性能及其对噪声的鲁棒性取决于机器人的轨迹。随后，通过多种激励水平不同的场景进行仿真验证：机器人沿圆形走廊中的圆形路径、直线走廊中的直线路径，以及直线走廊中的“蛇形”路径运动。本文其余部分安排如下：第二节介绍所考虑的动力学模型和测量模型；第三节给出所关注 MHE问题的批处理版本；第四节介绍其分块协调版本；第五节概述估计算法；第六节给出仿真结果。

II. 动力学与测量模型 ELS

A. 差速驱动模型

我们考虑一个由二维位置 $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ 和朝向 $\theta \in \mathbb{R}$ 表示的移动机器人。假设它遵循以下差速驱动动力学：

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{\omega_r R_r + \omega_l R_l}{2} \cos(\theta), \\ \dot{x}_2 &= \frac{\omega_r R_r + \omega_l R_l}{2} \sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= \frac{\omega_r R_r - \omega_l R_l}{D}. \end{aligned} \tag{1}$$

其中：

- $R_r > 0$、 $R_l > 0$ 和 $D > 0$ 分别是右轮半径、左轮半径以及两组车轮之间的距离。
- $\omega_{ref} = (\omega_r, \omega_l)$： $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^2$ 表示右轮和左轮的角速度。

令 $z = (x, \theta)$，即可将式（1）概括如下：

$$\dot{z} = f(z, \omega_{ref}), \tag{2}$$

其中 f： $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$。

设 $z_0 \in \mathbb{R}^3$ 为一个固定的初始条件， $t_0 \geq 0$ 为参考初始时刻。下文中，对于 $t \geq t_0$， $z(t) = (x(t)\ \theta(t))$表示从 z_0 出发、初始时刻为 t_0 且输入为 ω_{ref}时，式（2）在时刻 t 的解。

B. 离散化方案

下文中，我们考虑以两种不同采样率在离散时间点获得的测量值。为此，令 $\Delta_{odo} > 0$ 和 $\Delta_{vis} > 0$ 分别表示里程计和视觉测量的离散化步长。本文其余部分假设 $m = \frac{\Delta_{vis}}{\Delta_{odo}} \in \mathbb{N}^*$。因此，对于 $k \geq 0$ 和 $0 \leq i \leq m$，我们定义 $t_{k,\,i}$ 使得：

$$t_{k,i} = t_0 + k\Delta_{vis} + i\Delta_{odo}. \tag{3}$$

注意，对于任意 $k \geq 0$，都有 $t_{k,\,N} = t_{k+1,\,0}$。在不致引起歧义的情况下，我们将 $t_{k,\,0}$ 记为 t_k，适用于任意 $k \geq 0$。

C. 里程计与惯性测量

我们假设无法直接获得 ω_{ref}，而只能通过里程计测量获得其含噪离散版本。该版本记为 ω_{odo}，其形式如下：

$$\omega_{odo}(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \sum_{i=0}^{m} \omega_{k,i} \mathbf{1}_{\{t_{k,i} \leq t < t_{k,i+1}\}}, \tag{4}$$

其中，$\mathbf{1}$ 表示示性函数，$\omega_{k,\,i} = \omega_{ref}(t_{k,\,i}) + d^{odo}_{k\,i,}$ 且 $(d^{odo}_{k\,i,})_{k\geq 0,\ 0\leq i\leq m-1}$ 是由协方差为 Q^{odo} 的独立同分布零均值高斯扰动组成的序列。因此，对于序列 $\omega_{k,\,0:i}$、$0 \leq i \leq m$，在 t_k 与 $t_{k,\,i}$ 之间的离散动力学可写为：

$$z(t_{k,i}) = f_{dis,i}(z(t_k), \omega_{k,0:i})$$

对于某个函数$f_{dis,\,i}$

我们还假设，对于任意 $k \geq 0$，惯性测量经过处理，并提供有关 z 在 $t_{k,0}$ 与 $t_{k+1,0}$ 之间的位移的信息，该位移记为 u_k，定义如下：

$$u_k = z(t_{k+1,0}) - z(t_{k,0}) + d^{in}_k. \tag{5}$$

其中， $d^{in}_k \in \mathbb{R}^3$ 是协方差为 Q_{in}的高斯扰动，表示惯性测量积分所造成的误差。根据式（5）和 $t \geq t_0$，可以类似于式（4）定义 $u(t)$：

$$u(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} u_k \mathbf{1}_{\{t_{k,0} \leq t < t_{k+1,0}\}}, \tag{6}$$

D. 基于地标的方位测量模型

对于 $J \in \mathbb{N}^*$，令 $\ell = \left(\ell^{(j)}\right)_{1\leq j\leq J} \in (\mathbb{R}^2)^J$ 为一组由二维位置表示的 J 地标。我们假设，对于 $1 \leq j \leq J$ 和 $k \geq 0$，如果机器人在时刻 t_k观测到地标 j，则可以从视觉信息中获得机器人与地标 j 之间方向的测量值，该测量值位于机器人的机体坐标系中。将其记为 $y^{(j)}_k$，并形式化定义如下：

$$y^{(j)}_k = a^{(j)}_k \left(R(-\theta(t_k)) \frac{\ell^{(j)} - x(t_k)}{\|\ell^{(j)} - x(t_k)\|} + v^{(j)}_k \right), \tag{7}$$

其中，$\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数，$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$，$v^{(j)}_k \in \mathbb{R}^2$ 是表示测量噪声的未知扰动，并且 $a^{(j)}_k$ 是一个数据关联参数，用于编码地标 j 在时间 k被观测到这一事实。事实上，当地标 j 在时间 t_k 被观测到时， $a^{(j)}_k = 1$，否则为 $a^{(j)}_k = 0$。我们设 $y_k = \left(y^{(j)}_k\right)_{1\leq j\leq J}$和 $v_k = \left(v^{(j)}_k\right)_{1\leq j\leq J}$，从而（7）可以写成如下形式：

$$y_k = A_k(h(z(t_k), \ell) + v_k), \tag{8}$$

where for any $k \geq 0$, $h = \begin{bmatrix} h^{(1)} \\ \vdots \\ h^{(J)} \end{bmatrix}$ with $h^{(j)}_k : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ f对于任意$\leq j \leq J$ 一个适当大小的d i s t elagonal f matr x，其对角线上重复出现二进制数 $a^{(j)}_k$。此外，我们考虑以传感器为中心的视角，此时假设初始状态已知，并可视为机器人坐标系的原点。

以下目标是：在时刻 $t_{k,\,0}$ 估计式 (2) 的状态（对任意 $k \geq 0$， $z(t_{k,\,0})$，），并在已知初始状态 z_0 和时间 t_0 的情况下，估计地标集合 ℓ 的位置。特别是，我们不关心在时刻 $t_{k,\,i}$（其中 $1 \leq i \leq N-1$）估计 z。

III. 仅方位角SLAM的批量移动时域估计

A. 移动时域估计的离散化表述

固定 $N \in \mathbb{N}^*$，并令 $T = N\Delta_{vis}$ 为一个时间范围。下文中，对于任意 $n \geq 1$，我们用 $\mathbb{S}^{++}_n$表示正定 $n \times n$ 矩阵的集合。此外，对于任意 $S \in \mathbb{S}^{++}_n$， $\|\cdot\|_S$表示由 S加权的范数。

对于任意整数 $k \geq 0$，移动时域估计器旨在忽略时间 $k - N$ 之前的输入和输出轨迹。本节首先关注批处理公式中的离散化 MHE 问题。因此，我们要同时寻找一条状态轨迹 $(\zeta_l)_{k-N\leq l\leq k}$ 和一个地标向量 p，使其与视觉与惯性测量相匹配。在优化问题中对 $t_{k,0}$ 与 $t_{k+1,0}$ 之间的式 (1) 进行积分，在计算上并不可行。因此，状态向量 $(\zeta_l)_{k-N\leq l\leq k}$ 通过式 (5) 相互关联，从而得到：

$$\zeta_{l+1} = \zeta_l + u_l + d_l, \quad l = k-N, \ldots, k-1,$$

其中 $(d_l)_{k-N\le l\le k-1}$ 是为考虑扰动存在而添加的噪声变量。因此，重要的是跟踪过去的信息，并通过 到达代价在优化问题中对其加权。于是，我们假设在时刻 $\hat{}k-N$ 有一个状态估计和一个地标估计，分别记为 $\hat{}z_{k-N}$ 和 ℓ_{k-N}。我们还假设有一个记为 Π_{k-N} 的加权矩阵。其计算详见第 III-B 节。

$$\begin{aligned}\min_{\zeta_l,d_l,p}\ &\left\|\begin{bmatrix}\zeta_{k-N}-\hat{z}_{k-N}\\ p-\hat{\ell}_{k-N}\end{bmatrix}\right\|^2_{\Pi^{-1}_{k-N}}+\|y_k-A_kh(\zeta_k,p)\|^2_{R^{-1}_{vis}}\\ &+\textstyle\sum_{l=k-N}^{k-1}\|d_l\|^2_{Q^{-1}_{in}}+\|y_l-A_lh(\zeta_l,p)\|^2_{R^{-1}_{vis}}\\ \text{s.t.}\ \ &\zeta_{l+1}=\zeta_l+u_l+d_l,\quad l=k-N,\dots,k-1,\end{aligned}\tag{$P_{k,ba}$}$$

注意，在问题 $(P_{k,\ ba})$ 中，得到的动力学是一个离散时间单积分器，其输入为惯性测量。

B. 到达代价计算

本节旨在详细说明对于任意 $k\ge 0$ 的 Π_k 计算。首先，我们固定一个矩阵 $\Pi_0\in\mathbb{S}^{++}_{3+2J}$。然后，对于任意整数 $k\ge 0$，利用扩展卡尔曼滤波器的方程，通过向前积分最新的移动时域估计状态和路标估计来计算 Π_k。更准确地说，若我们固定某个联合估计 $\hat{}\ \xi_k=(\hat{}z_k,\ \hat{}\ell_k)\in\mathbb{R}^{3+2J}$ 以及某个 $k\ge 0$ 的协方差矩阵 $\Pi_k\in\mathbb{S}^{++}_{3+2J}$，那么对于任意 $0\le i\le m$，我们将系统（2）在输入 ω_{odo} 下于 $t_{k,\ i}$ 的预测记为 $\xi^+_{k,\ i}$。其形式为：

$$\xi^+_{k,i}=f_{tot}(\hat{\xi}_k,\omega_{k,0:i}),\tag{9}$$

其中 $\omega_{k,\ 0:i}=(\omega_{k,\ 0},\dots,\omega_{k,\ i})$ 和 $f_{tot}(z,\ \ell,\ \omega)\begin{bmatrix}f_{dis,\ i}(z\ \omega\\ \ell\end{bmatrix},)$。由此，可以计算截至时间 $t_{k,\ i}$ 的协方差矩阵预测，记为 $\Pi^+_{k\,i,}$。对于任意 $0\le i\le m-1$，其递归定义如下：

$$\Pi^+_{k,0}=\Pi_k,\tag{10}$$

$$\Pi^+_{k,i+1}=F(\xi^+_{k,i})\Pi_{k,i}F^T(\xi^+_{k,i})+G(\xi^+_{k,i})Q^{odo}G^T(\xi^+_{k,i}),\tag{11}$$

其中 $F(\xi^+_{k\ ,\ i})=\nabla_{(z,\ell)}f_{tot}(\hat{}\xi_k,\ \omega_{k,\ 0:i})$，$G(\xi^+_{k\ ,\ i})=\hat{}\nabla_\omega f_{tot}(\xi_k,\ \omega_{k,\ 0:i})$，且 ∇f_{tot} 表示f_{tot} 相对于所示变量的微分。随后，使用视觉测量值 (8) 应用时刻 $t_{k,\ N}=t_{k+1,\ 0}$ 的标准校正步骤。我们首先计算卡尔曼增益，记为 K_{k+1}，其表达式为：

$$\begin{aligned}K_{k+1}(\xi^+_{k,m})=&\Pi^+_{k,m}H^T_{k+1}(\xi^+_{k,m})\\ &(H_{k+1}(\xi^+_{k,m})\Pi^+_{k,m}H^T_{k+1}(\xi^+_{k,m})+R_{vis})^{-1},\end{aligned}\tag{12}$$

并得到 Π_{k+1}的如下定义：

$$\Pi_{k+1}=\Pi^+_{k,m}-K_{k+1}(\xi^+_{k,m})H_{k+1}(\xi^+_{k,m})\Pi^+_{k,m},\tag{13}$$

其中 $H_{k+1}(\xi^+_{k\ ,m})=A_k\nabla_{(z,\ell)}h(\xi^+_{k\ ,m})$，$\nabla$ 表示微分算子。

IV. 仅方位角SLAM的分块坐标移动时域估计

本节旨在介绍问题 $(P_{k,ba})$ 的分布式分块坐标版本：对于给定的状态轨迹估计，交替求解地标集合；对于给定的地标估计，求解状态轨迹。为了解耦状态变量和地标变量，假设矩阵 Π_k 为由 $J+1$ 个块组成的分块对角矩阵：其中一个 3×3 块仅对应状态/状态相关性，记为 $\Pi_{zz,k}$；另有 $J2\times 2$ 个块分别对应逐一的路标/路标相关性，记为 $(\Pi_{\ell(j)\,\ell(j),k})_{1\le j\le J}$。该假设意味着，对于固定的状态轨迹估计，$(P_{k,ba})$ 中的代价关于地标是可分离的，从而可以进行分布式求解。

A. 给定状态轨迹的分布式路标估计

更准确地说，设 $(\hat{}z_l)_{k-N\le l\le k}$ 是 $(z(t_l))_{k-N\le l\le k-1}$ 的某些估计值。通过移除相对于 p的常数项，路标估计问题可写为：

$$\min_p\ \left\|p-\hat{\ell}_{k-N}\right\|^2_{\Pi^{-1}_{\ell\ell,k-N}}+\textstyle\sum_{l=k-N}^{k}\|y_l-A_lh(\hat{z}_l,p)\|^2_{R^{-1}_{vis}}\tag{$P_{k,\ell}$}$$

注意到（$P_{k,\ \ell}$）仅取决于轨迹估计值，而不取决于任何动力学。此外，如果假设视觉测量彼此独立，则 R_{vis} 关于各个地标而言是块对角的。由于我们假设$\Pi_{\ell\ell,\ k-N}$ 是块对角的，因此（$P_{k,\ \ell}$）可以按地标拆分并逐个求解。对于任意 $1\le j\le J$，拆分后的问题为：

$$\begin{aligned}\min_{p^{(j)}}\ &\left\|p^{(j)}-\hat{\ell}^{(j)}_{k-N}\right\|^2_{\Pi^{-1}_{\ell^{(j)}\ell^{(j)},k-N}}\\ &+\textstyle\sum_{l=k-N}^{k}\|y^{(j)}_l-a^{(j)}_lh^{(j)}(\hat{z}_l,p^{(j)})\|^2_{R^{-1}_{vis,j}}\end{aligned}\tag{$P_{k,\ell,j}$}$$

其中$R_{vis,\ j}$ 是 R_{vis} 中对应于地标ℓ^j的块。因此，如果在时刻 k 观测到地标 j（即$a^{(j)}_k=1$），则（$P_{k,\ \ell,\ j}$）随后由非线性规划（NLP）求解器仅使用固定次数的迭代进行求解。

B. 给定地标估计值的状态估计

在本节中，对于整数 $k\ge 0$，我们固定地标$\hat{}$估计值 ℓ_k。于是，由（$P_{k,\ ba}$）得到的状态轨迹估计子问题为：

$$\begin{aligned}\min_{\zeta_l,d_l}\ &\|\zeta_{k-N}-\hat{z}_{k-N}\|^2_{\Pi^{-1}_{zz,k-N}}+\|y_k-A_kh(\zeta_k,\hat{\ell}_k)\|^2_{R^{-1}_{vis}}\\ &+\textstyle\sum_{l=k-N}^{k-1}\|d_l\|^2_{Q^{-1}_{in}}+\|y_l-A_lh(\zeta_l,\hat{\ell}_k)\|^2_{R^{-1}_{vis}}\\ \text{s.t.}\ \ &\zeta_{l+1}=\zeta_l+u_l+d_l,\quad l=k-N,\dots,k-1,\end{aligned}\tag{$P_{k,z}$}$$

该问题也可以通过非线性规划求解器近似求解。与批处理公式类似，可以得到一个估计值 $\hat{}\ \xi_k=(\hat{}z_k,\ \hat{}\ell_k)\in\mathbb{R}^{3+2J}$。

C. 到达代价计算

本节旨在详细说明如何计算协方差矩阵 $\Pi_{zz,k}$ 和 $(\Pi_{\ell(j)\ell(j),k})_{j=1,\dots,J}$的一个分布式族，其中任意 $k \geq 0$和 $\ell = 1$、……、J均适用。首先，我们固定矩阵 $\Pi_{zz,0} \in \mathbb{S}_3^{++}$和 $\Pi_{\ell\ell,0} \in \mathbb{S}_2^{++}$，其中 $\ell = 1$、……、J。然后，对于任意整数 $k \geq 0$，使用特设分布式扩展卡尔曼滤波器的方程计算矩阵 $\Pi_{zz,k}$和 $(\Pi_{\ell(j)\ell(j),k})_{j=1,\dots,J}$。为简洁起见，将矩阵$\Pi_{\ell(j)\ell(j),k}$ 重新命名为 $\Pi_{jj,k}$

1) 块坐标预测步骤：与 III-B 节的扩展卡尔曼滤波批处理版本类似，我们固定某个联合估计 $\hat{\xi}_k = (\hat{z}_k, \hat{\ell}_k) \in \mathbb{R}^{3+2J}$ 以及协方差矩阵 $\Pi_{zz,k} \in \mathbb{S}_3^{++}$和 $(\Pi_{jj,k})_{j=1,\dots,J}$ 对于某个 $k \geq 0$，那么对于任意 $0 \leq i \leq m$，我们将系统（2）中带有输入 ω_{odo}时从$t_{k,0}$ 到$\xi_{k,0}^{+}$ 的预测记为 $\xi_{k,i}^{+}$。其表示为：

$$\xi_{k,i}^{+} = f_{tot}(\hat{\xi}_k, \omega_{k,0:i}), \tag{14}$$

其中，$\omega_{k\,0:i} = \omega_{k\,0} \dots \omega_{k\,i}$ $z \quad \omega \quad = \begin{bmatrix} f_{dis\,i} \\ \ell \end{bmatrix}$ $(,,,)$ 和 $f_{tot}(,\ell,)$ $(,)$。由此，可以计算截至时间 $t_{k,i}$ 的协方差矩阵预测，记为 $\Pi_{zz,k,i}^{+} \in \mathbb{S}_3^{++}$ 和 $(\Pi_{jj,k,i}^{+})_{j=1,\dots,J}$。对于任意 $0 \leq i \leq m$ 和任意 $j = 1, \dots, J$，其递归定义如下：

$$\Pi_{zz,k,0}^{+} = \Pi_{zz,k}, \tag{15}$$

$$\Pi_{jj,k,0}^{+} = \Pi_{jj,k}, \tag{16}$$

$$\Pi_{zz,k,i+1}^{+} = F(\xi_{k,i}^{+})\Pi_{zz,k,i}F^{T}(\xi_{k,i}^{+}) + G(\xi_{k,i}^{+})Q^{odo}G^{T}(\xi_{k,i}^{+}), \tag{17}$$

$$\Pi_{jj,k,i+1}^{+} = \Pi_{jj,k,i}^{+} \tag{18}$$

其中，$F(\xi_{k,i}^{+}) = \nabla_{(z,\ell)} f_{dis,i}(\hat{\xi}_k, \omega_{k,0:i})$ 和 $F(\xi_{k,i}^{+}) = \nabla_{\omega} f_{dis,i}(\xi_k, \omega_{k,0:i})$ 以及 $\nabla f_{dis,i}$ 表示 f_{tot} 关于所示变量的微分。

2) 分布式块坐标校正步骤：首先，在时间 $t_{k,N} = t_{k+1,0}$ 使用视觉测量值（8）应用块坐标校正步骤。我们首先对视觉观测方程进行近似：

$$y_{k+1} \approx A_{k+1}(h(\hat{z}_k^{+} + w_k^{+}, \ell) + v_{k+1})$$

其中 $w_k \sim \mathcal{N}(0, \Pi_{zz,k}^{+})$。此外，仅当在时刻 k观测到地标 j时才会更新它，即当 $a_k^{(j)} = 1$时。我们假设 w_k^{+}和 v_{k+1}相互独立，并为每个地标计算卡尔曼增益，记为 $K_{j,k+1}$，对于任意 $j = 1, \dots, J$，若 $a_k^{(j)} = 1$，则有：

$$K_{j,k+1}(\xi_{k,m}^{+}) = \Pi_{j,k}^{+} H_{j,k+1}^{T}(\xi_{k,m}^{+}) \tag{19}$$

$$[H_{j,k+1}(\xi_{k,m}^{+})\Pi_{jk}^{+} H_{j,k+1}^{T}(\xi_{k,m}^{+}) \tag{20}$$

$$+ R_{vis} + H_{z,k+1}(\xi_{k,m}^{+})\Pi_{zz,k} H_{z,k+1}^{T}(\xi_{k,m}^{+})]^{-1}, \tag{21}$$

从而得到如下定义$\Pi_{jj,k+1}$：

$$\Pi_{jj,k+1} = \Pi_{jj,k} - K_{j,k+1}(\xi_{k,m}^{+})H_{j,k+1}(\xi_{k,m}^{+})\Pi_{jj,k}, \tag{22}$$

其中 $H_{j,k+1}(\xi_{k,m}^{+}) = a_{k+1}^{(j)} \nabla_{\ell(j)} h^{(j)}(\xi_{k,m}^{+})$。否则，如果 $a_k^{(j)} = 0$，则 $\Pi_{jj,k+1} = \Pi_{jj,k}$。

现在假设已获得列的某个更新估计—$\hat{}$ 已计算地标 ℓ_{k+1} 的选取。我们对视觉观测方程作如下近似

$$y_{k+1} \approx A_{k+1}(h(z_k, \hat{\ell}_{k+1} + w_{\ell,k+1}) + v_{k+1})$$

其中 $w_{\ell,k+1} \sim \mathcal{N}(0, \Pi_{\ell\ell,k}^{+})$。接着，假设 $w_{\ell,k+1}$和v_{k+1} 相互独立，并计算机器人状态的卡尔曼增益，记为$K_{z,k+1}$，其表达式为：

$$K_{z,k+1}(\xi_{k,m}^{+}) = \Pi_{zz,k,m}^{+} H_{z,k+1}^{T}(\xi_{k,m}^{+}) \tag{23}$$

$$(H_{z,k+1}(\xi_{k,m}^{+})\Pi_{zz,k,m}^{+} H_{j,k+1}^{T}(\xi_{k,m}^{+}) \tag{24}$$

$$+ R_{vis} + H_{\ell,k+1}\Pi_{\ell\ell,k+1} H_{\ell,k+1}^{T})^{-1}, \tag{25}$$

从而得到以下定义$\Pi_{jj,k+1}$：

$$\Pi_{zz,k+1} = \Pi_{zz,k} - K_{z,k+1}(\xi_{k,m}^{+})H_{z,k+1}(\xi_{k,m}^{+})\Pi_{zz,k,m}^{+}, \tag{26}$$

其中 $H_{\ell,k+1}(\xi_{k,m}^{+}) = A_{k+1}\nabla_{\ell} h(\xi_{k,m}^{+})$。

假设矩阵 $\Pi_{k,\ell\ell}$ 为块对角矩阵是一个很强的假设，因为这意味着忽略了地标之间的相关性。然而，所提出的分布式卡尔曼协方差更新允许重新引入地标与状态估计之间的相关性，这似乎足以获得对状态和地标的良好置信度度量，以便在移动时域估计问题中将其用作到达代价。

V. 算法

所得算法总结于算法1中。注释 *5.1*：

- 算法1的主要优势在于，地标更新可以并行执行，因为 MHE 问题（$P_{k,\ell,j}$）和到达代价的卡尔曼更新（19）—（22）都是分布在地标变量上的。
- 由于在时间 k 未被观测到的地标不会更新，因此无法产生回环闭合的经典效果，即滤波器无法同时校正所有地标。然而，如第六节所示，经过多次回环闭合，可以确保所有地图都得到适当更新。

此类移动时域估计方案取得良好性能的关键因素是可观测性条件，参见 [7]–[19]。由于测量方程和动态方程中的非线性，可观测性性质取决于扩展系统状态/地标的轨迹，估计误差也可能如此。因此，第六节旨在展示所提出的估计算法在不同机器人轨迹和不同环境下的结果。

VI. 仿真

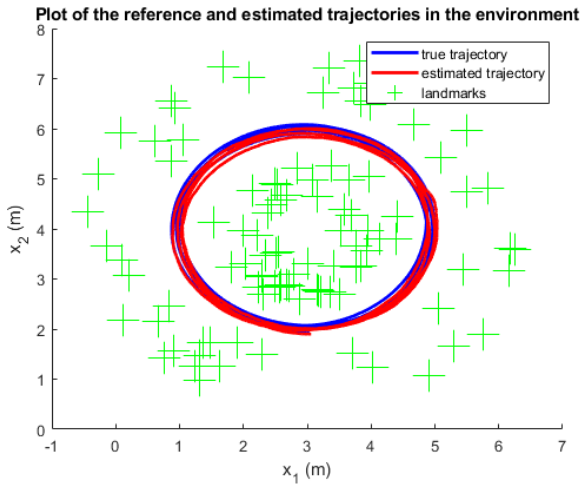
本节展示了二维环境的仿真，其中包含 2 种配置的 $J = 100$ 地标和 3 种轨迹：圆形轨迹、直线轨迹以及带有波动的轨迹。图 1a 展示了一个圆形轨迹示例，其中包含多个环路，地标分布在双环上。根据（1），机器人参数选取为标准 Jackal 机器人的特性，具体如下：

算法1 用于同步定位与建图的移动时域估计中的块坐标下降

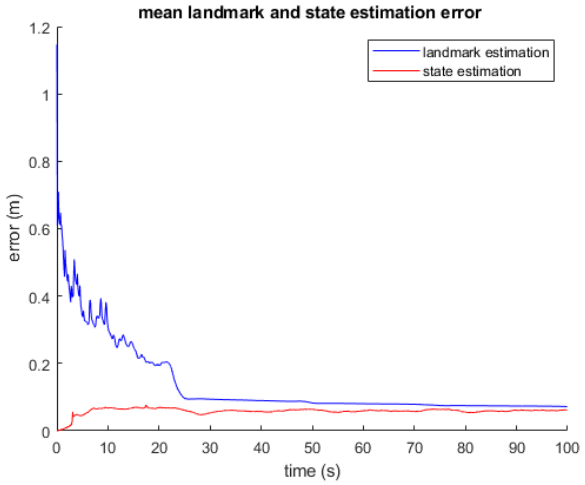
1: 固定 $\hat{z}_0 = z_0$ 和 $\xi_0 = z_0$
2: 选择 $\hat{\ell}_0$ 和 Π_0
3: 获取 y_0
4: **对于** $k = 1, 2, \ldots$ **do**
5: 获取 y_k。
6: 计算 Π_k。
7: **如果** $k < N$，**则**
8: 通过对 (2) 在 t_{k-1} 到 t_k 之间进行积分，得到 $\hat{z}_k$，其中输入 ω_{odo}。
9: **对于** $j = 1$、...、J **执行**
10: **if** $a_k^{(j)} = 1$ **然后**
11: 通过设置，在 ($\hat{z}_0$、...、$\hat{z}_k$) 处求解 $(P_{k,\ell,j})$ $N = k+1$ 并得到最优解 $p^{(j)*}$。
12: $\xi_k^{(j)} \leftarrow p^{(j)*}$.
13: **结束 if**
14: **end for**
15: **else**
16: 使用输入 ω_{odo}，根据 (2) 计算 $\hat{z}_k^+$。
17: **对于** $j = 1, \ldots, J$ **执行**
18: **if** $a_k^{(j)} = 1$ **然后**
19: 在 ($\hat{z}_{k-N}, \ldots, \hat{z}_{k-1}, z_{k-1}^+$) 处求解 $(P_{k,\ell,j})$ 并获得最优解 $p^{(j)*}$。
20: $\xi_k^{(j)} \leftarrow p^{(j)*}$.
21: **结束如果**
22: **结束循环**。
23: 求解 $(P_{k,z})$ 于 $\hat{\ell}_k$ 并获得 $\zeta_{k-N}^*, \ldots, \zeta_k^*$.
24: $\hat{z}_k \leftarrow \zeta_k^*$.
25: **结束 if**
26:
27: **结束 for**

$D = 0.043$, $R_r = R_l = 0.1$。噪声协方差设置如下: $R_{vis} = 0.001I$、$Q_{in} = 10^{-4}\Delta_{vis}I_3$和 $Q_{odo} = 0.009I_2$, 其中 I 表示适当维度的单位矩阵。假设代表数据关联的参数 $a_k^{(j)}$ 均无误，对于任意 $1 \le j \le J$ 和任意 $k \ge 0$均成立。此外，通过变量 $a_k^{(j)}$ 对方位传感器设置了最大量程。对于圆形场景，该量程为 $2m$，对于另外两个场景则为 $3.6m$。未包含运行时间，因为代码优化并非本文的主题，且分布式方案的实际并行化过程尚未实现。

该方法在此情况下的性能如图 1b 所示，其中状态估计误差和地标估计的平均误差都在收敛到较小值。需要注意的是，由于假设已知机器人的初始位置和朝向，因此初始状态估计误差被假定为零。环绕运动中的可观测性理论 [5], [6], [4], [20], [15], [7]表明，圆形运动模式应能改善估计性能。图 2a 和 2b 展示了一个在类似走廊的环境中的示例，其中只有侧面存在地标，机器人沿直线来回运动并采用蛇形轨迹。图 3a 和 3b 表明，



(a)



(b)

图 1：一条示例圆形轨迹、其估计结果，以及 50 次蒙特卡洛仿真中相应的地标和状态估计平均误差图。

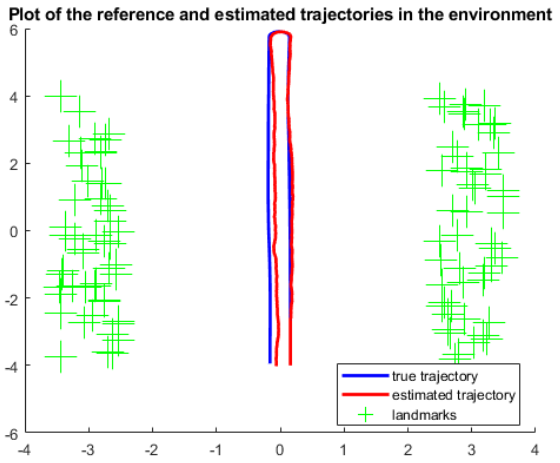
正如预期，摆动运动模式有助于估计过程，因此其状态估计误差小于直线路径情况下的误差。

VII. 结论

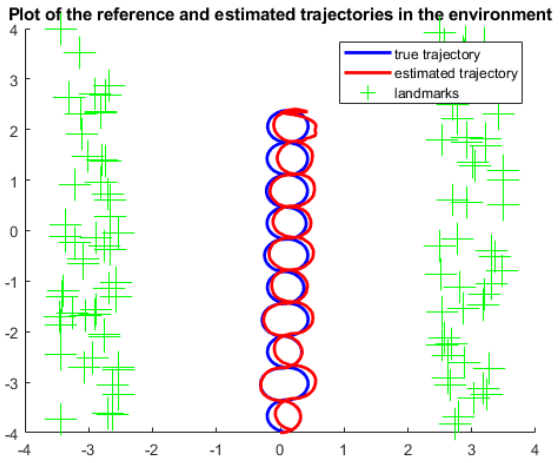
本文提出了一种用于视觉惯性里程计同步定位与建图的分块协调移动时域估计算法。该算法借鉴了束调整、非线性估计和非线性规划的思想，以实现地标的分布式更新。通过仿真展示了所提方法在噪声存在情况下的性能。

参考文献

[1]D. P. Bertsekas. 非线性规划. 运筹研究学会期刊, 48 334, 1997 3 334 1 ( ): – . mlzsync :0048{"extrafields":{"publisher":"Taylor & Francis"}} eprint:https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600425.

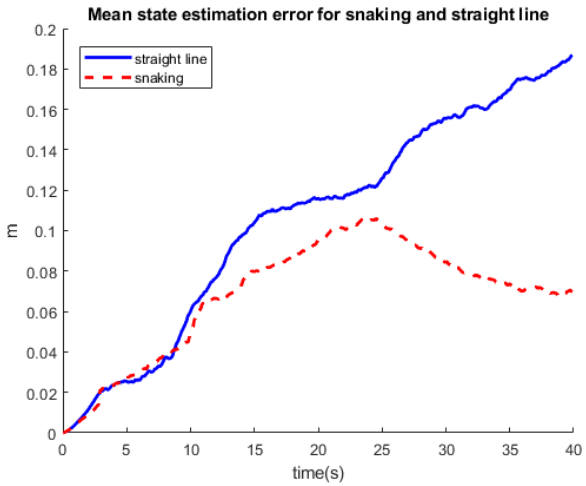


(a)

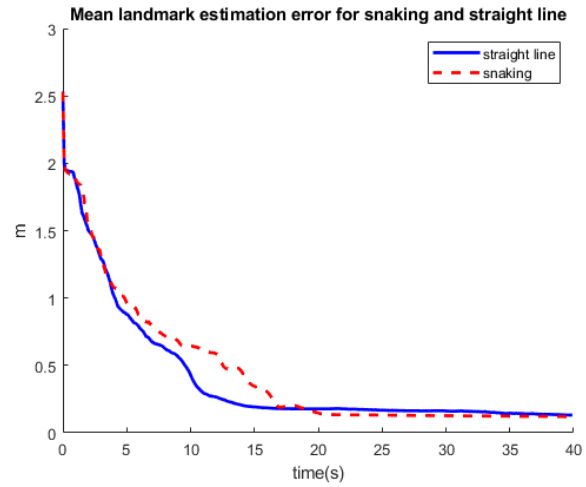


(b)

图2：同一环境中一条示例直线路径和一条曲线路径及其估计值的图表



(a)



(b)

图3：在相同环境中，经过50次蒙特卡洛仿真后，直线路径和曲线路径情况下的平均状态误差和地标误差图。

[2] Alvaro Parra Bustos、Tat-Jun Chin、Anders Eriksson 和 Ian Reid。视觉SLAM：为什么要进行光束法平差？载于*2019*年国际机器人与自动化会议 *(ICRA)*，第2385–2391页，加拿大魁北克省蒙特利尔，2019年5月。电气与电子工程师协会。[3] Carlos Campos、Richard Elvira、Juan J. Gomez Rodriguez、Jose M.M Montiel 和 Juan D. Tardos。ORB-SLAM3：用于视觉、视觉-惯性和多地图同步定位与建图的高精度开源库。《*IEEE*机器人学汇刊》，37(6):1874–1890，2021年12月。[4] S. de Marco、M-D. Hua、T. Hamel 和 C. Samson。基于惯性测量单元和方位测量的位姿、速度、姿态及加速度计偏置估计。载于*2020*年欧洲控制会议 *(ECC)*，第1003–1008页，俄罗斯圣彼得堡，2020年5月。电气与电子工程师协会。[5] Mohammad Deghat、Iman Shames、Brian D. O. Anderson 和 Changbin Yu。利用二维方位测量进行目标定位与环绕运动。载于第*49*届*IEEE*决策与控制会议 *(CDC)*，第334–339页，美国佐治亚州亚特兰大，2010年12月。电气与电子工程师协会。[6] Mohammad Deghat、Iman Shames、Brian D. O. Anderson 和 Chang- bin Yu。利用方位测量对缓慢移动的目标进行定位与环绕运动。《*IEEE*自动控制汇刊》，59(8):2182–2188，2014年8月。[7] Emilien Flayac 和 Iman Shames。快速移动时域估计中的非一致可观测性及其在同步定位与建图问题中的应用。第19页。[8] Jorge Fuentes-Pacheco、Jos´e Ruiz-Ascencio 和 Juan Manuel Rend´on-Mancha。视觉同步定位与建图：综述。《人工智能评论》，43(1):55–81，2015年1月。[9] Sejong Heo、Jaehyuck Cha 和 Chan Gook Park。使用滑动窗口非线性优化的基于扩展卡尔曼滤波的视觉惯性导航。《*IEEE*智能交通系统汇刊》，20(7):2470–2479，2019年7月。[10] Timo Hinzmann、Thomas Schneider、Marcin Dymczyk、Andreas Schaffner、Simon Lynen、Roland Siegwart 和 Igor Gilitschenski。使用基于滑动窗口的非线性优化实现固定翼无人机的单目视觉惯性同步定位与建图。载于 George Bebis、Richard Boyle、Bahram Parvin、Darko Koracin、Fatih Porikli、Sandra Skaff、Alireza Entezari、Jianyuan Min、Daisuke Iwai、Amela Sadagic、Carlos Scheidegger 和 Tobias Isenberg（编），视觉计算进展，第10072卷，第569–581页。施普林格国际出版公司，查姆，2016年。丛书名称：《计算机科学讲义》。[11] Shoudong Huang。同步定位与建图中所用优化策略综述。《控制与决策杂志》，6(1):61–74，2019年1月。[12] Shoudong Huang 和 Gamini Dissanayake。对同步定位与建图当前发展的批评。《国际高级机器人系统杂志》，13(5):172988141666948，2016年9月。[13] V. Ila、J.M. Porta 和 J. Andrade-Cetto。基于信息的紧凑型

位姿 SLAM。《*IEEE*机器人学汇刊》，26(1):78–93，2010年2月。[14] Yujiao Jia、Xinying Yan 和 Yihan Xu。机器人同步定位与建图综述。载于*2019*年*IEEE*第四届先进信息技术、电子与自动化控制会议（*IAEAC*），第857–861页，中国成都，2019年12月。电气与电子工程师协会。[15] Tor A Johansen 和 Edmund Brekke。基于 AHRS 的同步定位与建图的全局指数稳定卡尔曼滤波。第8页。[16] Marco Karrer、Patrik Schmuck 和 Margarita Chli。CVI-SLAM——协同视觉惯性 SLAM。*IEEE*机器人与自动化快报，3(4):2762–2769，2018年10月。[17] Yosuke Kishimoto、Kiyotsugu Takaba 和 Asuka Ohashi。基于 C/GMRES 方法的移动时域多机器人 SLAM。载于*2019*年先进机电系统国际会议（*ICAMechS*），第22–27页，日本滋贺县草津市，2019年8月。电气与电子工程师协会。[18] Georg Klein 和 David Murray。面向小型 AR 工作空间的并行跟踪与建图。载于*2007*年第六届*IEEE*与*ACM*混合现实与增强现实国际研讨会，第1–10页，日本奈良，2007年11月。电气与电子工程师协会。[19] Sven Knufer 和 Matthias A. Muller。时间折扣增量输入/输出到状态稳定性。载于*2020*年第*59*届*IEEE*决策与控制会议（*CDC*），第5394–5400页，韩国济州岛，2020年12月。电气与电子工程师协会。[20] Florent Le Bras、Tarek Hamel、Robert Mahony 和 Claude Samson。利用方位角与有偏速度信息进行位置估计的观测器。载于 Thor I. Fossen、Kristin Y. Pettersen 和 Henk Nijmeijer 编著的自主车辆的感知与控制，第474卷，第3–23页。施普林格国际出版公司，查姆，2017年。丛书名称：控制与信息科学讲义。[21] Haomin Liu、Mingyu Chen、Guofeng Zhang、Hujun Bao 和 Yingze Bao。ICE-BA：用于视觉惯性 SLAM 的增量式、一致且高效的光束法平差。载于*2018*年*IEEE/CVF*计算机视觉与模式识别会议，第1974–1982页，美国犹他州盐湖城，2018年6月。电气与电子工程师协会。[22] Todd Lupton 和 Salah Sukkarieh。无需初始条件、适用于建筑环境中高动态运动的视觉惯性辅助导航。《*IEEE*机器人学汇刊》，28(1):61–76，2012年2月。[23] Raul Mur-Artal 和 Juan D. Tardos。使用地图复用的视觉惯性单目 SLAM。*IEEE*机器人与自动化快报，2(2):796–803，2017年4月。arXiv：1610.05949。[24] Hauke Strasdat、J.M.M. Montiel 和 Andrew J. Davison。视觉SLAM：为何要滤波？图像与视觉计算，30(2):65–77，2012年2月。[25] Takafumi Taketomi、Hideaki Uchiyama 和 Sei Ikeda。视觉SLAM算法：2010至2016年的综述。*IPSJ*计算机视觉与应用汇刊，9(1)，2017年12月。[26] Sebastian Thrun。概率机器人学。*ACM*通讯，45(3):52–57，2002年3月。[27] Sebastian Thrun 和 Michael Montemerlo。图优化同步定位与建图算法及其在城市结构大规模建图中的应用。国际机器人研究杂志，25(5-6):403–429，2006年5月。[28] Rafael Valencia 和 Juan Andrade-Cetto。基于位姿 *SLAM* 的建图、规划与探索，先进机器人学专题第119卷。施普林格国际出版公司，查姆，2018年。