利用原子磁梯度仪对总场梯度和场梯度张量进行部分测量

Q.-Q. Yu, [1] S.-Q. Liu, [1] X.-K. Wang, [1] 和 D. Sheng[1, 2, *]

[1] *Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation, Key Laboratory of Precision Scientific Instrumentation of Anhui Higher Education Institutes, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China*[2] *Hefei National Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230088, China*

磁梯度仪在实际和学术领域具有广泛应用，总场梯度和场梯度张量是两种重要的场梯度观测量。然而，原子磁梯度仪的既往研究并未重点关注场梯度张量的测量。本研究基于赫里奥特腔辅助的原子气室，采用两个分别进行光泵浦的原子系综，研制了一种原子磁梯度仪。该梯度仪具有多种操作模式和功能，我们通过对这两类场梯度观测量进行测量，展示了这些模式和功能。

arXiv:2304.01794v1 [physics.atom-ph] 4 Apr 2023

I. 引言

在户外搜寻具有磁性或可磁化的目标时，磁场梯度通常源自目标，而背景场梯度通常可以忽略不计 [1]。因此，场梯度包含有关目标的宝贵信息。此外，借助差分探测，测得的场梯度基本不受背景场噪声和漂移的影响。与直接测量矢量场相比，场梯度对传感器方向的敏感度也相对较低 [2]。因此，测量场梯度的系统——磁梯度仪——已广泛应用于水下勘探 [3], 地质调查 [2, 4–6], 空间科学 [7], 磁异常导航 [8], 以及生物成像 [9, 10] 等领域。

磁梯度仪可测量两种类型的场梯度。一种是总场梯度， ∇B，其中 B 表示场的总幅值。另一种是场梯度张量， $\nabla\mathbf{B}$，其中 $\mathbf{B}=\sum_i B_i\hat{r}_i$。根据基本电磁关系，自由空间中的场梯度张量有五个独立元素。尽管这两种场梯度在不同应用中都具有上述优点，但场梯度张量包含更丰富的信息，其测量结果也更便于进行地球物理解释 [1, 11]。

目前，实用的磁梯度仪主要基于超导量子干涉器件（超导量子干涉器件）和磁通门，两者都能测量偏置磁场的矢量分量。自 20 世纪 70 年代以来，人们开始关注场梯度张量 [12, 13]，过去二十年间，该领域取得了长足进展 [2, 14–19]。然而，每种传感器都有各自的问题。基于超导量子干涉器件的梯度计由于需要额外的杜瓦瓶来维持低温环境，因此体积和重量都相对较大，而基于磁通门的梯度计则不够灵敏，也不够稳定。

原子磁力仪具有高场灵敏度 [20] 和小型化潜力 [21]，，因此有望应用于磁梯度仪。当偏置磁场较低时，原子磁力仪可工作于无自旋交换弛豫（SERF）模式。由于 SERF 磁力仪能够探测磁场的矢量分量，基于该技术的梯度计可以测量梯度张量的各个元素 [22–25]。在更常见的偏置磁场约为 10 μT的情况下，原子磁力仪通常工作于标量模式，相应的梯度计目前仅能测量总场梯度的各个元素 [9, 10, 26, 27]。

本研究基于单个多程池中的两个彼此分离的 ^{85}Rb Bell–Bloom 磁力仪，研制了一种原子磁梯度仪，并证明该传感器在存在偏置磁场时可通过多种方式测量总场梯度和场梯度张量的多个元素。本文结构如下：第 II 节介绍本研究的理论背景；第 III 节介绍 Bell–Bloom 标量磁力测量，以及梯度计部分测量总场梯度的两种模式；第 IV 节介绍梯度计测量场梯度张量多个元素的两种模式；第 IV 节总结全文。

II. 理论背景

A. 场梯度的记号

考虑到背景场为$\mathbf{B}_0$ ，目标产生的场为$\mathbf{B}_a$，有无目标两种情况下的总场差为：

$$\Delta B_s=|\mathbf{B}_0+\mathbf{B}_a|-B_0, \tag{1}$$

* dsheng@ustc.edu.cn

矢量场差为 $\Delta\mathbf{B}_v = \mathbf{B}_a$。这两个参数的一个关键区别在于，$\Delta B_v$ 满足拉普拉斯方程，而ΔB_s [1]则不一定满足。

在 $B_a \ll B_0$, $\Delta B_s \approx \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_a$的情况下，其中$\mathbf{B}_0$是$\mathbf{B}_0$的单位向量。因此，总场梯度为$\boldsymbol{G} = \nabla(\Delta B_s)$，其中沿 r_i轴的分量为 $\boldsymbol{G}$

$$G_i = \frac{\partial \Delta B_s}{\partial r_i} \approx \frac{\partial(\hat{\mathbf{B}}_0 \cdot \mathbf{B}_a)}{\partial r_i} = \sum_j \hat{\mathbf{B}}_0 \cdot \hat{r}_j B_{a,ji}, \quad (2)$$

其中，$B_{a,ji} = \partial B_{a,j}/\partial r_i$ 是梯度张量$\mathbf{B}_a$的一个元素。根据麦克斯韦方程，在自由空间中，$\mathbf{B}_a$的梯度张量只有五个独立元素：$B_{a,xx}$, $B_{a,yy}$, $B_{a,xy}$, $B_{a,xz}$和$B_{a,zy}$。由 G_i 构成的解析函数有助于定量解释二维 [28]和三维空间 [29, 30]中的势场数据。利用傅里叶变换和希尔伯特变换 [31]，可以得到$B_{a,ij}$ 与 G_i 之间更复杂的关系。

B. Bell-Bloom 光抽运

Bell-Bloom 光抽运 [32] 是一种直接产生横向原子极化的有效方法。电子自旋极化 $\boldsymbol{P}$的动力学由布洛赫方程 [33, 34]描述:

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \gamma \boldsymbol{P} \times \boldsymbol{B} + \frac{1}{Q(P)}[R_{OP}(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{P}) - R_d \boldsymbol{P}], \quad (3)$$

其中，γ为原子旋磁比，$Q(P)$为核自旋减慢因子，R_{OP}为光抽运率，$\boldsymbol{s}$为光束的光子自旋，R_d为无光照时的原子退极化率。对于频率为ω的泵浦光束，其振幅经过调制时，光抽运率可表示为:

$$R_{OP} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t - \alpha_n), \quad (4)$$

其中，a_i 为 R_{OP}的傅里叶展开级数对应的系数。当泵浦光束与铷 D1 跃迁共振，且 ω 接近原子拉莫尔进动频率 ω_L时，可以产生较强的横向原子极化。

对于偏置磁场沿 z 轴、泵浦光束沿x 方向传播的特殊构型，原子极化中以 ω 调制的分量可表示为 [35, 36]

$$P_x + iP_y = \frac{sa_1}{2[R + iQ(P)(\omega_L - \omega)]} e^{-i(\omega t - \alpha_1)}, \quad (5)$$

其中 $R = R_d + a_0$。如果线偏振的失谐探测光束沿 y 轴传播，光子 - 原子相互作用引起的探测光束偏振旋转与 P_y 的实部成正比，式（5） [37],

$$Re(P_y) = \frac{sa_1}{2}\left[\frac{-R\sin(\omega t - \alpha_1)}{R^2 + Q^2(P)(\omega_L - \omega)^2} - \frac{Q(P)(\omega_L - \omega)\cos(\omega t - \alpha_1)}{R^2 + Q^2(P)(\omega_L - \omega)^2}\right]. \quad (6)$$

对于更一般的情况，偏置磁场沿任意方向，因此偏置磁场与泵浦光束方向（x 轴）之间的夹角为 ψ_x，偏置磁场在 y-z 平面上的投影与 y 轴之间的夹角为 θ_{yz}。沿 y 轴、以 ω 调制的原子极化分量为 [35]:

$$P_y = \frac{sa_1 d\sin\psi_x}{2}\left[\frac{-R\cos(\omega t - \alpha_1 - \beta)}{R^2 + Q^2(P)(\omega_L - \omega)^2} + \frac{Q(P)(\omega_L - \omega)\sin(\omega t - \alpha_1 - \beta)}{R^2 + Q^2(P)(\omega_L - \omega)^2}\right], \quad (7)$$

其中 $d = \sqrt{\cos^2\psi_x \cos^2\theta_{yz} + \sin^2\theta_{yz}}$，且 $\beta = \sin^{-1}(\sin\theta_{yz}/d)$。

因此，如果用来调制泵浦光束振幅的驱动信号被用于解调由探测光束偏振旋转引起的信号，那么在适当选择相位后，解调输出中将得到洛伦兹线型和色散线型。

C. 半波片对探测光束的影响

对于偏振方向相对 x 轴倾斜角度为 θ 的线偏振探测光束，其偏振可用琼斯矢量表示为 $P_i = (\cos\theta, \sin\theta)$ [38]。假设它依次通过两个极化原子系综，光子与每个系综中的原子相互作用后，探测光束的偏振分别旋转了 α 和 β。那么，透射探测光束的偏振为

$$P_o = R(\beta)R(\alpha)P_i = (\cos(\theta+\alpha+\beta), \sin(\theta+\alpha+\beta)), \quad (8)$$

其中 R 是二维旋转矩阵。

如果在两个原子系综之间放置一片半波片（快轴沿 x 轴），则透射探测光束的偏振会变为

$$P_o = R(\beta)HR(\alpha)P_i = (\cos(\theta+\alpha-\beta), \sin(\theta+\alpha-\beta)), \quad (9)$$

其中，H 是半波片的琼斯矩阵。由上式可知，探测光束对被这片半波片隔开的两个偏振原子系综进行差分探测。

III. 总场梯度的部分测量

本研究所用的传感器如图 1(a) 所示。该传感器的一个关键元件是辅助亥姆霍兹腔体的

蒸气池 [35, 36], ，该气室采用阳极键合技术制成，内部充有富集的 ^{85}Rb 原子和 150 Torr 的 N_2 气体。腔体由两面圆柱形反射镜组成，其曲率半径为 100 mm，直径为 12.7 mm，厚度为 2.5 mm。两面反射镜之间的距离为 19.3 mm，且其对称轴的相对角度为 52.2°。该气室置于三维打印的光学平台上，并通过交流电流流经陶瓷加热器，将温度加热至约 85℃。该磁力计传感器位于五层坡莫合金屏蔽罩的中心。最内层屏蔽罩内的螺线管线圈和两组相互正交的余弦θ线圈 [39] 用于控制偏置磁场，另设有线圈用于控制场梯度。

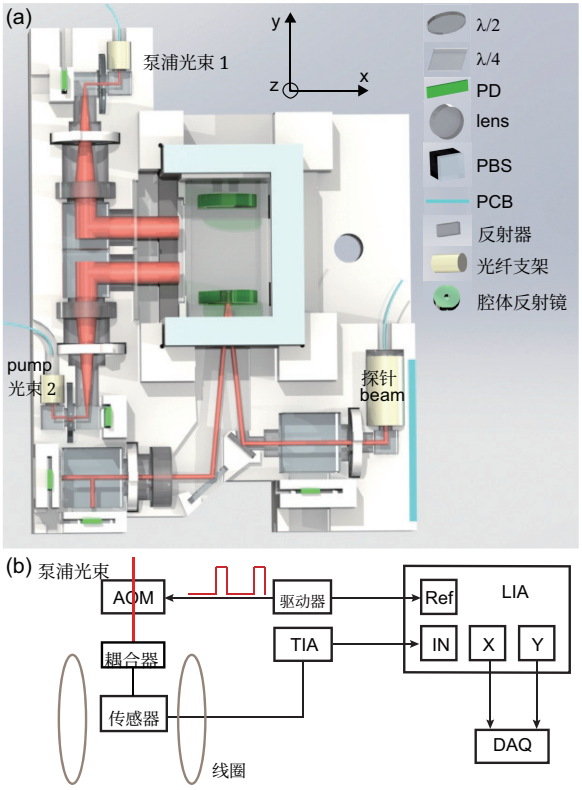


图 1：图 (a) 展示了梯度磁力计。$\lambda/2$：半波片，$\lambda/4$：四分之一波片。图 (b) 展示了 Bell-Bloom 标量磁力计的电信号处理。DAQ：数据采集。

传感器的泵浦光束和探测光束均由分布式布拉格反射二极管激光器产生，并通过光纤耦合至传感器平台。与铷 D1 跃迁共振的泵浦激光由声光调制器（AOM）进行功率调制，调制频率为 ω，占空比为 20%，随后分成两束彼此分开的光束，再分别独立地送入传感器。两束泵浦光束均为圆偏振光，从 x 方向进入气室，光束直径均为 5 毫米，光束中心间距为 1.2 厘米。多程池前镜中心开有一个直径为 2.5 毫米的孔，线偏振探测光束的功率为 1.6 毫瓦，相对于 D1 谱线蓝失谐 50 GHz，从同一个孔进入并离开腔体，在腔体内反射 21 次。透射的探测光束经偏振分束器（PBS）和一对差分光电二极管探测器（PD）进行偏振分析。所有电信号均通过连接在传感器上的印刷电路板（PCB）。大部分电信号通过屏蔽电缆传输至控制电子设备。

当其中一束泵浦光束被遮挡时，传感器便作为标量磁力计工作。来自光电探测器（PD）的电流信号通过跨阻放大器（TIA）转换为电压信号，并由锁相放大器（LIA）进行解调，如图1（b）所示。当泵浦光束的振幅调制频率 ω 扫过拉莫尔进动频率 ω_L 时，锁相放大器（LIA）的同相输出和反相输出分别呈现洛伦兹线型和色散线型（见图2（a））。由于探测光束在赫里奥特腔体内部多次会聚和发散，因此探测信号的线型通常无法用具有单一线宽 [40] 的函数来描述。根据实验经验，我们发现，数据可以通过两个洛伦兹函数或色散函数之和 [36, 40], 得到良好的拟合。

$$f_1(\omega) = \sum_{m=1}^{2} a_m \frac{(\frac{\Gamma_m}{2})^2}{(\omega-\omega_0)^2+(\frac{\Gamma_m}{2})^2} + b_1,$$
$$f_2(\omega) = \sum_{m=1}^{2} c_m \frac{(\frac{\Gamma_m}{2})^2(\omega-\omega_0)}{(\omega-\omega_0)^2+(\frac{\Gamma_m}{2})^2} + b_2. \qquad (10)$$

在这里，我们可以定性地理解，这两个拟合函数对应于根据光束尺寸将腔内的光束模式划分为两组。一组同相和反相信号的拟合结果彼此一致。同相共振响应的幅值（$f_1(\omega_0) = a_1 + a_2$）和反相共振响应的斜率（$|\partial f_2(\omega)/\partial\omega| = |c_1 + c_2|$）都可用于表征标量磁力计信号。

扫描泵浦光束失谐并保持其他参数不变时，我们发现磁力计信号在泵浦光束失谐约为 2 GHz 时达到最大值，如图 2 (b) 所示。此处，原子跃迁共振频率指相较于无缓冲气体情形发生压力频移后的频率 [41], 本文其余部分均采用此定义。由于缓冲气体会使铷 D1 跃迁的线宽经压力展宽至约 4 GHz [41] ，我们可以忽略铷 $5P_{1/2}$ 态的超精细分裂（~ 0.4 GHz）。基态超精细分裂为 3.0 GHz，跃迁共振点（图 2(b) 中的零失谐点）对应于位于两个跃迁之间的激光频率$|5S_{1/2},\ F=2\rangle \rightarrow |5P_{1/2}\rangle$ 和 $|5S_{1/2},\ F=3\rangle \rightarrow |5P_{1/2}\rangle$。

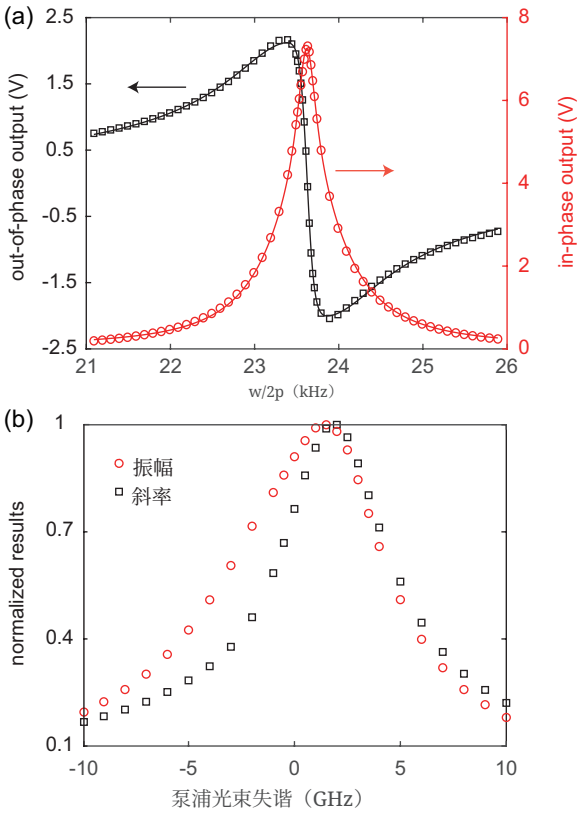


图 2：图 (a) 显示了解调输出随 ω 的变化，曲线为使用式 (10) 得到的拟合函数。图 (b) 显示了磁力计信号的归一化振幅（$|a_1+a_2|/|a_1+a_2|_{max}$）和斜率（$|c_1+c_2|/|c_1+c_2|_{max}$）随泵浦光束失谐的变化，其中共振点通过拟合线偏振光束的吸收谱线确定。在两幅图中，气室温度为 80℃，泵浦光束功率为 2.25 mW，偏置磁场为 5.0 μT，方向沿 z 方向。

当泵浦光束为蓝失谐时，激光更容易驱动前一个跃迁；而当泵浦光束为红失谐时，激光更容易驱动后一个跃迁。考虑到自旋交换碰撞和猝灭效应引起的原子重新分布，在共振驱动较低超精细态时，处于基态暗态（$|5S_{1/2}, F=3\rangle$的拉伸态）的原子更多 [42]。然而，由于非共振泵浦光束引起的光频移效应，在正常运行时我们仍选择使泵浦光束与铷 D1 跃迁保持共振。

当另一束泵浦光束未被遮挡时，同一气室内有两个彼此隔离的 Bell-Bloom 标量磁力计，因为在原子去极化时间内，原子的扩散距离远小于两个磁力计之间的间距。由于两个磁力计共用同一束探测光束，若泵浦光束偏振相同，磁力计的信号会叠加；若泵浦光束偏振相反，信号则会相减。

后一种情况如图 3(a) 左侧所示，对应于磁梯度仪。由于该磁梯度仪基于标量磁力计构建，因此只能检测总场梯度。

此外，泵浦光束之间的间距沿 y 方向，采用图 1(b) 中解调过程的传感器只能测量 G_y。这一结论适用于所有偏置磁场方向。本节中，为方便起见，我们将偏置磁场沿 z 轴设置，以演示对 G_y 的测量。如式 (6) 和式 (7) 所示，我们可以直接从反相输出读取梯度仪信号，其与 G_y 呈线性关系（见图 3(b)）。理想情况下，两束光的功率应相同；但实际中，由于两束光的实验条件略有差异，例如光束尺寸以及气室窗口的透射条件不同，两者的功率相差不超过 10%。实验中，我们固定一束泵浦光束的功率，调节另一束光的功率，并优化梯度仪 [26] 的相减结果。在 G_y 上测得的梯度场灵敏度为 42 fT/cm/Hz$^{1/2}$，测量频率范围为 15 Hz 至 40 Hz，如图 3(c) 所示。本研究中的灵敏度结果是根据使用汉宁窗处理的数据功率谱密度计算得到的。

根据第 II C 节的讨论，我们可以采用不同的配置来实现磁梯度仪。如图 3(a)右侧所示，两束泵浦光束具有相同的偏振，而在多程池中央加入了一片真正的零级半波片 [36]，有助于实现对两个偏振原子系综的差分探测。与先前的配置相比，这种配置的优势在于：当泵浦光束频率失谐于共振时，它能够消除光频移带来的共模噪声。实际测量中，G_y 采用这种配置时的梯度场灵敏度为 90 fT/cm/Hz$^{1/2}$，频率范围为 15 Hz 至 40 Hz。后一种配置的灵敏度较差，可能有两个原因：一是半波片的工作温度限制了气室的最高温度 [36]，；二是半波片在加热环境中的性能会下降，随着光束通过半波片的次数增加（最多 22 次），光束的偏振质量也会随之下降。

第四节：场梯度张量的部分测量

为了测量场梯度张量，传感器需要能够区分对总场强有贡献的不同矢量分量。实现这一目标的一种便捷方法是沿不同方向添加调制场 [43–45]，，并利用

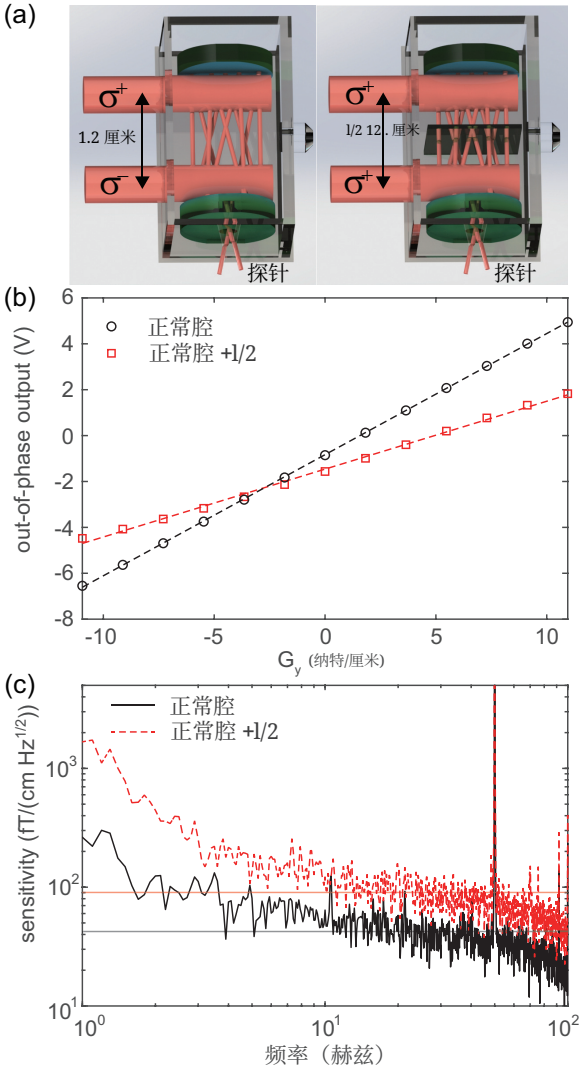


图 3：图 (a) 展示了原子梯度仪的两种配置。图 (b) 和 (c) 分别展示了梯度仪对 G_y 的响应和梯度仪灵敏度。正常腔的数据是在沿 z 轴施加 5.0 μT 偏置磁场、每束泵浦光束功率约为 5.5 mW、气室温度为 85 °C 的条件下采集的。带半波片的腔体数据是在相同参数下采集的，但气室温度为 80°C。图 (b) 中的虚线表示线性拟合结果，图 (c) 中的两条水平线表示 15 Hz 至 40 Hz 范围内的平均噪声水平。

调制场的频率或相位，有选择地测量和控制场梯度张量的各个元素。这样，在保留图 1(b) 中的组件作为第一部分数据处理硬件的同时，我们还需要额外的锁相放大器来进行连续解调，如图 4(a) 所示。对于这一应用，我们选择图 3(a) 左侧的泵浦光束配置。

当泵浦光束功率以

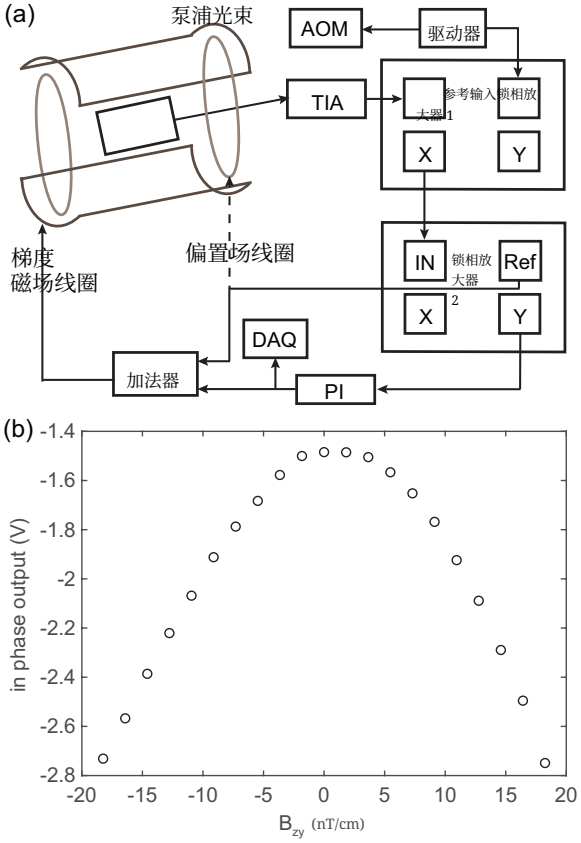


图 4：图 (a) 展示了用于测量场梯度张量各分量的信号处理过程，其中，线圈系统中心的传感器对应于原子梯度仪，其配置与图 3(a) 左侧的配置相同。图 (b) 展示了在偏置磁场为$\boldsymbol{B} = (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})5.8\ \mu$T、气室温度为 85 °C、每束泵浦光束功率约为 5.5 mW 的条件下，锁相放大器 LIA1 的反相输出随 B_{zy}的变化。

根据式（7），拉莫尔频率中加入场梯度会改变 ω_L，进而影响方程分母中的 $\omega - \omega_L$项。然而，同相输出的值与附加场梯度的符号无关。因此，如图 4(b) 所示，在偏置磁场为 $\boldsymbol{B} = (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})5.8\ \mu$T 时，第一个锁相放大器（图 4(a) 中的 LIA1）的同相输出是 B_{zy} 的对称函数。这一结果与基于单束圆偏振光的磁力仪类似 [22], ，在这种磁力仪中，光束的透射功率是横向磁场的对称函数。根据这一类比，我们可以采用参考文献 [22] 中的闭环运行方案来测量场梯度张量分量。例如，我们向 B_{zy} 线圈施加频率为 ω_d 的调制场。在 ω 和 ω_d 处同时受到调制的信号通过连续解调提取，其最终输出与 B_{zy}的偏置值成正比。将此输出送入设定值为零的比例积分（PI）控制器，并反馈至 B_{zy} 线圈，

我们便可以持续将传感器所在位置的 B_{zy} 偏置值归零。比例积分输出的反馈值利用梯度线圈的电流-磁场校准因子换算为 B_{zy} 的值；该校准因子由磁通门测得，换算后的值记录为梯度仪输出。

按照上述方案，我们在 B_{xy}、 B_{yy} 和 B_{zy} 线圈上施加调制场，其幅度均相近，约为 10 nT/cm，但调制频率各不相同，范围为 175 Hz 至 297 Hz。为校准上述三个测量场梯度张量元素的通道中任意两个通道之间的串扰，我们使两个通道均工作在闭环模式下，扫描其中一个通道的梯度场线圈电流，并记录另一个通道的响应。通过这种方式，将通道间的串扰校准至小于 0.3%。如图 5(a) 所示，在 5 Hz 至 10 Hz 的频率范围内，这三个元素的闭环梯度场灵敏度分别为 0.67 pT/cm/Hz$^{1/2}$、0.89 pT/cm/Hz$^{1/2}$和 0.87 pT/cm/Hz$^{1/2}$ 。

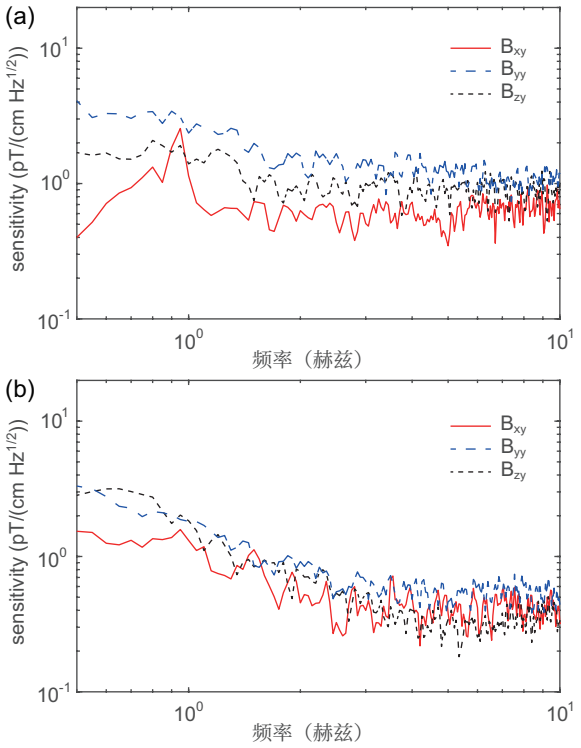


图 5：图 (a) 展示了 B_{xy}、 B_{yy} 和 B_{zy} 的场梯度灵敏度，实验条件与图 4(b) 相同。图 (b) 展示的结果与图 (a) 相同，不同之处在于调制场通过偏置场线圈施加。

实现相同功能的另一种方法是沿偏置场线圈施加调制场，而非沿梯度场线圈施加，同时保持其他部分不变。与前一种方法相比，这种配置避免了会缩短原子去极化时间的梯度场调制。实验参数与上述方法相同，唯一区别是施加在三轴偏置场线圈上的调制场幅度约为 50 nT。在这种情况下，通道间的串扰校准至小于 0.2%；如图 5(b) 所示，在 5 Hz 至 10 Hz 的频率范围内， B_{xy}、 B_{yy} 和 B_{zy} 的闭环梯度场灵敏度提升至 0.35 pT/cm/Hz$^{1/2}$、0.49 pT/cm/Hz$^{1/2}$和 0.34 pT/cm/Hz$^{1/2}$ 。

V. 结论

总之，我们开发了一种多功能的赫里奥特腔辅助原子梯度仪，采用两束贝尔-布卢姆光泵浦光束和一束探测光束。我们展示了其在测量总场梯度和场梯度张量的部分元素方面的应用。

目前，场梯度分量的传感器灵敏度主要受泵浦光束噪声限制，可通过采用脉冲泵浦-探测方案消除这些噪声 [10, 26, 46]。由于本文中传感器的两束泵浦光束沿 y 轴平行放置，因此传感器只能测量与 y 轴相关的场梯度元素。若要完整测量总场梯度和梯度张量，我们可以沿 x 和 z 方向平行增设更多对泵浦光束，对这两个轴上的原子系综进行差分探测；或者增设朝向不同的梯度计，使这些梯度计的敏感方向覆盖全部三个轴。

致谢

本研究的部分工作在中国科学技术大学微纳研究与制造中心完成。本研究得到了国家自然科学基金委员会（项目编号：11974329）以及中国科学院科学仪器设备发展项目（项目编号：YJKYYQ20200043）的资助。

[1] P. Schmidt 和 D. Clark，《磁梯度张量：其性质及在源特征表征中的应用》，《The Leading Edge》**25**，75（2006）。

[2]Getmag 团队，GETMAG——一种用于勘探的新型磁张量梯度计，ASEG 扩展摘要 **2004**，1（2004）。

[3] M. Hirota、K. Nanaura、Y. Teranishi 和 T. Kishigami，用于水下磁探测基础研究的 SQUID 梯度计，IEEE 应用超导学报 **7**，2327（1997）。[4] W. E. Wickerham，海湾机载磁梯度计，《Geophysics》**19**，116（1954）。[5] J. Overton、W. C.，利用 SQUID 梯度计系统探测薄层磁异常：测定水力压裂方位角的可能性*，载于 *SQUID Appli-cations to Geophysics*（勘探地球物理学家协会，1981）。[6] D. A. Clark，磁梯度张量数据解释的新方法，ASEG 扩展摘要**2012**，1（2012）。[7] M. H. Acuna，空间磁力仪，《科学仪器评论》**73**，3717（2002）。[8] A. Canciani 和 J. Raquet，利用地球磁异常场进行绝对定位，《导航学会期刊》**63**，111（2016）。[9] R. Zhang、W. Xiao、Y. Ding、Y. Feng、X. Peng、L. Shen、C. Sun、T. Wu、Y. Wu、Y. Yang、Z. Zheng、X. Zhang、J. Chen 和 H. Guo，利用光泵原子磁力仪在无屏蔽地磁场环境中记录脑活动，《科学进展》**6**，eaba8792（2020）。[10] M. Limes、E. Foley、T. Kornack、S. Caliga、S. McBride、A. Braun、W. Lee、V. Lucivero 和 M. Romalis，用于在环境磁场中探测生物磁信号的便携式磁测量，《物理评论：应用》**14**，011002（2020）。[11] R. Stolz、V. Zakosarenko、M. Schulz、A. Chwala、L. Fritzsch、H.-G. Meyer 和 E. K´ ostlin，用于地球物理应用的全张量 SQUID 梯度计系统，《The Leading Edge》**25**，178（2006）。[12] W. Wynn、C. Frahm、P. Carroll、R. Clark、J. Wellhoner 和 M. Wynn，先进的超导梯度计/磁力仪阵列及一种新型信号处理技术，IEEE 磁学汇刊**11**，701（1975）。[13] T. R. Clem、G. J. Kekelis、J. D. Lathrop、D. J. Overway 和 W. M. Wynn，用于移动应用的超导磁梯度计，重点介绍军械探测，载于 *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*，H. Weinstock 编（Springer Dordrecht，1996），第517–568页。[14] S. T. Keenan、D. A. Clark 和 K. E. Leslie，利用单个高温超导梯度计探测全磁梯度张量的方法，《超导科学与技术》**35**，045005（2022）。[15] R. Wiegert、J. Oeschger 和 E. Tuovila，展示一种用于未爆弹药实时定位的新型便携式磁星技术，载于 *OCEANS 2007* 2007 1 7 ( )，第–页。[16] H. Pang、M. Pan、C. Wan、J. Chen、X. Zhu 和 F. Luo，综合补偿磁力仪阵列的磁畸变场并改进磁性目标定位，IEEE 地球科学与遥感汇刊**52**，5670（2014）。[17] G. Yin 和 L. Zhang，基于磁干扰信号反演的磁航向补偿方法，《传感器与执行器 A：物理》**275**，1（2018）。[18] R. Stolz、M. Schmelz、V. Zakosarenko、C. Foley、K. Tan-abe、X. Xie 和 R. L. Fagaly，地球物理应用中的超导传感器与方法，《超导科学与技术》**34**，033001（2021）。[19] R. Stolz、M. Schiffler、M. Becken、A. Thiede、M. Schnei- der、G. Chubak、P. Marsden、A. B. Bergshjorth、M. Schaefer 和 O. Terblanche，《矿产经济学》中关于用于矿产勘探的磁法与电磁法的超导量子干涉器件，**35**，467（2022）。[20] D. Budker 和 D. F. Jackson Kimball 编，*OpticalMagnetometry*（剑桥大学出版社，剑桥，2013）。[21] J. Kitching，芯片级原子器件，《应用物理评论》**5**，031302（2018）。[22] D. Sheng、A. R. Perry、S. P. Krzyzewski、S. Geller、J. Kitching 和 S. Knappe，微加工光泵磁梯度仪，《应用物理快报》**110**，031106 2017( )。[23] O. Alem、R. Mhaskar、R. Jim´enez-Mart´ınez、D. Sheng、J. LeBlanc、L. Trahms、T. Sander、J. Kitching 和 S. Knappe，利用微加工光泵磁力计进行磁场成像，《光学快报》**25**，7849（2017）。[24] I. A. Sulai、Z. J. DeLand、M. D. Bulatowicz、C. P. Wahl、R. T. Wakai 和 T. G. Walker，胎儿磁心动图原子磁梯度仪的表征，《科学仪器评论》**90**，085003（2019）。[25] E. J. Pratt、M. Ledbetter、R. Jim´enez-Mart´ınez、B. Shapiro、A. Solon、G. Z. Iwata、S. Garber、J. Gorm- ley、D. Decker、D. Delgadillo、A. T. Dellis、J. Phillips、G. Sundar、J. Leung、J. Coyne、M. McKinley、G. Lopez、S. Homan、L. Marsh、M. Zhang、V. Maurice、B. Siepser、T. Giovannoli、B. Leverett、G. Lerner、S. Seidman、V. DeLuna、K. Wright-Freeman、J. Kates-Harbeck、T. Lasser、H. Mohseni、T. Sharp、A. Zorzos、A. H. Lara、A. Kouhzadi、A. Ojeda、P. Chopra、Z. Bednarke、M. Hen- ninger 和 J. K. Alford，Kernel Flux：一种用于在自然人类体验期间进行脑活动成像的全头式432通道光泵脑磁图（OP-MEG）系统，载于 *Optical and Quantum Sensing and Precision Metrology* 11700, ，由 S. M. Shahriar 和 J. Scheuer 编，国际光学与光子学学会（SPIE，2021），第1170032页。[26] V. Lucivero、W. Lee、N. Dural 和 M. Romalis，利用单个多程池实现的飞特斯拉级直接磁梯度仪，《物理评论：应用》**15**，014004（2021）。[27] A. R. Perry、M. D. Bulatowicz、M. Larsen、T. G. Walker 和 R. Wyllie，在地球尺度磁场中具有低于20 fT/cm/√Hz灵敏度的全光学本征原子梯度仪，《光学快报》**28**，36696（2020）。[28] M. N. Nabighian，具有多边形截面的二维磁性体的解析信号：其性质及在自动异常解释中的应用，《地球物理学》**37**，507（1972）。[29] M. N. Nabighian，借助广义希尔伯特变换对位场数据进行三维自动解释：基本关系，《地球物理学》**49**，780（1984）。[30] W. R. Roest、J. Verhoef 和 M. Pilkington，利用三维解析信号进行磁异常解释，《地球物理学》**57**，116（1992）。[31] J. B. Nelson，根据总场梯度测量计算磁梯度张量及其在地球物理解释中的应用，《地球物理学》**53**，957（1988）。[32] W. E. Bell 和 A. L. Bloom，光驱动的自旋进动，《物理评论快报》**6**，280（1961）。

[33] S. Appelt、A. B.-A. Baranga、C. J. Erickson、M. V. Ro- malis、A. R. Young 和 W. Happer，氦的自旋交换光泵浦理论 ^{3}He 和 ^{129}Xe，《物理评论A辑》**58**，1412（1998）。[34] V. Shah 和 M. V. Romalis，利用椭圆偏振光实现自旋交换弛豫无关磁力测量，《物理评论A辑》**80**，013416（2009）。[35] B. Cai、C.-P. Hao、Z.-R. Qiu、Q.-Q. Yu、W. Xiao 和 D. Sheng，Herriott腔辅助的全光学原子矢量磁力仪，《物理评论A辑》**101**，053436（2020）。[36] Q.-Q. Yu、S.-Q. Liu、C.-Q. Yuan 和 D. Sheng，利用单束振幅调制光束实现无光频移、无盲区的原子定向标量磁力测量，《物理评论：应用》**18**，014015（2022）。[37] W. Happer，光泵浦，《现代物理评论》**44**，169（1972）。[38] R. C. Jones，光学系统处理的新演算 I：演算的描述与讨论，《美国光学学会杂志》**31**，488（1941）。[39] J. P. Jacobs，博士论文，华盛顿大学（1991）。[40] S. Li、P. Vachaspati、D. Sheng、N. Dural 和 M. V. Romalis，在多程池中由铷蒸气产生超过100 rad的光学旋光，《物理评论A辑》**84**，061403（2011）。[41]M. V. Romalis、E. Miron 和 G. D. Cates，^{3}He、^{4}He、N_2, 和氙对铷 D_1 和 D_2 谱线的压力展宽：谱线中心与近翼，物理评论A辑 **56**，4569（1997）。[42] T. Scholtes、V. Schultze、R. IJsselsteijn、S. Woetzel 和 H.-G. Meyer，采用微型铯池的光变窄光泵磁力仪，物理评论A辑 **84**，043416 2011（）。[43] B. Patton、E. Zhivun、D. C. Hovde 和 D. Budker，全光学矢量原子磁力仪，物理评论快报 **113**，013001（2014）。[44] H. Zheng、Z. Sun、G. Chatzidrosos、C. Zhang、K. Naka- mura、H. Sumiya、T. Ohshima、J. Isoya、J. Wrachtrup、A. Wickenbrock 和 D. Budker，利用金刚石中沿单一轴排列的氮-空位中心实现无微波矢量磁力测量，物理评论应用 **13**，044023（2020）。[45] B. Wang、X. Peng、W. Xiao 和 H. Guo，采用基于对准的纵向参数共振的三轴各向同性灵敏度氦磁力仪，物理评论A辑 **106**，063102（2022）。[46] W. Lee、V. G. Lucivero、M. V. Romalis、M. E. Limes、E. L. Foley 和 T. W. Kornack，地磁场中全光学碱金属蒸气磁力仪的航向误差，物理评论A辑 **103**，063103（2021）。