一种信息论方法
协作式通感一体化
双发射机系统的通信

Mehrasa Ahmadipour 和 Mich`ele Wigger

* LTCI Telecom Paris，IP Paris，91120 帕莱索，法国，电子邮箱：

{mehrasa.ahmadipour,michele.wigger}@telecom-paris.fr

arXiv:2304.01972v1 [cs.IT] 4 Apr 2023

摘要

本文研究了多址信道（MAC）和设备到设备通信中的通感一体化（ISAC）信息论模型。这些模型具有一般性，并将以下情形作为特例：MAC接收机拥有或不拥有完美或不完美的状态信息，以及D2D终端拥有因果状态信息。在这两种设置下，我们提出了协作感知通感一体化方案，其中终端不仅向其他终端传送数据，还传送从先前观测中提取的状态信息。其他终端可以利用这些状态信息来提升其感知性能。事实上，正如示例所示，与以往的非协作方案相比，我们的方案在可达率失真折衷方面有所改进。对于D2D，我们提出了两种方案：一种将状态信息压缩与信道编码分开，另一种则通过混合编码方法将二者结合起来。

I. 引言

下一代无线网络预计将支持若干依赖高精度感知与定位技术的自主智能应用 [1]。智能交通系统就是重要的例子：车辆持续感知环境变化，并同时与已检测到的车辆、基站或中央服务器交换感知信息和数据。此类同时进行感知与数据通信的应用也是本文的研究重点。更具体地说，我们关注多终端

场景，在这些场景中，不同终端彼此通信并交换数据，同时利用反向散射信号实现感知用途。

一种常见但较为简单的处理感知与通信的方法，是将这两项任务分置于彼此独立的系统中，并在两个系统之间分配带宽和功率等可用资源。在我们的信息论模型中，这种系统对应于通信与感知之间的资源共享（例如时分共享）。然而，频谱和硬件成本高昂，因此人们倾向于通过单一波形和单一硬件平台 [2], [3]集成感知与通信任务。大量研究从通信理论或信号处理视角研究通感一体化（ISAC）场景（例如，参见 [4], [5] 及其中的参考文献），主要探讨合适的波形选择；在通感一体化应用中，所采用的波形必须同时服务于感知和通信任务。有趣的是，改变所采用的波形可以实现通信性能与感知性能之间的不同权衡。

通感一体化系统的基本性能极限最早在 [6]中得到研究。具体而言， [6] 基于广义反馈模型提出了一种通感一体化的信息论模型，该模型体现了雷达信号处理中采用的两个基本假设。一方面，广义反馈体现了发射机（Tx）观测到的后向散射信号本质上具有被动性：该信号无法被控制，而是由周围环境决定。另一方面，该模型描述了后向散射信号取决于 Tx 所用波形这一事实。研究提出，采用经典的逐符号平均块失真来衡量 Tx 对独立同分布状态序列的感知性能。 [6], 的作者（另见 [7]）刻画了具有广义反馈的任意离散无记忆信道（DMC）的精确容量–失真权衡。这一量自然地衡量了此类集成系统中提高数据速率与降低感知失真之间的固有权衡。有趣的是，结果表明，最优权衡可通过传统数据通信中使用的标准随机码构造实现；然而，信道输入（因而也包括码字）的统计特性必须进行调整，以满足期望的感知性能。请注意，这一

观察结果与信号处理文献中关于寻找合适信道输入波形的研究一致：这类波形既能满足期望的感知性能，又能实现较高的通信速率。针对离散无记忆广播信道（DMBC），也得到了类似结果 [7] ；在这种信道中，单个发射机与两个接收机通信。因此，DMC 和 DMBC 都是单发射机网络，最优感知就是在感知终端根据信道输入和输出对隐藏状态进行简单的逐符号估计。这种简单的逐符号估计器之所以最优，是因为对于固定的输入序列，广义反馈信道和状态序列都呈现无记忆特性。

当感知终端并非唯一向信道输入信号的终端时，感知场景会变得更有趣，也更具挑战性。在这种情况下，感知所面临的有效干扰未必是无记忆的，因为其他终端的输入也会产生干扰，而且可能具有记忆。在这种情况下，先尝试猜测其他发射机的码字，再根据观测结果和猜测的码字进行逐符号估计，这种策略可以获得较小（因而更优）的失真。 [8],也观察到了这一点，其中通信通过离散无记忆信道进行，状态估计则在接收端进行。在这种情况下，最优的感知策略是先译码发射机的码字，然后根据该码字和观测到的信道输出应用最优的逐符号估计器。类似的策略应用于 [9]中的双发射机单接收机多址信道（MAC）通感一体化场景：通过广义反馈，每个发射机先译出另一个发射机发送的部分数据，然后对译出的码字以及自身的信道输入和输出应用逐符号估计器。事实上， [9] 中的通感一体化方案基于广义反馈多址信道的 Willems 方案：每个发射机将数据编码为两个叠加的码字，其中较低数据层由另一个发射机译出。随后，在下一个码块中，两个发射机都会重复发送这些数据，并将其作为第三个最低层码字的一部分，从而能够协作传输数据。自然而然地， [9] 建议也将译出的这一较低数据层用于感知，即每个发射机不仅对自身的输入和输出应用逐符号估计器，也对这一译出的码字进行估计。本文中，

本文基于会议论文 [10], ，建议不仅利用这一译出的码字交换数据，还用于交换感知信息。通感一体化中交换感知信息的概念，已在信号处理文献中以协作感知的范式加以研究。

因此，我们也将通感一体化中的协作感知概念引入信息论文献，重点研究多址信道（MAC）以及相关的设备到设备通信（D2D），即双向信道。对于多址信道，我们自然地扩展 Willem 编码方案，使其能够通过基于广义反馈链路建立的通信路径，将状态信息从一个发射机传递给另一个发射机。所提出的方案可视为一种独立的信源信道编码方案：每个发射机先压缩获得的输出和输入，以提取状态信息，然后使用纯信道码（此处为 Willems 编码方案）将压缩索引发送给另一台发射机。与先前不包含协作感知的通感一体化方案 [9]相比，所提出的方案具有更优的感知性能，因而实现了更优的失真-容量折衷。对于设备到设备通信，我们提出了一种类似的协作感知通感一体化方案，该方案基于信源信道分离，并采用 Han 双向信道方案。此外，我们还提出了一种改进方案，该方案基于联合信源信道编码（JSCC），具体采用混合编码。我们证明，这两种简单的协作感知方案都能提升性能。在多址信道和设备到设备通信场景中，对于给定的感知失真，我们所提方案实现的最大速率均为关于失真对的严格凹函数，因此也优于经典的时间共享或资源共享策略。

近年来，其他多项信息论研究分析了通感一体化系统的基本极限，例如 [11]–[14]。例如， [14] 分析了具有保密约束的系统，而 [11]–[13] 研究了信道依赖于单一固定参数的情形，其中发射机或传感器节点希望根据反向散射信号估计该参数。因此，他们的模型适用于估计参数变化速度远慢于信道符号周期的场景。具体而言，在 [12] 中，感知（参数估计）由发射机执行；而在 [11] 中，则由一台靠近发射机但与其不共址的传感器执行

发射机。 [13] 研究了开环和闭环编码策略的检测错误指数。

本文的贡献总结与结构：

- 第二节介绍了我们提出的、在发射机处进行状态感知的信息论 ISAC 多址信道模型。我们还表明，该模型具有一般性，尤其能够描述接收端具有部分或完美信道状态信息的场景，以及发射机希望重构状态（或其失真版本）的场景；该状态决定了信道的运行。

- 第三节介绍了我们的协作感知 ISAC 多址信道方案，并通过示例说明，该方案优于简单的时分共享方案和以往的方案。请注意，我们的方案未采用 Wyner-Ziv 压缩，而是采用了同样有效的隐式分箱技术，例如文献 [15] 中所用的技术。

- 第四节介绍了我们的信息论 ISAC 设备到设备模型，其中两个终端均进行状态感知。同样，我们表明该模型具有较强的一般性，涵盖终端具有严格因果的完美或不完美状态信息的场景。

- 第五节提出了两种协作感知 ISAC 设备到设备方案。第一种采用独立的信源信道编码方法，第二种采用基于混合编码的改进联合信源信道编码方法。在这两种方案中，传输的码字不仅承载数据，还承载压缩信息，供另一终端用于感知。基于分离的方法采用 Wyner-Ziv 压缩，以利用另一发射机处的边信息；基于联合信源信道编码的方案则采用标准混合编码中的隐式分箱技术。

记号： 我们使用花体字母表示集合，例如 $\mathcal{X}$。随机变量用大写字母表示，例如 X，其实现值用小写字母表示，例如 x。对于正整数 n，我们使用 $[1:\ n]$ 表示集合 $\{1, \cdots, n\}$， X^n 表示随机变量元组 $(X_1, \cdots, X_n)$，并用 x^n 表示 $(x_1, \ldots, x_n)$。我们将独立同分布缩写为*i.i.d.* ，将概率质量函数 缩写为*pmf*。对数均取以 2 为底。我们将使用 $\mathcal{T}_\epsilon^N(P_{XY})$ 表示关于 $\{(x^n, y^n)\}$ 的强联合典型序列

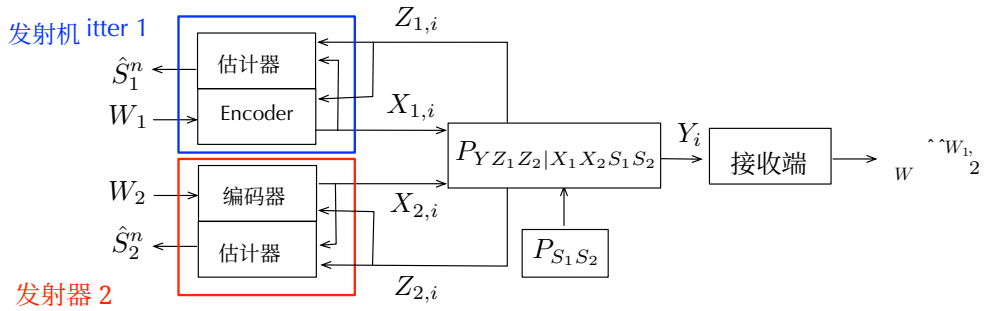

图 1. 发射机感知状态的状态依赖离散无记忆多址信道。

¯相对于分布 P_{XY}，其定义见 [16]。对于索引 $k \in \{1,2\}$，我们定义 $k: = 3-k$，并且对于事件 $\mathcal{A}$，用 $\mathcal{A}$表示其补集。此外， $\mathbb{1}\{\cdot\}$ 表示指示函数。

II. 具有广义反馈的双用户多址信道：系统模型

本节考虑具有广义反馈的双用户多址信道（MAC）：两台发射机希望向共同接收机传送独立数据，并通过广义反馈链路估计分别为 S_1^n 和 S_2^n 的状态序列，这些状态序列决定了 MAC 和广义反馈的转移规律。

A. 系统模型

考虑图 1 所示的双发射机单接收机多址信道场景。该模型包含一个二维无记忆状态序列 $\{(S_{1,i}, S_{2,i})\}_{i\geq 1}$，其样本在任意给定时刻 i 均按照状态字母表 $\mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2$ 上给定的联合分布 $P_{S_1S_2}$ 取值。给定发射机 1 在时刻 i 发送输入 $X_{1,i} = x_1$，发射机 2 发送输入 $X_{2,i} = x_2$，且给定状态实现值 $S_{1,i} = s_1$ 和 $S_{2,i} = s_2$，接收端在时刻 i 的输出 Y_i 以及发射机的反馈信号 $Z_{1,i}$ 和 $Z_{2,i}$ 按照时不变信道转移律 $P_{YZ_1Z_2|S_1S_2X_1X_2}(\cdot,\cdot,\cdot|s_1, s_2, x_1, x_2)$ 分布。假设输入和输出字母表 $\mathcal{X}_1$、$\mathcal{X}_2$、$\mathcal{Y}$、$\mathcal{Z}_1$、$\mathcal{Z}_2$、$\mathcal{S}_1$、$\mathcal{S}_2$ 均为有限集。[1] 一个 $(2^{nR_1}, 2^{nR_2}, n)$ 码由以下部分组成：

1) two message sets $\mathcal{W}_1 = [1 : 2^{nR_1}]$ and $\mathcal{W}_2 = [1 : 2^{nR_2}]$;

[1]注意，我们的结果也可以推广到性质良好的连续信道。

2) 一列编码函数 $\Omega_{k,\,i}$: $\mathcal{W}_k \times \mathcal{Z}_k^{i-1} \to \mathcal{X}_k$, 其中 $i = 1,\ 2,\ \ldots\ldots,\ n$ 以及 $k = 1,\ 2$;

3) 一个解码函数 g: $\mathcal{Y}^n \to \mathcal{W}_1 \times \mathcal{W}_2$;

ˆ ˆ ˆ 4) 对每个 $k = 1,\ 2$, 一个状态估计器 ϕ_k: $\mathcal{X}_k^n \times \mathcal{Z}_k^n \to \mathcal{S}_k^n$, 其中 $\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 是给定的重构字母表。

固定码长 n、速率 $R_1, R_2 \geq 0$, 以及一个 $(2^{nR_1}, 2^{nR_2}, n)$-码 $(\{\Omega 1,_i\}, \{\Omega 2,_i\}, g, \phi_1, \phi_2)$。接着，令随机消息 W_k 在消息集合 $\mathcal{W}_k$上均匀分布，对每个$k = 1, 2$，并根据编码函数 $X_{k,\,i} = \Omega_{k,i}(W_k, Z_k^{i-1})$生成输入，ˆ ˆ ˆ 其中 $i = 1, \ldots, n$。发射机的状态估计为 $S_k^n := (S_{k,1}, \cdots, S_{k,n}) = \phi_k(X_k^n, Z_k^n)$ ˆ ˆ，接收端的消息猜测为 $(W_1, W_2) = g(Y^n)$。我们将通过有界逐符号失真函数 d_k: $\mathcal{S}_k \times \mathcal{S}_k \mapsto [0, \infty)$ 来衡量状态估计 $S_k^{n\,\hat{}\,\hat{}}$ 的质量，并考察期望平均块失真

$$\Delta_k^{(n)} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}[d_k(S_{k,i}, \hat{S}_{k,i})], \quad k = 1, 2. \tag{1}$$

译码错误概率定义如下:

$$P_e^{(n)} := \Pr\Big(\hat{W}_1 \neq W_1 \quad \text{or} \quad \hat{W}_2 \neq W_2\Big). \tag{2}$$

定义 1. 如果存在一个序列（属于 n），由 $(2^{n\mathsf{R}_1}, 2^{n\mathsf{R}_2}, n)$ 码组成，且这些码同时满足以下条件，则率失真元组 $(\mathsf{R}_1, \mathsf{R}_2, \mathsf{D}_1, \mathsf{D}_2)$ 是可达的

$$\lim_{n\to\infty} P_e^{(n)} = 0 \tag{3a}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, \Delta_k^{(n)} \leq \mathsf{D}_k, \quad \text{for } k = 1, 2. \tag{3b}$$

定义 2. 容量失真区域 $\mathcal{CD}$ 是所有可达元组$(\mathsf{R}_1, \mathsf{R}_2, \mathsf{D}_1, \mathsf{D}_2)$构成集合的闭包。

注 1（关于状态）。 请注意，支配状态 S_1^n 和 S_2^n的通用规律 $P_{S_1S_2}$ 允许对各种情形进行建模，包括状态序列高度相关（甚至完全相同）的情况，以及状态序列彼此独立的情况。

我们的模型还 包含这样一种情形：信道由内部独立同分布的状态 e

序列 S^n（其概率质量函数为 P_S）控制，而状态 S_1^n、S_2^n 通过独立无记忆信道 $P_{S_1S_2|S}$ 与 S^n 相关。例如，状态 S_1^n 和 S_2^n 可以是实际状态序列 S^n 的不完美或含噪版本。要看出这种情形可以纳入我们的模型，只需注意，由于没有任何终端观察 S^n，也没有尝试重构 S^n，因此失真和错误概率都只取决于条件分布

$$P_{YZ_1Z_2|X_1X_2S_1S_2}(y,z_1,z_2|x_1,x_2,s_1,s_2) = \sum_s P_{YZ_1Z_2|X_1X_2S}(y,z_1,z_2|x_1,x_2,s)\frac{P_S(s)P_{S_1S_2|S}(s_1,s_2|s)}{P_{S_1S_2}(s_1,s_2)}, \quad (4)$$

其中 $P_{S_1S_2}(s_1,s_2) = \sum_s P_S(s)P_{S_1S_2|S}(s_1,s_2|s)$ 表示两个状态的联合概率质量函数。计算 (4) 中的信道分布并将其代入下一节的结果，即可立即得到所述设置下的结果，其中实际状态为 S^n，而状态 S_1^n 和 S_2^n 是其带噪版本。

注 2（状态信息）。我们的模型还涵盖接收端具有完美或不完美状态信息的情形。事实上，考虑我们的模型，并令输出为

$$Y = (T, Y') \quad (5)$$

其中 Y' 表示实际的多址信道输出，T 表示接收端关于状态 S_1^n 和 S_2^n 的不完美信道状态信息。请注意，在我们的模型中，接收端仅以因果方式观测状态信息 T^n。不过，此处因果性无关紧要，因为接收端只需在整个传输结束时解码消息。因此，将选择(5) 代入关于接收端状态信息 T 和实际多址信道输出 Y' 的结果后，下一节中的结果便可直接导出这一相关设置（接收端具有状态信息）的结果。

注释 3（中继信道）。具有广义反馈模型的多址信道将中继信道作为一种特殊情况。只需限制 $R_2 = 0$，此时发射端 *2* 退化为中继终端。我们将在下一节详细阐述的结果也立即适用于中继信道。

III. 面向多址信道的协作式通感一体化方案

在介绍我们针对多址信道的协作式通感一体化方案之前，我们先回顾有关多址信道的文献，尤其是 Willem方案针对具有广义反馈的多址信道提出的方案，它是我们方案的构建模块。

虽然无反馈多址信道的容量区域已在 [17], [18], 中确定，但单字母容量表达式目前仅适用于一些特殊情形，例如具有完美反馈的双用户高斯多址信道 [19] ，或具有单向完美反馈的一类半确定性多址信道 [20] 。在 [21], 中，Kramer 推导了具有完美反馈的一般多址信道容量区域的多字母刻画。然而，对于大多数信道，即使采用数值方法，评估这一多字母刻画似乎也颇具挑战。相比之下，关于具有广义反馈或完美反馈的多址信道容量区域，已有多种内外界。外界限通常基于 Hekstra 和 Willems 提出的依赖平衡界思想 [22],, 另见 [23]。已有多种内界基于这样的方案提出：每个发射机都解码另一发射机发送的部分数据，从而使两个发射机能够在下一码块中采用更高效的编码方案协作重发这些数据部分，见 [22], [24]–[27]。与我们的工作最相关的是 Willems 的内界 [25], ，我们将在下一小节中作更详细的说明。

A. 带广义反馈的 *Willems* 编码方案及其通感一体化扩展

Willems 方案将码长 n 划分为 $B+1$ 个长度为 $N=n/(B+1)$ 的码块。因此，全文中我们用 $X_1^{N,(b)}, X_2^{N,(b)}, S_1^{N,(b)}, S_2^{N,(b)}, Z_1^{N,(b)}, Z_2^{N,(b)}, Y^{N(b)}$ 表示第 b个码块的输入、状态和输出，例如 $S_1^{N,(b)} := (S_{1(b-1)N+1}, \ldots, S_{1,bN})$。我们还将两条消息 W_1 和 W_2 以一一对应的方式表示为长度为 $2B$的元组

$$W_k = (W_{k,c,(1)}, \ldots, W_{k,c,(B)}, W_{k,p,(1)}, \ldots, W_{k,p,(B)}), \qquad k \in \{1,2\}, \tag{6}$$

其中，所有对 $(W_{k,\ c,\ (b)},\ W_{k,\ p,\ (b)})$ 均相互独立，并在 $\left[2^{N\bar{R}_{k,c}}\right] \times \left[2^{N\bar{R}_{k,p}}\right]$ 上均匀分布，其中 $\bar{R}_{k,\ c} \triangleq \frac{B+1}{B} R_{k,\ c}$，且 $\bar{R}_{k,\ p} \triangleq \frac{B+1}{B} R_{k,\ p}$ 以及 $R_{k,\ c} + R_{k,\ p} = R_k$。

为每个码块构造一个独立叠加码 b （另见图 2）：

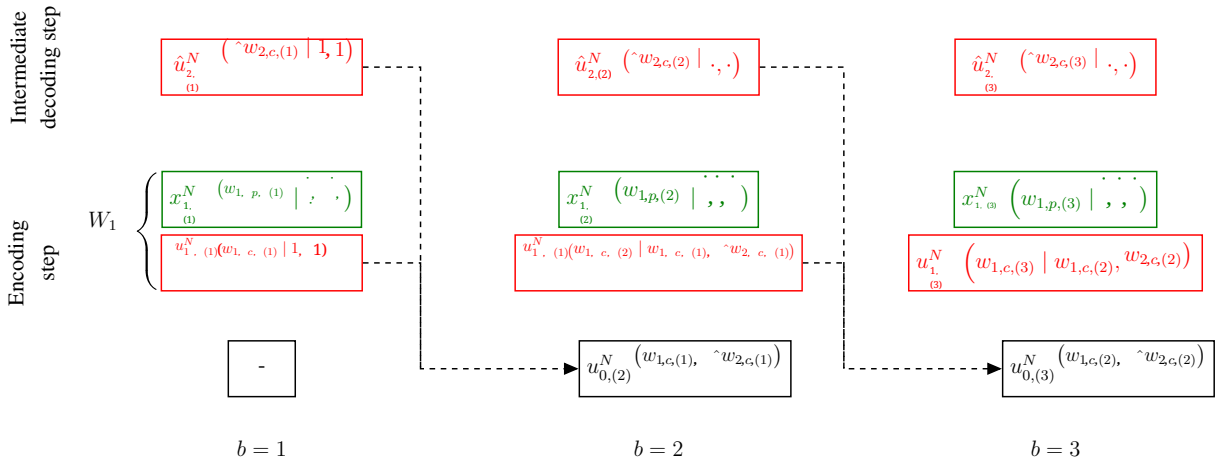

图 2. Willems 方案中发射机1在前三个码块中的操作。每个码块结束后， b发射机1根据其广义反馈输出 $Z_{1,(b)}^{N}$ 解码消息 $W_{2,c,(b)}$。随后，该解码消息会在码块 $b+1$ 中与 $W_{1,c,(b)}$ 一起重新传输。

- 通过按照辅助概率质量函数 P_{U_0}独立同分布地抽取所有条目，构造一个由 $2^{N\bar{R}_{1,c}} \cdot 2^{N\bar{R}_{2,c}}$ 个码字 $u_{0,(b)}(w_{1,c},w_{2,c})$ 组成的最低层码 $\mathcal{C}_{0,(b)}$。

- 在编码的最低层，我们采用叠加编码，将两个码本$\{u_{k,(b)}^{N}(w'_{k,c} \mid w_{1,c}, w_{2,c})\}$ 组合到每个码字 $u_{0,(b)}^{N}(w_{1,c}, w_{2,c})$ 上；对于 $k \in \{1,2\}$ 和 $w'_{k,c} \in [2^{NR_{k,c}}]$，通过按照 $P_{U_k|U_0}(\cdot \mid u_0)$ 抽取每个码字的第 i 个条目，其中 u_0 表示 $u_{0}^{N}(w_{1,c},w_{2,c})$ 的第 i 个条目。

- 对于每个第二层码字 $u_{k,(b)}^{N}(w'_{k,c}|w_{1,c},w_{2,c})$，我们通过根据 $P_{X_k|U_0U_k}(\cdot\,|u_0, u_k)$ 绘制码本 $x_{k,(b)}^{N}(w'_{k,p}|w'_{k,c}, w_{1,c}, w_{2,c})$ 的第 i 个条目来应用叠加编码，其中 $k \in 1,2$，且 $w'_{k,p} \in [2^{NR_{k,p}}]$ 和 u_k 表示 $u_{k,(b)}^{N}(w'_{k,c}\,|w_{1,c}, w_{2,c})$ 的第 i 个条目。

如图 2 所示，在 Willems 方案中，发射机1发送以下码块-b 信道输入

$$x_{1,(b)}^{N} = x_{1,(b)}^{N}\left(W_{1,p,(b)} \middle| W_{1,c,(b)}, W_{1,c,(b-1)}, \hat{W}_{2,c,(b-1)}\right), \qquad b \in \{1,\ldots,B+1\}, \tag{7}$$

ˆ其中 $W_{2,c,(b-1)}$ 表示发射机1接收到码块-$(b-1)$广义反馈信号 $Z_{1,(b-1)}^{N}$后解码的消息部分，例如可通过联合典型性解码规则实现。此外，在整个 $W_{k,c,(0)} = W_{k,c,(0)} = W_{k,p,(B+1)} = 1$中，我们设定 ˆ，其中 $k \in \{1,2\}$。

接收端的解码采用反向方式进行，从最后一个码块 $B+1$ 开始，接收端据此使用例如联合——

典型性译码器解码这对公共消息（B，，，，，，）。随后，接收端利用这些公共消息以及码块B中的输出，解码码块-B的私有消息（$W_{1,\ p,\ (B)}$，$W_{2,\ p,\ (B)}$）和码块（$B-1$）的公共消息（$W_{1,\ c,\ (B-1)}$，$W_{2,\ c,\ (B-1)}$），依此类推。反向译码过程也展示在

图 3。

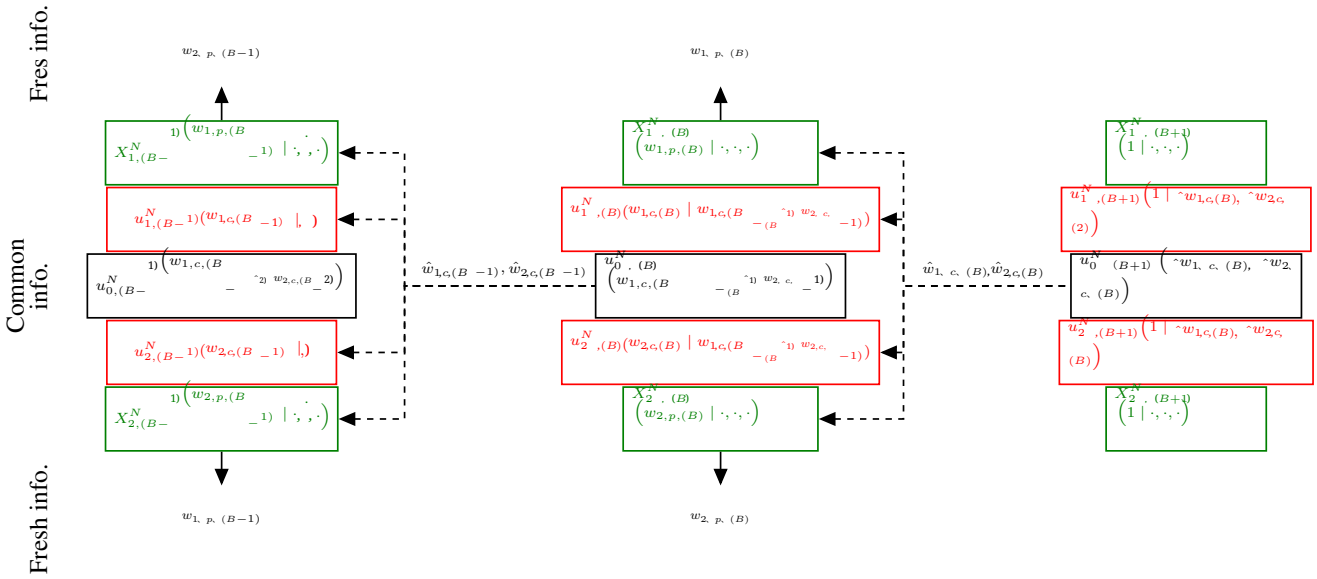

图 3。Willems 方案中接收端的反向译码过程。根据码块-b输出 $Y^N{}_{(b)}$，并利用先前解码得到的 ($\hat{}W_{1,c,(b)}$, $\hat{}W_{2,c,(b)}$)，联合解码公共消息对 ($W_{1,\ c,\ (b-1)}$，$W_{2,\ c,\ (b-1)}$) 和私有消息 ($W_{1,\ p,\ (b)}$，$W_{2,\ p,\ (b)}$)。

正如 Willems 所示，他的方案可以达到以下速率区域。

定理 1（Willems可达区域 [25]）。 满足以下不等式的任意非负速率对（R_1、R_2）在广义反馈多址信道上均是可达的

$$R_k \le I(X_k; Y \mid X_{\bar{k}} U_k U_0) + I(U_k; Z_{\bar{k}} \mid X_{\bar{k}} U_0), \qquad k \in \{1,2\}, \tag{8}$$

$$R_1 + R_2 \le I(X_1 X_2; Y), \tag{9}$$

$$R_1 + R_2 \le I(X_1 X_2; Y \mid U_0 U_1 U_2) + I(U_1; Z_2 \mid X_2 U_0) + I(U_2; Z_1 \mid X_1 U_0), \tag{10}$$

对于某种概率质量函数的选择 $P_{U_0} P_{U_1|U_0} P_{U_2|U_0} P_{X_1|U_0U_1} P_{X_2|U_0U_2}$，且上述互信息按照概率质量函数 $P_{U_0} P_{U_1|U_0} P_{U_2|U_0} P_{X_1|U_0U_1} P_{X_2|U_0U_2} P_{S_1S_2} P_{YZ_1Z_2|S_1S_2X_1X_2}$计算。因此，可以将辅助变量限制在大小为 $|\mathcal{U}_k| \le$ 的字母表上

$(|\mathcal{X}_k|+1)|\mathcal{U}_0|$，对于 $k=1,\ 2$，以及 $|\mathcal{U}_0| \le |\mathcal{X}_1||\mathcal{X}_2|+1$。

Kobayashi 等人 [9] 通过在两台发射机处添加状态估计器，将 Willems 方案扩展到了通感一体化场景。具体而言，对于任意码块 b，每台发射机 k 都采用逐符号估计

$$\hat{s}_{k,(b)}^{N} = \tilde{\phi}_k^{*\otimes N}\left(x_{k,(b)}^{N}, z_{k,(b)}^{N}, u_{\bar{k},(b)}^{N}\left(W_{\bar{k},c,(b)} \;\middle|\; W_{k,c,(b-1)}, \hat{W}_{\bar{k},c,(b-1)}\right)\right), \qquad b \in \{1,\dots,B\}, \quad (11)$$

其中，$\tilde{\phi}_k^*$ 表示基于元组 $(X_k,\ Z_k,\ U_{\bar{k}})$ 的最优估计器：

$$\tilde{\phi}_k^*(x_k, z_k, u_{\bar{k}}) := \arg\min_{s_k' \in \hat{\mathcal{S}}_k} \sum_{s_k \in \mathcal{S}_k} P_{S_k|X_k Z_k U_{\bar{k}}}(s_k|x_k, z_k, u_{\bar{k}})\ d_k(s_k, s_k'). \quad (12)$$

因此，两台发射机中的任意一台进行状态估计时，不仅依据给定码块的输入和输出，还依据其从另一台发射机解码得到的码字。

对于最后一个码块 $B+1$，发射机 k 可以给出任意平凡估计，例如 $\hat{s}_{k,\,(B+1)}^{N}$，因为随着码块数量增加，其对平均失真的影响会趋于零，$B \to \infty$。

将上述状态估计与 Willems 方案相结合，可以证明以下率失真区域是可达的。

定理 2。 *[Kobayashi 等人的通感一体化区域 [9]]* 率失真元组 (R_1, R_2, D_1, D_2) 若满足 (8)–(10) 以及

$$\mathrm{E}\left[d_k\left(S_k, \tilde{\phi}_k^*\left(X_k, Z_k, U_{\bar{k}}\right)\right)\right] \le D_k, \quad k=1,2, \quad (13)$$

对于某种概率质量函数选择 $P_{U_0}, P_{U_1|U_0}, P_{U_2|U_0}, P_{X_1|U_1U_0}, P_{X_2|U_2U_0}$。

B. 我们提出的协作式通感一体化方案

我们提出了协作式通感一体化方案。该方案扩展了 [9] 中的方案：Willems 码构造的第二层码字不仅用于传输数据，还用于传输有助于状态感知的压缩信息。每个发射机都会生成压缩信息，主要供另一个发射机使用，以提升其感知性能。然而，在我们的方案中，接收端也会对这些信息进行解码，并利用它们提升译码性能。

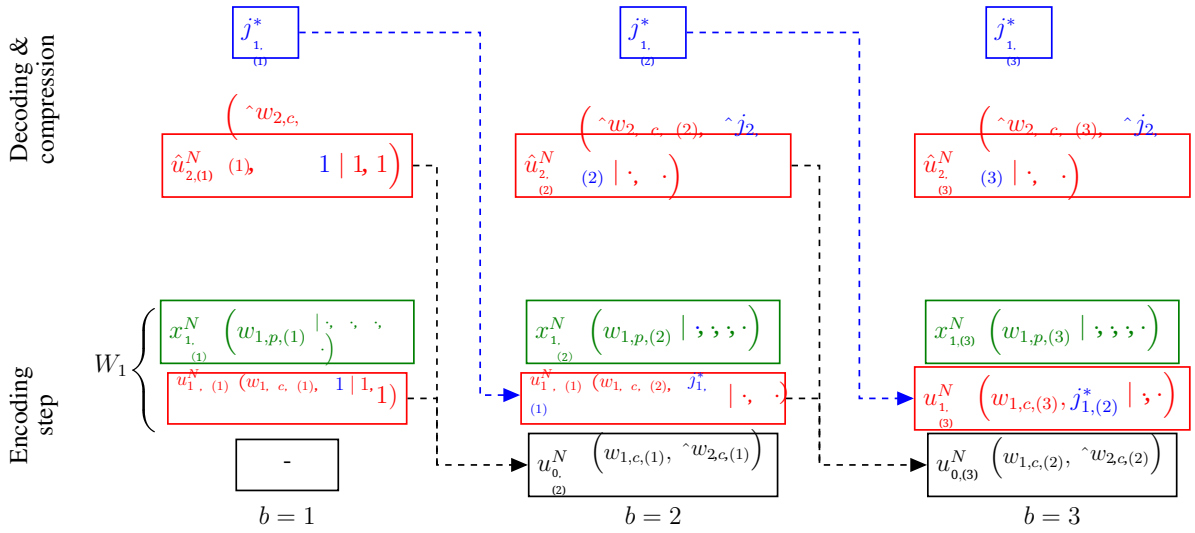

图 4. 发射机1在最初三个码块中的所提方案

1) 码构造：选择概率质量函数 P_{U_0}， $P_{U_1|U_0}P_{U_2|U_0}$， $P_{X_1|U_1U_0}$， $P_{X_2|U_2U_0}$，并定义概率质量函数

$$P_{U_0U_1U_2X_1X_2S_1S_2YZ_1Z_2V_1V_2} = P_{U_0}P_{U_1|U_0}P_{U_2|U_0}P_{X_1|U_1U_0}P_{X_2|U_2U_0}P_{S_1S_2}P_{YZ_1Z_2|X_1X_2S_1S_2}$$
$$P_{V_1|X_1Z_1U_2U_0}P_{V_2|X_2Z_2U_1U_0}. \quad (14)$$

针对给定的概率质量函数选择，采用 Willems 三层叠加码构造，但每个第二层码字由一对索引标记。因此，我们将第二层码字记为 $u_{k,(b)}^N(w'_{1,c}, j_1 \mid w_{1,c}, w_{2,c})$ 和 $u_{2,(b)}^N(w'_{2,c}, j_2 \mid w_{1,c}, w_{2,c})$，相应地，将第三层码字记为 $x_{1,(b)}^N(w'_{1,p}|w'_{1,c}, j_1, w_{1,c}, w_{2,c})$ 和 $x_{1,(b)}^N(w'_{2,p}|w'_{2,c}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c})$，其中索引 j_1 和 j_2 取值于集合 $[2^{nR'_1}]$ 和 $[2^{nR'_2}]$，对应某些正的辅助速率 $R_{1,v}$ 和 $R_{2,v}$。

我们进一步为每个码块以及两个发射机构造一个压缩码本。对于每个 $b \in \{1, \ldots, B\}$ 和每个六元组 $(w_{1,c}, w_{2,c}, w'_{1,c}, j_1 w'_{2,c}, j_2) \in [2^{NR_{1,c}}] \times [2^{NR_{2,c}}] \times [2^{NR_{1,c}}] \times [2^{NR_{1,v}}] \times [2^{NR_{2,c}}] \times [2^{NR_{2,v}}]$ 我们为每个 $j'_1 \in [2^{NR_{1,v}}]$ 生成一个序列 $v_1^{N,(b)}(j'_1 \mid w'_{1,c}, j_1, w'_{2,c}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c})$，并为每个 $j'_2 \in [2^{NR_{2,v}}]$ 生成一个序列 $v_2^{N,(b)}(j'_2 \mid w'_{1,c}, j_1, w'_{2,c}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c})$。序列 $v_1^{N,(b)}(j'_1 \mid w'_{1,c}, j_1, w'_{2,c}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c})$ 和 $v_2^{N,(b)}(j'_2 \mid w'_{1,c}, j_1, w'_{2,c}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c})$ 分别按照 $P_{V_1|U_0U_1U_2}(\cdot \mid u_0, u_1, u_2)$ 和 $P_{V_2|U_0U_1U_2}(\cdot \mid u_0, u_1, u_2)$ 抽取其 i 阶条目得到，其中 u_0、u_1、u_2 表示序列 $u_0^{N,(b)}(w_{1,c}, w_{2,c})$ 的 i 阶条目，

$$\Big(u^N_{0,(b-1)}\Big(W_{1,c,(b-2)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)}\Big),\ u^N_{1,(b-1)}\Big(W_{1,c,(b-1)},J^*_{1,(b-2)}\ \Big|\ W_{1,c,(b-2)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)}\Big)$$
$$u^N_{2,(b-1)}\Big(\hat{w}_2,\hat{j}_2\ \Big|\ W_{1,c,(b-2)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)}\Big),$$
$$x^N_{1,(b-1)}\Big(W_{1,p,(b-1)}\ \Big|\ W_{1,c,(b-1)},J^*_{1,(b-2)},W_{1,c,(b-2)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)}\Big),$$
$$v^N_{1,(b-1)}\Big(j^*_1\ \Big|\ J^*_{1,(b-2)},W_{1,c,(b-1)},\hat{w}_2,\hat{j}_2,W_{1,c,(b-2)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)}\Big),Z^N_{1,(b-1)}\Big)\in\mathcal{T}^N_\epsilon(P_{U_0U_1U_2X_1V_1Z_1}) \quad (16)$$

$$\Big(u^N_{0,(b-2)}\Big(W_{1,c,(b-3)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-3)}\Big),\ u^N_{1,(b-2)}\Big(W_{1,c,(b-2)},J^*_{1,(b-2)}\ \Big|\ W_{1,c,(b-3)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-3)}\Big),$$
$$u^N_{2,(b-2)}\Big(\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)},\hat{J}^{(1)}_{2,(b-3)}\ \Big|\ W_{1,c,(b-3)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-3)}\Big),$$
$$x^N_{1,(b-2)}\Big(W_{1,p,(b-2)}\ \Big|\ W_{1,c,(b-2)},J^*_{1,(b-3)},W_{1,c,(b-3)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-3)}\Big),$$
$$v^N_{2,(b-2)}\Big(\hat{j}_2\ \Big|\ W_{1,c,(b-2)},J^*_{1,(b-3)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-2)},\hat{J}^{(1)}_{2,(b-3)},W_{1,c,(b-3)},\hat{W}^{(1)}_{2,c,(b-3)}\Big),$$
$$Z^N_{1,(b-2)}\Big)\in\mathcal{T}^N_\epsilon(P_{U_0U_1U_2X_1V_2Z_1}). \quad (17)$$

$u^N_{1,(b)}(w'_{1,c},j_1\mid w_{1,c},w_{2,c})$, and $u^N_{2,(b)}(w'_{2,c},j_2\mid w_{1,c},w_{2,c})$.

2）发射机处的操作：在每个码块 b中，发射机 k 发送码块-b 序列

$$X^N_{k,(b)}=x^N_{k,(b)}\left(W_{k,p,(b)}\ \middle|\ W_{k,c,(b)},J^*_{k,(b-1)},W_{k,c,(b-1)},\hat{W}^{(k)}_{\bar{k},c,(b-1)}\right), \quad (15)$$

ˆ 其中发射机 k 在码块 $b-1$ 结束时，通过联合译码和压缩步骤生成索引 $J^*_{k,\ (b-1)}$ 和 $W_{\bar{k},\ c,\ (b-1)}$，具体如下。（为方便起见，我们再次设定 $W_{k,\ p,\ (B+1)}=W_{k,\ c,\ (0)}=$ˆ$W^k_{\bar{k},\ c,\ (0)}=J^{\bar{k}}_{k,\ (B+1)}=1$。）

收到广义反馈信号$Z^N_{k,\ (b-1)}$后，发射机 k 寻找满足联合典型性检验 (16) 的三元索引组 j^*_k、ˆˆ$w_{\bar{k}}$ 和$j_{\bar{k}}$，

并且如果 $b>2$ 也满足典型性检验 (17)（显示在页面顶部），则从这些三元索引组中随机选取一个，并设定

$$J^*_{1,(b-1)}=j^*_1,\qquad \hat{W}^{(1)}_{2,(b-1)}=\hat{w}_2,\qquad \hat{J}^{(1)}_{2,(b-2)}=\hat{j}_2. \quad (18)$$

发射机 k 也会生成码块-b 状态估计

$$\hat{s}^n_{k,(b)}=\phi^{*\otimes N}_k\left(x^N_{k,(b)}\left(W_{k,p,(b)}|W_{k,c,(b)},J_{k,(b-1)},W_{k,c,(b-1)},\hat{W}^{(k)}_{\bar{k},c,(b-1)}\right)\right.,$$

$$z^N_{k,(b)}, u^N_{\bar{k},(b)} \left(W_{k,c,(b)} \mid J_{k,(b-1)}, W_{k,c,(b-1)}, \hat{W}^{(k)}_{\bar{k},c,(b-1)} \right), \\ v^N_{\bar{k},(b)} \left(J_{k,(b)} \mid W_{k,c,(b)}, J_{k,(b-1)}, W_{k,c,(b-1)}, \hat{W}^{(k)}_{\bar{k},c,(b-1)} \right) \Big) \tag{19}$$

其中

$$\phi^*_k(x_k, z_k, u_{\bar{k}}, v_{\bar{k}}) := \arg\min_{s'_k \in \hat{\mathcal{S}}_k} \sum_{s_k \in \mathcal{S}_k} P_{S_k|X_k Z_k U_{\bar{k}} V_{\bar{k}}}(s_k|x_k, z_k, u_{\bar{k}}, v_{\bar{k}})\, d_k(s_k, s'_k). \tag{20}$$

在不损失 $B \to \infty$ 性能的情况下，最后一个码块 $B+1$ 中的估计值也可以再次设为一个虚设序列。

3) 接收端的解码：接收端的解码与 Willems 方案类似，并采用反向译码。区别在于，码块 b 中的接收端不仅解码消息元组 $(W_{1,\,p,\,(b)},\ W_{2,\,p,\,(b)},\ W_{1,\,c,\,(b-1)},\ W_{2,\,c,\,(b-1)})$，还解码压缩索引 $J^*_{1,\,(b-1)}$ 和 $J^*_{2,\,(b-2)}$。具体而言，在一般码块 $b \in \{2, \ldots, B\}$ 中，接收端寻找一个满足以下条件的唯一六元组 $(w_{1,\,p},\ w_{2,\,p},\ w_{1,\,c},\ w_{2,\,c},\ j_1,\ j_2) \in [2^{NR_{1,p}}] \times [2^{NR_{2,p}}] \times [2^{NR_{1,c}}] \times [2^{NR_{2,c}}] \times [2^{NR_{1,v}}] \times [2^{NR_{2,v}}]$

$$\Bigg(u^N_{0,b}(w_{1,c}, w_{2,c}),\ u^N_{1,(b)}\Big(\hat{W}_{1,c,(b)}, j_1 \;\Big|\; w_{1,c}, w_{2,c}\Big),\ u^N_{2,(b)}\Big(\hat{W}_{2,c,(b)}, j_2 \;\Big|\; w_{1,c}, w_{2,c}\Big), \\ x^N_{1,(b)}\Big(w_{1,p} \;\Big|\; \hat{W}_{1,c,(b)}, j_1, w_{1,c}, w_{2,c}\Big),\ x^N_{2,(b)}\Big(w_{2,p} \;\Big|\; \hat{W}_{2,c,(b)}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c}\Big), \\ v^N_{1,(b)}\left(\hat{J}_{1,(b)} \;\Big|\; \hat{W}_{1,c,(b)}, j_1, \hat{W}_{2,c,(b)}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c}\right), \\ v^N_{2,(b)}\left(\hat{J}_{2,(b)} \;\Big|\; \hat{W}_{1,c,(b)}, j_1, \hat{W}_{2,c,(b)}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c}\right),\ Y^N_{(b)} \Bigg) \in \mathcal{T}^N_{2\epsilon}(P_{U_0U_1U_2X_1X_2Y}) \tag{21}$$

ˆ ˆ ˆ 如果存在这样一个唯一的六元组，它就设定 $W_{1,c,(b-1)} = w_{1,c}$, $W_{1,p,(b)} = w_{1,p}$, $W_{2,c,(b-1)} = w_{2,c}$, ˆ ˆ ˆ $W_{2,p,(b)} = w_{2,p}$, $J_{1,(b-1)} = j_1$ 和 $J_{2,(b-1)} = j_2$。否则，它将报告错误。

ˆ ˆ 接收端最终声明与生成的猜测 ˆ ˆ $\{(W_{k,p,(b)}, W_{k,c,(b)})\}$ 相对应的消息 W_1 和 W_2。

在附录 B 中，我们证明，当 $N \to \infty$ 和 $B \to \infty$ 时，只要 B 足够大且.....，所述方案的错误概率趋于零，压缩以概率 1 成功，并且渐近期望失真有界于 D_1 和 D_2

$$R_{k,v} > I(V_k; X_k Z_k \mid \underline{U}) \tag{22a}$$

$$R_{\bar{k},v} + R_{k,c} < I(U_k V_{\bar{k}}; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid U_0 U_{\bar{k}}) \tag{22b}$$

$$R_{1,v} + R_{2,v} + R_{k,c} < I(U_k V_{\bar{k}}; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid U_0 U_{\bar{k}}) + I(V_k; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid \underline{U}) \tag{22c}$$

$$R_{k,p} < I(X_k; Y V_1 V_2 \mid \underline{U} X_{\bar{k}}) \tag{22d}$$

$$R_{k,v} + R_{k\,p} < I(X_k;\ Y \mid U_0 X_{\bar{k}}) + I(V_2;\ X_1 X_2 Y V_1 \mid U) + I(V_1;\ X_1 X_2 Y \mid U) \tag{22e}$$

$$R_{k,\ v} + R_{k,\ p} + R_{\bar{k},\ p} < I(X_1 X_2;\ Y \mid U_0 U_{\bar{k}}) + I(V_2;\ X_1 X_2 Y V_1 \mid \underline{U}) + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) \tag{22f}$$

$$R_{1,p} + R_{2,p} < I(X_1 X_2; Y V_1 V_2 \mid \underline{U}) \tag{22g}$$

$$R_{1,v} + R_{1,p} + R_{2,v} + R_{2,p} < I(X_1 X_2; Y \mid U_0) + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_2; X_1 X_2 Y V_1 \mid \underline{U}) \tag{22h}$$

$$R_{1,v} + R_1 + R_{2,v} + R_2 < I(X_1 X_2; Y) + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_2; X_1 X_2 Y V_1 \mid \underline{U}), \tag{22i}$$

其中 $\underline{U} \triangleq (U_0,\ U_1,\ U_2)$ 且

$$\mathrm{E}[d_k(S_k, \phi_k^*(X_k, Z_k, U_{\bar{k}}, V_{\bar{k}})] \le D_k, \quad k = 1, 2, \tag{22j}$$

在 (20) 中定义的 ϕ_k^*。

利用傅里叶-莫茨金消元（FME）算法可以证明（见附录 C），在速率约束 (23) 下，这样的速率选择是可行的。

定理 3。容量失真区域 $\mathcal{CD}$ 包含任意率失真元组(R_1, R_2, D_1, D_2)，只要对于某些概率质量函数 $P_{U_0}, P_{U_1|U_0}, P_{U_2|U_0}, P_{X_1|U_0U_1}, P_{X_2|U_0U_2}, P_{V_1|U_0U_2X_1Z_1}, P_{V_2|U_0U_1X_2Z_2}$ 以及在 (14) 中定义的概率质量函数 $P_{U_0U_1U_2X_1X_2S_1S_2YZ_1Z_2V_1V_2}$，其满足下一页顶部的等式 (23) （其中 $U := (U_0, U_1, U_2)$），以及失真约束(22j)。只需考虑字母表大小为 $|\mathcal{U}_0| \le |\mathcal{X}_1||\mathcal{X}_2| + 9$ 的辅助随机变量，以及对于 $k = 1,\ 2$: $|\mathcal{U}_k| \le (|\mathcal{X}_k| + 9)|\mathcal{U}_0|$ 和 $|\mathcal{V}_k| \le (|\mathcal{X}_k||\mathcal{Z}_k||\mathcal{U}_{\bar{k}}||\mathcal{U}_0| + 9)$。

注意，定理 3 通过选择 $V_1 = V_2 =$ 常数，恢复了定理 2 中先前的可达区域；这一选择消除了两个发射机之间的协作感知。

$$
\begin{aligned}
R_k \le\ & I(U_k; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid U_0 U_{\bar{k}}) + I(V_k; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid \underline{U}) - I(V_k; X_k Z_k \mid \underline{U}) + \min\{ \\
& I(X_k; Y \mid U_0 X_{\bar{k}}) + I(V_k; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_{\bar{k}}; X_1 X_2 Y V_k \mid \underline{U}) \\
& \qquad - I(V_k; X_k Z_k \mid \underline{U}), \\
& I(X_1 X_2; Y \mid U_0 U_k) + I(V_k; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_{\bar{k}}; X_1 X_2 Y V_k \mid \underline{U}) \\
& \qquad - I(V_{\bar{k}}; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid \underline{U}), \\
& I(X_1 X_2; Y \mid U_0) + I(V_k; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_{\bar{k}}; X_1 X_2 Y V_k \mid \underline{U}) \\
& \quad - I(V_k; X_k Z_k \mid \underline{U}) - I(V_{\bar{k}}; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid \underline{U}),\ I(X_k; Y V_1 V_2 \mid \underline{U} X_{\bar{k}}) \}, \ k = 1, 2,
\end{aligned} \tag{23a}
$$

$$
\begin{aligned}
R_1 + R_2 \le\ & I(U_2;\ X_1 Z_1 \mid U_0 U_1)\ + I(V_2; X_1 Z_1 \mid U)\ - I(V_2;\ X_2 Z_2 \mid U) \\
& + I(U_1;\ X_2 Z_2 \mid U_0 U_2)\ + I(V_1;\ X_2 Z_2 \mid U)\ - I(V_1;\ X_1 Z_1 \mid U)\ + \text{最小}\{ \\
& I(X_1 X_2;\ Y \mid U_0 U_2)\ + I(V_1;\ X_1 X_2 Y \mid U)\ + I(V_2;\ X_1 X_2 Y V_1 \mid U)\ - I(V_1;\ X_1 Z_1 \mid U), \\
& I(X_1 X_2;\ Y \mid U_0 U_1)\ + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid U)\ + I(V_2;\ X_1 X_2 Y V_1 \mid U)\ - I(V_2;\ X_2 Z_2 \mid U), \\
& I(X_1 X_2;\ Y \mid U_0)\ + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid U)\ + I(V_2;\ X_1 X_2 Y V_1 \mid U) \\
& \qquad - I(V_1;\ X_1 Z_1 \mid U)\ - I(V_2;\ X_2 Z_2 \mid U), \\
& I(X_1 X_2;\ Y V_1 V_2 \mid U)\}
\end{aligned} \tag{23b}
$$

$$
\begin{aligned}
R_1 + R_2 \le\ & I(X_1 X_2;\ Y)\ + I(V_1;\ X_1 X_2 Y \mid U)\ - I(V_1;\ X_1 Z_1 \mid U) \\
& + I(V_2; X_1 X_2 Y V_1 \mid U)\ - I(V_2;\ X_2 Z_2 \mid U)
\end{aligned} \tag{23c}
$$

且对于 $k = 1,\ 2$

$$
I(U_k; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid U_0 U_{\bar{k}}) + I(V_k; X_{\bar{k}} Z_{\bar{k}} \mid \underline{U}) \ge I(V_k; X_k Z_k \mid \underline{U}), \tag{23d}
$$

$$
\begin{aligned}
I(X_1 X_2; Y \mid U_0) + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_2; X_1 X_2 Y V_1 \mid \underline{U}) \ge\ & I(V_1; X_1 Z_1 \mid \underline{U}) \\
& + I(V_2; X_2 Z_2 \mid \underline{U})
\end{aligned} \tag{23e}
$$

$$
I(X_k; Y \mid U_0 X_{\bar{k}}) + I(V_1; X_1 X_2 Y \mid \underline{U}) + I(V_2; X_1 X_2 Y V_1 \mid \underline{U}) \ge I(V_k; X_k Z_k \mid \underline{U}). \tag{23f}
$$

注释4 (Wyner-Ziv 编码)。 在我们的方案中， V_1 和 V_2 码字的压缩不采用 *Wyner-Ziv* 编码中的分箱。相反，解码器侧信息通过额外的典型性检验 (17) 以及将 V_1 和 V_2 码字纳入典型性检验 (21)来加以考虑。这些策略称为隐式分箱，使多个解码器能够利用不同层次的边信息，参见 *[15]*。

C. 示例

下面两个示例展示了定理 3 相较于定理 2 的改进。在第一个示例中，一个发送节点通过其反馈直接接收状态信息，

并且可以较为直观地阐释协作感知的概念。第二个示例提出了一个更为现实的模型，并为我们的协作感知方案提供了更具实用性的实现。

例 1. 考虑一个输入、输出和状态字母表均为二进制的多址信道 $\mathcal{X}_1 = \mathcal{X}_2 = \mathcal{Y} = \mathcal{S}_2 = \{0, 1\}$。状态 $S_2 \sim Ber(p_s)$，而 $S_1 = 0$ 为常数。信道输入输出关系由下式描述：

$$Y = S_2 X_2, \qquad (Z_1, Z_2) = (S_2, X_1). \tag{24}$$

对于该信道，以下元组

$$(\mathsf{R}_1, \mathsf{R}_2, \mathsf{D}_1, \mathsf{D}_2) = (0, 0, 0, 0), \tag{25}$$

ˆ ˆ通过选择 $V_1 = Z_1 = S_2$ 和 $(S_2 = V_1, S_1 = 0)$，属于定理 *3* 的可达区域。然而，失真 $\mathsf{D}_2 = 0$ 在定理 *2* 中不可达，因为 S_2 与$(U_1, U_2, U_0, X_1, X_2)$ 相互独立，因此也与 (X_2, U_1, Z_2)相互独立；最优估计器是平凡估计器$\hat{S}_2 = \psi_2^*(X_2, Z_2, U_1) = \mathbb{1}\{p_s > 1/2\}$，其达到失真 $\mathsf{D}_2 = \min\{1 - p_s, p_s\}$。

例 2. 考虑二进制噪声、状态和信道输入 $B_0, B_k, S_k, X_k \in \{0, 1\}$。接收端 B_0 接收到的噪声服从伯努利分布-t_0，而发射机 k反馈信道上的噪声 B_k服从伯努利分布-t_k。所有噪声彼此独立，且与状态 S_1, S_2相互独立；这些状态服从独立同分布的伯努利分布-p_s。于是，我们可以将信道描述为

$$Y' = S_1 X_1 + S_2 X_2 + B_0, \qquad Y = (Y', S_1, S_2), \tag{26}$$

$$Z_1 = S_1 X_1 + S_2 X_2 + B_1, \qquad Z_2 = S_1 X_1 + S_2 X_2 + B_2. \tag{27}$$

其中，求和算子 '+' 表示实数加法。在此例中，接收端拥有完美的信道状态信息，另见注 *2*。汉明距离被视为失真度量： $d(s, \hat{s}) = s \oplus \hat{s}$ 其中，算子 '$\oplus$' 是表示模 *2* 加法的二元运算。

我们针对以下随机变量的取值比较定理 *2* 和定理 *3*。设

$$X_k = \underbrace{U_0 \oplus \Sigma}_{\triangleq U_1} \oplus \theta_k, \quad \text{for } k \in \{1,2\} \tag{28}$$

其中，U_0、$\Sigma_1\Sigma_2$、θ_1、θ_2 均为相互独立的伯努利随机变量，其参数为p、q_1、q_2、r_1、r_2。为评估定理 *3*，我们进一步选择压缩随机变量

$$V_k = \begin{cases} \mathbb{1}\{Z_k = 1\} + 2 \cdot \mathbb{1}\{Z_k = 2\} & \text{if } E_k = 0 \\ \text{“?”} & \text{if } E_k = 1 \end{cases} \qquad \forall k = \{1,2\} \tag{29}$$

取一个与（S_1、S_2、B_0、B_1、B_2、U_0、U_1、U_2、Σ_1、Σ_2、θ_1、θ_2）独立的二进制 E_k。在这一选择下，发射机 *Tx*_k 向发射机 *Tx* k传递有关 Z_k 的信息，从而帮助后者更准确地估计其状态 $S_{\bar{k}}$。例如，当 $E_1 = 0$时，*Tx*-2 会接收到输出的另一个含噪观测，这有助于它更准确地估计其状态，因为

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{if } Z_2 \in \{0,1\}, V_1 = 0 \\ 1 & \text{if } V_1 = 1 \\ 2 & \text{if } Z_2 \in \{2,3\}, V_1 = 0 \end{cases} . \tag{30}$$

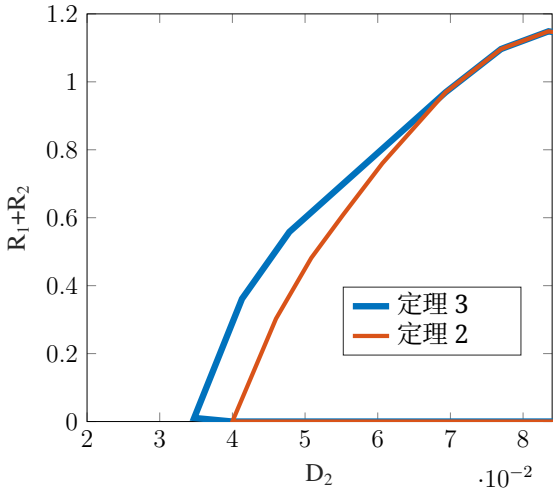

图 5. 在给定信道参数 $p_s = 0.9$、$t_0 = 0.3$ $t_1 = 0.1$ $t_2 = 0.1$ 和 的情况下，例 2 中定理 2 和定理 3 所实现的和速率-失真权衡。

对于信道参数 参数 $p_s = 0.9, t_0 = 0.3, t_1 = 0.1$ 和 $t_2 = 0.1$ ， 以及上述随机

变量的选择下，图 5 展示了定理 3 和定理 2 所达到的最大和速率 $R_1 + R_2$ 随失真 D_2 变化的曲线。回顾一下，对于定理 2 中的区域，我们设定 $V_1 = V_2 = 0$。请注意，两条曲线均严格凹，因此优于经典的时间共享和资源共享策略。定理 3 和定理 2 所达到的最小失真分别为 $D_{2,\ \min} = 0.035$ 和$D_{2,\ \min} = 0.04$。

IV. 设备到设备通信（双向信道）

本节中，我们考虑通感一体化双向信道，其中两个终端通过一个公共信道交换数据，并且还希望根据各自的输入和输出估计控制该双向信道的状态序列。

A. 系统模型

考虑图 6 所示的双终端双向通信场景。该模型由一个二维无记忆状态序列 $\{(S_{1,i},S_{2,i})\}_{i\geq 1}$ 构成，其在任意给定时刻 i 的样本均服从状态字母表 $\mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2$ 上给定的联合分布 $P_{S_1S_2}$。已知在时刻 i，发射机1发送输入 $X_{1,i} = x_1$，发射机2发送输入 $X_{2,i} = x_2$，且给定状态实现值 $S_{1,i} = s_1$ 和 $S_{2,i} = s_2$，发射机在时刻 i 的反馈信号 $Z_{1,i}$ 和 $Z_{2,i}$ 服从平稳信道转移律 $P_{Z_1Z_2|S_1S_2X_1X_2}(\cdot,\cdot|s_1,s_2,x_1,x_2)$。假设输入和输出字母表 $\mathcal{X}_1,\mathcal{X}_2,\mathcal{Y},\mathcal{Z}_1,\mathcal{Z}_2,\mathcal{S}_1,\mathcal{S}_2$ 均为有限集。[2]

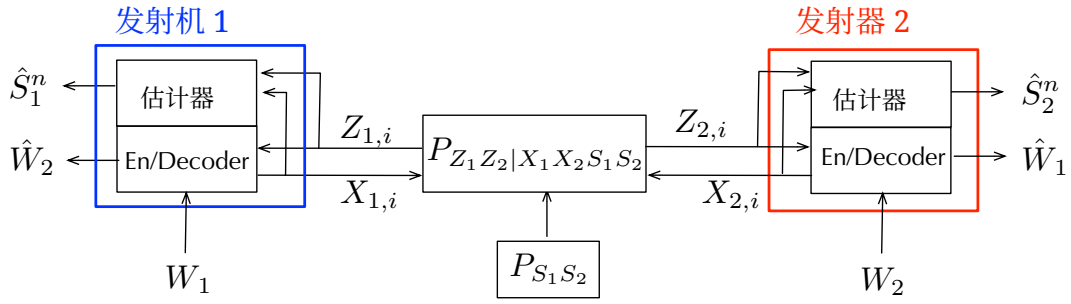

图 6. 终端具备感知功能的状态相关离散无记忆双向信道。

一个（2^{nR_1}，2^{nR_2}，n）码由以下部分组成

[2]这些结果可以推广到性质良好的连续信道。

1) 两个消息集合 $\mathcal{W}_1 = [1: \ 2^{nR_1}]$ 和 $\mathcal{W}_2 = [1: \ 2^{nR_2}]$; 2) 编码函数序列 $\Omega_{k,\ i}$: $\mathcal{W}_k \times \mathcal{Z}_k^{i-1} \to \mathcal{X}_k$, 其中 $i = 1, \ 2, \ \ldots\ldots, \ n$ 和 $k = 1, \ 2$; 3) 解码函数 $g_k: \ \mathcal{Z}^n \to \mathcal{W}_k$, 其中 $k = 1, \ 2$;

^ ^ ^ 4) 状态估计器 ϕ_k: $\mathcal{X}_k^n \times \mathcal{Z}_k^n \to \mathcal{S}_k^n$, 对于 $k = 1, \ 2$, 其中 $\mathcal{S}_1$ 和 $\mathcal{S}_2$ 是给定的重构字母表。

固定码长 n、速率 $R_1, R_2 \geq 0$以及一个 $(2^{nR_1}, 2^{nR_2}, n)$-码 $(\{\Omega 1,_i\}, \{\Omega 2,_i\}, g_1, g_2, \phi_1, \phi_2)$。令随机消息 W_k 在消息集合 $\mathcal{W}_k$上均匀分布，对每个$k = 1,2$，并根据编码函数 $X_{k,i} = \Omega_{k,i}(W_k, Z_k^{i-1})$生成输入，其中 ^ ^ ^$i = 1, \ldots, n$。发射机 $k \in \{1, 2\}$ 将其状态估计设为 $S_k^n := (S_{k,1}, \cdots, S_{k,n}) = \phi_k(X_k^n, Z_k^n)$ ^，并将其消息猜测设为 $W_{3-k} = g_k(Z_k^n, W_k)$

^ 我们将通过有界的逐符号失真函数 S_k^n 来衡量状态估计 d_k 的质量: $\mathcal{S}_k \times \mathcal{S}_k \mapsto [0, \infty)$, 并考虑期望平均块失真

$$\Delta_k^{(n)} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}\left[d_k\left(S_{k,i}, \hat{S}_{k,i}\right)\right], \quad k = 1, 2. \tag{31}$$

译码错误概率定义如下:

$$P_e^{(n)} := \Pr\left(\hat{W}_1 \neq W_1 \quad \text{or} \quad \hat{W}_2 \neq W_2\right). \tag{32}$$

定义 3。 如果存在一个码序列（其中n）由$(2^{nR_1}, 2^{nR_2}, n)$ 码构成，并且同时满足以下条件，则率失真元组(R_1, R_2, D_1, D_2) 是可达的

$$\lim_{n\to\infty} P_e^{(n)} = 0 \tag{33a}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \Delta_k^{(n)} \leq D_k, \quad \text{for } k = 1, 2. \tag{33b}$$

定义 4。 容量失真区域 $\mathcal{CD}$ 是所有可达元组(R_1, R_2, D_1, D_2)构成集合的闭包。

注 5 （终端处的状态信息）。 考虑一个双向信道，其中

$$Z_k = (S_{\bar{k}}, Z_k'), \qquad k \in \{1, 2\}, \tag{34}$$

对于某个输出 Z'_k。这描述了这样一种情形：每个终端都能获得关于另一终端状态的严格因果状态信息。对于这种具有严格因果状态信息的设置，只需代入(34)中的选择，即可根据下一节给出的结果立即得到内界。同样的说明也适用于不完美严格因果状态信息；在这种情况下，输出应建模为

$$Z_k = (T_k, Z'_k), \qquad k \in \{1, 2\}, \tag{35}$$

其中， Z'_k 再次表示实际的信道输出，而 T_k 表示终端 k处严格因果且不完美的状态信息。或者， T_k 甚至可以与期望信道状态 S_k 相关，而不仅仅与另一终端的状态 $S_{\bar{k}}$相关。对于适当选择的 T_k ，将选择(35) 代入我们的结果，可得到关于这种相关设置的结果，其中终端处具有不完美或广义状态信息。

相比之下，我们的模型不包含因果或非因果状态信息。这些是对我们工作的有趣扩展，但留待未来研究。它们当然需要脏纸编码 *[28]*等新工具。

五、协作式通感一体化方案：用于设备到设备通信

我们首先回顾 Han 的方案，该方案用于在双向信道上进行纯数据通信；随后将协作感知的思想纳入 Han方案。最后，我们通过联合信源信道编码（JSCC）整合协作感知与通信。

A. Han 双向编码方案

对于一般信道，双向信道的容量区域以及因此的最优编码方案仍未得到解决。人们已提出各种容量区域的内界和外界限。例如，Schalkwijk 基于一种迭代描述消息点的方法，为二进制乘法信道提出了一个有趣的内界；这一方法让人联想到单用户反馈方案。Han [29] 和 Kramer [30]提出了以分块方式对两个终端的输入进行相关处理的方案。对于 Han 编码方案，这种相关性确保各码块间输入和输出的平稳分布，因此仍可采用单字母速率表达式；而

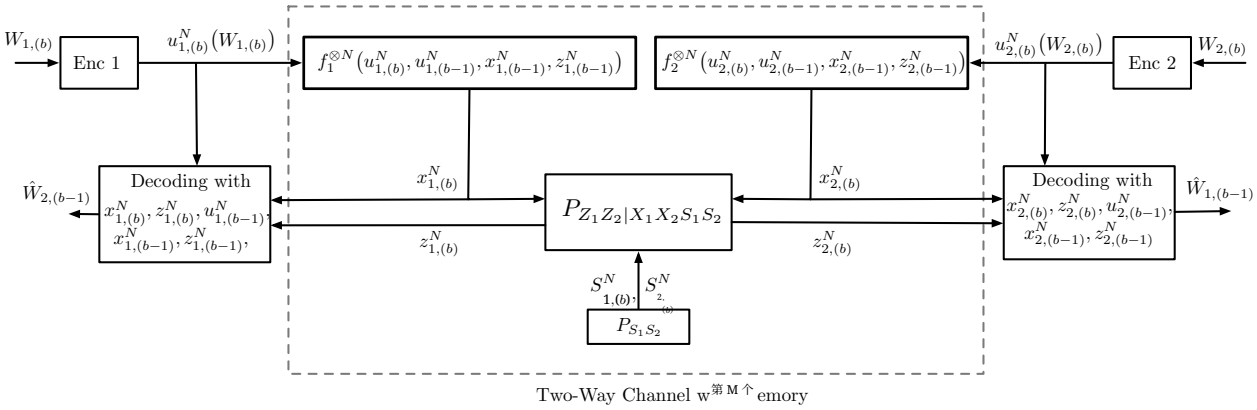

图 7. 给定码块 b 中的 Han 编码方案。编码器将离散无记忆双向信道转换为有记忆信道，以便使两个终端的输入相关联。随后通过独立码字 $u_{1,(b)}^N$ 和 $u_{2,(b)}^N$进行编码。根据两个连续码块 $b-1$ 和 b中的输入/输出，对码块-$b-1$消息进行解码。

Kramer 则不得不采用基于定向互信息的多字母速率表达式。Hekstra 和 Willems [22] 提出了一个有趣的容量区域外界限，同样基于依赖平衡思想，与带反馈的多址信道类似。

本文提出的通感一体化方案基于 Han 编码方案，如图 7 所示，下面将对此进行说明。为方便表示，定义

$$P_{Z_1Z_2|X_1X_2}(z_1,z_2|x_1,x_2)=\sum_{s_1\in\mathcal{S}_1,s_2\in\mathcal{S}_2}P_{S_1S_2}(s_1,s_2)P_{Z_1Z_2|X_1X_2S_1S_2}(z_1,z_2|x_1,x_2,s_1,s_2). \quad (36)$$

Han方案将码长 n 划分为 $B+1$ 个长度均为 $N=n/(B+1)$ 的块。因此，全文中令 $X_{1,(b)}^N$，$X_{2,(b)}^N$，$S_{1,(b)}^N$，$S_{2,(b)}^N$，$Z_{1,(b)}^N$，$Z_{2,(b)}^N$ 表示第 b 个码块的输入、状态和输出，例如 $S_{1,(b)}^N:=(S_{1(b-1)N+1},\ \ldots,\ S_{1,bN})$。我们还将两条消息$W_1$ 和 W_2 分别一一对应地表示为长度为 B的元组

$$W_k=(W_{k,(1)},\ldots,W_{k,(B)}),\qquad k\in\{1,2\}, \quad (37)$$

其中每个 $W_{k,(b)}$ 相互独立，并在 $\left[2^{N\bar{R}_k}\right]$ 上均匀分布，其中 $\bar{R}_k\triangleq\frac{B+1}{B}R_k$

为两个终端分别构造一个独立码 $\mathcal{C}_{k,(b)}=\left\{u_{k,(b)}^N(1)\ldots,\ u_{k,(b)}^N\left(2^{n\bar{R}_k}\right)\right\}$，方法是按照某个概率质量函数 P_{U_k} 独立同分布地选取条目。如图 7 所示，终端

k 对消息进行编码$W_{k,\ (b)}$ 通过码字 $u^N_{k\ ,\ (b)}(W_{k,\ (b)})$ 并发送序列

$$X^N_{k,(b)} = f_k^{\otimes N}\left(u^N_{k,(b)}(W_{k,(b)}),\ u^N_{k,(b-1)}(W_{k,(b-1)}),\ x^N_{k,(b-1)},\ z^N_{k,(b-1)}\right) \tag{38}$$

在码块 b 期间通过信道传输。注意，将函数 f_k 应用于码块-b 码字符号以及码块-$(b-1)$ 码字 $u^N_{k,(b-1)}(W_{k,(b-1)})$ 的符号和码块- $(b-1)$ 信道输入与输出 $x^N_{k,(b-1)}$ 和 $z^N_{k,(b-1)}$，终端便为信道引入了记忆。一种有趣的视角是，将码字 $u^N_{1,(b)}$ 和 $u^N_{2,(b)}$ 到信道输出 $z^N_{1,(b)}$ 和 $z^N_{2,(b)}$ 的转移视为一个带有码块记忆的虚拟双向信道，可在其上进行编码和解码。自然，对每个消息部分 $W_{k,(b)}$ 的解码并非仅依据码块 (b) 中的信号，因为其他码块也依赖于该消息。在 Han方案 中，解码跨越两个连续码块进行。具体而言，终端 k 使用联合典型性译码器，根据码块-b 输入、输出及其自身发送的码字 $x^N_{k,(b)}$,$z^N_{k,(b)}$ 和 $u^N_{k,(b)}$，以及码块-$(b+1)$ 输入与输出 $x^N_{k,(b+1)}$ 和 $z^N_{k,(b+1)}$，解码码块-b 消息 $W_{\bar{k},(b)}$。

请注意，若不加特别处理，上述方案可达的速率区域只能用多字母表达式来描述，因为终端 1 用于解码码字 $u^N_{2\ ,\ (b)}(W_{k,\ (b)})$ 的元组$x^N_{1\ ,\ (b+1)}$，$z^N_{1\ ,\ (b+1)}$，$u^N_{1\ ,\ (b)}$，$x^N_{1\ ,\ (b)}$，$z^N_{1\ ,\ (b)}$ 的联合概率质量函数会随码块 b 而变化。然而，如果选择一个满足平稳性条件的联合概率质量函数$P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}$

$$\begin{aligned}
&P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}(u_1,u_2,x_1,x_2,z_1,z_2)\\
&\quad=\sum_{\tilde{u}_1,\tilde{u}_2,\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{z}_1,\tilde{z}_2} P_{Z_1Z_2|X_1X_2}(z_1,z_2|x_1,x_2)\mathbb{1}\{x_1=f_1(u_1,\tilde{u}_1,\tilde{x}_1,\tilde{z}_1)\}\\
&\qquad\mathbb{1}\{x_2=f_2(u_2,\tilde{u}_2,\tilde{x}_2,\tilde{z}_2)\}\cdot P_{U_1}(u_1)P_{U_2}(u_2)P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}(\tilde{u}_1,\tilde{u}_2,\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{z}_1,\tilde{z}_2),
\end{aligned} \tag{39}$$

其中， P_{U_1} 和 P_{U_2} 是 $P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}$的边缘分布，那么序列元组$x^N_{1,(b+1)}, x^N{}_{2,(b+1)}, z^N_{1,(b+1)}$, $z^N_{2,(b+1)}, u^N_{1,(b)}, u^N_{2,(b)}, x^N_{1,(b)}, x^N_{2,(b)}, z^N_{1,(b)}, z^N_{2,(b)}$ 的概率质量函数与码块索引 b无关。这使得可以用单字母表达式刻画所述编码方案所达到的速率区域

满足以下条件的所有速率对 $(R_1,\ R_2)$ 均可达

$$R_1 \le I(U_1; X_2, Z_2, \tilde{U}_2, \tilde{X}_2, \tilde{Z}_2) \tag{40a}$$

$$R_2 \le I(U_2; X_1, Z_1, \tilde{U}_1, \tilde{X}_1, \tilde{Z}_1), \tag{40b}$$

其中 $(U_1,\ U_2,\ X_1,\ X_2,\ Z_1,\ Z_2,\ \tilde{U}_1,\ \tilde{U}_2,\ \tilde{X}_1,\ \tilde{X}_2,\ \tilde{Z}_1,\ \tilde{Z}_2)$ 按照概率质量函数分布

$$\begin{aligned}
&P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2\tilde{U}_1\tilde{U}_2\tilde{X}_1\tilde{X}_2\tilde{Z}_1\tilde{Z}_2}(u_1,u_2,x_1,x_2,z_1,z_2,\tilde{u}_1,\tilde{u}_2,\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{z}_1,\tilde{z}_2)\\
&\quad = P_{Z_1Z_2|X_1X_2}(z_1,z_2|x_1,x_2)\mathbb{1}\{x_1 = f_1(u_1,\tilde{u}_1,\tilde{x}_1,\tilde{z}_1)\}\mathbb{1}\{x_2 = f_2(u_2,\tilde{u}_2,\tilde{x}_2,\tilde{z}_2)\}\\
&\qquad \cdot P_{U_1}(u_1)P_{U_2}(u_2)P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}(\tilde{u}_1,\tilde{u}_2,\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{z}_1,\tilde{z}_2).
\end{aligned} \tag{41}$$

这就得到了 Han 定理:

定理 4 (Han 的双向信道可达区域 [29])。 如果某个非负速率对(R_1, R_2) 满足不等式 (40)，则该速率对在双向信道上可达；其中概率质量函数 $P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}$ 以及函数 f_1 和 f_2 满足平稳性条件(39)。

在某些情况下，上述定理可以简化；对于某些信道，简化后的可达区域甚至与容量重合。简化方法是选择两个函数 f_1 和 f_2，使它们仅根据前一个码块 [3] 生成码字 $u_{1,(b-1)}^N$ 和 $u_{2,(b-1)}^N$，并忽略其他参数。在这种情况下，可达速率集合与 Shannon [31] 首次提出的以下内界重合。

定理 5 (Shannon 内界， [31])。 一对非负数对(R_1, R_2) 若满足以下条件，则是可达的

$$R_1 \le I(X_1; Z_2|X_2) \tag{42a}$$

$$R_2 \le I(X_2; Z_1|X_1), \tag{42b}$$

对于某些输入概率质量函数 P_{X_1} 和 P_{X_2}，且其中 $(X_1, X_2, Z_1, Z_2) \sim P_{X_1}P_{X_2}P_{Z_1Z_2|X_1X_2}$。

[3]此方案中引入码块所产生的延迟并不重要，它只是因为 Han方案根据码块-b输出对码块-$(b-1)$码字进行解码。在这个不采用自适应的特殊情形下，Han方案可以简化为：直接在码块 $b-1$ 中传输并解码码字 $u_{1,(b-1)}^N$ 和 $u_{2,(b-1)}^N$，无需进一步延迟。

B. 基于 *Han* 双向编码方案的协作感知与通信

我们将 Han 编码方案扩展到也包含协作感知，这意味着每个终端都会压缩其码块-b 输入和输出，以获取有关另一终端状态的信息，并在下一个码块中发送这些状态信息。在这里介绍的第一种协作感知与通信方案中，感知（压缩）不会影响通信（除了可能影响概率质量函数 $P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}$的选择）。事实上，我们

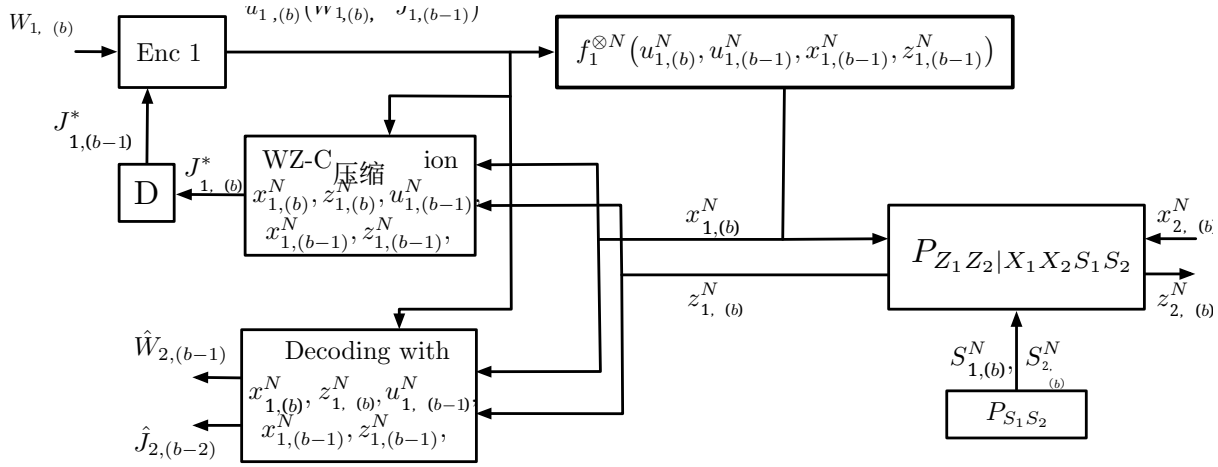

图 8. Han 编码方案的一个初步协作感知版本。该图展示了给定码块 b 中终端 1 的编码和解码操作；终端 2 的操作与之类似。为便于终端 2 进行感知，终端 1 使用 Wyner-Ziv 压缩 [32]，压缩其码块-b 中的信道输入和输出，以及其上一个码块 $(b-1)$ 的输入、输出和码字（这些内容都会在码块 b 中重新发送），以利用终端 2 处的边信息。

再次采用上一小节所述的 Han 编码和解码方式，不同之处在于，码块-b 码字不仅对消息 $W_{k,(b)}$ 进行编码，还对压缩索引 $J^*_{k,(b-1)}$进行编码，该索引携带有关码块-$(b-1)$状态 $S_{k,(b-1)}$ 的信息。随后，在码块 $(b+1)$ 之后，该压缩索引与消息 $W_{k,(b)}$同时在终端 k 处解码。见图 8。

我们通感一体化方案中通信部分的分析与 Han方案中的分析类似。由于压缩索引占用了 Han方案中为普通消息预留的部分空间，因此必须从 Han方案的通信速率中减去它们的速率 $R_{\mathrm{WZ},\,1}$ 和 $R_{\mathrm{WZ},\,2}$。因此，我们得到以下关于可靠通信以及压缩索引可靠解码的约束：

$$R_1 + R_{\mathrm{WZ},1} \le I(U_1; X_2, Z_2, \tilde{U}_2, \tilde{X}_2, \tilde{Z}_2) \tag{43a}$$

$$R_2 + R_{\mathrm{WZ},2} \le I(U_2; X_1, Z_1, \tilde{U}_1, \tilde{X}_1, \tilde{Z}_1). \tag{43b}$$

下面将更详细地说明压缩和状态估计。在我们的方案中，索引 $J^*_{k,(b-1)}$ 通过 Wyner-Ziv 压缩 [32] 获得，该压缩以有损方式压缩元组 $(x_k^N{}_{,(b-1)}, z_k^N{}_{,(b-1)}, u_k^N{}_{,(b-2)}, x_k^N{}_{,(b-2)}, z_k^N{}_{,(b-2)})$，供拥有边信息 $(x_{\bar{k}}^N{}_{,(b-1)}, z_{\bar{k}}^N{}_{,(b-1)}, u_{\bar{k}}^N{}_{,(b-2)}, x_{\bar{k}}^N{}_{,(b-2)}, z_{\bar{k}}^N{}_{,(b-2)})$ 的解码器使用。为使解码器能够正确重建压缩码字，Wyner-Ziv码的速率至少需要达到 [32]

$$R_{\mathrm{WZ},k} > I(V_k; X_k, Z_k, \tilde{U}_k, \tilde{X}_k, \tilde{Z}_k | X_{\bar{k}}, Z_{\bar{k}}, \tilde{U}_{\bar{k}}, \tilde{X}_{\bar{k}}, \tilde{Z}_{\bar{k}}), \qquad k \in \{1, 2\}, \tag{44}$$

其中，元组 $(U_1, \tilde{U}_1, U_2, \tilde{U}_2, X_1, \tilde{X}_1, X_2, \tilde{X}_2, Z_1, \tilde{Z}_1, Z_2, \tilde{Z}_2)$ 表示 Han 方案根据式 (41) 中的联合概率质量函数选取的辅助随机变量，并且 V_1 和 V_2 可以是满足以下马尔可夫链的任意随机变量：

$$V_k \to (X_k, Z_k, \tilde{U}_k, \tilde{X}_k, \tilde{Z}_k) \to (X_{\bar{k}}, Z_{\bar{k}}, \tilde{U}_{\bar{k}}, \tilde{X}_{\bar{k}}, \tilde{Z}_{\bar{k}}, S_k, S_{\bar{k}}). \tag{45}$$

在 Wyner-Ziv 编码中，编码器生成一个码字，该码字随后也会在接收端重构。我们将这些码字记为 $v_{k,(b-1)}^N(J^*_{k,(b-1)}, \ell_{k,(b-1)})$，其中 $k \in \{1, 2\}$，这里 $\ell_{k,(b-1)}$ 表示一个无需传送给终端 k 的分箱索引，因为后者可以利用其边信息恢复该索引。因此，在码块 $(b+1)$ 之后，并在解码索引 $J^*_{k,(b-1)}$ 之后，终端 $\bar{k}$ 以很高的概率可以重构终端 k 所选的码字 $v_{k,(b-1)}^N(J^*_{k,(b-1)}\, \ell_{k,(b-1)})$。

终端 k 可以任意延迟后再给出状态序列 S_k^N 的估计。我们建议它在对码块（$b+1$）完成解码后等待，通过对码块 b 的状态 $S_{k,(b)}^N$ 相关的输入、输出和信道码字序列（来自码块 $b-1$ 和 b），以及压缩码字 $v_{\bar{k},(b)}^N$ 应用最优的逐符号估计器来重建该状态：

$$\hat{S}_{k,(b)}^N = \tilde{\phi}_{2,k}^{*\otimes N}\left(v_{\bar{k},(b)}^N, x_{k,(b)}^N, z_{k,(b)}^N, \hat{u}_{\bar{k},(b)}, u_{k,(b-1)}^N, x_{k,(b-1)}^N, z_{k,(b-1)}^N, \hat{u}_{\bar{k},(b-1)}\right), \tag{46}$$

其中

$$\tilde{\phi}^*_{2,k}(v_{\bar{k}}, x_k, z_k, u_{\bar{k}}, \tilde{u}_k, \tilde{x}_k, \tilde{z}_k, \tilde{u}_{\bar{k}}) := \arg\min_{s'_k \in \hat{\mathcal{S}}_k} \sum_{s_k \in \mathcal{S}_k} P_{S_k|X_k Z_k U_{\bar{k}}}(s_k|x_k, z_k, u_{\bar{k}})\, d_k(s_k, s'_k). \quad (47)$$

根据 (43)、(44) 以及标准的典型性论证，可得以下定理。（该定理是下一个定理的特例；我们在扩展版本 [33] 中对后者进行了详细分析。）

定理 6 (通过分离式信源信道编码获得的内界)。 任意非负率失真四元组 (R_1, R_2, D_1, D_2)，只要满足以下两个速率约束，即为可达：

$$R_1 \le I(U_1; X_2, Z_2, \tilde{U}_2, \tilde{X}_2, \tilde{Z}_2) - I(V_1; X_1, Z_1, \tilde{U}_1, \tilde{X}_1, \tilde{Z}_1 | X_2, Z_2, \tilde{U}_2, \tilde{X}_2, \tilde{Z}_2) \quad (48a)$$

$$R_2 \le I(U_2; X_1, Z_1, \tilde{U}_1, \tilde{X}_1, \tilde{Z}_1) - I(V_2; X_2, Z_2, \tilde{U}_2, \tilde{X}_2, \tilde{Z}_2 | X_1, Z_1, \tilde{U}_1, \tilde{X}_1, \tilde{Z}_1), \quad (48b)$$

以及两个失真约束

$$\mathsf{E}\Big[d_1\big(S_1,\ \tilde{\phi}^*_{2,1}(V_2, X_1, Z_1, U_2, \tilde{U}_1, \tilde{X}_1, \tilde{Z}_1, \tilde{U}_2)\big)\Big] \le D_1 \quad (48c)$$

$$\mathsf{E}\Big[d_2\big(S_2,\ \tilde{\phi}^*_{2,2}(V_1, X_2, Z_2, U_1, \tilde{U}_2, \tilde{X}_2, \tilde{Z}_2, \tilde{U}_2)\big)\Big] \le D_2 \quad (48d)$$

对于满足平稳性条件(39) 的某个概率质量函数 $P_{U_1U_2X_1X_2Z_1Z_2}$、函数 f_1 和 f_2，以及满足马尔可夫链(45)的 V_1和 V_2 。

˜与 Shannon 的内界类似，通过设置 $X_k = U_k$，可以得到以下推论。**推论1** （通过非自适应编码得到的内界）。 任意非负的率失真四元组(R_1， R_2， D_1， D_2) 若满足以下两个速率约束，则为可达

$$R_1 \le I(X_1; X_2, Z_2) - I(V_1; X_1, Z_1 | X_2, Z_2) \quad (49a)$$

$$R_2 \le I(X_2; X_1, Z_1) - I(V_2; X_2, Z_2 | X_1, Z_1), \quad (49b)$$

以及两个失真约束

$$\mathsf{E}\Big[d_1\big(S_1,\ \tilde{\phi}^*_{2,1}(V_2, X_1, X_2, Z_1)\big)\Big] \le D_1 \quad (49c)$$

$$\mathsf{E}\Big[d_2\big(S_2,\ \tilde{\phi}^*_{2,2}(V_1, X_1, X_2, Z_2)\big)\Big] \le D_2 \tag{49d}$$

对于某些概率质量函数 P_{X_1}、 P_{X_2}、 $P_{V_1|X_1,\ Z_1}$ 和 $P_{V_2|X_2,\ Z_2}$ 的选择。

如下例所示，上述推论在某些信道上实现了基本的率失真折衷。

例 3. 考虑以下状态依赖型双向信道

$$Z_1 = X_1 \oplus X_2 \oplus S_2 \qquad \text{and} \qquad Z_2 = X_1 \oplus X_2 \oplus S_1, \tag{50a}$$

其中输入、输出和状态均为二进制，且 S_1 和 S_2 是相互独立的伯努利分布-p_1 和p_2 随机变量，其中 $p_1, p_2 \in [0, 1/2]$。注意，终端 *1* 的输出取决于终端 *2* 所需的状态，而终端 *2* 的输出取决于终端 *1* 所需的状态，因此需要进行协作感知。

每当 $D_{\bar{k}} < p_{\bar{k}}$时，我们选择

$$V_k = Z_k \oplus X_k \oplus B_k = X_{\bar{k}} \oplus S_{\bar{k}} \oplus B_k \tag{51}$$

其中 B_k 是一个独立的伯努利分布-D_k 随机变量。若 $D_k \ge p_k$，则选择 V_k 为常数。输入 X_1 和 X_2 选为相互独立的伯努利分布-$1/2$，即在具有伯努利分布噪声的信道上达到容量。当 $D_{\bar{k}} < p_{\bar{k}}$时，最优的逐符号状态估计器为

$$\tilde{\phi}^*_{2,\bar{k}}(v_k, x_1, x_2, z_{\bar{k}}) = v_k \oplus x_{\bar{k}} \tag{52}$$

否则，它就是常数估计器 $\tilde{\phi}^*_{2,\ \bar{k}}(v_k, x_1, x_2, z_{\bar{k}}) = 0$。

对于所描述的随机变量选择，推论*1*给出的率失真元组集合为 (R_1, R_2, D_1, D_2)，满足

$$R_k \le 1 - H_b(p_k) - \max\{0,\ H_b(p_{\bar{k}}) - H_b(D_{\bar{k}})\}, \qquad k \in \{1, 2\}, \tag{53}$$

并实现了基本的率失真区域，这一点我们通过附录 *A* 中的逆向证明予以展示。(53) 中的区域是凹的（因为率失真函数 $\max\{0,\ H_b(p_{\bar{k}}) -$

$H_b(D_{\bar{k}})\}$ 是凸的），因此优于经典的时分和资源共享方案。它也优于一种类似的、没有协作感知的通感一体化方案，在该方案中，压缩码字 V_1 和 V_2 被设为常量。在后一种情况下，只有满足 $D_k \geq p_k$的率失真元组才是可行的，其中 $k \in \{1,2\}$。

注 6。 对于某些信道和状态分布，可以利用编码时分共享的思想改进定理 *6*。下一节中的定理 *7* 同样适用。

C. 协作感知与联合信源信道编码方案

在该方案中，我们将压缩完全融入通信方案，其方式与混合编码在信源信道编码应用中使用单个码字进行压缩和信道编码类似。 [34]

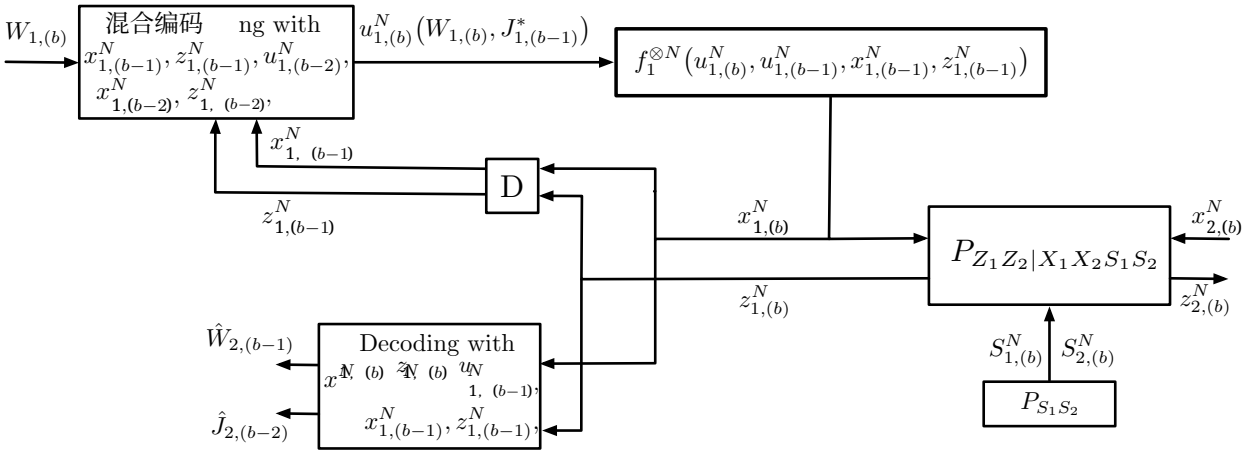

图 9. 一种通过混合编码将用于设备到设备的协作感知融入 Han 双向编码方案的通感一体化方案。单个码字同时用于压缩和信道编码。

新方案中码块 b 的编码和解码如图 9 所示。与上一小节中的方案相比，主要区别在于，此处的码块-b 码字$u_1^N{}_{,(b)}$ 与前一块（$b-1$）中的输入和输出相关。[4] 这种相关性引入了额外的码块间依赖，而此前由于压缩码字与下一块中用于信道编码的码字相互独立，因此不存在这种依赖。

[4]在前一个方案中，压缩码字 $v_1^N{}_{,(b)}$ 与码块-$b-1$信号相关，但与信道编码码字 $u_1^N{}_{,(b)}$ 不相关。现在，码字 $u_1^N{}_{,(b)}$ 同时充当压缩码字和信道编码码字。

为了仍能在码字和信道输入/输出上获得平稳分布，进而对该方案的性能进行单字母刻画，必须在适当的定义域上选择联合概率质量函数 $P_{U_1'U_2'Z_1Z_2X_1X_2U_1U_2}$、条件概率质量函数 $P_{U_1'|X_1Z_1\tilde{U}_1\tilde{X}_1\tilde{Z}_1}$ 和 $P_{U_2'|X_2Z_2\tilde{U}_2\tilde{X}_2\tilde{Z}_2}$，以及函数 f_1 和 f_2，使其满足新的平稳性条件

$$
\begin{aligned}
&P_{U_1'U_2'Z_1Z_2X_1X_2U_1U_2}(u_1', u_2', z_1, z_2, x_1, x_2) \\
&= \sum_{\tilde{u}_1,\tilde{u}_2,\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{z}_1,\tilde{z}_2} P_{U_1'|X_1Z_1\tilde{U}_1\tilde{X}_1\tilde{Z}_1}(u_1'|u_1, x_1, z_1, \tilde{u}_1, \tilde{x}_1, \tilde{z}_1) P_{U_2'|X_2Z_2\tilde{U}_2\tilde{X}_2\tilde{Z}_2}(u_2'|x_2, z_2, u_2, \tilde{u}_2, \tilde{x}_2, \tilde{z}_2) \\
&\qquad \cdot P_{Z_1Z_2|X_1X_2}(z_1, z_2|x_1, x_2) \mathbb{1}\{x_1 = f_1(u_1, \tilde{u}_1, \tilde{x}_1, \tilde{z}_1)\} \mathbb{1}\{x_2 = f_2(u_2, \tilde{u}_2, \tilde{x}_2, \tilde{z}_2)\} \\
&\qquad \cdot P_{U_1'U_2'Z_1Z_2X_1X_2U_1U_2}(u_1, u_2, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2),
\end{aligned} \tag{54}
$$

下文中提到的所有条件概率质量函数和边缘概率质量函数，均相对于（54）中由被加项指明的联合概率质量函数$P_{U_1'U_2'Z_1Z_2X_1X_2U_1U_2\tilde{U}_1\tilde{U}_2\tilde{W}_1\tilde{W}_2\tilde{V}_1\tilde{V}_2}$而言。

接下来，我们将说明码构造、编码和解码。

对于每个 $k \in \{1,2\}$、每个码块 $b \in \{1, \ldots, B+1\}$ 和每条消息 $m_k \in [2^{N\bar{R}_k}]$，通过选取所有独立同分布的条目 $P_{U_k'}$，来选择一个子码本 $\{u_{k,(b)}^N(m_k,\ j) : j \in [2^{NR_k'}]\}$。然后，终端 k选择码字 $u_{k,\,(b)}^N(W_{k,\,(b)},\ j)$，使得对于某个固定的 $\epsilon > 0$，满足以下联合典型性检验：

$$
\left(u_{k,(b)}^N(W_{k,(b)}, j), x_{k,(b-1)}^N, z_{k,(b-1)}^N, u_{k,(b-2)}^N, x_{k,(b-2)}^N, z_{k,(b-2)}^N\right) \in \mathcal{T}_\epsilon^N\left(P_{U_k'X_kZ_k\tilde{U}_k\tilde{X}_k\tilde{Z}_k}\right), \tag{55}
$$

以及集合 $J_{k,\,(b-1)}^* = j$。根据标准论证，当 $N \to \infty$ 时，如果.....，则存在这样的索引 j，且其概率趋于 1。

$$
R_k' \geq I(U_k'; X_k, Z_k, \tilde{U}_k, \tilde{X}_k, \tilde{Z}_k), \quad k \in \{1,2\}. \tag{56}
$$

终端 k 随后发送码块-b输入序列

$$
X_{k,(b)}^N = f_k^{\otimes N}\left(u_{k,(b)}^N\left(W_{k,(b)}J_{k,(b-1)}^*\right), u_{k,(b-1)}^N, x_{k,(b-1)}^n, z_{k,(b-1)}^N\right). \tag{57}
$$

再次使用联合典型性译码器进行解码。在码块 b 结束时，终端 k

ˆ 寻找满足两项典型性检验的索引 ˆ$w_{\bar{k}}$ 和 $j_{\bar{k}}$

$$\big(u^N_{\bar{k},(b-1)}(\hat{w}_{\bar{k}},\hat{j}_{\bar{k}}),x^N_{k,(b)},\,z^N_{k,(b)},\,u^N_{k,(b-1)}\,x^N_{k,(b-1)},\,z^N_{k,(b-1)}\big)\in\mathcal{T}^N_\epsilon\Big(P_{\tilde{U}_{\bar{k}}X_kZ_k\tilde{U}_k\tilde{X}_k\tilde{Z}_k}\Big)\qquad(58)$$

and

$$\big(u^N_{\bar{k},(b-1)}(\hat{w}_{\bar{k}},\hat{j}_{\bar{k}}),x^N_{k,(b-2)},\,z^N_{k,(b-2)},\,u^n_{k,(b-3)},\,x^N_{k,(b-3)},\,z^N_{k,(b-3)}\big)\in\mathcal{T}^N_\epsilon\left(P_{U_{\bar{k}}X_kZ_k\tilde{U}_k\tilde{X}_k\tilde{Z}_k}\right).\ (59)$$

如果存在唯一的一对此类元素，则设 ˆ$W_{\bar{k},\ (b-1)}=w_{\bar{k}}$ 并设 ˆ$u^N_{\bar{k},\ (b-1)}\triangleq u^N_{\bar{k},\ (b-1)}$(ˆ$w_{\bar{k}}$， ˆ $j_{\bar{k}}$)。当 $N\to\infty$ 时，如果

$$\bar{R}_{\bar{k}}+R'_{\bar{k}}\le I(\tilde{U}_{\bar{k}};X_k,Z_k,\tilde{U}_k,\tilde{X}_k,\tilde{Z}_k)+I(U_{\bar{k}};X_k,Z_k,\tilde{U}_k,\tilde{X}_k,\tilde{Z}_k),\quad k\in\{1,2\}.\qquad(60)$$

状态估计类似于（46），但在此处终端 k 用联合信源信道码字 $u^N_{k,\ (b+1)}$ 替代压缩码字$v^N_{k,\ (b)}$，并且与混合编码类似，也使用与发送码字$u^N_{1,\ (b+1)}$ 的码块相对应的输入/输出，即码块 $b+1$中的输入和输出。因此，终端 k 计算其对码块 b 状态的估计如下:

$$\hat{s}^N_{k,(b)}=\phi^{*\otimes N}_{2,k}\big(\hat{u}^N_{\bar{k},(b+1)},x^N_{k,(b+1)},z^N_{k,(b+1)},\hat{u}^N_{\bar{k},(b)},x^N_{k,(b)},z^N_{k,(b)},u^N_{k,(b-1)},x^N_{k,(b-1)},z^N_{k,(b-1)},\hat{u}^N_{\bar{k},(b-1)}\big),\qquad(61)$$

其中

$$\phi^*_{2,k}(u'_{\bar{k}},x'_k,z'_k,u_{\bar{k}},x_k,z_k,\tilde{u}_k,\tilde{x}_k,\tilde{z}_k,\tilde{u}_{\bar{k}}):=\arg\min_{s'_k\in\hat{\mathcal{S}}_k}\sum_{s_k\in\mathcal{S}_k}P_{S_k|X_kZ_kU_{\bar{k}}}(s_k|x_k,z_k,u_{\bar{k}})\,d_k(s_k,s'_k).\qquad(62)$$

根据标准论证，并由于（54）中的平稳性条件，当 $N\to\infty$ 时，违反失真约束的概率趋于 0，如果

$$\mathsf{E}\Big[d_k\big(S_k,\ \phi^*_{2,k}(U'_{\bar{k}},X'_k,Z'_k,U_{\bar{k}},X_k,Z_k,\tilde{U}_k,\tilde{X}_k,\tilde{Z}_k,\tilde{U}_{\bar{k}})\big)\Big]\le D_k,\qquad k\in\{1,2\},\quad(63a)$$

其中，$X'_1=f_1(U'_1,\ U_1,\ X_1,\ Z_1)$ 和 $X'_2=f_2(U'_2,\ U_2,\ X_2,\ Z_2)$，输出 Z'_1 和 Z'_2 由 X'_1 和 X'_2 经由信道转移律 $P_{Z_1Z_2|X_1X_2}$获得。

根据上述共同 考虑这些因素并消除虚设速率 R'_1 和 R'_2，我们得到 the

以下定理。

定理7 （通过联合信源信道编码得到的内界）。 任意非负率失真四元组(R_1, R_2, D_1, D_2) 只要满足以下两个速率约束，即为可达

$$R_k \leq I(U_k; X_{\bar{k}}, Z_{\bar{k}}, U_{\bar{k}}, X_{\bar{k}}, Z_{\bar{k}}) - I(U_k; X_k, Z_k, U_k, X_k, Z_k | X_{\bar{k}}, Z_k, U_{\bar{k}}, X_{\bar{k}}, Z_{\bar{k}}) \quad k \in \{1, 2\} \tag{64}$$

，以及式(63) 中的两个失真约束，其中概率质量函数 $P_{U_1' U_2' Z_1 Z_2 X_1 X_2 U_1 U_2}$ 以及函数f_1 和 f_2 满足平稳性条件(39)。

备注 7. 我们注意到，所描述的压缩技术并未像 *Wyner-Ziv* 编码那样使用分箱 *[32]*。相反，解码器的边信息通过(59)中的联合典型性检验加以考虑。

备注 8. 对于选择 $U_k' = (U_k'', V_k)$，其中 $U_k'' \sim P_{U_k}$与所有其他随机变量相互独立，且 V_1 和 V_2 满足(45)中的马尔可夫链，我们的联合信源信道编码方案所达到的定理7中的内界，特化为分离信源信道编码所达到的定理 *6* 中的内界。对于上述辅助随机变量的选择，重构函数 g_1 和 g_2 可以将其第一个自变量限制为仅包含 V_1分量和V_2分量，而不损失性能。

VI. 总结与展望

我们研究了多址信道（MAC）和设备到设备通信（D2D）中的通感一体化（ISAC），其中不同终端相互协作以提升感知性能。我们回顾了相关通信方案，并提出了相应的改进方案，使协作感知能够充分融入信息论数据通信方案中。对于设备到设备通信，我们还提出了一种联合信源信道编码（JSCC）方案，如同混合编码那样，将压缩和编码整合到单个码字中。通过示例，我们展示了与非协作式通感一体化方案相比，我们提出的协作感知通感一体化方案在所能达到的率失真区域方面的优势。由此也引出了若干有趣的未来研究方向。如前所述，为通感一体化设备到设备通信提出的联合信源信道编码方案可以整合到我们的通感一体化多址接入信道方案中。另一个

关于多址接入信道方案的有趣研究方向，是在接收端进行状态估计。在这方面，可以考虑加入一个额外的叠加压缩层，以生成仅由接收端解码、而不由其他发射机解码的压缩信息。对于设备到设备通信，一个有趣的扩展方向是考虑特定的信道模型，并以针对这些特定信道设计的双向通信方案取代韩氏结果。

致谢

作者谨此感谢 Mari Kobayashi 提供的宝贵讨论。

附录 A

例 3 的逆命题

根据消息的独立性和 Fano不等式，对于某个当 $n \to \infty$ 时趋于零的函数 ϵ_n，我们得到：

$$
\begin{aligned}
R_k &\leq \frac{1}{n} I(W_k; Y_{\bar{k}}^n | W_{\bar{k}}) + \epsilon_n && (65)\\
&= \frac{1}{n} I(W_k S_{\bar{k}}^n; Y_{\bar{k}}^n | W_{\bar{k}}) - \frac{1}{n} I(S_{\bar{k}}^n; Y_{\bar{k}}^n | W_k W_{\bar{k}}) + \epsilon_n && (66)\\
&= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n} I(Y_{\bar{k},i}; W_k S_{\bar{k}}^n | Y_{\bar{k}}^{i-1} W_{\bar{k}}) - I(S_{\bar{k},i}; Y_{\bar{k}}^n | W_k W_{\bar{k}} S_{\bar{k}}^{i-1}) \right] + \epsilon_n && (67)\\
&\overset{(a)}{\leq} \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n} I(Y_{\bar{k},i}; X_{k,i} W_k S_{\bar{k}}^n | X_{\bar{k},i} Y_{\bar{k}}^{i-1} W_{\bar{k}}) - I(S_{\bar{k},i}; Y_{\bar{k}}^n W_k W_{\bar{k}} S_{\bar{k}}^{i-1}) \right] + \epsilon_n && (68)\\
&\overset{(b)}{\leq} \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n} I(Y_{\bar{k},i}; X_{k,i}) - I(S_{\bar{k},i}; \hat{S}_{\bar{k},i}) \right] + \epsilon_n && (69)\\
&\overset{(c)}{\leq} nC_k - R_{\bar{k}}(D_{\bar{k}}) + \epsilon_n, && (70)
\end{aligned}
$$

其中， C_k 表示从 X_k 到 $X_k + S_k$ 的点对点信道的容量，$R_{\bar{k}}(\cdot)$表示信源$S_{\bar{k}}$的率失真函数。在我们的示例中，$C_{\bar{k}} = 1 - H_{\mathrm{b}}(p_k)$ 和$R_{\bar{k}}(D_{\bar{k}}) = [H_{\mathrm{b}}(p_k) - H_{\mathrm{b}}(D_k)]^+$。上述不等式的依据如下：$(a)$成立，是因为条件化不会增加熵，因为$X_{\bar{k},\, i}$ 是 $W_{\bar{k}}$ 和 $Y_{\bar{k}}^{i-1}$的函数，并且由于信源序列 $S_{\bar{k}}^n$是独立同分布的；(b)成立，是因为马尔可夫链

$Y_{\bar{k},\,i} \to (X_{k,\,i},\ X_{\bar{k},\,i}) \to (W_k,\ W_{\bar{k}},\ S_{\bar{k}}^n,\ Y_{\bar{k}}^{i-1})$，并且因为$\hat{S}_{\bar{k},\,i}$是 $Y_{\bar{k}}^n$的函数；同样，条件化不会增加熵；(c)根据率失真函数 $R_{\bar{k}}(\cdot)$的定义成立，并且因为 $R_{\bar{k}}(\cdot)$是凸且单调的。

附录 B

定理 3 的证明

为了推导平均错误概率（对随机码构造以及状态和信道实现值取平均）的上界，我们将错误事件扩大为：对于某个 $k=1$，2 和 $b=1,\ldots,\ B$,

$$\hat{W}_{k,c,(b)} \neq W_{k,c,(b)} \quad \text{or} \quad \hat{W}_{k,p,(b)} \neq W_{k,p,(b)} \quad \text{or} \quad \hat{W}_{k,c,(b)}^{(\bar{k})} \neq W_{k,c,(b)} \tag{71}$$

or

$$J_{k,(b)}^* = -1 \quad \text{or} \quad \hat{J}_{k,(b)} \neq J_{k,(b)}^* \quad \text{or} \quad \hat{J}_{k,(b)}^{(\bar{k})} \neq J_{k,(b)}^*. \tag{72}$$

为便于记号表示，我们定义 $k=1$，2 和 $b=1,\ldots,\ B$ 对应的码块-b发射机错误事件：

$$\mathcal{E}_{\text{Tx},k,(b)} := \left\{ \hat{W}_{\bar{k},c,(b)}^{(k)} \neq W_{\bar{k},c,(b)} \ \text{ or } \ \hat{J}_{\bar{k},(b-1)}^{(k)} \neq J_{\bar{k},(b-1)}^* \ \text{ or } \ J_{k,b}^* = -1 \right\}, \tag{73}$$

and

$$\mathcal{E}_{\text{Tx},k,(B+1)} := \left\{ \hat{J}_{\bar{k},(B)}^{(k)} \neq J_{\bar{k},(B)}^* \right\}, \qquad k \in \{1,2\}. \tag{74}$$

另定义 $k=1$，2 和码块 $b=1,\ldots,\ B+1$ 对应的接收端错误事件：

$$\mathcal{E}_{\text{Rx},(b)} := \left\{ \hat{W}_{k,c,(b-1)} \neq W_{k,c,(b-1)} \ \text{ or } \ \hat{W}_{k,p,(b)} \neq W_{k,p,(b)} \ \text{ or } \ \hat{J}_{k,(b-1)} \neq J_{k,(b-1)}^* \colon \ k=1,2 \right\}. \tag{75}$$

根据并集界和基本概率论，我们得到：

$$\begin{aligned} \Pr\left(\hat{W}_1 \neq W_1 \ \text{ or } \ \hat{W}_2 \neq W_2 \right) \leq & \sum_{b=1}^{B+1} \Pr\left(\mathcal{E}_{\text{Rx},(b)} \middle| \bigcup_{b'=1}^{B+1} \left\{ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')} \right\} \right) \\ & + \sum_{b=1}^{B+1} \Pr\left(\mathcal{E}_{\text{Tx},1,(b)} \middle| \bigcup_{b'=1}^{b-1} \left\{ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')} \right\} \right) \end{aligned}$$

$$+\sum_{b=1}^{B+1}\Pr\left(\mathcal{E}_{\mathrm{Tx},2,(b)}\middle|\bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right). \quad (76)$$

我们分别分析这三个和。第一个和与发射机 1 的错误事件有关，第二个和与发射端 2 的错误事件有关，第三个和与接收端的错误事件有关。

1) 发射机*1*错误事件的分析：为简化记号，对于每个码块 $b\in\{2,\dots,B+1\}$ 以及每个三元索引组 $(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2)$，我们定义事件 $\mathcal{F}_{\mathrm{Tx1},(b)}(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2)$，表示以下两个条件 (77) 和 (78) 均成立（对于 $b=1$，仅条件 (77) 成立）：

$$\Bigg(u_{0,(b)}^N\Big(W_{1,c,(b-1)},\hat{W}_{2,c,(b-1)}^{(1)}\Big),\ u_{1,(b)}^N\Big(W_{1,c,(b)},J_{1,(b-1)}^*\ \Big|\ W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)}\Big)$$
$$u_{2,(b)}^N\Big(\hat{w}_2,\hat{j}_2\ \Big|\ W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)}\Big),\ x_{1,(b)}^N\Big(W_{1,p,(b)}\ \Big|\ W_{1,c,(b)},J_{1,(b-1)}^*,W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)}\Big),$$
$$v_{1,(b)}^N\Big(j_1^*\ \Big|\ J_{1,(b-1)}^*,W_{1,c,(b)},\hat{w}_2,\hat{j}_2,W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)}\Big),\ Z_{1,(b)}^N\Bigg)$$
$$\in\mathcal{T}_\epsilon^N(P_{U_0U_1U_2X_1V_1Z_1}) \quad (77)$$

且如果 $b>1$

$$\Bigg(u_{0,(b-1)}^N\Big(W_{1,c,(b-2)},W_{2,c,(b-2)}\Big),$$
$$u_{1,(b-1)}^N\Big(W_{1,c,(b-1)},J_{1,(b-1)}^*\ \Big|\ W_{1,c,(b-2)},W_{2,c,(b-2)}\Big)$$
$$u_{2,(b-1)}^N\Big(W_{2,c,(b-1)},J_{2,(b-2)}\Big|\ W_{1,c,(b-2)},W_{2,c,(b-2)}\Big),$$
$$x_{1,(b-1)}^N\Big(W_{1,p,(b-1)}\ \Big|\ W_{1,c,(b-1)},J_{1,(b-2)}^*,W_{1,c,(b-2)},W_{2,c,(b-2)}\Big),$$
$$v_{2,(b-1)}^N\Big(\hat{j}_2\ \Big|\ W_{1,c,(b-1)},J_{1,(b-2)}^*,W_{2,c,(b-1)},J_{2,(b-2)}^*,W_{1,c,(b-2)},W_{2,c,(b-2)}\Big),$$
$$Z_{1,(b-1)}^N\Bigg)\in\mathcal{T}_\epsilon^N(P_{U_0U_1U_2X_1V_2Z_1}). \quad (78)$$

注意，与 (16) 和 (17) 相比，这里我们将三元组 $(\hat{W}(1)_{2,c,(b-2)},\hat{W}(1)_{2,c,(b-1)},\hat{J}_2^{(1)}{}_{,(b-2)})$ 替换为其正确取值 $W_{2,c,(b-2)},W_{2,c,(b-1)},J_{2,(b-2)}^*)$。类似地，将事件 $\mathcal{F}_{\mathrm{Tx1},(B+1)}(\hat{j}_2)$ 定义为满足以下两个条件的事件：

$$\Bigg(u_{0,(B+1)}^N\Big(W_{1,c,(B)},W_{2,c,(B)}\Big),$$

$$u^N_{1,(B+1)}\Big(1, J^*_{1,(B)} \;\Big|\; W_{1,c,(B)}, W_{2,c,(B)}\Big),\; u^N_{2,(B+1)}\Big(1, \hat{j}_2 \;\Big|\; W_{1,c,(B)}, W_{2,c,(B)}\Big),$$
$$x^N_{1,(B+1)}\Big(1 \;\Big|\; W_{1,c,(B+1)}, J^*_{1,(B)}, W_{1,c,(B)}, W_{2,c,(B)}\Big),\; Z^N_{1,(B+1)}\Bigg) \in \mathcal{T}^N_\epsilon(P_{U_0U_1U_2X_1Z_1}) \tag{79}$$

and

$$\Bigg(u^N_{0,(B)}\Big(W_{1,c,(B-1)}, W_{2,c,(B-1)}\Big),$$
$$u^N_{1,(B)}\Big(W_{1,c,(B)}, J^*_{1,(B)} \;\Big|\; W_{1,c,(B-1)}, W_{2,c,(B-1)}\Big),$$
$$u^N_{2,(B)}\Big(W^{(1)}_{2,c,(B)}, J^{(1)}_{2,(B-1)} \;\Big|\; W_{1,c,(B-1)}, \hat{W}^{(1)}_{2,c,(B-1)}\Big),$$
$$x^N_{1,(B)}\Big(W_{1,p,(B)} \;\Big|\; W_{1,c,(B)}, J^*_{1,(B-1)}, W_{1,c,(B-1)}, \hat{W}^{(1)}_{2,c,(B-1)}\Big),$$
$$v^N_{2,(B)}\Big(\hat{j}_2 \;\Big|\; W_{1,c,(B)}, J^*_{1,(B-1)}, \hat{W}^{(1)}_{2,c,(B)}, J^{(1)}_{2,(B-1)}, W_{1,c,(B-1)}, W_{2,c,(B-1)}\Big),$$
$$Z^N_{1,(B)}\Bigg) \in \mathcal{T}^N_\epsilon(P_{U_0U_1U_2X_1V_2Z_1}) \tag{80}$$

我们继续注意到，事件 $\bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')} \quad \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},\ 2,\ (b')}\right\}$ 意味着，对于所有 b' =1，. . . , $b-1$, $k=1$，2：

$$\hat{W}^{(k)}_{\bar{k},c,(b')} = W_{\bar{k},c,(b')} \tag{81}$$

$$J^*_{k,(b')} \neq -1 \tag{82}$$

$$\hat{J}^{(\bar{k})}_{k,(b'-1)} = J^*_{k,(b'-1)}. \tag{83}$$

¯此外，对于任意码块 $b = 1, \ldots, B+1$，事件 $\mathcal{E}_{\mathrm{Tx},1,(b)}$ 可由以下事件推出：对于任何满足 ($\hat{}w_2$, $\hat{}j_2$) =($W_{2,c,(b)}$, $J^*_{2,(b-1)}$) 的元组 (j^*_1, $\hat{}w_2$, $\hat{}j_2$)，$\mathcal{F}_{\mathrm{Tx}1,(b)}$($j^*_1$, $\hat{}w_2$, $\hat{}j_2$) 均不成立；或者对于某个满足 ($\hat{}w_2$, $\hat{}j_2$) $\neq$($W_{2,c,(b)}$, $J^*_{2,(b-1)}$) 的三元组 (j^*_1, $\hat{}w_2$, $\hat{}j_2$)，该条件成立。因此，下一页顶部的一系列不等式成立，其中这些不等式由并集界得出。根据覆盖引理 [35], 我们构造码本的方式以及大数弱定律，并且由于我们以事件 $\mathcal{E}_{\mathrm{Tx},2,(b-1)}$ 为条件，该事件蕴含 $J^*_{2,b-1} \neq -1$，所以 (84c) 中的第一个被加项在 $N \to \infty$ 时趋于 0，若

$$R_{1,v} > I(V_1; X_1Z_1 \mid U_0U_1U_2). \tag{85}$$

$$
\begin{aligned}
&\Pr\left(\mathcal{E}_{\mathrm{Tx},1,(b)} \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right)\\
&= \Pr\left(\left(\bigcap_{j_1^*\in[2^{nR_{v,1}}]} \bar{\mathcal{F}}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*, W_{2,c,(b)}, J^*_{2,(b-1)})\right)\right.\\
&\qquad \left.\cup\left(\bigcup_{\substack{(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2):\\ (\hat{w}_2,\hat{j}_2)\neq(W_{2,c,(b)},J^*_{2,(b-1)})}} \mathcal{F}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2)\right) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right) \qquad (84a)\\
&\le \Pr\left(\bigcap_{j_1^*\in[2^{nR_{v,1}}]} \bar{\mathcal{F}}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*, W_{2,c,(b)}, J^*_{2,(b-1)}) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right)\\
&\quad + \Pr\left(\bigcup_{\substack{(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2):\\ (\hat{w}_2,\hat{j}_2)\neq(W_{2,c,(b)},J^*_{2,(b-1)})}} \mathcal{F}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right) \qquad (84b)\\
&\le \Pr\left(\bigcap_{j_1^*\in[2^{nR_{v,1}}]} \bar{\mathcal{F}}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*, W_{2,c,(b)}, J^*_{2,(b-1)}) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right)\\
&\quad + \sum_{\substack{(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2):\\ \hat{w}_2\neq W_{2,c,(b)},\\ \hat{j}_2\neq J^*_{2,(b-1)}}} \Pr\left(\mathcal{F}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*,\hat{w}_2,\hat{j}_2) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right)\\
&\quad + \sum_{\substack{(j_1^*,\hat{j}_2):\\ \hat{j}_2\neq J^*_{2,(b-1)}}} \Pr\left(\mathcal{F}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*, W_{2,c,(b)},\hat{j}_2) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right)\\
&\quad + \sum_{\substack{(j_1^*,\hat{w}_2):\\ \hat{w}_2\neq W_{2,c,(b)}}} \Pr\left(\mathcal{F}_{\mathrm{Tx}1,(b)}(j_1^*,\hat{w}_2, J^*_{2,(b-1)}) \;\middle|\; \bigcup_{b'=1}^{b-1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\mathrm{Tx},2,(b')}\right\}\right), \qquad (84c)
\end{aligned}
$$

根据我们构造码本的方式以及标准的信息论论证， [36],(84c) 第二行中的和在 $N\to\infty$ 时趋于 0，若

$$R_{1,v}+R_{2,v}+R_{2,c} < I(U_2V_1; Z_1X_1 \mid U_0U_1) + I(V_2; Z_1X_1 \mid U_0U_1U_2), \qquad (86)$$

（84c）第三行中的和在 $N \to \infty$ if 时趋于 0

$$R_{1,v}+R_{2,v} < I(U_2V_1; Z_1X_1 \mid U_0U_1) + I(V_2; Z_1X_1 \mid U_0U_1U_2), \tag{87}$$

（84c）第四行中的和在 $N \to \infty$ if 时趋于 0

$$R_{1,v}+R_{2,c} < I(Z_1X_1; U_2V_1 \mid U_0U_1). \tag{88}$$

由于根据（86），条件（87）已不再适用，因此我们得出结论：对于任意有限的 B，错误概率之和 $\sum_{b=1}^{B+1} \Pr\left(\mathcal{E}_{\text{Tx},1,(b)} \middle| \bigcup_{b'=1}^{b-1} \left\{\bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')} \ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')}\right\}\right)$ 在条件（85）、（86）和（88）满足时，当 $N \to \infty$if 趋于 0。

2) 发射端 *2* 的错误事件分析：通过类似的论证，也可以证明，对于有限的B，错误概率之和 $\sum_{b=1}^{B+1} \Pr\left(\mathcal{E}_{\text{Tx},2,(b)} \middle| \bigcup_{b'=1}^{b-1} \left\{\bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')} \ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')}\right\}\right)$ 在条件（22a）、（22b）和（22c）对 $k=2$ 成立时，当 $N \to \infty$ if 趋于 0。

3）接收端错误事件的分析：对于每个码块 $b = 2, \ldots, B$ 以及每个元组 $(w_{1,c}, w_{2,c}, w_{1,p}, w_{2,p}, j_1, j_2)$，将 $\mathcal{F}_{\text{Rx},(b)}(w_{1,c}, w_{2,c}, w_{1,p}, w_{2,p}, j_1, j_2)$ 定义为该事件

$$\left(u^N_{0,(b)}(w_{1,c}, w_{2,c}),\ u^N_{1,(b)}\left(W_{1,c,(b)}, j_1 \,\middle|\, w_{1,c}, w_{2,c}\right),\ u^N_{2,(b)}\left(W_{2,c,(b)}, j_2 \,\middle|\, w_{1,c}, w_{2,c}\right),\right.$$
$$x^N_{1,(b)}\left(w_{1,p} \,\middle|\, W_{1,c,(b)}, j_1, w_{1,c}, w_{2,c}\right),\ x^N_{2,(b)}\left(w_{2,p} \,\middle|\, W_{2,c,(b)}, j_2, w_{1,c}, w_{2,c}\right)$$
$$v^N_{1,(b)}\left(J_{1,(b)} \,\middle|\, W_{1,c,(b)}, W_{2,c,(b)}, w_{1,c}, j_1, w_{2,c}, j_2\right),\ v^N_{2,(b)}(J_{2,(b)} \mid W_{1,c,(b)}, W_{2,c,(b)}, w_{1,c}, j_1, w_{2,c}, j_2),$$
$$\left. Y^N_{(b)}\right) \in \mathcal{T}_{2\epsilon}(P_{U_0U_1U_2X_1X_2Y}). \tag{89}$$

我们接下来注意到，对于 $b = 2, \ldots, B$ 事件 $\mathcal{E}_{\text{Rx},(b)}$ 等价于以下事件：$\mathcal{F}_{\text{Rx},(b)}(w_{1,c}, w_{2,c}, w_{1,p}, w_{2,p}, j_1, j_2)$ 不成立，适用于元组 $(w_{1,c}, w_{2,c}, w_{1,p}, w_{2,p}, j_1, j_2) = (W_{1,c,(b-1)}, W_{2,c,(b-1)}, W_{1,p,(b)}, W_{2,p,(b)}, J^*_{1,(b-1)}, J^*_{2,(b-1)})$；或者存在某个元组 $(w_{1,c}, w_{2,c}, w_{1,p}, w_{2,p}, j_1, j_2) \neq (W_{1,c,(b-1)}, W_{2,c,(b-1)}, W_{1,p,(b)}, W_{2,p,(b)}, J^*_{1,(b-1)}, J^*_{2,(b-1)})$ 使其成立。类似地，对于事件 $\mathcal{E}_{\text{Rx},(1)}$ 和 $\mathcal{E}_{\text{Rx},(B+1)}$也是如此。因此，对于 $b \in \{2, \ldots, B\}$，等式（90）中的不等式链成立，

$$\Pr\left(\mathcal{E}_{\text{Rx},(b)} \,\middle|\, \bigcup_{b'=1}^{B+1} \left\{\bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')}\right\}\right)$$

$$= \Pr\Bigg(\Bigg(\bigcup_{\substack{(w_{1,c},w_{2,c},w_{1,p},w_{2,p},j_1,j_2)\neq \\ (W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)},W_{1,p,(b)},W_{2,p,(b)},J^*_{1,b-1},J^*_{2,(b-1)})}} \mathcal{F}_{\text{Rx},(b)}(w_{1,c},w_{2,c},w_{1,p},w_{2,p},j_1,j_2) \Bigg)$$

$$\cup \quad \mathcal{F}_{\text{Rx},(b)}\left(W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)},W_{1,p,(b)},W_{2,p,(b)},J^*_{1,b-1},J^*_{2,(b-1)}\right) \Bigg| \bigcup_{b'=1}^{B+1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')}\right\} \Bigg) \tag{90a}$$

$$\leq \sum_{\substack{(w_{1,c},w_{2,c},w_{1,p},w_{2,p},j_1,j_2)\neq \\ (W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)},W_{1,p,(b)}, \\ W_{2,p,(b)},J^*_{1,b-1},J^*_{2,(b-1)})}} \Pr\left(\mathcal{F}_{\text{Rx},(b)}(w_{1,c},w_{2,c},w_{1,p},w_{2,p},j_1,j_2)\right) \Bigg| \bigcup_{b'=1}^{B+1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')}\right\} \Bigg)$$

$$+ \quad \Pr\Bigg(\mathcal{F}_{\text{Rx},(b)}\left(W_{1,c,(b-1)},W_{2,c,(b-1)},W_{1,p,(b)},W_{2,p,(b)},J^*_{1,b-1},J^*_{2,(b-1)}\right) \Bigg| \bigcup_{b'=1}^{B+1}\left\{\bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},1,(b')},\ \bar{\mathcal{E}}_{\text{Tx},2,(b')}\right\} \Bigg) \tag{90b}$$

其中不等式由并集界得出。

根据条件中的事件和码本的构造方式，以及大数弱律和覆盖引理，这两个被加项在 $N \to \infty$ if (22) 成立时都趋于 0。

由于 (22j) 以及大数弱律，该方案满足失真约束 (33b)。

附录 C

傅里叶-莫茨金消元

我们应用傅里叶-莫茨金消元算法，证明约束条件（22）与定理 3 中的约束等价。为便于记号，定义

$$I_0 := I(V_1; X_1X_2Y \mid \underline{U}) + I(V_2; X_1X_2YV_1 \mid \underline{U}) \tag{91a}$$

$$I_1 := I(V_1; X_1Z_1 \mid \underline{U}) \tag{91b}$$

$$I_2 := I(V_2; X_2Z_2 \mid \underline{U}) \tag{91c}$$

$$I_3 := I(U_1; X_2Z_2 \mid U_0U_2) \tag{91d}$$

$$I_4 := I(U_2; X_1Z_1 \mid U_0U_1) \tag{91e}$$

$$I_5 := I(V_1;\ X_2Z_2 \mid \underline{U}) \tag{91f}$$

$$I_6 := I(V_2; X_1Z_1 \mid \underline{U}) \tag{91g}$$

$$I_7 := I(X_1X_2; YV_1V_2 \mid \underline{U}) \tag{91h}$$

$$I_8 := I(X_1; YV_1V_2 \mid \underline{U}X_2) \tag{91i}$$

$$I_9 := I(X_2; YV_1V_2 \mid \underline{U}X_1) \tag{91j}$$

$$I_{10} := I(X_1; Y \mid U_0X_2) \tag{91k}$$

$$I_{11} := I(X_2; Y \mid U_0X_1) \tag{91l}$$

$$I_{12} := I(X_1X_2; Y \mid U_0U_2) \tag{91m}$$

$$I_{13} := I(X_1X_2; Y \mid U_0U_1) \tag{91n}$$

$$I_{14} := I(X_1X_2; Y \mid U_0) \tag{91o}$$

$$I_{15} := I(X_1X_2; Y). \tag{91p}$$

令 $R_{k,\ c} = R_k - R_{k,\ p}$，由（**??**）得到，结合上述定义，我们可以将约束条件（22）重写为：

$$R_{1,v} > I_1 \tag{92a}$$

$$R_{2,v} > I_2 \tag{92b}$$

$$R_{2,v}+R_1 - R_{1,p} < I_2 + I_3 \tag{92c}$$

$$R_{1,v}+R_2 - R_{2,p} < I_1 + I_4 \tag{92d}$$

$$R_{1,v} + R_{2,v}+R_1 - R_{1,p} < I_2 + I_3 + I_5 \tag{92e}$$

$$R_{1,v}+R_{2,v} + R_2 - R_{2,p} < I_1 + I_4 + I_6 \tag{92f}$$

$$R_{1,p} + R_{2,p} < I_7 \tag{92g}$$

$$R_{1,p} < I_8 \tag{92h}$$

$$R_{2,p} < I_9 \tag{92i}$$

$$R_{1,v} + R_{1,p} < I_{10} + I_0 \tag{92j}$$

$$R_{2,v} + R_{2,p} < I_{11} + I_0 \tag{92k}$$

$$R_{1,v} + R_{1,p} + R_{2,p} < I_{12} + I_0 \tag{92l}$$

$$R_{2,v} + R_{1,p} + R_{2,p} < I_{13} + I_0 \tag{92m}$$

$$R_{1,v} + R_{1,p} + R_{2,v} + R_{2,p} < I_{14} + I_0 \tag{92n}$$

$$R_{1,v} + R_1 + R_{2,v} + R_2 < I_{15} + I_0. \tag{92o}$$

下一步，我们消去变量$R_{1,\ v}$ 和 $R_{2,\ v}$，得到:

$$R_1 - R_{1\,p} < I_3 \tag{93a}$$

$$R_2 - R_{2\,p} < I_4 \tag{93b}$$

$$R_1 - R_{1,p} < I_3 + I_5 - I_1 \tag{93c}$$

$$R_2 - R_{2,p} < I_4 + I_6 - I_2 \tag{93d}$$

$$R_{1,p} < \min\{I_8, I_{10} + I_0 - I_1\} \tag{93e}$$

$$R_{2,p} < \min\{I_9, I_{11} + I_0 - I_2\} \tag{93f}$$

$$R_{1\,p} + R_{2\,p} < \text{最小值}\{I_7, I_{12} + I_0 - I_1, I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \tag{93g}$$

$$R_1 + R_2 < I_{15} + I_0 - I_1 - I_2 \tag{93h}$$

注意到 $I_1 \geq I_5$和 $I_2 \geq I_6$由于 $V_1 - (Z_1 X_1 U) - (\underline{X}_2 Z_2)$ 构成马尔可夫链，因此根据约束 (93c) 和 (93d)，约束 (93a) 和 (93b) 不起作用。因此，下面忽略 (93a) 和 (93b)。接下来消去变量 $R_{1,\ p}$，并考虑到 $R_{1,\ p}$ 和 $R_1 - R_{1,\ p}$ 的非负性，得到:

$$R_1 < I_3 + I_5 - I_1 + \min\{I_8, I_{10} + I_0 - I_1\} \tag{94a}$$

$$R_1 + R_{2,p} < I_3 + I_5 - I_1 + \min\{I_7, I_{12} + I_0 - I_1, I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \tag{94b}$$

$$R_2 - R_{2\,p} < I_4 + I_6 - I_2 \tag{94c}$$

$$R_{2,p} < \min\{I_9, I_{11} + I_0 - I_2\} \tag{94d}$$

$$R_{2,p} < \min\{I_7, I_{12} + I_0 - I_1, \\ I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \tag{94e}$$

$$R_1 + R_2 < I_{15} + I_0 - I_1 - I_2 \tag{94f}$$

and

$$I_3 + I_5 > I_1 \tag{94g}$$

$$I_{10} + I_0 > I_1. \tag{94h}$$

注意到 $I_7 > I_9$ 和 $I_{13} > I_{11}$，因此两个约束 (94d) 和 (94e) 合并为

$$R_{2,p} < \min\{I_9, I_{11} + I_0 - I_2, \\ I_{12} + I_0 - I_1, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\}. \tag{95}$$

最后消去 $R_{2,\ p}$（同时考虑 $R_{2,\ p}$ 和 $R_2 - R_{2,\ p}$的非负性）可得:

$$R_1 < I_3 + I_5 - I_1 + \min\{I_8,\ I_{10} + I_0 - I_1\} \tag{96a}$$

$$R_1 < I_3 + I_5 - I_1 + \min\{I_7, I_{12} + I_0 - I_1, \\ I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \tag{96b}$$

$$R_2 < I_4 + I_6 - I_2 + \min\{I_9,\ I_{11} + I_0 - I_2 \\ I_{12} + I_0 - I_1, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \tag{96c}$$

$$R_1 + R_2 < I_4 + I_6 - I_2 + I_3 + I_5 - I_1 \\ +\text{分钟}\{I_7,\ I_{12} + I_0 - I_1, \\ I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \tag{96d}$$

$$R_1 + R_2 < I_{15} + I_0 - I_1 - I_2 \tag{96e}$$

and

$$I_3 + I_5 > I_1 \tag{96f}$$

$$I_4 + I_6 > I_2 \tag{96g}$$

$$I_{14} + I_0 > I_1 + I_2 \tag{96h}$$

$$I_{10} + I_0 > I_1 \tag{96i}$$

$$I_{11} + I_0 > I_2 \tag{96j}$$

$$I_{12} + I_0 > I_1. \tag{96k}$$

注意到 $I_{12} > I_{10}$，因此根据 (96i)，(96k) 已不再需要。此外，由于还有 $I_7 > I_8$，约束 (96a) 和 (96b) 可合并为

$$\begin{aligned} R_1 < I_3 + I_5 - I_1 + \min\{&I_8,\ I_{10} + I_0 - I_1, \\ &I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\}. \end{aligned} \tag{97}$$

因此，最终表达式由以下约束给出：

$$\begin{aligned} R_1 < I_3 + I_5 - I_1 + \min\{&I_8,\ I_{10} + I_0 - I_1 \\ &I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \end{aligned} \tag{98a}$$

$$\begin{aligned} R_2 < I_4 + I_6 - I_2 + \min\{&I_9,\ I_{11} + I_0 - I_2 \\ &I_{12} + I_0 - I_1, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \end{aligned} \tag{98b}$$

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 < I_4 + I_6 - I_2 + I_3 + I_5 - I_1 \\ + \min\{&I_7,\ I_{12} + I_0 - I_1, \\ &I_{13} + I_0 - I_2, I_{14} + I_0 - I_1 - I_2\} \end{aligned} \tag{98c}$$

$$R_1 + R_2 < I_{15} + I_0 - I_1 - I_2 \tag{98d}$$

and

$$I_3 + I_5 > I_1 \tag{98e}$$

$$I_4 + I_6 > I_2 \tag{98f}$$

$$I_{14} + I_0 > I_1 + I_2 \tag{98g}$$

$$I_{10} + I_0 > I_1 \tag{98h}$$

$$I_{11} + I_0 > I_2. \tag{98i}$$

参考文献

[1] C. de Lima、D. Belot、R. Berkvens、A. Bourdoux、A. Dardari、M. Guillaud、E.-S. Isomursu、M.和 Lohan、Y. Miao、A. N. Barreto、M. R. K. Aziz、J. Saloranta、T. Sanguanpuak、G. Sarieddeen、H.和 Seco-Granados、J. Suutala、M. Svensson、T.和 Valkama、H. Wymeersch 以及 B. E. van Liempd，《关于定位与感知的 6G 白皮书 [白皮书],》奥卢大学，第 12 号，2020年。[2] L. Zheng、M. Lops、Y. C. Eldar 和 X. Wang，《雷达与通信共存：概述：近期方法综述》，第 36 卷，第 5 期，第 85–99 页，2019 年 9 月。[3] F. Liu、C. Masouros、A. P. Petropulu、H. Griffiths 和 L. Hanzo，《雷达与通信联合设计：应用、研究现状及未来发展》，*IEEE Trans. Commun.*，第 68 卷，第 6 期，第 3834–3862 页，2020年。[4] C. Sturm 和 W. Wiesbeck，《无线通信与雷达感知融合中的波形设计与信号处理问题》，第 99 卷，第 7 期，第 1236–1259 页，2011 年 7 月。[5] L. Gaudio、M. Kobayashi、G. Caire 和 G. Colavolpe，《OTFS 在联合雷达参数估计与通信中的有效性》，*IEEE Trans. Wireless Commun.*，第 19 卷，第 9 期，第 5951–5965 页，2020年。[6] M. Kobayashi、G. Caire 和 G. Kramer，《联合状态感知与通信：无记忆情形下的最优权衡》，载于*Proc. IEEE Int. Symp. Info. Theory (ISIT)*，2018 年，第 111–115 页。[7] M. Ahmadipour、M. Kobayashi、M. Wigger 和 G. Caire，《一种用于联合感知与通信的信息论方法》，*IEEE*信息论汇刊，第 1–1 页，2022年。[8] C. Choudhuri、Y.-H. Kim 和 U. Mitra，《因果状态通信》，*IEEE Trans. Info. Theory*，第 59 卷，第 6 期，第 3709–3719 页，2013 年。[9] M. Kobayashi、H. Hamad、G. Kramer 和 G. Caire，《基于无记忆多址信道的联合状态感知与通信》，载于*Proc. IEEE Int. Symp. Info. Theory (ISIT)*，2019 年，第 270–274 页。[10] M. Ahmadipour、M. Wigger 和 M. Kobayashi，《感知编码：一种用于多址信道通感一体化的改进方案》，载于*2022 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*，2022 年，第 3025–3030 页。[11] H. Joudeh 和 F. M. J. Willems，《联合通信与二元状态检测》，*https://h-joudeh.github.io/P1.pdf*，2021 年。[12] H. Wu 和 H. Joudeh，《关于联合通信与信道判别》，*https://arxiv.org/abs/2202.01112*，2021 年。[13] M.-C. Chang 、，Erdogan、S.-Y. Wang 和 M.R. Bloch，《联合通信与感知的速率与检测错误指数权衡》，载于*2022 2nd IEEE International Symposium on Joint Communications and Sensing (JCS)*，2022 年，第 1–6 页。[14] R. S. O. G¨unl¨u、M. R. Bloch 和 A. Yener，《安全通信与感知联合》，载于*IEEE International Symposiumon InformationTheory*，芬兰埃斯波，2022 年 4 月。[15] E. Tuncel，《广播信道上的 Slepian-Wolf 编码》，*IEEE*信息论汇刊，第 52 卷，第 4 期，第 1469–1–482 页，2006年。

[16] I. Csisz´ar 和 J. K¨orner，《信息论：离散无记忆系统的编码定理》。剑桥大学出版社，2011年。 [在线]。网址：https://books.google.fr/books?id=2gsLkQlb8JAC[17] R. Ahlswede，“多向通信信道”，载于第二届国际信息传输研讨会论文集，Tsahkadsor，亚美尼亚，苏联，匈牙利出版社，1971年。[18] H. Liao，“多址信道”，博士学位论文，夏威夷大学，1972年。[19] L. Ozarow，“带反馈的白高斯多址信道的容量”，IEEE信息论汇刊，第30卷，第4期，第623–629页，1984年。[20] F. Willems，“一类离散无记忆多址信道的反馈容量区域（通信）”，IEEE信息论汇刊，第28卷，第1期，第93–95页，1982年。[21] G. Kramer，“离散无记忆网络的容量结果”，IEEE信息论汇刊，第49卷，第1期，第4–21页，2003年。[22] A. Hekstra 和 F. Willems，“单输出双向信道的依赖平衡界”，IEEE信息论汇刊，第35卷，第1期，第44–53页，1989年。[23] E. Sula、M. Gastpar 和 G. Kramer，“带反馈的对称高斯多址信道的和速率容量”，IEEE信息论汇刊，第66卷，第5期，第2860–2871页，2020年。[24] T. Cover 和 C. Leung，“带反馈多址信道的一个可达速率区域”，IEEE信息论汇刊，第27卷，第3期，第292–298页，1981年。[25] F. Willems、E. van der Meulen 和 J. Schalkwijk，“带广义反馈多址信道的可达速率区域”，载于年度Allerton通信、控制与计算会议论文集，1983年，第284–292页。[26] A. Carleial，“具有不同广义反馈信号的多址信道”，IEEE信息论汇刊，第28卷，第6期，第841–850页，1982年。[27] ——，“具有不同广义反馈信号的多址信道”，IEEE信息论汇刊，第28卷，第6期，第841–850页，1982年。[28] M. Costa，“脏纸编码（通信）”，IEEE信息论汇刊，第29卷，第3期，第439–441页，1983年。[29] T. Han，“双向信道的通用编码方案”，IEEE信息论汇刊，第30卷，第1期，第35–44页，1984年。[30] G. Kramer，“带反馈信道的定向信息”，博士学位论文，苏黎世瑞士联邦理工学院，1998年。[31] C. E. Shannon，《双向通信信道》，1993年，第351–384页。[32] A. Wyner 和 J. Ziv，“解码器处具有边信息的信源编码率失真函数”，IEEE信息论汇刊，第22卷，第1期，第1–10页，1976年。[33] M. Ahmadipour 和 M. Wigger，2022年8月。 [在线]。网址：https://perso.telecom-paristech.fr/wigger/ISAC2022.pdf[34] P. Minero、S. H. Lim 和 Y.-H. Kim，“混合编码的统一方法”，IEEE信息论汇刊，第61卷，第4期，第1509–1523页，2015年。[35] T. M. Cover 和 J. A. Thomas，《信息论基础》（第二版）。Wiley-Interscience，2006年。[36] A. E. Gamal 和 Y.-H. Kim，《网络信息论》。剑桥大学出版社，2011年。