arXiv:2304.02021v1 [gr-qc] 4 Apr 2023

洛伦兹系与伽利略系中萨格纳克效应下爱因斯坦等效原理的研究

Shouvik Sadhukhan[1]

[1]印度空间科学与技术学院（IIST）物理学系，邮政信箱：Valiamala，特里凡得琅 -695547，喀拉拉邦；印度[1]电子邮箱：shouvikphysics1996@gmail.com

日期：2023年4月6日

摘要

本文从陀螺系统的角度研究了洛伦兹参考系和狭义爱因斯坦系中的萨格纳克效应。本文运用爱因斯坦等效原理，确定从地球旋转参考系变换到静止参考系时惯性力产生的相位移。讨论中考虑了多色宽带光源。在引入广义相对论时，采用了朗之万-朗道-利夫希茨度规。理论建立采用了方形萨格纳克干涉仪。

关键词：爱因斯坦等效原理（EEP）、朗之万-朗道-利夫希茨度规、洛伦兹参考系、萨格纳克效应、旋转参考系

1 引言

广义相对论及其相关解释广为人知，并被许多论文广泛采用 [1]。文献中可采用的广义相对论方法之一是爱因斯坦等效原理 [2, 3]。该原理指出，引力与惯性质量等效 [4]。换言之，等效原理基本上建立了两种作用之间的对应关系：一种是有质量系统所受的引力，另一种是物体在非惯性参考系中所受的惯性力 [5]。借助陀螺干涉仪，萨格纳克效应和科里奥利力再次证实了这种等效性 [6]。

本文采用平直时空几何结构，这与闵可夫斯基几何结构相似 [7]。在本研究中，我们考虑旋转参考系以产生惯性力，因此度规或线元会因旋转而发生变换。这种修正后的旋转几何称为朗之万-朗道-利夫希茨度规几何 [8]。该度规空间系统能够为在此参考系中运动的物体提供旋转惯性力。本研究主要聚焦于这一度规空间系统 [9]。

在爱因斯坦引力的发展过程中，有必要在基于爱因斯坦曲率的引力模型与牛顿引力理论之间建立某种联系。因此，文献中引入了线性化引力的概念。引力不过是由质量产生的时空曲率效应，而因此，这种力等同于惯性质量的伪效应 [10]。如今，可以将大尺度距离上的弱引力与牛顿引力理论进行比较，因此理论中提出了弱引力近似。时空曲率不过是系统质量导致的一种微弱引力扰动，它也给出了作为传播波解的引力波。在线性化引力下，这种效应可等同于非惯性参考系中的萨格纳克效应 [11]。

萨格纳克干涉仪实验广泛用于多种测量中 [12–15]。萨格纳克干涉仪是一种方形结构的干涉仪装置，使用了三面反射镜（图2） [16–20]。光源与探测器的位置彼此垂直。整个系统底座可以进行陀螺运动 [21–25]。旋转可以是相对论性的，也可以是非相对论性的。在本研究中，我们还尝试将多色光源光谱干涉测量纳入基于陀螺运动的萨格纳克干涉仪中 [26, 27]。多色光源及其光谱内容的干涉输出能够提供高灵敏度的位移测量，因此我们用它来分析旋转的伪效应 [28]。参考文献中还可找到一些关于爱因斯坦引力的详细分析 [29–39]。

论文按此思路展开：第 2 节介绍了使用洛伦兹参考系和几何参考系研究萨格纳克效应的数学概述与理论分析。第 3 节给出了结论。

本研究的

2 萨格纳克效应引力等效性的数学分析

本节讨论白光干涉术中的狭义相对论数学分析。我们从动态干涉仪中包含时间延迟的相对论形式体系标准理论出发。闵可夫斯基时空中，或在洛伦兹参考系中，采用柱坐标系表示的线元可写为如下形式。 [1–9]

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2d\phi^2 - dz^2 \tag{1}$$

我们的实验研究采用平面陀螺仪，因此相对于旋转圆盘，我们应当具有绕 z 轴的对称性。因此，线元应简化为以下方程。

$$ds^2 = c^2dt_0^2 - R^2d\phi^2 \tag{2}$$

这里， t_0 表示相对于惯性系的时间， R 是陀螺仪半径的度量。现在，在参考系中应用旋转后，我们应有 $\phi = \phi_0 - \omega t$ ，其中 ω 是陀螺仪的角速度。因此，将其代入简化后的线元，可得以下形式。

$$ds^2 = (c^2 - \omega^2R^2)dt^2 - R^2d\phi^2 - 2R^2\omega d\phi dt \tag{3}$$

现在，将这一关系与广义线元 $ds^2 = g_{00}dt^2 - g_{\phi\phi}d\phi^2 - 2g_{0\phi}\omega d\phi dt$ 进行比较，可写出光的微分时间如下。对于光，我们必须考虑零几何，因此有$ds = 0$。

$$dt = \frac{-g_{0\phi}d\phi \pm \sqrt{(g_{0\phi}^2d\phi^2 - g_{\phi\phi}g_{00}d\phi^2)}}{g_{00}} \tag{4}$$

对于未来指向系统中的类光解，我们必须有 $dt > 0$。对于顺时针或逆时针旋转，我们分别有 $d\phi > 0$ 和 $d\phi > 0$ 。因此，可得旋转所导致的时间差如下。

$$\Delta t = -2\oint_l \frac{g_{0\phi}}{g_{00}}Rd\phi \tag{5}$$

这里， l 是陀螺仪的圆周长。对于固有时参考系，该关系应为 $d\tau = \sqrt{g_{00}}dt$。因此，我们可以写成如下形式。

$$\Delta\tau = -2\sqrt{g_{00}}\oint_l \frac{g_{0\phi}}{g_{00}}Rd\phi \tag{6}$$

现在，将这些广义形式转换为实际线元，我们可以重写如下。

$$\Delta t = 4\frac{\pi\omega R^2}{c^2(1 - \frac{R^2\omega^2}{c^2})} \tag{7}$$

and,

$$\Delta\tau = 4\frac{\pi\omega R^2}{c^2\sqrt{(1 - \frac{R^2\omega^2}{c^2})}} \tag{8}$$

相对论参考系的示意图如下。

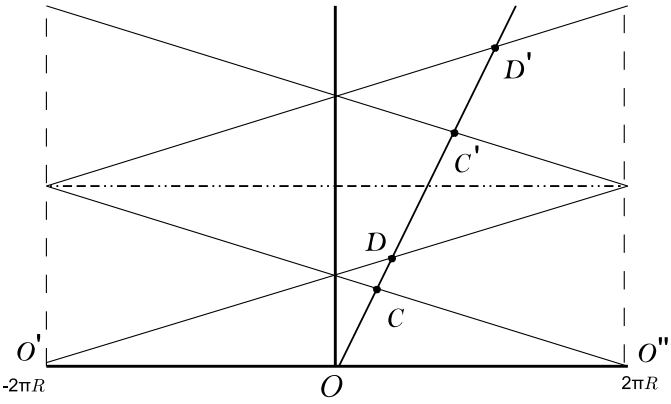

图1：旋转的相对论参考系。这里，C 和 D 表示旋转前的位置，C’ 和 D’ 表示旋转后的位置。O 是当前参考系，O’ 是过去参考系的参考点，O” 是未来参考系的参考点。

现在给出多色陀螺萨格纳克干涉仪的实验示意图。这里我们采用了洛伦兹参考系，因此输入信号应处于宽带射频频段。示意图如下。 [13]

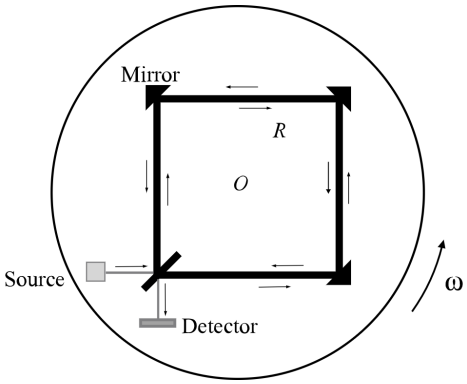

图2：带陀螺台的萨格纳克干涉仪装置

在相对论性萨格纳克效应实验中，我们使用了射频范围的宽带多色光源。该波的中心波长设为 6.12 m，带宽为 2.38

m。角运动范围取为10^7 rps，半径以米为单位。现在我们给出本研究的数学基础，该基础能够推导出本文讨论的结果。首先，本研究讨论了采用高斯光束光源的系统。通常，我们考虑中心峰值强度为 H_0 的高斯光束，并将光谱域强度表示为方程 1。（光谱域强度应表示为 ）下文将在表格中列出不同的角运动，以便校准光谱开关与运动之间的关系。 [1–3] 假设输入光谱域场为 $\varepsilon_0(\lambda)$。因此，方程 10 中给出的输入强度可改写如下。 [27, 28]

$$I_0(\lambda) = \varepsilon_0^*(\lambda)\varepsilon_0(\lambda) \tag{9}$$

现在，我们假设输入光谱具有高斯特性，因此强度为高斯光谱内容输入。我们还假设输入光谱内容可能具有不对称性和超额。因此，输入信号可写为如下形式。

$$I_0(\lambda) = H_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2\right) g(\lambda) \tag{10}$$

项 $g(\lambda)$会使波形产生不对称性。我们将该函数定义如下。

$$\begin{aligned} g(\lambda) = 1 + \frac{A}{6}\left(\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2 - 3\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)\right) \\ -\frac{C}{24}\left(\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^4 - 6\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2 + 3\right) \end{aligned} \tag{11}$$

常数 A 是不对称因子， C 是超额。波形应满足以下条件。

$$\begin{cases} = 1 \text{ 表示对称波形光谱, } g(\lambda) \to A = B = 0 \text{表示非对称波形光} \\ \neq 1 \end{cases}$$

谱$(A \neq B \neq 0)$

在本研究中，我们在频域中使用了对称单峰高斯光束和非超额单峰高斯光束。因此，研究的第一部分需满足 $A = B = 0$ ，第二部分则在 $A \neq B \neq 0$ 下改变了 A 和B 。本研究采用了频谱的频域。干涉仪两臂上的振幅可分别表示为$a(\nu)$ 和 $b(\nu)$，二者均取决于分束器的透射率和反射率。我们认为该系统的复相干度为 1。因此，干涉仪两臂的波场可表示为方程 3 和 4：$(a(\nu) = rt \exp(ikL_1)$ 和 $b(\nu) = tr \exp(ikL_2))$

$$\varepsilon_1(\lambda) = a(\lambda)\varepsilon_0(\lambda) \tag{12}$$

And,

$$\varepsilon_2(\lambda) = b(\lambda)\varepsilon_0(\lambda) \tag{13}$$

干涉后的场如下一方程所示。

$$\varepsilon(\lambda) = \varepsilon_1(\lambda) + \varepsilon_2(\lambda) \tag{14}$$

输出强度可通过 $I(\lambda) = \varepsilon^*(\lambda)\varepsilon(\lambda)$求得。最后，具有任意相位 θ的光谱域强度输出可写为如下形式。 [1–3, 23]

$$I(\lambda) = H_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2\right)(1 + \cos(\theta)) \tag{15}$$

因此，所有这些方程都将用于确定干涉强度光谱。这种干涉仪中，干涉光沿两个方向传播的臂长相同。相位差仅由装置平台的旋转产生。因此，在我们考虑的所有情况下， $L_1 = L_2$。现在我们给出计算结果，只提供高斯光束的结果。由于萨格纳克干涉仪的结构特点，我们无法引入几何光程差。旋转是唯一能够产生光程差的过程，因此我们可以获得干涉仪装置陀螺运动导致的光谱位移。整个工作的基本方程是方程 15。设相对论角速度为 ω ，由此旋转产生的切向速度为 ωR。这里， R 是干涉仪装置的半径。

根据参考文献 [23] ，利用上文推导的相对论性时间延迟，可以写出运动造成的光程差所对应的相位差，如下所示。局部时间延迟给出以下相位差。

$$\theta = \frac{8\pi^2}{c}\frac{R^2\omega}{\lambda(1 - \frac{\omega^2R^2}{c^2})} \tag{16}$$

固有时间延迟给出的光程差如下。

$$\theta = \frac{8\pi^2}{c}\frac{R^2\omega}{\lambda\sqrt{(1 - \frac{\omega^2R^2}{c^2})}} \tag{17}$$

我们发现的光程差和相位差是由陀螺仪的旋转引起的。因此，多色波的不同波长必然会产生某种多普勒频移。对于切向速度 ωR ，多普勒频移如下。

$$z = \gamma(1 + \frac{\omega R}{c}) - 1 = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \tag{18}$$

对于任意波长 λ_i，多普勒频移后的波长λ_f 可表示如下。

$$\lambda_f = \lambda_i\sqrt{\left(\frac{1 + \frac{\omega R}{c}}{1 - \frac{\omega R}{c}}\right)} = \lambda_i\gamma(1 + \frac{\omega R}{c}) \tag{19}$$

此处所有的 λ's 均可替换为 λ_i ，我们可以将相对论参考系中的输入信号重写如下。

$$I_0(\lambda) = H_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2\right)\left(\frac{1 + \frac{\omega R}{c}}{1 - \frac{\omega R}{c}}\right)G(\lambda) \tag{20}$$

此处， $G(\lambda)$ 是 $g(\lambda)$ 的相对论形式，可写如下。

$$
\begin{aligned}
G(\lambda) = 1 \\
+\frac{A}{6}((\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^2(\frac{1+\frac{\omega R}{c}}{1-\frac{\omega R}{c}}) - 3(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})\sqrt{(\frac{1+\frac{\omega R}{c}}{1-\frac{\omega R}{c}})}) \\
-\frac{C}{24}((\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^4(\frac{1+\frac{\omega R}{c}}{1-\frac{\omega R}{c}})^2 - 6(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^2(\frac{1+\frac{\omega R}{c}}{1-\frac{\omega R}{c}}) + 3)
\end{aligned} \tag{21}
$$

其中， $G(\lambda)$ 的条件也可以写成这样。

$$
G(\lambda) \rightarrow \begin{cases} = 1 \\ \neq 1 \end{cases}
$$

对于对称波形光谱($A = B = 0$)，对于非对称波形光谱($A \neq B \neq 0$)

现在，干涉强度遵循上述方程。可以将其写成如下形式。我们已分别用局部时间系和固有时参考系表示强度。对于局部时间系，强度如下。

$$
\begin{aligned}
I_0(\lambda) = H_0 \exp(-\frac{1}{2}(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^2)(\frac{1+\frac{\omega R}{c}}{1-\frac{\omega R}{c}})G(\lambda) \\
(1+\cos(\frac{8\pi^2}{c}\frac{R^2\omega}{\lambda(1-\frac{\omega^2R^2}{c^2})}))
\end{aligned} \tag{22}
$$

对于固有时参考系，强度可写为如下形式。

$$
\begin{aligned}
I_0(\lambda) = H_0 \exp(-\frac{1}{2}(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^2)(\frac{1+\frac{\omega R}{c}}{1-\frac{\omega R}{c}})G(\lambda) \\
(1+\cos\frac{8\pi^2}{c}\frac{R^2\omega}{\lambda\sqrt{(1-\frac{\omega^2R^2}{c^2})}})
\end{aligned} \tag{23}
$$

现在，利用这种光谱内容强度，我们可以校准多普勒频移以及光谱切换频移。分析的详细内容已在物理分析部分给出。在所讨论的实验装置中，我们无需考虑科里奥利力或任何类型的惯性力。但如果实验在太空中的某些轨道上进行，就必须考虑某些惯性力及其对相移测量的影响。这是因为相对于我们而言，实验室参考系本质上是另一个旋转参考系，这是由地球自转造成的；因此，为了同步这一效应，我们必须纳入地球自转引起的惯性力。示意图如下。 [1]

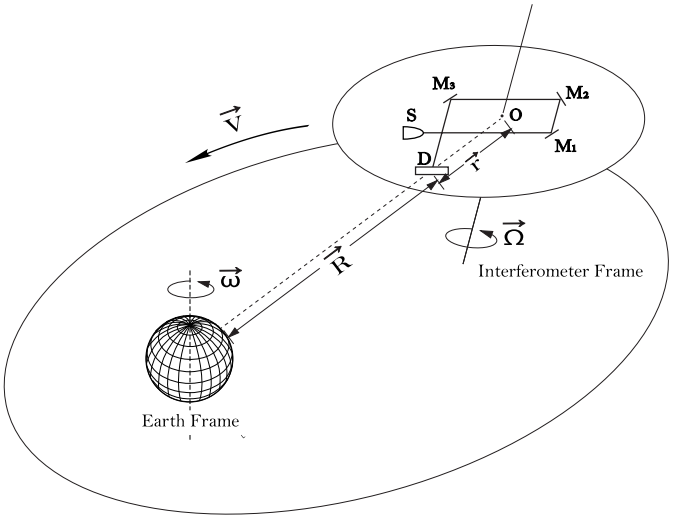

图 3：太空中具有新几何结构的萨格纳克干涉仪装置

在这种实验装置的取向下，我们可以得到总共三种相移。首先，干涉仪相对于其质心旋转时，反向传播波之间应存在一定的相位差。第二种相移应源于地球旋转参考系的惯性效应，以及科里奥利效应对旋转陀螺干涉仪的影响。在这种情况下，相位应在某个正向最大值和负向最大值之间振荡。第三种相移也应源于地球自转对整个干涉系统轨道运动的惯性效应。这种效应应随椭圆轨道径向距离的变化而改变。下面用数学形式讨论这种相移。总惯性力可用相对论参考系表示如下。

$$
F = -\frac{m(\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{R}) + 2m(\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{v})}{1-\frac{v'^2}{c^2}} \tag{24}
$$

这里， $\overrightarrow{\omega}$ 是地球参考系的角速度， $\overrightarrow{v}$ 是干涉仪兼卫星的速度， $\overrightarrow{R}$ 是地球旋转参考系中卫星的径向矢量。根据此函数，我们还可以写出以下内容，

$$
F_{Coriolis} = -\frac{2m(\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{v})}{1-\frac{v'^2}{c^2}} \tag{25}
$$

And,

$$
F_{Centrifugal} = -\frac{m(\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{R})}{1-\frac{v'^2}{c^2}} \tag{26}
$$

术语 $\overrightarrow{v'}$ 表示卫星在静止参考系中的速度，可写为：

$$
\overrightarrow{v'} = \overrightarrow{v} + (\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{v}) \tag{27}
$$

在该系统的当前构型中，离心力无法为圆形轨道做功，因此

科里奥利力应当产生相位移。势可写为如下形式。

$$\phi = 2m\overrightarrow{R}.(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{\omega}) = 2mv\omega R\cos\theta\sin\psi \tag{28}$$

其中，$\sin\psi = |\widehat{\omega} \times \widehat{v}|$ 和 $\cos\theta = \left|\widehat{R}.\widehat{n}\right|$。这里，$\widehat{n} = \widehat{\omega} \times \widehat{v}$。这种科里奥利效应导致的相位移可以使用爱因斯坦等效原理推导。根据该原理，在该线性化近似下，扰动引力场应等效于这一惯性力。因此，时间延迟可通过以下关系测得。

$$d\tau = \sqrt{(1 + \frac{2\phi}{c^2})}dt \approx (1 + \frac{\phi}{c^2})dt \tag{29}$$

因此，考虑两束朝向分束器反向传播的光束，可得以下形式。对于沿运动方向传播的光，时间延迟如下。（非相对论参考系）

$$\tau_1 = T + \frac{2mv\omega R\cos\theta\sin\psi T}{c^2} \tag{30}$$

对于反向传播的光波，关系如下。这里，T 是相对于静止参考系的轨道周期。

$$\tau_2 = T - \frac{2mv\omega R\cos\theta\sin\psi T}{c^2} \tag{31}$$

因此，时间延迟可按如下方式测量。

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = \frac{4mv\omega R\cos\theta\sin\psi T}{c^2} \tag{32}$$

在相对论参考系中，情况如下。

$$\tau_1 = T + \frac{2mv\omega R\cos\theta\sin\psi T}{c^2(1 - \frac{v'^2}{c^2})} \tag{33}$$

and,

$$\tau_2 = T - \frac{2mv\omega R\cos\theta\sin\psi T}{c^2(1 - \frac{v'^2}{c^2})} \tag{34}$$

因此，合成时间延迟可表示如下。

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = \frac{4mv\omega R\cos\theta\sin\psi T}{c^2(1 - \frac{v'^2}{c^2})} \tag{35}$$

此处，卫星相对于地球旋转参考系的速度可表示为其轨道运动和绕自身轴旋转运动之和。因此，可将其形式化表示如下。

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R}) \tag{36}$$

此处，$\overrightarrow{v}_1$ 是相对于地球旋转参考系的轨道速度，$\overrightarrow{\Omega}$ 是卫星相对于地球旋转参考系绕其自身轴线的角速度。项 $\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R}$ 可提供系统的振荡速度

在旋转参考系中。因此，时间延迟的最终形式可分别写成非相对论参考系和相对论参考系下的如下形式。

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = \frac{4mT\overrightarrow{R}.((\overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R})) \times \overrightarrow{\omega})}{c^2} \tag{37}$$

对于相对论参考系，静止参考系中的速度可表示如下。

$$\overrightarrow{v'} = (\overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R}) + (\overrightarrow{\omega} \times (\overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R})) \tag{38}$$

因此，相对论参考系中的时间延迟可写如下。

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = \frac{4mT\overrightarrow{R}.((\overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R})) \times \overrightarrow{\omega})}{c^2(1 - \frac{v'^2}{c^2})} \tag{39}$$

现在，这一相位移应会使多色干涉仪的光谱内容中的干涉光谱产生额外的光谱偏移。由于科里奥利力，多色光应会感受到不同的多普勒效应。因此，对于当前情况，多普勒频移应如下所示。

$$z = (g_{00})^{-1/2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{(1 + \frac{2\phi}{c^2})}} - 1 \tag{40}$$

现在，利用相位关系 $\Delta\phi_{phase} = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\tau$ 和卫星半径 r，即可分别对相对论性和非相对论性参考系下的强度光谱最终形式进行如下表达。

$$I_0(\lambda) = H_0\exp(-\frac{1}{2}(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda})^2)(1 + \frac{1}{\sqrt{(1 + \frac{2\phi}{c^2})}})^2 G'(\lambda) \\ (1 + \cos(\frac{4mT\overrightarrow{R}.((\overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R})) \times \overrightarrow{\omega})}{c^2(1 - \frac{v'^2}{c^2})})) \tag{41}$$

对于非相对论性情况，我们必须满足以下关系。

$$I_0(\lambda) = H_0\exp(-\frac{1}{2}(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda})^2)(1 + \frac{1}{\sqrt{(1 + \frac{2\phi}{c^2})}})^2 G'(\lambda) \\ (1 + \cos(\frac{4mT\overrightarrow{R}.((\overrightarrow{v}_1 + (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{R})) \times \overrightarrow{\omega})}{c^2})) \tag{42}$$

非对称超额项 $G'(\lambda)$ 可写为

如下。

$$\begin{aligned} G'(\lambda) &= 1 \\ &+\frac{A}{6}((\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^2(1+\frac{1}{\sqrt{(1+\frac{2\phi}{c^2})}})^2 \\ &-3(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})(1+\frac{1}{\sqrt{(1+\frac{2\phi}{c^2})}})) \\ &-\frac{C}{24}((\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^4(1+\frac{1}{\sqrt{(1+\frac{2\phi}{c^2})}})^4 \\ &-6(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda})^2(1+\frac{1}{\sqrt{(1+\frac{2\phi}{c^2})}})^2+3) \end{aligned} \tag{43}$$

其中， $G(\lambda)$ 的条件也可以写成这样。

$$\begin{cases} = 1 \text{ 对称波形光谱}(A = B = 0), \\ \neq 1 \end{cases} \xrightarrow{G'(\lambda)} \text{ 非对称波形光谱}(A \neq B \neq 0)$$

3 结论

本文讨论了惯性力作用下相对论参考系中的萨格纳克效应。干涉仪的基本结构为方形萨格纳克干涉仪。干涉光谱中引入了相对论相移。光谱分析中纳入了相对论多普勒频移。方程 20 表示输入的多普勒频移宽带强度分布。根据方程 21，我们观察到，陀螺参考系的相对论运动使非各向同性高斯频谱的不对称性和超额发生了偏移。最后，方程 22 表示输出的干涉光谱内容。方程 2 表示固有时参考系下相同的强度输出。本文还讨论了这种效应或相位移是由惯性力效应和爱因斯坦等效原理导致的。

广义相对论提出了在线性化引力和弱引力近似下由线性化引力导致时间延迟的概念。这种弱引力近似可用于测量地球旋转参考系对任意轨道卫星产生的惯性效应。因此，这一概念已融入我们提出的新同步方法中。图 3 说明了一种基于卫星的萨格纳克干涉仪。图中有三种运动。首先，相位移由卫星在太空中的轴向自转引起。其次，地球旋转参考系的科里奥利效应会改变这一相位移。这些科里奥利效应作用于卫星相对于地球旋转参考系的轨道运动和角运动。我们已将科里奥利效应纳入考量，利用线性化引力理论，通过时间延迟测量相位移。方程 39 给出了惯性力导致的时间延迟，此处讨论的惯性力。对于我们的实验装置，向心力不会产生任何额外效应。方程 42 表示存在这一效应时的干涉光谱输出。最后，我们从爱因斯坦等效原理的角度确立了惯性效应中的萨格纳克效应。

本研究的局限性与未来展望

我们已建立相对论参考系中的萨格纳克效应（包括广义相对论和狭义相对论）理论，并证明其与爱因斯坦引力等效。模拟和实验结果分析将在未来开展。

致谢

Shouvik Sadhukhan 感谢 C S Narayana-murthy 教授就本研究提供的重要讨论，并感谢印度政府的 SERB/DST 通过项目资助 CRG/2020/003338 为本研究提供经费支持。

参考文献

[1] Benedetto, E., Feleppa, F., Licata, I., Moradpour, H. and Corda, C., 2019年。关于萨格纳克效应的广义相对论框架。《欧洲物理学杂志C》, 79(3), pp.1-5.[2] Corda, C., 2015年。旋转系统中 M¨ossbauer 实验的解释：广义相对论的新证明。《物理学年鉴》, 355, pp.360-366.[3] K¨undig, W., 1963。加速系统中横向多普勒效应的测量。《物理评论》, 129(6), p.2371.[4]Corda, C., 2018年。通过对 M¨ossbauer 转子实验的正确物理解释证明广义相对论。《现代物理学国际杂志 D》, 27(14), p.1847016.[5] Jonsson, R.M., 2006。一种直观理解广义相对论中惯性力和离心力悖论的方法。《美国物理学杂志》, 74(10), pp.905-916.[6] Logunov, A.A. and Chugreev, Y.V., 1988。狭义相对论与萨格纳克效应。《苏联物理学进展》, 31(9), p.861.[7]Malykin, G.B., 2000。萨格纳克效应：正确与错误的解释。《物理学进展》, 43(12), p.1229.[8] Ridgely, C.T., 2010。广义相对论中的力。欧洲物理学杂志, 31(4), p.949.

[9] Rinc´on, ´A. and Villanueva, J.R., 2020年。尺度依赖的旋转 BTZ 黑洞背景中的萨格纳克效应。《古典与量子引力》, 37(17), p.175003.[10] Giblin Jr, J.T., Mertens, J.B., Starkman, G.D. and Tian, C., 2019年。线性化引力的精度有限。《物理评论 D》, 99(2), p.023527.[11]Chamseddine, A.H. and Mukhanov, V., 2018年。拟态 massive 引力：超越线性近似。《高能物理学杂志》, 2018(6), pp.1-20.[12] Sagnac, G., 1905年。关于光在平移系统中的传播及恒星像差。《巴黎科学院报告》, 141, p.1220.[13] Tartaglia, A. and Ruggiero, M.L., 2015年。萨格纳克效应与纯几何。《美国物理学杂志》, 83(5), pp.427-432.[14] Ashtekar, A. and Magnon, A., 1975年。广义相对论中的萨格纳克效应。《数学物理学杂志》, 16(2), pp.341-344.[15]Pascoli, G., 2017 年。萨格纳克效应及保罗·朗之万对它的解释。《物理学报告》, 18(9-10), pp.563-569.[16] Minguzzi, E., 2003年。广义相对论中的同时性与广义联络。《古典与量子引力》, 20(11), p.2443.[17] Gogberashvili, M., 2002年。科里奥利力与萨格纳克效应。《物理学基础快报》, 15(5), pp.487-493.[18] Post, E.J., 1967年。萨格纳克效应。《现代物理学评论》, 39(2), p.475.[19] Licata, I. and Benedetto, E., 2018年。升降机中的电荷：一个协变性问题。引力与宇宙学, 24(2), pp.173-177.[20]Malykin, G.B. and Pozdnyakova, V.I., 2015年。二次萨格纳克效应——科里奥利力的引力势对旋转迈克耳孙干涉仪两臂间相位差的影响（对 DC Miller 实验结果的解释, 1921—1926年）。《物理学进展》, 58(4), p.398.[21] Rizzi, G. and Ruggiero, M.L., 2003年。光束或物质束的相对论性萨格纳克效应的直接运动学推导。《广义相对论与引力》, 35(12), pp.2129-2136.[22]Corda, C., 2018年。通过对 M¨ossbauer 转子实验的正确物理解释证明广义相对论。《现代物理学国际杂志 D》, 27(14), p.1847016.

[23]Tamburini, F., De Laurentis, M. 和 Licata, I., 2018年。引力场中由显式对称性破缺导致的带电粒子辐射。《现代物理学几何方法国际期刊》, 15(07), p.1850122。[24] Schwartz, E., 2016年。偏心旋转环参考系中的萨格纳克效应。《欧洲物理学杂志》, 38(1), p.015301。[25]Malykin, G.B., 2002年。旋转参考系中的萨格纳克效应。相对论性芝诺悖论。《物理学进展》, 45(8), pp.907-909。[26] 用于精确测量群速度色散的光谱分辨移相干涉测量。S.K.Debnath、N.K.Viswanathan、M.P.Kothiyal；《光学》/ ol-31-21-3098[27] Brundavanam, M.M., Viswanathan, N.K. 和 Desai, N.R., 2007年。白光干涉仪中由时间相关性导致的光谱异常。《光学快报》, 32(16), pp.2279-2281。[28]Sadhukhan, S., Sadhukhan, S., Brundavanam, M.M. 和 Narayanamurthy, C.S., 2022年。相对于伽利略系的萨格纳克干涉仪光谱切换异常。arXiv 预印本 arXiv:2204.06190。[29]Kar, A., Sadhukhan, S. 和 Chattopadhyay, S., 2021年。非均匀状态方程的能量条件及其热力学分析，并解决有限时间未来奇点问题。《现代物理学几何方法国际期刊》, 第18卷，第08期, 2150131 (2021)[30] Sadhukhan. S，体黏性流体的精质模型计算及体黏度系数低值预测，《国际科学与研究杂志》(IJSR) 9(3):1419-1420，DOI: 10.21275/SR20327132301[31] A. Kar, S. Sadhukhan，理想流体以及具有体黏度和剪切黏度的流体的 Bianchi I 型模型的哈密顿形式。《基础与应用科学迈向新前沿》（新德里出版社，2021年）（ISBN: 978-81-948993-0-3）[32]A. Kar, S. Sadhukhan，具有体黏度的精质模型及对体黏度系数和引力常数的一些预测，《科学技术中的数学新进展》（2021年）（ISBN: 978-81-950475-0-5）[33]Kar, A., Sadhukhan, S. 和 Chattopadhyay, S., 2021年。无黏性宇宙学下范德瓦耳斯状态方程的热力学与能量条件分析。《物理学文献》。https://doi.org/10.1088/1402-4896/ac2f00

[34]Kar, A., Sadhukhan, S. 和 Debnath, U., 2021年。凝聚体质量吸积与 DBI-精质暗能量及其基于 f (Q) 引力的重构。arXiv 预印本 arXiv:2109.10906。

[35]Sadhukhan, S.、Kar, A. 和 Chattopadhay, S., 2021年。黏性宇宙学中非线性系统（范德瓦耳斯状态方程）的热力学分析。《欧洲物理学杂志 C》，81(10)，第1–21页。arXiv:2110.13831

[36] Kar, A., Sadhukhan, S.andDebnath, U., 2021年。利用 f (R) 引力重构 DBI-精质暗能量及其对黑洞和虫洞质量吸积的影响。《现代物理快报 A》，第 36 卷，第 38 期（2021年），2150262（17 页）；DOI：10.1142/S021773232150262X[37] Malaver, M., Kasmaei, H.D., Iyer, R., Sadhukhan, S. 和 Kar, A., 2021年。爱因斯坦-高斯-博内引力中的暗能量星理论模型。arXiv预印本 arXiv:2106.09520。[38] Kar, A. 和 Gupta, N., 2021年。来自我们星系过去爆炸的超高能伽马射线。arXiv预印本 arXiv:2112.08757。[39] Sadhukhan, S., Kar, A. 和 Chattopadhyay, S., 2022年。宇宙演化的多流体理论及其热力学分析。《印度物理学杂志》，第 1–27 页。