# 双亚晶格磁性绝缘体及磁振子结中磁振子输运的完整量子理论

张天一[1] 和韩秀峰[1, 2, 3*1]. *Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, University of Chinese Academy of Sciences, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*
*2. Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*
*3. Songshan Lake Materials Laboratory, Dongguan, Guangdong 523808, China*（日期: 2023年4月5日）

arXiv:2304.01930v1 [cond-mat.mes-hall] 4 Apr 2023

磁振子是磁性系统中的一种基本激发，可以携带并传递角动量。由于磁振子输运过程中不会产生焦耳热，过去十年来，磁振子输运研究受到了广泛关注。近期，研究人员采用完整量子理论研究了铁磁绝缘体（FMIs）中的磁振子输运。然而，实验中最常用的磁性绝缘材料钇铁石榴石（YIG）是一种亚铁磁绝缘体（FIMI）。因此，有必要建立一套适用于亚铁磁绝缘体中磁振子输运的完整量子理论。在此，我们提出一种格林函数形式，用于计算亚铁磁绝缘体和反铁磁绝缘体中的磁振子体电流与界面电流。我们研究了由温度阶跃或自旋化学势阶跃产生的亚铁磁绝缘体和反铁磁绝缘体中的磁振子流空间分布及其温度依赖性。在反铁磁绝缘体中，温度阶跃在两个子晶格中产生的磁振子流彼此抵消。随后，我们使用格林函数形式对磁振子结效应进行了数值模拟，结果显示磁振子结比接近100%。本研究展示了运用完整量子理论研究特定磁振子器件中磁振子输运的潜力。

磁振子是磁性系统中的基本激发[1–3], ，由于能够携带并传递角动量，因此具有作为信息载体的潜力。与电子相比，使用磁振子传输信息主要有三大优势：首先，磁振子输运不会产生焦耳热。Xiao 等人的研究表明，磁振子可以在磁性绝缘体中传输 [4], ，从而避免焦耳热的产生。其次，磁振子是传输 GHz 或 THz 信息的理想载体[5–9]。在铁磁体和反铁磁体中激发的相干磁振子，其本征频率范围分别为 GHz 至 THz，这正是有待开发的频谱。第三，磁振子流有多种注入和探测方式。磁振子的注入方式包括微波天线 [10–12], 、自旋塞贝克效应（SSE） [4, 13–16], 和自旋霍尔效应（SHE） [17]；探测方式包括布里渊光散射 [18] 和逆自旋霍尔效应（ISHE）[19, 20]。近年来，涉及磁振子的自旋输运研究日益增多，例如磁振子介导的拖曳效应 [21, 22], 、磁振子阀效应 [23–25], 和磁振子结效应 [26]。类似于微电子器件中的金属氧化物半导体场效应晶体管（MOSFET），由铁磁绝缘体（FMI1）/反铁磁绝缘体（AFMI）/铁磁绝缘体（FMI2）组成的磁振子结，是一种用于控制磁振子输运通道开闭的基本器件。具体而言，我们可以通过调控两个亚铁磁绝缘体层的磁化状态来控制输出磁振子流的大小。平行态下的输出磁振子流较大，而反平行态下则较小。

为了进一步理解这一实验现象，人们提出了许多用于研究磁振子输运的理论。例如，最初由Landau和Lifshitz提出、后来由Gilbert修正的LLG方程 [27]是一种广泛用于计算磁振子积累和输运的经典方程 [28, 29]。磁振子薛定谔方程 [30–37] 也用于研究磁振子的波动性质及其相干输运。磁振子玻尔兹曼函数 [38–41] 则从粒子视角描述磁振子输运。最近，Duine等人提出了格林函数形式 [42, 43] ，用于描述有各向异性项和无各向异性项的亚铁磁绝缘体中的磁振子输运。这种方法的优点在于，格林函数形式提供了描述磁振子输运的完整量子理论，便于考虑无序以及磁振子与其他粒子或准粒子的耦合。在实验中，最常用的磁性材料之一是钇铁石榴石（YIG），它是一种亚铁磁绝缘体（FIMI），因此需要建立适用于亚铁磁绝缘体的格林函数形式。

本文解析推导了亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中磁振子输运的格林函数形式。我们证明，在亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中存在两种彼此不相互作用的有效磁振子流。因此，对于这两类磁振子，只考虑位点能量和次近邻跃迁能是合理的。我们还研究了

* xfhan@iphy.ac.cn

温度或自旋化学势阶跃在亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中激发的磁振子流的空间分布，并计算了磁振子流的温度依赖性，结果与先前的研究一致 [22]。此外，我们研究了磁振子结中的磁振子输运，模拟了磁振子结效应，结果显示磁振子结比接近 100%。我们的工作表明，可以利用格林函数形式研究特定磁振子器件中的磁振子输运。

考虑最近邻和次近邻海森堡交换相互作用时，FIMI 或 AFMI 的哈密顿量可表示如下：

$$\begin{aligned}\hat{H} = & -J_{AB}\sum_{<i,m>}\hat{\boldsymbol{S}}_i\cdot\hat{\boldsymbol{S}}_m - J_A\sum_{\ll i,j\gg}\hat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{i}}\cdot\hat{\boldsymbol{S}}_j \\ & -J_B\sum_{\ll m,n\gg}\hat{\boldsymbol{S}}_m\cdot\hat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{n}} - h_{\text{ext}}\left(\sum_i\mu_A\hat{S}_i^z\right. \\ & \left.+\sum_m\mu_B\hat{S}_m^z\right)\end{aligned} \tag{1}$$

其中，$<>$ 表示对最近邻求和，$\ll\gg$ 表示对次近邻求和。$J_{AB}$ 和 $J_{A(B)}$分别表示最近邻和次近邻海森堡交换相互作用的强度。$\boldsymbol{S_{i(m)}}$ 表示 A（B）子晶格上的自旋，$\mu_{A(B)}$ 表示 A（B）子晶格上的磁矩。$h_{ext}$ 表示沿 z 方向施加的外加磁场。通过 Holstein-Primakoff（HP）变换、[2], 傅里叶变换和 Bogoliubov 变换（详见补充材料 [44]），可得

$$\begin{aligned}\hat{H} = & \sum_k\left[\left[\frac{A_k-B_k}{2}+\frac{\sqrt{(A_k+B_k)^2-4C_k^2}}{2}\right]\hat{\alpha}_k^\dagger\hat{\alpha}_k\right. \\ & \left.+\left[\frac{-A_k+B_k}{2}+\frac{\sqrt{(A_k+B_k)^2-4C_k^2}}{2}\right]\hat{\beta}_k^\dagger\hat{\beta}_k\right]+const \\ \equiv & \sum_k\left(w_k^\alpha\hat{\alpha}_k^\dagger\hat{\alpha}_k+w_k^\beta\hat{\beta}_k^\dagger\hat{\beta}_k\right)+const\end{aligned} \tag{2}$$

其中，$\hat{}\alpha_k\left(\hat{}\beta_k\right)$、$\hat{}\alpha_k^\dagger\left(\hat{}\beta_k^\dagger\right)$ 分别是 A（B）子晶格上的磁振子湮灭算符和产生算符。$A_k \equiv -2J_AS_A\gamma_{k,nn} - J_{AB}S_BN_n + 2J_AS_AN_{nn} + h_{ext}\mu_A$、$B_k \equiv -2J_BS_B\gamma_{k,nn} - J_{AB}S_AN_n + 2J_BS_BN_{nn} - h_{ext}\mu_B$、$C_k \equiv -J_{AB}\sqrt{S_AS_B}\gamma_{k,n}$、$N_n$、$N_{nn}$ 分别表示最近邻和次近邻的位点数。对于一维原子链模型，$N_n = N_{nn} = 2$、$\gamma_{k,n} = 2cos\ (ka)$、$\gamma_{k,nn} = 2cos\ (2ka)$，其中 $a$ 是最近邻位点间的距离。因此，在 FIMI 或 AFMI 中，磁振子流都可以分解为两个互不耦合、极性相反的磁振子流。具体而言，在 AFMI 中，$J_A = J_B$、$S_A = S_B$、$\mu_A = \mu_B$；但在 FIMI 中，上述等式不成立。

式（2）表明，对于亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体，考虑最近邻和次近邻海森堡交换相互作用后，仍可认为其中存在两类彼此独立的磁振子。对式（2）进行傅里叶变换，将亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体的哈密顿量转换到坐标空间，可得

$$w_k^{\alpha(\beta)} = \sum_{n=0}^{\infty}2A_n\left(B_n\right)cos\left(nka\right) \tag{3}$$

其中，$A_0$（$B_0$）和 $A_1$（$B_1$）分别表示 A（B）子晶格上磁振子的在位跃迁能和最近邻跃迁能。于是，哈密顿量可写为

$$\hat{H} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{i,j}\delta\left(i-j\pm n\right)\left(A_n\alpha_i^\dagger\alpha_j + B_n\beta_i^\dagger\beta_j\right) \tag{4}$$

由式（2~4）可知，对于一维原子链模型 $A_{2n+1} = B_{2n+1} = 0$ (n $= 0, 1, 2 \cdots$)，这意味着磁振子只能在彼此相距偶数个晶格常数的格点之间传播。我们研究了傅里叶展开系数随展开阶数的变化。对于反铁磁绝缘体，采用以下参数 [45, 46]：$J_{AB} = -0.002$ eV、$J_A = J_B = 0.02$ eV、$S_A = S_B = 1$；对于亚铁磁绝缘体，采用以下合理参数 [29]：$J_{AB} = -0.005$ eV、$J_A = 0.05$ eV、$J_B = 0.01$ eV、$S_A = 1$、$S_B = 1.5$，如图 1 所示。可以看出，对于反铁磁绝缘体和亚铁磁绝缘体，展开系数的奇数阶部分始终为 0，而偶数阶部分在 n $> 4$ 时趋近于 0，这表明只需保留两项 $A_0$ ($B_0$) 和 $A_2$ ($B_2$)。

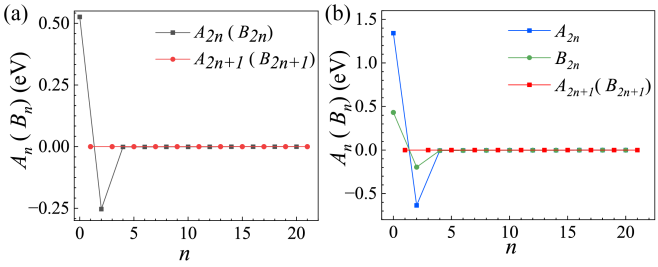


图 1. AFMI（a）和 FIMI（b）的傅里叶展开系数随展开阶数 n 的变化。

接下来，我们研究 FIMI 或 AFMI 中的磁振子输运，仅考虑两项 $A_0$（$B_0$）和 $A_2$（$B_2$）。图 2 展示了说明磁振子流通过 FIMI 或 AFMI 输运的示意图。在该装置中，FIMI 或 AFMI 与两个重金属（HMs）相连，其温度分别为 $T_R$、$T_L$，自旋化学势分别为 $\mu_L$、$\mu_R$。磁振子流由两个重金属之间的温度差或自旋化学势差驱动。为了计算体磁振子流，我们首先需要计算推迟格林函数和超前格林函数。这可以通过使用戴森方程来实现

$$\mathcal{G}^{R(A)}(\varepsilon) = \left[\varepsilon^{+(-)} - H - \hbar\Sigma^{R(A)}(\varepsilon)\right]^{-1} \tag{5}$$

其中，$\mathcal{G}^{R(A)}$ 是延迟（超前）格林函数，$\varepsilon^{+(-)} = \varepsilon + (-)i\eta$，$\eta$ 是一个无穷小正数，H 是亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中磁振子的哈密顿量，而 $\Sigma^{R(A)}(\varepsilon)$ 是延迟（超前）自能，用于描述亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体与外部系统之间的耦合。对于亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体，其哈密顿量为

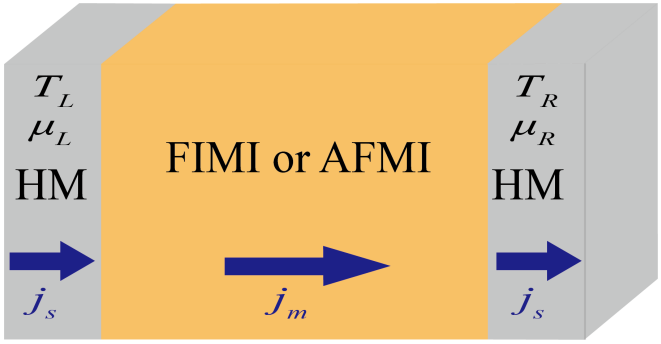


图 2. 示意图展示了由温度或自旋化学势差驱动的磁振子流在亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中的传输。

$$\begin{aligned}\hat{H} = & \sum_{i,j}[(A_0\ \delta_{i,j} + A_2\ \delta_{i,j\pm2})\hat{\alpha}_i^{\dagger}\hat{\alpha}_j \\ & +(B_0\delta_{i,j} + B_2\delta_{i,j\pm2})\hat{\beta}_i^{\dagger}\hat{\beta}_j]\end{aligned} \tag{6}$$

而自能由三项组成$\Sigma^{R(A)}(\varepsilon) = \Sigma_C^{R(A)}(\varepsilon) + \sum_{r\in\{L,R\}}\Sigma_r^{R(A)}(\varepsilon)$，其中

$$\Sigma_{C\ i,j}^{R(A)}(\varepsilon) = \mp i\alpha(\varepsilon-\mu_C)\delta_{i,j}/\hbar,$$

$$\Sigma_{L\ i,j}^{R(A)} = \mp i\eta^L(\varepsilon-\mu_L)\delta_{i,j}(\delta_{j,1}+\delta_{j,2})/\hbar$$

$$\Sigma_{R\ i,j}^{R(A)} = \mp i\eta^R(\varepsilon-\mu_R)\delta_{i,j}(\delta_{j,N}+\delta_{j,N-1})/\hbar \tag{7}$$

分别为亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中由吉尔伯特阻尼引起的推迟（超前）自能，以及与左侧重金属和右侧重金属的连接。其中，$\alpha$ 是亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中的吉尔伯特阻尼，$\hbar$ 是约化普朗克常数，$\eta^{L(R)}$ 是表征与左、右重金属耦合的参数 [43, 47]，$\mu_{L(R)}$ 是左侧（右侧）重金属的自旋化学势，$\mu_C$ 是亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体的磁振子势。

其次，我们可以利用 Langreth 规则计算磁振子密度矩阵 [43]

$$\rho = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{2\pi}\left[\mathcal{G}^R(\varepsilon)\, i\hbar\Sigma^{<}(\varepsilon)\,\mathcal{G}^A(\varepsilon)\right] \tag{8}$$

其中，较小自能可通过以下方式计算

$$\begin{aligned}\Sigma^{<}(\varepsilon) = & \Sigma_C^{<}(\varepsilon) + \sum_{r\in\{L,R\}}\Sigma_r^{<}(\varepsilon) \\ = & 2iN_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_C}{k_BT_C}\right)Im\left(\Sigma_C^R(\varepsilon)\right) \\ & +\sum_{r\in\{L,R\}}2iN_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_r}{k_BT_r}\right)Im\left(\Sigma_r^R(\varepsilon)\right)\end{aligned} \tag{9}$$

其中 $N_B(x) = \frac{1}{e^x-1}$ 是玻色-爱因斯坦分布。然后，我们可以利用海森堡运动方程计算体磁振子流。

$$\hbar\frac{d<\alpha_i^{\dagger}\alpha_i>}{dt} = \sum_j -i\left(h_{i,j}\rho_{j,i} - h_{j,i}\rho_{i,j}\right) = \sum_j j_{m;i,j} \tag{10}$$

其中 $j_{m;i,\ j}$ 表示从位点 i 到位点 j 的磁振子流，$h$ 是 $\alpha$ 模磁振子的哈密顿量。式（10）表明，位点 i 的磁振子数变化是由从位点 i 流向其他位点的所有磁振子流引起的。

根据 [22], , 铁磁层的磁化反转对自旋霍尔效应（SHE）诱导的磁振子流传输没有影响。然而，对于自旋塞贝克效应（SSE）诱导的磁振子流，铁磁层磁化方向相反会产生符号不同的磁振子，从而导致输出电压信号的符号相反。因此，我们假设极性相反的磁振子经历等效的自旋电压，但温度梯度方向相反。

格林函数形式也可用于计算界面磁振子流。利用 Landauer-B¨uttiker 公式 [43], , 我们发现 FIMI 或 AFMI 与 HMs 之间界面处的磁振子流可表示为：

$$\begin{aligned}j_{L(R)}^m = & j_{L(R),\alpha}^m + j_{L(R),\beta}^m \\ = & \int\tfrac{d\varepsilon}{2\pi}\left[N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_{L(R)}}{k_BT_{L(R)}}\right) - N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_R(L)}{k_BT_R(L)}\right)\right]T_{b,\alpha}(\varepsilon) \\ & + \int\tfrac{d\varepsilon}{2\pi}\left[N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_{L(R)}}{k_BT_{L(R)}}\right) - N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_C}{k_BT_{AFMI}}\right)\right]T_{f,\alpha}(\varepsilon) \\ & + \int\tfrac{d\varepsilon}{2\pi}\left[N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_{L(R)}}{k_BT_R(L)}\right) - N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_R(L)}{k_BT_{L(R)}}\right)\right]T_{b,\beta}(\varepsilon) \\ & + \int\tfrac{d\varepsilon}{2\pi}\left[N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_{L(R)}}{k_BT_{AFMI}}\right) - N_B\left(\tfrac{\varepsilon-\mu_C}{k_BT_{L(R)}}\right)\right]T_{f,\beta}(\varepsilon)\}\end{aligned} \tag{11}$$

其中传输函数

$$\begin{aligned}T_{b,i}(\varepsilon) \equiv & Tr\left[\hbar\Gamma_{L(R),i}(\varepsilon)\,\mathcal{G}_i^R(\varepsilon)\,\hbar\Gamma_{R(L),i}(\varepsilon)\,\mathcal{G}_i^A(\varepsilon)\right], \\ T_{f,i}(\varepsilon) \equiv & Tr\left[\hbar\Gamma_{L(R),i}(\varepsilon)\,\mathcal{G}_i^R(\varepsilon)\,\hbar\Gamma_{AFMI}(\varepsilon)\,\mathcal{G}_i^A(\varepsilon)\right]\end{aligned} \tag{12}$$

其中 $i = \alpha\ or\ \beta$ 是具有相反极性的两种磁振子模式，速率为 $\Gamma_{L(R),\ i}(\varepsilon) = -2Im\left(\Sigma_{L(R),i}^R(\varepsilon)\right)$。

格林函数形式可用于计算由不同驱动机制产生的磁振子流，例如温差或自旋化学势差。具体而言，我们采用左右两侧 HMs 之间的温差来模拟由 SSE 激发的磁振子流，并采用左右两侧 HMs 之间的自旋化学势差来模拟由 SHE 激发的磁振子流。为简便起见，我们使用一维原子链模型。

为研究由 SSE 和 SHE 激发的 AFMI 中磁振子流的空间分布和温度依赖性，我们设定两个重金属之间的温差（$\Delta T$）和自旋化学势差（$\Delta\mu$）。相应结果如图 3 所示。图 3(a) 中，我们计算了 AFMI 中由 SSE 激发的磁振子流的空间分布。模拟所用参数设定为 $A_0 = B_0 = 0.5$ eV、$A_2 = B_2 = -0.25$ eV、总格点数 $N = 100$、外加磁场 $h_{ext} = 0$、自旋化学势 $\mu_L = \mu_R = 0$、$\eta^L = \eta^R = 8$、温度 $k_BT_{AFMI} = 0.26$ eV、$T_L = 1.2\ T_{AFMI}$、$T_R = 0.8\ T_{AFMI}$、磁振子势 $\mu_{AFMI} = 0$ 以及 Gilbert 阻尼 $\alpha_{AFMI} = 0.001$ [48]。

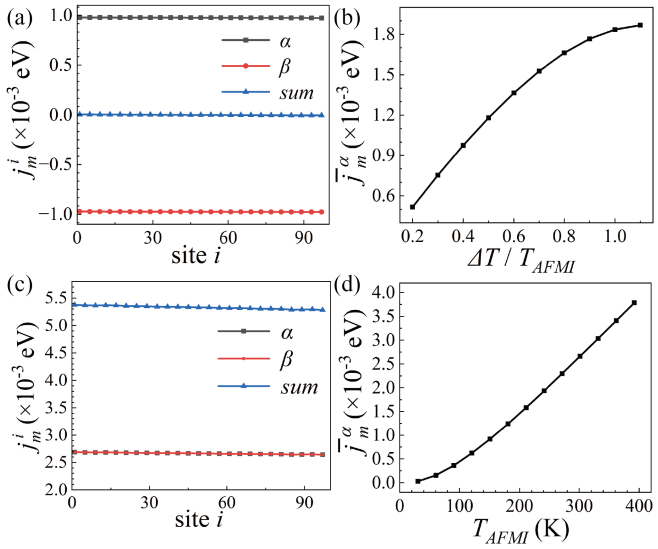


图 3. 反铁磁绝缘体中由 SSE（a、b）和 SHE（c、d）激发的磁振子流的空间分布和温度依赖性。

我们可以看到，由 $\alpha$ 和 $\beta$ 模式磁振子组成的磁振子流符号相反，但绝对值相同，因此 $\alpha$ 和 $\beta$ 模式的磁振子流相互抵消，总磁振子流 $j_m^{sum}$ 为 0。随后，我们固定左侧重金属的温度 $T_L = 1.2\ T_{AFMI}$，改变右侧重金属的温度 $T_R$，并对 100 个格点的所有 $\alpha$ 模式磁振子流取平均。平均 $\alpha$ 模式磁振子流 $j_m^{\alpha}$ 的温度依赖性如图 3(b) 所示。我们可以看到，$j_m^{\alpha}$ 与左右两侧重金属之间的温差 $\Delta T = T_L - T_R$ 呈正相关，并且随着 $\Delta T$ 增大，$\Delta T$ 对 $j_m^{\alpha}$ 的影响逐渐减弱。随后，我们计算了 AFMI 中由 SHE 激发的磁振子流的空间分布，见图 3(c)。自旋化学势 $\mu_L = 0.1A_0$、$\mu_R = 0$，温度 $k_B T_{AFMI} = 0.026$ eV、$T_L = T_R = T_{AFMI}$。我们可以看到，对于由 SHE 激发的磁振子流，$\alpha$ 和 $\beta$ 模式磁振子对总磁振子流分量的贡献相同。接着，我们同时改变左侧重金属、AFMI 和右侧重金属的温度，并计算平均 $\alpha$ 模式磁振子流的温度依赖性，如图 3(d) 所示。我们可以看到，$j_m^{\alpha}$ 随着 $T_{AFMI}$ 的增大而增大。这可以解释为，随着 $T_{AFMI}$ 增大，子晶格 $n_\alpha(\varepsilon)$ 中的 $\alpha$ 模式磁振子数量 $= \frac{1}{e^{\varepsilon / k_B T_{AFMI}} - 1}$ 增加，因此参与输运的磁振子也随之增多。

然后我们计算了如图 4 所示，由自旋塞贝克效应和自旋霍尔效应激发的亚铁磁绝缘体中磁振子流的空间分布和温度依赖性。在图 4(a) 中，我们计算了亚铁磁绝缘体中由自旋塞贝克效应激发的磁振子流的空间分布。模拟所用参数设置为 $A_0 = 1.3$ eV、$B_0 = 0.43$ eV、$A_2 = -0.6$ eV、$B_2 = -0.2$ eV，格点数 N $= 100$，外加磁场为 $h_{ext} = 0$，自旋化学势为 $\mu_L = \mu_R = 0$、$\eta^L = \eta^R = 8$，温度为 $k_B T_{AFMI} = 0.026$eV、$T_L = 1.2\ T_{AFMI}$、$T_R = 0.8\ T_{AFMI}$，磁振子势为 $\mu_{FIMI} = 0$，吉尔伯特阻尼为 $\alpha_{FIMI} = 0.001$。我们可以看到，尽管由 $\alpha$ 和 $\beta$ 模式磁振子产生的磁振子流符号相反，但二者并不会相互抵消，这意味着亚铁磁绝缘体中的总磁振子流 $j_m^{sum}$ 不等于 0。随后我们固定左侧重金属的温度 $T_L = 1.2\ T_{AFMI}$，改变右侧重金属的温度 $T_R$，计算位点平均磁振子流 $j_m^{\alpha}$、$j_m^{\beta}$、$j_m^{sum}$ 对温差的依赖性，结果如图 4(b) 所示。我们可以看到，随着左右两侧重金属之间的温差 $\Delta T$ 增大，$j_m^{\alpha}$、$j_m^{\beta}$、$j_m^{sum}$ 的绝对值也随之增大。对于亚铁磁绝缘体中由自旋霍尔效应激发的磁振子流，我们将参数设置为自旋化学势 $\mu_L = 0.1A_0$、$\mu_R = 0$，温度为 $k_B T_{AFMI} = 0.026$ eV、$T_L = T_R = T_{AFMI}$，并计算磁振子流的空间分布。从图 4(c) 可以看到，在亚铁磁绝缘体中，由于 $\alpha$ 和 $\beta$ 模式磁振子之间的现场能和次近邻跃迁能不同，由这两类磁振子构成的磁振子流也不相同。随后我们同时改变整个系统的温度，并计算平均磁振子流 $j_m^{\alpha}$、$j_m^{\beta}$、$j_m^{sum}$ 的温度依赖性。从图 4(d) 可以看到，$j_m^{\alpha}$、$j_m^{\beta}$、$j_m^{sum}$ 都随着系统温度的升高而增大，这是由于两个子晶格中的磁振子数量增加所致。

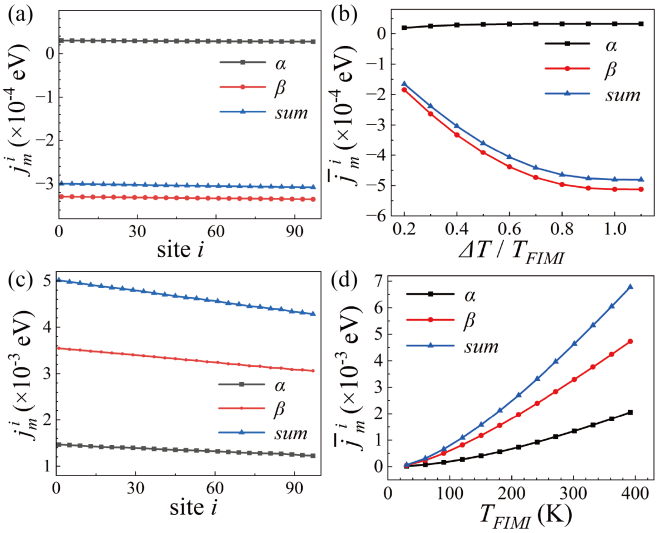


图 4. 亚铁磁绝缘体中由 SSE（a、b）和 SHE（c、d）激发的磁振子流的空间分布和温度依赖性。

磁振子结是一种磁振子导电器件，由 FMI1/反铁磁绝缘体/FMI2 结构组成，在两个铁磁绝缘体层处于平行态和反平行态时具有较高的开关比。我们可以使用格林函数形式来模拟磁振子结效应。该模型包括一个磁振子结和两个重金属引线，如图所示。

5. 将 FMI1 的磁化固定为向上方向，并使 FMI2 的磁化在向上和向下状态之间变化，即可将磁振子结设为平行态或反平行态。该系统的哈密顿量

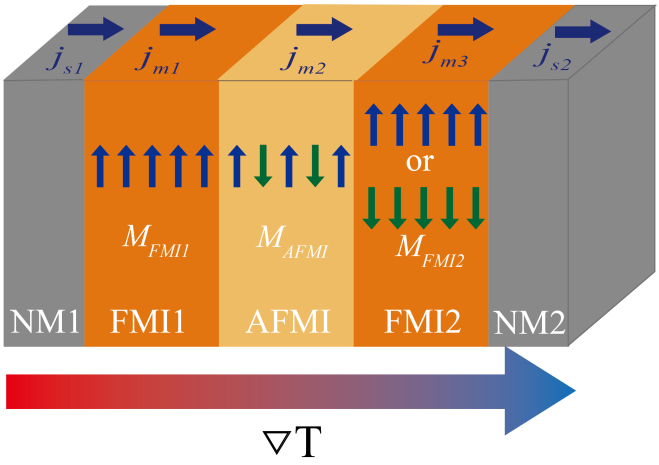


图 5. 温度梯度驱动的磁振子流通过磁振子结传输的示意图。

磁振子结由五个部分组成

$$\hat{H} = \hat{H}_{FMI1} + \hat{H}_{AFMI} + \hat{H}_{FMI2} + \hat{H}_{FMI1,AFMI} + \hat{H}_{FMI2,AFMI} \tag{13}$$

其中，$\hat{H}_{FMI1}$、$\hat{H}_{AFMI}$、$\hat{H}_{FMI2}$分别是 FMI1、反铁磁绝缘体和 FMI2 的哈密顿量，$\hat{H}_{FMI1,AFMI}$、$\hat{H}_{FMI2,AFMI}$ 分别是 FMI1 与反铁磁绝缘体、FMI2 与反铁磁绝缘体之间的耦合。仅考虑现场跃迁能和次近邻跃迁能。对于平行态：

$$\hat{H}_{FMI1(2)} = \sum_{i,j}[(A_0^{FMI1(2)}\ \delta_{i,j} + A_2^{FMI1(2)}\ \delta_{i,j\pm2})]\hat{\alpha}_i^{\dagger}\hat{\alpha}_j \tag{14}$$

$$\hat{H}_{AFMI} = \sum_{i,j}[(A_0^{AFMI}\ \delta_{i,j} + A_2^{AFMI}\ \delta_{i,j\pm2})\hat{\alpha}_i^{\dagger}\hat{\alpha}_j + (B_0^{AFMI}\delta_{i,j} + B_2^{AFMI}\delta_{i,j\pm2})\hat{\beta}_i^{\dagger}\hat{\beta}_j] \tag{15}$$

$$\hat{H}_{FMI1(2),AFMI} = J_{FMI1(2),AFMI}(\hat{\alpha}^{\dagger}_{end(1),FMI1(2)}\hat{\alpha}_{1(end),AFMI} + \hat{\alpha}^{\dagger}_{end(1),FMI1(2)}\hat{\beta}_{1(end),AFMI}) + H.c. \tag{16}$$

，对于反平行态，$\hat{\alpha}$ ($\hat{\alpha}^{\dagger}$) 中 $\hat{H}_{FMI2}$ 的哈密顿量以及 $\hat{\alpha}_{FMI2}$ ($\hat{\alpha}^{\dagger}_{FMI2}$) 中 $\hat{H}_{FMI2,\ AFMI}$ 的哈密顿量均替换为 $\hat{\beta}$($\hat{\beta}^{\dagger}$) 和 $\hat{\beta}_{FMI2}$($\hat{\beta}^{\dagger}_{FMI2}$)。

我们可以使用方程（11~16）计算磁振子结三个部分中的磁振子流。边界条件设定为：界面处的磁振子流连续，且没有磁振子流从 NM1 注入 FMI1。模拟参数设定如下：A位点能量为 $A_0^{AFMI} = B_0^{AFMI} = 0.5$ eV，最近邻跃迁能为 $A_1^{FMI1} = A_1^{FMI2} = -0.5$ eV，$A_1^{AFMI} = B_1^{AFMI} = -0.25$ eV，两种磁振子的耦合能为 $J_{FMI1,AFMI} = J_{FMI2,AFMI} = 1$ eV，两个重金属层的自旋化学势为 $\mu_{NM1} = \mu_{NM2} = 0$，温度为 $k_B T_{NM1} = 0.026$ eV，$T_{FMI1} = 0.9\ T_{NM1}$, $T_{AFMI} = 0.8\ T_{NM1}$, $T_{FMI2} = 0.7\ T_{NM1}$, $T_{NM2} = 0.6\ T_{NM1}$，总位点数为 $N_{FMI1} = N_{AFMI} = N_{FMI2} = 20$，与两个重金属层的耦合为 $\eta^{L(R)} = 8$，吉尔伯特阻尼常数为 $\alpha_{FMI1} = \alpha_{FMI2} = 0.01$, $\alpha_{AFMI} = 0.001$（不同部分的自能详情见补充材料 [44]）。边界条件构成一个一阶非线性方程组，我们可以得到$\mu_{FMI1}$, $\mu_{AFMI}$, $\mu_{FMI2}$的近似解。

磁化平行时，磁振子势分别为$\mu_{FMI1} = 20$ meV、$\mu_{AFMI} = 5.3$ meV、$\mu_{FMI2} = 18$ meV，FMI2 与 HM2 界面处的磁振子流为 $6.53 \times 10^{-4}$ eV；磁化反平行状态时，磁振子势分别为 $\mu_{FMI1} = -37$ meV、$\mu_{AFMI} = 5.2$ meV、$\mu_{FMI2} = -36.8$ meV，FMI2 与 HM2 界面处的磁振子流为$4.79 \times 10^{-7}$ eV。这表明磁振子结比接近 100 %，此处磁振子结比为 MJR $= (J_{m,\uparrow\uparrow} - J_{m,\uparrow\downarrow})/(J_{m,\uparrow\uparrow} + J_{m,\uparrow\downarrow})$，其中 $J_{m,\uparrow\uparrow}$ 和 $J_{m,\uparrow\downarrow}$ 分别表示磁化平行和磁化反平行状态下的输出磁振子流。

总之，我们提出了一种格林函数形式，用于研究反铁磁绝缘体或亚铁磁绝缘体中的磁振子输运。这是一种研究双亚晶格磁性绝缘体中磁振子输运的完整量子理论。我们研究了亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体中由温度阶跃或自旋化学势阶跃产生的磁振子流的空间分布和温度依赖性。结果表明，两个子晶格中的磁振子流均与温度呈正相关；在反铁磁绝缘体中，温度阶跃在两个子晶格中产生的磁振子流彼此抵消。此外，我们使用格林函数形式对磁振子结效应进行了数值模拟，所得磁振子结比接近 100%。我们的工作表明，完整量子理论有望用于研究特定磁振子器件中的磁振子输运。

本研究得到中国国家重点研发计划（MOST）（项目编号：2022YFA1402800）和国家自然科学基金（NSFC）（项目编号：51831012、12134017）的资助，并得到战略性先导科技专项（B类）（项目编号：XDB33000000）的部分资助。

[1] A. V. Chumak、V. ? Vasyuchka、A. ? Serga 和 B. Hillebrands, 《磁振子自旋电子学》, 《自然·物理》**11**, 453（2015）。[2] H. Y. Yuan、Y. Cao、A. Kamra、R. A. Duine 和 P. Yan, 《量子磁振子学：当磁振子自旋电子学遇上量子信息科学》, 《物理学报告》**965**, 1（2022）。[3] F. Bloch, 《铁磁理论》, Zeitschrift für Physik **61**, 206（1930）。[4] J. Xiao、G. E. W. Bauer、K.-c. Uchida、E. Saitoh 和 S. Maekawa, 《磁振子驱动的自旋塞贝克效应理论》, 《物理评论B》**81**, 214418（2010）。[5] J. D. Adam, 《利用微波磁学进行模拟信号处理》, 《IEEE会刊》**76**, 159（1988）。[6] V. Cherepanov、I. Kolokolov 和 V. L"Vov, 《钇铁石榴石的传奇：复杂磁体中磁振子的谱、热力学、相互作用与弛豫》, 《物理学报告》**229**, 81（1993）。[7] J. M. Owens、J. H. Collins 和 R. L. Carter, 《静磁波器件的系统应用》, Circuits Systems and Signal Processing **4**, 317（1985）。[8] T. Balashov、P. Buczek、L. Sandratskii、A. Ernst 和 W. Wulfhekel, 《磁性薄膜中的磁振子色散》, J Phys Condens Matter **26**, 394007（2014）。[9] T. H. Chuang、K. Zakeri、A. Ernst、Y. Zhang、H. J. Qin、Y. Meng、Y. J. Chen 和 J. Kirschner, 《在 Ir(001) 上生长的 Fe(001)薄膜的磁性及磁振子激发》, 《物理评论B》**89**, 1493（2014）。[10] T. Schneider、A. A. Serga、T. Neumann、B. Hillebrands 和 M. P. Kostylev, 《微带天线激发自旋波的相位互易性》, 《物理评论B》**77**, 214411（2008）。[11] M. Jamali、J. H. Kwon、S. M. Seo、K. J. Lee 和 H. Yang, 《用于逻辑器件应用的自旋波非互易性》, Sci Rep **3**, 3160（2013）。[12] Vladislav, E.、Demidov, Mikhail, P.、Kostylev、Karsten、Rott、Patryk 和 Krzysteczko, 《条带天线激发微波导模》, 《应用物理快报》**95**, 257202（2009）。[13] J.-i. Ohe、H. Adachi、S. Takahashi 和 S. Maekawa, 《自旋塞贝克效应的数值研究》, 《物理评论B》**83**, 115118（2011）。[14] G. E. W. Bauer、E. Saitoh 和 B. J. van Wees, 《自旋热电子学》, 《自然·材料》**11**, 391（2012）。[15] H. Yu、S. D. Brechet 和 J.-P. Ansermet, 《自旋热电子学：起源与展望》, 《物理快报A》**381**, 825（2017）。[16] S. M. Rezende、R. Rodrguez-Surez、R. O. Cunha、A. R. Rodrigues、F. Machado、G. Guerra、J. Ortiz 和 A. Azevedo, 《纵向自旋塞贝克效应的磁振子自旋流理论》, 《物理评论B》（2014）。[17] J. Sinova、S. O. Valenzuela、J. Wunderlich、C. ? Back 和 T. Jungwirth, 《自旋霍尔效应》, 《现代物理评论》**87**, 1213（2015）。[18] S. O. Demokritov、B. Hillebrands 和 A. N. Slavin, 《受限自旋波的布里渊光散射研究：线性限制与非线性限制》, 《物理学报告》**348**, 441（2001）。[19] L. K. Werake、B. A. Ruzicka 和 H. Zhao, 《本征逆自旋霍尔效应的观测》, 《物理评论快报》**106**, 107205（2011）。[20] Saitoh, E., Ueda, M., Miyajima, H., Tatara, and G., 室温下自旋流向电荷流的转换：逆自旋霍尔效应, 《应用物理快报》**88**, 182509 (2006). [21] S. S. Zhang and S. Zhang, 磁振子介导的电流拖曳穿过铁磁绝缘层, 《物理评论快报》**109**, 096603 (2012). [22] H. Wu, C. H. Wan, X. Zhang, Z. H. Yuan, Q. T. Zhang, J. Y. Qin, H. X. Wei, X. F. Han, and S. Zhang, 室温下磁振子介导电流拖曳效应的观测, 《物理评论B》**93**, 10.1103/Phys-RevB.93.060403 (2016). [23] H. Wu, L. Huang, C. Fang, B. S. Yang, C. H. Wan, G. Q. Yu, J. F. Feng, H. X. Wei, and X. F. Han, 两种磁性绝缘体之间的磁振子阀效应, 《物理评论快报》**120**, 097205 (2018). [24] L. ? Cornelissen, J. Liu, B. ? van Wees, and R. ? Duine, 自旋流控制的三端磁振子晶体管磁振子自旋电导调制, 《物理评论快报》**120**, 097702 (2018). [25] J. Cramer, F. Fuhrmann, U. Ritzmann, V. Gall, T. Ni-izeki, R. Ramos, Z. Qiu, D. Hou, T. Kikkawa, J. Sinova, U. Nowak, E. Saitoh, and M. Klui, 利用亚铁磁共线多层自旋阀探测磁振子, 《自然通讯》**9**, 1089 (2018). [26] C. Y. Guo, C. H. Wan, X. Wang, C. Fang, P. Tang, W. J. Kong, M. K. Zhao, L. N. Jiang, B. S. Tao, G. Q. Yu, and X. F. Han, 基于YIG/NiO/YIG全绝缘磁振子结的磁振子阀, 《物理评论B》**98**, 10 1103 98 134426 2018 . / PhysRevB. . ( ). [27] T. L. Gilbert, 磁学经典：铁磁材料阻尼的现象学理论, 《IEEE磁学汇刊》**40**, 3443 (2004). [28] U. Ritzmann, D. Hinzke, and U. Nowak, 热诱导磁振子自旋流的传播, 《物理评论B》**89**, 10.1103/PhysRevB.89.024409 (2014). [29] U. Ritzmann, D. Hinzke, and U. Nowak, 双子晶格磁体中的热诱导磁振子积累, 《物理评论B》**95**, 10.1103/PhysRevB.95.054411 (2017). [30] P. Yan, X. S. Wang, and X. R. Wang, 全磁振子自旋转移力矩与畴壁传播, 《物理评论快报》**107**, 177207 (2011). [31] W. Wang, M. Albert, M. Beg, M.-A. Bisotti, D. Chernyshenko, D. Cort´es-Ortu˜no, I. Hawke, and H. Fangohr, Dzyaloshinskii-Moriya相互作用驱动的磁振子畴壁运动, 《物理评论快报》**114**, 087203 2015( ). [32] J. Lan, W. Yu, R. Wu, and J. Xiao, 自旋波二极管, 《物理评论X》**5**, 041049 (2015). [33] C. Jia, D. Ma, A. F. Schffer, and J. Berakdar, 携带轨道角动量的扭曲磁振子束, 《自然通讯》**10**, 2077 (2019). [34] W. Yu, J. Lan, R. Wu, and J. Xiao, 磁性斯涅尔定律与具有Dzyaloshinskii-Moriya相互作用的自旋波光纤, 《物理评论B》**94**, 140410 (2016). [35] Y. W. Xing, Z. R. Yan, and X. F. Han, 一维磁振子晶体中的磁振子阀效应与共振透射, 《物理评论B》**103**, 054425 (2021). [36] Z. Wang, Y. Cao, and P. Yan, 自旋波在异手性界面处的Goos-H¨anchen效应, 《物理评论B》**100**,

064421 (2019). [37] S.-J. Lee, J.-H. Moon, H.-W. Lee, and K.-J. Lee, 非均匀Dzyaloshinskii-Moriya相互作用存在时的自旋波传播, 《物理评论B》**96**, 184433 2017( ). [38] A. Manchon and S. Zhang, 单纳米磁体中非平衡本征自旋力矩理论, 《物理评论B》**78**, 10.1103/PhysRevB.78.212405 (2008). [39] L. J. Cornelissen, K. J. H. Peters, G. E. W. Bauer, R. A. Duine, and B. J. van Wees, 磁性绝缘体中由磁振子化学势驱动的磁振子自旋输运, 《物理评论B》**94**, 10.1103/PhysRevB.94.014412 (2016). [40] T. Liu, W. Wang, and J. Zhang, 集体诱导的反扩散效应与一般磁振子玻尔兹曼输运理论, 《物理评论B》**99**, 10.1103/Phys-RevB.99.214407 (2019). [41] J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jung-wirth, and A. H. MacDonald, 普适的本征自旋霍尔效应, 《物理评论快报》**92**, 126603 (2004). [42] W. P. Sterk, H. Y. Yuan, A. Rckriegel, B. Z. Rameshti, and R. A. Duine, 非局域椭圆磁振子输运的格林函数形式, 《物理评论B》**104**, 10 1103 104 174404 2021 . /PhysRevB. . ( ). [43] J. Zheng, S. Bender, J. Armaitis, R. E. Troncoso, and R. A. Duine, 金属-绝缘体-金属异质结构中自旋输运的格林函数形式, 《物理评论B》**96**, 10.1103/PhysRevB.96.174422 (2017).[44]参见补充材料，其中包含亚铁磁绝缘体或反铁磁绝缘体哈密顿量的显式计算以及自能。[45] D. K¨odderitzsch, W. Hergert, W. M. Temmerman, Z. Szotek, A. Ernst, and H. Winter, 交换相互作用NiO及NiO(100)表面的交换相互作用, 《物理评论B》**66**, 064434（2002）。[46] W.-B. Zhang、Y.-L. Hu、K.-L. Han和B.-Y. Tang，NiO中交换相互作用的压力依赖性，《物理评论B》**74**，054421（2006）。[47] Y. Tserkovnyak、A. Brataas和G. E. Bauer，薄铁磁膜中增强的吉尔伯特阻尼，《物理评论快报》**88**，117601（2002）。[48] T. Moriyama、K. Hayashi、K. Yamada、M. Shima、Y. Ohya和T. Ono，NiO中的本征与非本征反铁磁阻尼，《物理评论材料》**3**，051402（2019）。[49] V. Baltz、A. Manchon、M. Tsoi、T. Moriyama、T. Ono和Y. Tserkovnyak，反铁磁自旋电子学，《现代物理学评论》**90**，015005（2018）。[50] M. V. Costache、M. Sladkov、S. M. Watts、C. Wal和B. Wees，单铁磁体的进动磁化强度所致自旋泵浦的电学检测，《物理评论快报》**97**，216603（2006）。[51] K.-S. Lee、S.-W. Lee、B.-C. Min和K.-J. Lee，自旋霍尔效应诱导垂直磁性层翻转的阈值电流，《应用物理快报》**102**，10.1063/1.4798288（2013）。[52] Y. W. Xing、Z. R. Yan和X. F. Han，平行与反平行磁构型中的自旋波传输比较，《物理评论B》**105**，064427（2022）。[53] J. Barker和G. E. W. Bauer，钇铁石榴石的热自旋动力学，《物理评论快报》**117**，217201（2016）。[54] L.-S. Xie、G.-X. Jin、L. He、G. E. W. Bauer、J. Barker和K. Xia，钇铁石榴石交换相互作用的第一性原理研究，《物理评论B》**95**，014423（2017）。