通过相干量子动力学实现的低耗散数据总线

迪伦·刘易斯，[1]，*若昂·P.·穆蒂纽，[2,3]安东尼奥·科斯塔，[4]亚瑟·奥马尔，[3,5,6]和苏加托·博斯[11]英国伦敦大学学院物理与天文学系，伦敦 *WC1E6BT*，英国[2]电信研究所，信息物理学与量子技术组，里斯本，葡萄牙[3]里斯本大学高等技术学院，里斯本，葡萄牙[4]国际伊比利亚纳米技术实验室，*4715-330* 布拉加，葡萄牙[5]先进物理与材料工程中心（*CeFEMA*），信息物理学与量子技术组，葡萄牙[6]葡萄牙量子研究所，里斯本，葡萄牙

arXiv:2304.02391v1 [quant-ph] 5 Apr 2023

在经典计算和量子计算中，两个物理位置之间的信息传输都是必不可少的组成部分。在量子计算中，信息传输必须保持相干性，以保留量子状态，进而保留量子信息。我们建立了一种简单的协议，用于在量子点阵列中传输单电子和双电子编码的逻辑量子比特。我们计算了该协议的理论能量代价——特别是冻结和解冻量子点之间隧穿的代价。我们将结果与量子点阵列中穿梭量子比特的能量代价，以及使用经典信息总线传输经典信息的能量代价进行了比较。只有我们的协议能够针对任意链长实现恒定耗散。该协议有望降低量子点量子计算机对冷却的要求，以及对可扩展架构的限制。

I. 引言

量子点量子计算机利用被电场隔离在受限区域中的电子来编码量子比特状态。在这些基于半导体的架构中高效转移量子比特状态，是其可扩展性方面一个重大的未解决问题。近期方案侧重于相干地穿梭电子 [1, 2]以及利用工程化隧穿耦合通过多个量子点进行转移 [3], ，该方法采用了完美态转移研究工作中的理论结果 [4–6]。

一个不同但相关的问题是，在基于半导体的经典计算中，使用电流传输信息所需的能量代价。产生所需的电势梯度是能量代价的主要来源。

兰道尔原理指出，擦除一位信息时以热的形式耗散的能量为$k_B T \log 2$ [7], ，这意味着计算存在最低能量代价。然而，任何计算都可以可逆地执行 [8] ，理论上也可以突破兰道尔极限。尽管已有更多关于使用可逆逻辑进行计算的研究 [9], ，但迄今基本上没有兼具无摩擦与高速的实用实现方案。绝热计算是一种缓慢的可逆计算，虽已有人提出，但其性能会显著降低 [10, 11]。量子计算采用幺正演化，天然具有可逆性，因此为低能耗计算提供了一个可行平台。近期有人提出通过相干操控单个电子来进行经典计算，Moutinho 等人 [12] 则考察了使用带有 Fredkin 门的量子点阵列实现全加器所具有的能量优势，并由此提出了一个相关问题：基于小型量子系统的经典计算机能否为经典计算带来能量优势？量子比特的逻辑状态采用单电子和双电子编码。受此启发，我们探讨量子点架构中用于量子和经典数据的低耗散量子总线问题。在这种量子数据总线模型中，相互作用哈密顿量的自然演化可使量子比特线性链有效地传输量子信息。理论上，量子态转移 [4, 5]可以通过量子态相干地传输信息，而不一定需要电压。

目前，计算机距离朗道尔极限还差许多个数量级，功率最强的超级计算机每次比特操作所消耗的能量约为 keV至 MeV [12]。尽管人们一直致力于降低计算的能量代价，但基于电子的计算的基本极限表明，互连——固定布线——是限制计算效率的主要因素，其代价可能比计算本身高出许多个数量级 [13]。在此，我们通过提出一种利用相干量子动力学的经典总线，直接应对这一问题；其能量代价不会随导线长度增加而增加。我们利用完美态转移链和简单的电子分离协议，建立了一种高效传输电子的协议。该协议可用于量子计算，从而缓解可扩展量子计算架构中的一些冷却约束 [14]。我们研究了改变两个量子点之间隧穿耦合的能量代价，以及实现该协议的最小能量代价。我们将其与计算得到的穿梭过程和经典数据总线的最小能量代价进行了比较。我们还讨论了噪声对实验量子点阵列的影响。

* dylan.lewis.19@ucl.ac.uk

II. 物理模型

对于我们所研究的量子点链，逻辑量子比特编码在电荷而非自旋中。态转移是一个状态 $|\psi_1(t_0)\rangle$ 在时间 t_0，初始位于链中的量子点 1，并在特定时间 T转移到链中的最后一个量子点， $|\psi_N(T)\rangle$，且具有高保真度， $F = |\langle\psi_1(t_0)|\psi_N(T)\rangle|^2$。

我们将初始时间设为 $t_0 = 0$ ，并将传输的初始状态设为 $|\psi(0)\rangle = |\psi_1(0)\rangle \otimes |0\rangle \otimes \cdots \otimes |0\rangle$。最简单情况下，该协议仅涉及在特定时间 T 内开启相互作用，然后关闭相互作用。此时，状态将到达最终站点 N ，并具有较高的保真度。

A. Hubbard 模型

相互作用量子点的一般模型是一个同时包含电容耦合和隧穿耦合的扩展 Hubbard 哈密顿量，

$$\frac{H}{\hbar} = \sum_{i,\sigma} \varepsilon_i \hat{n}_{i,\sigma} + \sum_{i,\sigma} \Gamma_i (c^\dagger_{i,\sigma} c_{i+1,\sigma} + c^\dagger_{i+1,\sigma} c_{i,\sigma}) + \sum_{i,\sigma,\sigma'} V_i \hat{n}_{i,\sigma} \hat{n}_{i+1,\sigma'} + \sum_i U_i \hat{n}_{i,\uparrow} \hat{n}_{i,\downarrow}, \quad (1)$$

其中， ε_i 是施加于量子点 i的局域场， Γ_i 是量子点 i 与 $i+1$之间的隧穿耦合， V_i是量子点 i 与$i+1$之间的电容耦合， U_i 是位点 i处的位点内相互作用， $c_{i,\sigma}$ 和 $c^\dagger_{i,\sigma}$分别是自旋为 σ的电子在量子点 i 上的湮灭算符和产生算符。因此，自旋为 σ 的电子数算符为 $\hat{n}_{i,\sigma} = c^\dagger_{i,\sigma} c_{i,\sigma}$。

B. 简化模型

在传输协议中，根据所使用的逻辑编码，我们从包含一个或两个电子的初始状态开始。因此，假设电子的自旋不发生翻转且电子数保持不变，就可以对一般的 Hubbard 模型进行大幅简化。对于单电子逻辑量子比特，我们只需考虑隧穿耦合项和局域势，

$$\frac{H_1}{\hbar} = \sum_{i=1}^{N-1} \Gamma_{i,i+1} (|i\rangle\langle i+1| + h.c.) + \sum_{i=1}^{N-1} \varepsilon_i |i\rangle\langle i|, \quad (2)$$

其中，我们为量子点链定义了单电子基： $|i\rangle$表示一个电子位于量子点 i ，而链中的其余量子点均为空。假设在整个协议过程中，电子的自旋保持不变。对于双电子编码，模型更加复杂，我们引入一个双电子状态 $|i,\ j\rangle$，位点 i 上有一个自旋向上的电子，位点 j 上有一个自旋向下的电子。集合 S 中有 N 个位点。因此，基底可标记为 $p \in S \times S = \{(i,j) \mid i \in S \text{ 和 } j \in S\}$，长度为 N^2 ，可构造为 $|p\rangle = |i,j\rangle = c^\dagger_{i,\uparrow} c^\dagger_{j,\downarrow} |0\rangle$。因此，哈密顿量矩阵元为

$$H_{p,p'} = \langle 0 | c_{j,\downarrow} c_{i,\uparrow} H c^\dagger_{i',\uparrow} c^\dagger_{j',\downarrow} |0\rangle \quad (3)$$

必须考虑费米子的反对易关系，

$$\{c_{i,\sigma}, c_{j,\sigma'}\} = \{c^\dagger_{i,\sigma}, c^\dagger_{j,\sigma'}\} = 0 \qquad \{c_{i,\sigma}, c^\dagger_{j,\sigma'}\} = \delta_{ij}\delta_{\sigma\sigma'}$$

通过如此谨慎地选择基底，使得自旋向上和自旋向下的产生算符顺序不发生置换，我们发现

$$\frac{H_2}{\hbar} = \sum_{i,j=1}^{N-1} \Big[\Gamma_{i,i+1} (|i,j\rangle\langle i+1,j| + h.c.) + \Gamma_{j,j+1} (|i,j\rangle\langle i,j+1| + h.c.) + U\delta_{i,j} |i,j\rangle\langle i,j| + V(\delta_{i,j+1} + \delta_{i+1,j}) |i,j\rangle\langle i,j| + (\varepsilon_i + \varepsilon_j) |i,j\rangle\langle i,j| \Big], \quad (4)$$

其中 $\delta_{i,j}$ 是克罗内克δ，并且我们已假定在位相互作用 U 与电容耦合 V对所有量子点均相同。这些哈密顿量所处的希尔伯特空间远小于完整的哈伯德模型，该空间随量子点数目 N呈指数增长。另一方面，对于$H_1 \in \mathcal{H}_1$ 和 $H_2 \in \mathcal{H}_2$，我们有$\dim(\mathcal{H}_1) \sim N$ 和$\dim(\mathcal{H}_2) \sim N^2$，二者都显著更易于模拟。

III. 单电子态转移

式（2）的单电子哈密顿量等价于 XY 模型单激发子空间动力学的哈密顿量——这是一个在态转移方面经过深入研究的模型 [6]。我们考虑限制使用 ε_i局域场的方案，因为使用局域场会增加协议的能量代价。该协议和经典信息总线的能量代价将在第五节讨论。

事实上，完美态转移可以通过多种无需局域场的方式直接借助XY模型实现。对自旋链隧穿耦合进行工程设计可以实现完美态转移。这可以通过将式(2)改写为矩阵形式看出，

$$\frac{H_1}{\hbar} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & \Gamma_{1,2} & 0 & \cdots & & \\ \Gamma_{1,2} & \varepsilon_2 & \Gamma_{2,3} & 0 & \ddots & \\ 0 & \Gamma_{2,3} & \varepsilon_3 & \Gamma_{3,4} & 0 & \ddots \\ \vdots & 0 & \Gamma_{3,4} & \varepsilon_4 & \Gamma_{4,5} & \ddots \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (5)$$

首先，注意具有 $s = (N-1)/2$ 的大自旋的升降算符作用于基状态为$\hat{S_\pm|s,m\rangle} = \sqrt{s(s+1)} - m(m\pm1)|s, m\pm1\rangle$。对于给定的$s$ 和量子点 $1 \le i \le N$，我们得到 $m = i-1-s$。自旋的旋转可由 S_x诱导，它是SO(3)中绕 x 轴旋转的生成元，从而给出$R_x(\theta) = e^{-iS_x\theta}$。根据上述关系，我们看到，通过对所有 i 设定 $\varepsilon_i = 0$， H_1 等价于 $2S_x = S_+ + S_-$，并且

$$\Gamma_{i,i+1} = \sqrt{s(s+1) - m(m+1)} \tag{6}$$

$$= \sqrt{i(N-i)}. \tag{7}$$

经过时间 $T = \pi/2$ 后，产生了幺正演化$U(\pi/2) = e^{-iH_1\pi/2\hbar} = e^{-iS_x\pi}$，并诱导绕 x 轴旋转 π。这将初始状态 $|1\rangle$ 转移至最终状态 $|N\rangle$。因此，在时间 $T \sim N$ 内执行完美态转移，其中隧穿耦合经过缩放，使得最大耦合为1。

我们也可以利用超交换，其中两端的量子比特弱耦合到一个相对强耦合的多体量子系统 [15–18]。在这种情况下，多体量子系统是链的中心量子点。虽然态转移的保真度很高，但超交换非常慢：如果中心量子点之间的耦合满足$\Gamma_{i,i+1} \sim 1$，并且第一个和最后一个量子点与中心链的耦合为$\Gamma_{1,2} = \Gamma_{N-1,N} = \epsilon$，其中 $\epsilon \ll 1$，则转移时间为 $T \sim 1/\epsilon^2$。缓慢的转移对于可扩展且快速的计算架构是不可取的，因为它将需要较低的时钟频率。

IV. 双电子状态传输

两个电子的态转移并不那么直接。尽管对于架构方案而言过于缓慢，我们注意到，利用超交换进行的转移对于两个电子仍然是可能的。

以与单电子情况相同的方式，利用经过设计的自旋链为大自旋 s复制 S_x，对于非零 U和 V而言无法实现完美态转移。所有对角项都必须是常数（或为零）。在两个电子的情况下，我们需要

$$U\delta_{i,j} + V(\delta_{i,j+1} + \delta_{i+1,j}) + \varepsilon_i + \varepsilon_j = d, \tag{8}$$

对于所有 i和 j。如果我们考虑 $|i-j| > 1$，则对于所有 i，ε_i 必须相同。因此，所有对- 角元素相等都需要 $U = V = 0$。在这种情况下，我们随后可以使用与单电子情况相同的隧穿耦合，并拥有两个互不相互作用的电子，使它们在同一时间分别执行完美态转移。如果 $U \ll \Gamma_{\min}$，其中 $\Gamma_{\min}$ 是最小的耦合 $\Gamma_{1,2}$，我们可以获得相当好的（并非完美的）态转移——鉴于这项工作也受到低耗散经典计算的启发，如果实验上可行，这将会很有用。例如，一个由16个量子点组成的链，在 $U = \Gamma_{\min}/10$ 下，态转移的保真度大于 0.9。

我们提出一种协议，首先将电子分离，然后在重新组合之前，沿着一条人工设计链一次转移一个电子，并实现完美态转移。

A. 两个电子和两个量子做 ts

两个电子在两个量子点中的动力学可以调节，从而实现高保真度的电子分离，即每个量子点上有一个电子。若态演化的哈密顿量——带有额外对角项的图的邻接矩阵——可以写成

$$\frac{H}{\hbar} = \Gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + d\mathbb{1}, \tag{9}$$

其中 d 不会对演化产生影响，图 1(a)展示了该图。对于某些初始态，可以简化分析。状态 $|1,2\rangle$ 和 $|2,1\rangle$ 可以一起考虑，因为如果我们从 $|1,1\rangle$ 或 $|2,2\rangle$开始，量子行走的演化， $U = e^{-iHt/\hbar}$，相对于这些状态是对称的，见图 1(b)。这给出了邻接矩阵

$$A = \sqrt{2}\Gamma\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{10}$$

其等于 $2\Gamma S_x$，其中 S_x 是 x 玻色子的自旋算符。因此，若假设各位点之间没有失谐， A 等价于绕 x 轴旋转；与之前一样，完美态转移发生在时间$T = \pi\hbar/2\Gamma$。

如果我们将末态 $|2,2\rangle$ 相对于其余状态调谐失谐，就会抑制向该位点的相干转移。此时，动力学会使 $|1,1\rangle$ 与 $|1,2\rangle$ 和 $|2,1\rangle$的叠加态之间实现高保真度转移，这正是相干电子分离所需的状态。为说明抑制现象的成因，只考虑分离电子的叠加态与 $|2,2\rangle$ 状态之间的相互作用，因此这是一个其中一个状态失谐 δ 的二能级系统。将基态重新标记为 $|0\rangle$ 和$|1\rangle$，我们得到哈密顿量

$$\frac{H}{\hbar} = \Gamma\sigma_x - \frac{\delta}{2}\sigma_z + \frac{\delta}{2}\mathbb{1}, \tag{11}$$

其中， σ_x 和 σ_z 是标准泡利矩阵。我们可以忽略恒等项，因为它只会增加一个全局相位。因此，状态的演化为

$$U(t) = e^{-i(\Gamma\sigma_x - \frac{\delta}{2}\sigma_z)t} \tag{12}$$

$$= \cos(nt)\mathbb{1} + i\frac{\delta}{2n}\sin(nt)\sigma_z - i\frac{\Gamma}{n}\sin(nt)\sigma_x, \tag{13}$$

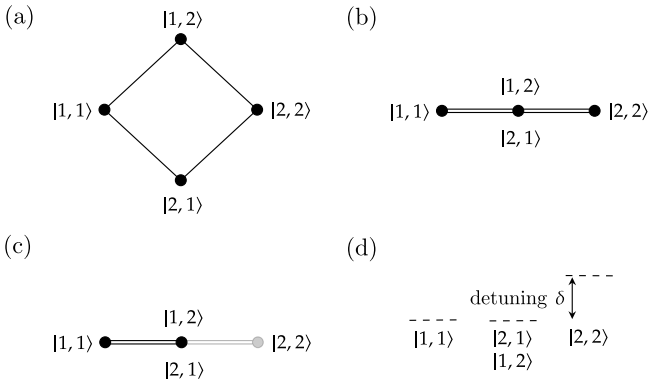

FIG. 1. 各种表示中的状态图：(a) 考虑所有双电子双量子点状态，其中电子具有相反自旋，(b) 由于对称性和初始态而对图进行简化；(c) 状态 $|2,2\rangle$ 因(d)中所示的失谐而被抑制。

其中 $n = \sqrt{\Gamma^2 + (\delta/2)^2}$。当 $\delta = m\Gamma$ 与 m一个大于1的整数一起时， σ_x 项会被$1/\sqrt{1+\frac{m^2}{4}}$ 抑制。对于 $m \gg 1$ ，旋转项的抑制为 $\sim 2/m$。这会使振荡的保真度从 $|0\rangle$ 降至 $|1\rangle$ ，降幅约为 $4/m^2$。电子相互作用和电容耦合的典型值分别为 $U = 20\Gamma$ 和 $V = 10\Gamma$，其中 Γ 是两个量子点 [19, 20]之间的隧穿耦合。仅对第二个量子点施加局部场 $\varepsilon_2 = 10\Gamma$ ，会使状态 $|2,2\rangle$ 的失谐量为 $\delta = 20\Gamma$，而状态 $|1,1\rangle, |1,2\rangle$以及 $|2,1\rangle$ 的能量均相等。因此，利用上述分析，我们应当发现，泄漏到 $|2,2\rangle$状态的保真度降低约为 0.01。通过数值计算，我们得到电子分离的最大保真度为 0.993，见图 2。如果使用没有电容耦合的量子点，即 $V = 0$，并施加局部场$\varepsilon_2 = 20\Gamma$，使其他状态的能量保持相等，则可以获得更高的保真度。此时失谐量为 $\delta = 40\Gamma$，由解析结果得到的保真度损失约为0.0025，这与数值计算结果非常接近：电子分离的保真度为0.998。电子分离所需的时间等于相互作用强度为 $\sqrt{2}\Gamma$的二状态系统中的振荡时间——因子 $\sqrt{2}$ 的来源是实际上存在两个状态 $|1,2\rangle$ 和 $|2,1\rangle$ ，因此从$|1,1\rangle$ 到有效图中其他节点之间存在两条路径。因此，电子分离发生在时间 $T = \pi\hbar/2\sqrt{2}\Gamma$，这正是我们通过数值计算得到的结果。

对于一般的 U 与 V，为了使状态 $|1,\ 1\rangle$,$|1,\ 2\rangle$ 和 $|2,\ 1\rangle$ 的能量相等，我们设定 $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + U - V$，从而得到失谐 $\delta = 2\varepsilon_2 - 2\varepsilon_1$。$U$ 越大，在最小化 V 的同时， ε_2 与 ε_1之间的差异也越大，这会增加 δ ，从而提高电子分离的保真度。

电子分离后，它们通过精心设计的耦合，沿着中央自旋链依次相干转移，如同单电子情况一样。

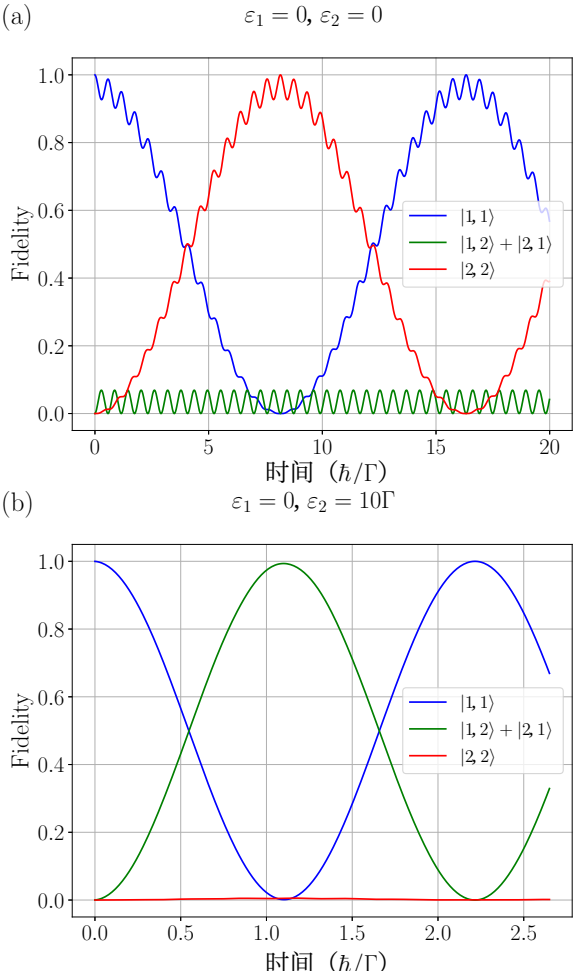

图 2. 对于 $U = 20\Gamma$、 $V = 10\Gamma$ （Γ 为隧穿耦合）条件下电子分离保真度的比较：(a) 无局域场，显示电子基本上仍结合在一起；(b) $\varepsilon_2 = 10\Gamma$，显示电子分离保真度最高可达 0.993。

情况。在理论上，这一步可实现状态转移的单位保真度。噪声将在第VI节中讨论。随后，使用分离程序的逆过程重新组合电子，其保真度基本相同。图 3 展示了协议的各个步骤。

V. 能量代价

现在考虑单电子与双电子量子总线的能量代价。作为基准，我们将电子穿梭传输的能量代价与经典CPU中数据总线的下限进行比较。

借助经过设计的耦合，电子的转移是相干的。因此，转移本身不需要能量源——这就是能量优势的原因。然而，必须开启和关闭这些相互作用，而这确实会产生能量代价。

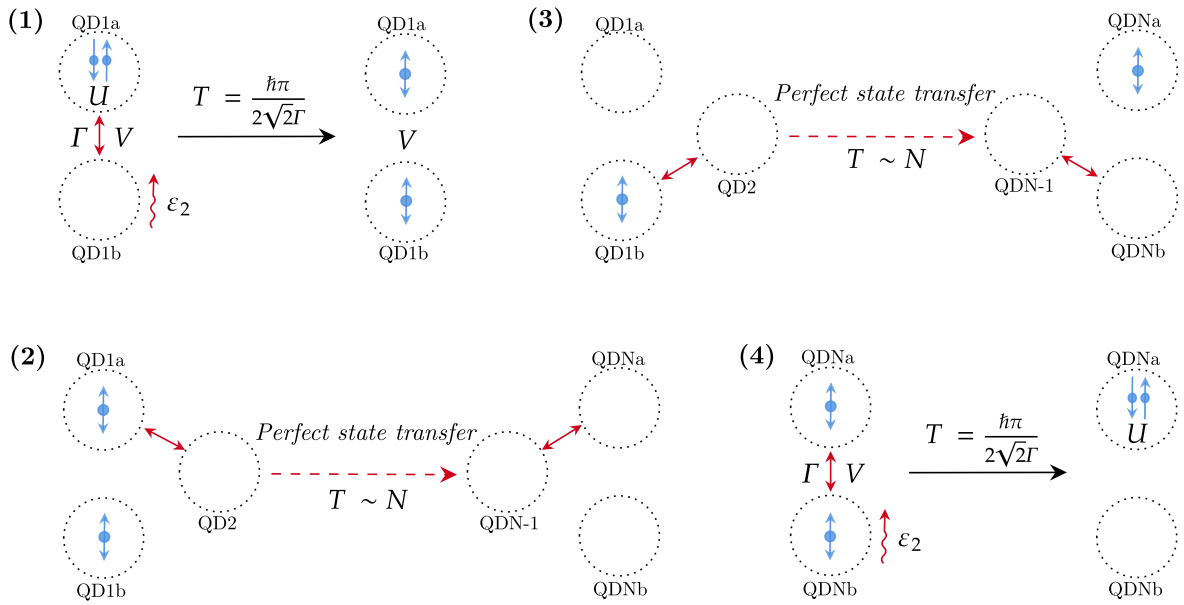

图 3. 双电子逻辑量子比特（或比特）的高能效转移协议：（1）将初始状态装载到量子点 1a（QD1a），并通过电子分离协议将其分成分别位于 QD1a 和 QD1b 中、两种自旋等权叠加的状态；（2）和（3）使用完美态转移，分别转移每个电子；（4）将电子重新合并到 QDNa 上。

A. 相互作用冻结与解冻的能量代价

我们表明，对于量子点系统而言，冻结与解冻相互作用的能量代价存在一个最优值，约等于量子点的充电能，E_C。通过考虑一个包含两个电子的双量子点，可以估算冻结与解冻相互作用的能量代价。

存在两种极限情况：势垒势趋于零，形成一个容纳两个电子的大量子点；以及势垒势极高，形成两个彼此隔离、各自具有谐势的量子点。在我们的量子点模型中，我们考虑后一种情况，即势垒显著的情形。这个假设是合理的，因为前述态转移协议处于 $U \gg \Gamma$ 区间。

双量子点中的电子可以建模为双二次势 [19, 21–24]，见图 4。两个电子的哈密顿量为

$$H = \sum_{j=1}^{2}\left[\frac{\boldsymbol{p}_j^2}{2m^*} + V(\boldsymbol{r}_j)\right] + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|}, \qquad (14)$$

其中，$\boldsymbol{p}_j$ 和 $\boldsymbol{r}_j$ 是二维空间中电子 j 的动量和位置矢量，m^* 是有效质量，而 $V(\boldsymbol{r})$是势能

$$V(\boldsymbol{r}) = V_0 \min\left[(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{l})^2, (\boldsymbol{r}+\boldsymbol{l})^2, \mu\right], \qquad (15)$$

其中 μ为化学势，量子点位于 $\pm\boldsymbol{l}$，彼此相距 $d = 2l$ 。对于较大的 μ，我们考虑简化形式 $V_S(\boldsymbol{r}) = \lim_{\mu\to\infty} V(\boldsymbol{r})$。图4给出了势的形式，量子点之间的势垒高度为$V_B = V_0 l^2$ 。增大谐振子势之间的距离会提高势垒高度。然而，这里并不增大距离，而是固定d 并增大谐振子势的强度 V_0。在低温极限 $k_B T \ll \hbar\omega_0$下，假定电子处于其基态。对于 $V_0 = m^*\omega_0^2/2$的二维谐振子势阱，束缚中最低轨道动量对应的基态能量为 $\hbar\omega_0$。我们定义无量纲参数 $\eta = m^*\omega_0 l^2/\hbar$，即势垒高度与谐振子势阱中一个电子基态能量一半之比。在本分析中，仅考虑 $\eta > 1$ ，这由 $U \gg \Gamma$得出。在此范围内，由于量子点充分分离，海特勒-伦敦（HL）近似成立 [24] 。因此，我们可以由形式为$h_{L/R}^{(0)} = \boldsymbol{p}_1^2/2m^* + m^*\omega_0^2(\boldsymbol{r}_1 \pm \boldsymbol{l})^2/2$的模型哈密顿量的单电子谐振子基态构建双电子基态。

如果不存在外部场，两个电子的基态将始终是单重态，因为空间波函数是对称的，即交换耦合 $J \equiv E_T - E_S > 0$ [23]，其中 $E_{T/S}$ 是三重态和单重态能量。在此基础上，我们将考虑同一量子点上的两个电子，以计算充电能 E_C。当两个电子都能占据同一个最低能量轨道时，能量最低，此时空间波函数是对称的，因此为单重态自旋状态。由于我们并不关注交换耦合，因此在下面的 HL 近似和进一步分析中，我们只考虑单重态。

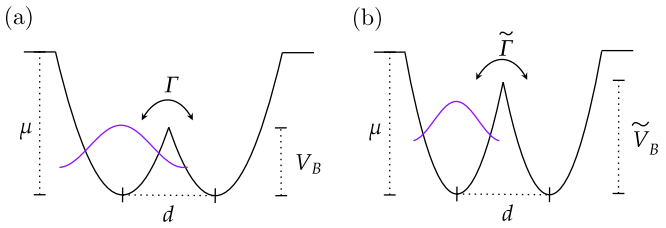

图4. 穿过用于模拟双量子点的束缚谐振子势中心的一维横截面。束缚为二维，并且围绕每个量子点的中心呈径向对称。V_0 的大小在(a) 和(b) 之间发生了变化，其中 (b) 显示了增强的束缚，因此势垒更高。

左侧和右侧量子点的谐振子势基态，其哈密顿量为 $h^{(0)}_{L/R}$，是

$$\varphi_{L/R}(\boldsymbol{r}) = \langle \boldsymbol{r}|L/R\rangle = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2a^2}\left[(x\pm l)^2+y^2\right]}, \tag{16}$$

其中我们定义了玻尔半径 $a = \sqrt{\hbar/m^*\omega_0}$,$\boldsymbol{r} = (x, y)$，且量子点沿 x 轴居中。利用HL近似，双电子双量子点的基态是电子位于不同量子点上的对称空间叠加态。我们定义相邻谐振子势之间的重叠 $s = \langle L|R\rangle = e^{-l^2/a^2} = e^{-\eta}$。如文献 [25], 所述，采用 Hund-Mulliken（HM）近似，以进一步纳入两个电子位于同一量子点上的状态，即(2,0)和(0,2)状态，这些状态在基态中也必须是单重状态。左右基状态经旋转后彼此正交$\langle \Phi_L|\Phi_R\rangle = 0$，从而得到 $|\Phi_{L/R}\rangle = (|L/R\rangle - g|R/L\rangle)/\mathcal{N}$，其中 $\mathcal{N} = \sqrt{1-2sg+g^2}$ 和 $g = (1-\sqrt{1-s^2})/s$，使得 $\mathcal{N}$ 和 g 均为 η的函数。在此基中，取 $\Phi_{L/R}(\boldsymbol{r}) = \langle \boldsymbol{r}|\Phi_{L/R}\rangle$，三个相关的空间波函数为

$$\Psi^{\mathrm{d}}_L(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \Phi_L(\boldsymbol{r}_1)\Phi_L(\boldsymbol{r}_2), \tag{17}$$

$$\Psi^{\mathrm{d}}_R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \Phi_R(\boldsymbol{r}_1)\Phi_R(\boldsymbol{r}_2), \tag{18}$$

$$\Psi^{\mathrm{s}}_0(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\Phi_L(\boldsymbol{r}_1)\Phi_R(\boldsymbol{r}_2)+\Phi_R(\boldsymbol{r}_1)\Phi_L(\boldsymbol{r}_2)\right], \tag{19}$$

其中 $\Psi^{\mathrm{d}}_{L/R}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ 表示双占据状态 (2,0) 和 (0,2)，而 $\Psi^{\mathrm{s}}_0(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ 表示两个格点均为单占据 (1,1)。所有这些状态都是对称的，因为这些状态是自旋单态。

对于非库仑项，哈密顿量是可分离的：$\hat{H} = \hat{h}\otimes\mathbb{1}+\mathbb{1}\otimes\hat{h}+\hat{C}$，其中 $\hat{h} = \boldsymbol{p}^2/2m^*+V_S(\boldsymbol{r})$，以及 $\hat{C} = e^2/4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|$。从状态 $\Psi^{\mathrm{d}}_L(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ 或 $\Psi^{\mathrm{d}}_R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ 到 $\Psi^{\mathrm{s}}_0(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ 的隧穿项随后由矩阵元给出

$$\hbar\Gamma^{(2)} = \sqrt{2}\langle \Phi_{L/R}|\hat{h}|\Phi_{R/L}\rangle + \langle \Psi^d_{L/R}|\hat{C}|\Psi^s_0\rangle, \tag{20}$$

其中我们定义了双电子隧穿率$\Gamma^{(2)}$，其中包括库仑排斥。若不存在库仑排斥，且忽略第二个电子的存在，则得到“裸”隧穿率

$$\hbar\Gamma = \langle \Phi_{L/R}|\hat{h}|\Phi_{R/L}\rangle, \tag{21}$$

$$= \frac{1}{\mathcal{N}^2}\left[(1+g^2)w - 2gu\right], \tag{22}$$

其中我们使用了 $w = \langle L|h|R\rangle = \langle R|h|L\rangle$ 和 $u = \langle L|h|L\rangle = \langle R|h|R\rangle$。此外，我们发现

$$w = \left(1-\sqrt{\frac{\eta}{\pi}}\right)e^{-\eta}\hbar\omega_0 \tag{23}$$

and,

$$u = \left(1-\sqrt{\frac{\eta}{\pi}}e^{-\eta}+\eta\ \mathrm{erfc}(\sqrt{\eta})\right)\hbar\omega_0, \tag{24}$$

其中，erfc($\sqrt{\eta}$) 是互补误差函数。

充电能 E_C大约等于：在单个量子点的最低能级中拥有两个电子与仅拥有一个电子时的能量之差。

$$E_C \approx E^{(2)}_0 - E^{(1)}_0, \tag{25}$$

其中，$E^{(1)}_0$ ($E^{(2)}_0$)是单个谐势中1(2)个电子的基态能量。对于处于谐振阱中的单个电子，如上所述，$E^{(1)}_0 = \hbar\omega_0$。单个谐势中的两个电子则更为复杂，因为必须考虑两个电子之间的库仑排斥；而在上述双量子点模型中，我们有

$$E^{(2)}_0 = 2\langle \Phi_{L/R}|\hat{h}|\Phi_{L/R}\rangle + \langle \Psi^d_{L/R}|\hat{C}|\Psi^d_{L/R}\rangle \tag{26}$$

$$= \frac{2}{\mathcal{N}^2}\left[(1+g^2)u - 2gw\right] + U \tag{27}$$

对于位于左侧或右侧量子点上的两个电子——这两种情况是等价的。该模型中的第二项是Hubbard模型中的局域相互作用，U。对于相距足够远的量子点，$\eta \gtrsim 1.5$，从而得到 $u \gg w$and $g \ll 1$，因此 $(1+g^2) \gg 2g$。对于下面的近似，因此只需将由动量和势产生的局域能表示为 $\langle \Phi_{L/R}|h|\Phi_{L/R}\rangle \approx \hbar\omega_0$，并将局域库仑排斥表示为 $U \approx U_0$，其中

$$\hbar U_0 = \int d\boldsymbol{r}_1 \int d\boldsymbol{r}_2 \Big[\varphi_{L/R}(\boldsymbol{r}_1)\varphi_{L/R}(\boldsymbol{r}_2) \times C(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)\varphi_{L/R}(\boldsymbol{r}_1)\varphi_{L/R}(\boldsymbol{r}_2)\Big], \tag{28}$$

其中 $C(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = e^2/4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|$。恒等式 $\frac{1}{|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty dt\exp\left\{-t^2(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)^2\right\}$ [26] 可用于计算 U_0，得到 $E^{(2)}_0 \approx 2\hbar\omega_0 + c\hbar\omega_0$，其中

$c = (e^2/4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0\tilde{a})/\hbar\omega_0$ 和 $\tilde{a} = \sqrt{2/\pi a}$； c 是库仑能（$e^2/4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0\tilde{a}$）与束缚能（$\hbar\omega_0$）之比。总体而言，充电能因此为$E_C \approx (1+c)\hbar\omega_0$。

两者 η 和 c都取决于束缚频率 ω_0，因为 $\eta = \eta_0\omega_0$ 和 $c = c_0/\sqrt{\omega_0}$，其中我们引入了参数 $\eta_0 = l^2m^*/\hbar$ 和$c_0 = \sqrt{\pi m^*/2e^2/4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0\hbar^{3/2}}$。将单个电子的束缚势提高一个充电能后，我们得到新的基态频率 $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 + E_C/\hbar = (2 + c_0/\sqrt{\omega_0})\omega_0$，从而导致势垒高度与半基态能量之比发生变化，即 $\tilde{\eta} = (2 + c_0/\sqrt{\omega_0})\eta$。因此，势垒高度的变化取决于初始基态频率。砷化镓量子点的典型参数为$m^* = 0.067m_e$、 $\varepsilon_r = 12.9$和 $\hbar\omega_0 = 3$ meV [27], , 得到 $c_0 = 5.11 \times 10^6$ Hz$^{\frac{1}{2}}$和 $c = c_0/\sqrt{\omega_0} = 2.39$, 因此$\tilde{\omega}_0 \approx 4.39\omega_0$ 和 $\tilde{\eta} \approx 4.39\eta$。因此, 充电的能量代价为 $E_C \approx 10$ meV。

参数范围满足现场相互作用约为 $U \approx 20\Gamma$ ，并且由于 $U \approx U_0 = c\omega_0$，我们得到 $\hbar U \approx 7.2$ meV 和 $\hbar\Gamma \approx 360$ μeV，这两者都是合理的实验值 [20, 24]。

通过施加 $U = 20\Gamma$，我们在数值上发现 $\eta = 1.86$给出了现场相互作用与隧穿耦合的正确比值，因此 $\tilde{\eta} = 8.17$。新的隧穿耦-合为 $\Gamma \approx 0.0039\Gamma$。由此有效地冻结了电子跳跃，因为单个电子的隧穿大约需要 250倍的时间。如果我们将相互作用的冻结定-义为将隧穿耦合降低至相互作用未-冻结时的 1%，那么只需将禁- 锢能增加约 $0.83E_C$，见图 5。

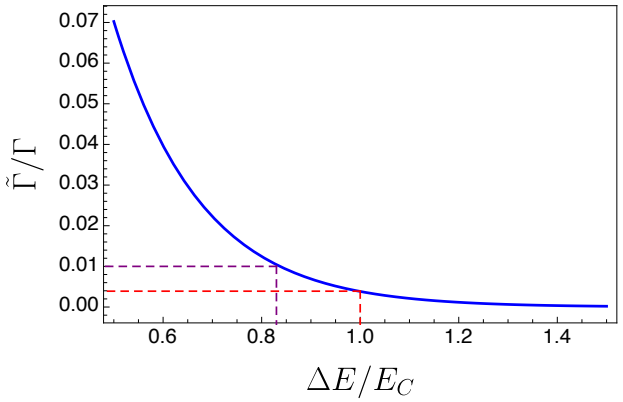

图 5。冻结和解冻隧穿耦合的比值与所施加的能量 ΔE的关系，该能量用于增加束缚势（能量以充电能E_C为单位给出）。紫色虚线表示当 $\Delta E = 0.83E_C$时，解冻隧穿耦合达到 1%；红色虚线表示当 $\Delta E =$ 0 4 时，E_C 解冻隧穿耦合达到 . %。

上述结论适用于有两个电子的情况。只有一个电子时，电荷能量显著更低，因为我们取 $c \to 0$，得到 $E_C^{(1)} = \hbar\omega_0$、 $\tilde{\omega}_0 = 2\omega_0$ 和 $\tilde{\eta} = 2\eta$。再次假设隧穿强度为 $\hbar\Gamma = 360$ μeV，可得 $\tilde{\eta} = 1.86$ ，因此新的隧穿强度为 $\Gamma \approx 0.22\Gamma$，远高于我们定义的冻结隧穿阈值。事实上，要达到与双电子情况相当的隧穿抑制程度，我们必须将束缚提高约 $4.5E_C \approx 13.5$ meV。还需要额外的能量，这是因为只有一个电子时，束缚势较弱，导致中心势垒较低；这是由于量子点之间的距离保持不变所致——见图 4。

B. 搬运

Shuttling是一种在半导体器件中传输电子、实现可扩展量子计算的方案 [14]。早期的一项方案是利用表面声波来传输电子 [28]。后续方案通常采用由可调金属势垒栅极构成的量子点阵列，以降低或升高相邻量子点之间的隧穿速率，从而使电子依次穿过各个量子点 [1, 29–33]。

为公平比较能量学，我们假设用于穿梭的量子点及其间距与我们的态转移协议相同。因此，穿梭的能量成本可以视为依次加载和卸载量子点，以使电子沿链进行相干移动。尽管在实践中，这可以通过单独的势垒势以及升高和降低量子点的化学势来实现，但在最佳情况下，其能量上等同于冻结和解冻相邻量子点之间的隧穿。因此，对于双电子编码，穿梭的能量成本至少为 $E^{(2)}_{\text{穿梭}} = 2E_CN \approx 20N$ meV；对于单电子编码，则为$E^{(1)}_{\text{穿梭}} = E_CN \approx 13.5N$ meV。

C. 完美状态转移方案

我们方案的全部能量代价包括相互作用的冻结与解冻，但还包括施加局部势 ε_2 以实现电子的分离与重组所需的代价（见图 3，步骤1和4）。所施加的局部势为 $\delta \gg \Gamma$，因此在最坏情况下，电子的基态能量将改变 $E_\delta \approx \hbar\delta$。因此，我们协议对双电子编码的总能量代价为 $E^{(2)}_{\text{PST}} = 4E_C + 2E_\delta$，与量子点链的长度 N无关（更准确地说，由于链的每一端还需要额外的量子点，$N+2$ ）。在最坏情况下，$\delta = 40\Gamma$，因此双电子逻辑量子比特编码的 $E^{(2)}_{\text{PST}} \approx 108$ meV。

单电子逻辑量子比特编码只需承担图3中单步2或3的能量代价。因此，我们得到的能量代价为 $E^{(1)}_{\mathrm{PST}} \approx 54$ meV，是双电子逻辑编码的一半。

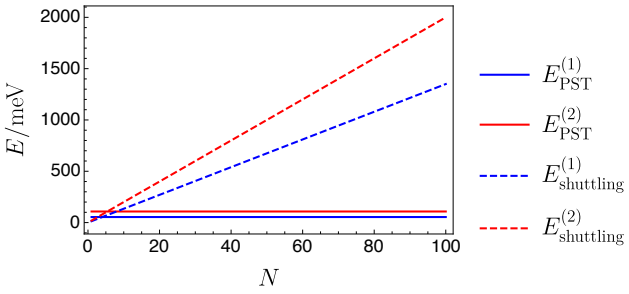

图 6. 对采用完美态传输（PST）的协议与采用穿梭方法传输逻辑信息的理论能量代价进行比较，其中分别采用单电子和双电子编码。

D. 经典导线的下界

CPU中互连的一个下界可以通过给金属导线充电所需的能量来估算，CV^2，其中我们将导线视为电容，其电容为 $C \sim \varepsilon_0 L$，真空介电常数为 ε_0，而 L是导线的长度。可区分的最小电压为 $V \sim k_B T/e$ [13]，其中 k_B 是玻尔兹曼常数，T 是温度。由于在量子点的低温状态下，我们将不得不考虑导线的量子效应，因此这里假设温度为室温。在低温状态下，我们转而研究了穿梭传输。能级为 3 meV 的量子点尺寸约为 100nm [27]。因此，我们得到下界为$E_{\mathrm{classical}} > 3.7N$ meV，其中 N 是该互连中等效的 100 nm量子点数量。当然，这一界限非常保守，实际上当前 CPU所需的能量要高得多，正如引言中所讨论的那样。然而，它已经与量子相干总线处于同一数量级，并且关键在于，它随 N缩放，从而展示了完美态转移协议的优势。

六、噪声

我们已经在无噪声的情况下确立了这一优势。量子点量子比特存在若干噪声来源。最主要的是核自旋噪声和电荷噪声 [34, 35]。对于隧穿电子，另一项噪声贡献是电子-声子散射 [36–38]。这些噪声源尤其会引入退相干噪声，并导致相对较短的 T_2 时间，与其弛豫时间 T_1 相比。相干时间取决于量子比特的编码方式，电荷量子比特的相干时间为 $T_1 = 30$ns 以及 $T_2 = 7$ ns [39]。对于作为低耗散经典总线的经典信息，退相干噪声仅对维持协议中完美态转移部分的相干性至关重要。给定最大隧穿速率为 $\hbar\Gamma = 360$ μeV，我们发现完美态转移的时间 $T = (\pi/2)(\hbar/360\mu\mathrm{eV})$ $N \approx 3N$ ps——见第III节。即使是由300个离子组成的链，仍将显著低于电荷量子比特的退相干时间。然而，冻结和解冻该链所需的电压变化速率因此将处于 ∼ps量级，这非常快 [40]。通过增大束缚或增大位点间距来降低隧穿耦合，从而降低转移时间，是直接可行的。主要误差来源实际上是无法将隧穿耦合调得足够精确以实现完美态转移。该协议可以顺序应用，逐步构建完美态转移链，使每一段的距离都显著短于由隧穿速率失配所引起的噪声。能量代价此时将取决于 N，但前置因子非常低。即使完美态转移链仅包含10个量子点，也能相对于穿梭提供能量优势。在经典计算的情形下，我们可以在每一步完美态转移之后忽略相位信息。

电子可以长时间束缚在砷化镓量子点中，时间可达数秒 [41]。因此，在整个数据总线范围内发生经典比特翻转错误的可能性很低。可以使用重复码来提高比特传输的保真度。该协议可执行 m次，并通过对结果进行多数表决来确定状态。

七、讨论

本研究考察了量子点阵列中态转移协议的能量代价。这些结果有两项明确且相互独立的应用。首先，可为量子计算用量子点阵列的设计提供参考，尤其是最大限度地减少芯片上的耗散（热量产生），因为这会增加对制冷冷却功率的需求；其次，可作为一种方案，探讨半导体芯片上经典信息节能数据总线所能达到的极限。

所提出的完美态传输协议，相较于当前的电子穿梭传输方案，在理论上具有能量优势。近期关于量子点可扩展量子计算架构的研究 [14]，探讨了一个重要问题：控制大量量子点所导致的功耗，以及这些器件的冷却能力。用于传输相干量子信息的低耗散数据总线，有望在一定程度上缓解这一限制。

最近，人们也研究了量子点和离子阱链，将其作为执行经典计算时可能获得能量优势的平台，方法是通过——

ing 量子比特和量子系统的相干演化 [12, 42]。在此，我们研究互连——通用计算机中另一项重要且能耗高昂的组成部分。采用文献 [12] 中针对半导体量子点提出的逻辑编码，我们发现，与经典数据总线相比，完美态转移在能耗扩展方面具有显著优势。通过相干量子动力学传输经典数据，也能减少一种能耗开销来源用于以可逆量子器件进行经典计算。若没有相干量子互连，从经典信息中加载和卸载数据的成本可能高得令人难以承受。另一方面，如果能够利用可逆量子动力学和量子相干数据总线实现一个规模合理的计算单元，例如算术逻辑单元（ALU），那么实现能耗优势就更有希望。

[1] T. Fujita, T. A. Baart, C. Reichl, W. Wegscheider, and L. M. K. Vandersypen, npj Quantum Information **3**, 1 (2017), 数量：1 出版商：Nature Publishing Group。[2] A. M. J. Zwerver, S. V. Amitonov, S. L. de Snoo, M. T. Mądzik, M. Russ, A. Sammak, G. Scappucci, and L. M. K. Vandersypen, “在硅量子点阵列中传送电子自旋”, (2022), arXiv:2209.00920 [cond-mat, physics:quant-ph]。[3] H. Qiao, Y. P. Kandel, K. Deng, S. Fallahi, G. C. Gard- ner, M. J. Manfra, E. Barnes, and J. M. Nichol, (2020)。[4] S. Bose, Physical Review Letters **91**, 207901 (2003), 出版商：American Physical Society。[5] M. Christandl, N. Datta, T. C. Dorlas, A. Ekert, A. Kay, and A. J. Landahl, Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics **71**, 032312 (2005), 出版商：American Physical Society。[6] S. Bose, Contemporary Physics **48**, 13 (2008)。[7] R. Landauer, IBM Journal of Research and Development**5**, 183 (1961), 会议名称：IBM Journal of Research and Development。[8] C. H. Bennett, IBM Journal of Research and Development **17**, 525 (1973), 会议名称: IBM Journal of Research and Development。[9] E. Fredkin and T. Toffoli, International Journal of Theoretical Physics **21**, 219 (1982)。[10] I. K. Hänninen, C. O. Campos-Aguillón, R. Celis- Cordova, and G. L. Snider, 收录于可逆计算，计算机科学讲义，J. Kriv- ine 和 J.-B. Stefani 编（Springer International Publishing，Cham，2015），第 173–185 页。[11] C. O. Campos-Aguillón, R. Celis-Cordova, I. K. Hänninen, C. S. Lent, A. O. Orlov, and G. L. Snider, 收录于*2016 IEEE* 国际重启计算会议（*ICRC*）(2016)，第 1–7 页。[12] J. P. Moutinho, M. Pezzutto, S. Pratapsi, F. F. da Silva, S. De Franceschi, S. Bose, A. T. Costa, and Y. Omar, “基于电荷的经典全加器中实现能耗优势的量子动力学”, (2022 2206 14241), [ ] arXiv: . cond-mat, physics:quant-ph 。[13] V. Zhirnov, R. Cavin, and L. Gammaitoni, 计算的最低能耗：基本考量（IntechOpen，2014），出版物标题：ICT - Energy - Concepts Towards Zero - Power Information and Communication Technology。[14] J. M. Boter, J. P. Dehollain, J. P. van Dijk, Y. Xu, T. Hensgens, R. Versluis, H. W. Naus, J. S. Clarke, M. Veldhorst, F. Sebastiano, and L. M. Vandersypen, Physical Review Applied **18**, 024053 (2022), 出版商：American Physical Society。[15] T. Shi、Y. Li、Z. Song 和 C.-P. Sun，《Physical Review A》71，032309（2005）。[16] M. B. Plenio 和 F. L. Semião，《New Journal of Physics》7，73（2005）。[17] A. Wójcik、T. Łuczak、P. Kurzyński、A. Grudka、T. Gdala 和 M. Bednarska，《Physical Review A》72，034303（2005）。[18] A. Wójcik、T. Łuczak、P. Kurzyński、A. Grudka、T. Gdala 和 M. Bednarska，《Physical Review A》75，022330（2007）。[19] J. Pedersen、C. Flindt、N. A. Mortensen 和 A.-P. Jauho，《Physical Review B》76，125323（2007）。[20] T. Hensgens、T. Fujita、L. Janssen、X. Li、C. J. Van Diepen、C. Reichl、W. Wegscheider、S. Das Sarma 和 L. M. K. Vandersypen，《Nature》548，70（2017），bandiera_abtest：a Cg_type：Nature Research Journals Number：7665 Primary_atype：Research Publisher：Nature Publishing Group Subject_term：量子信息；量子模拟 Subject_term_id：quantum-information；quantum-simulation。[21] A. Wensauer、O. Steffens、M. Suhrke 和 U. Rössler，《Physical Review B》62，2605（2000）。[22] M. Helle、A. Harju 和 R. M. Nieminen，《Physical Re-view B》72，205329（2005）。[23] Q. Li、Ł. Cywiński、D. Culcer、X. Hu 和 S. Das Sarma，《Physical Review B》81，085313（2010）。[24] S. Yang、X. Wang 和 S. Das Sarma，《Physical Review B》83，161301（2011）。[25] G. Burkard、D. Loss 和 D. P. DiVincenzo，《Physical Review B》59，2070（1999）。[26] K. Singer 和 M. V. Wilkes，《Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences》258，412（1960），出版者：Royal Society。[27] S. M. Reimann 和 M. Manninen，《Reviews of Modern Physics》74，1283（2002），出版者：American Physical Society。[28] S. Hermelin、S. Takada、M. Yamamoto、S. Tarucha、A. D. Wieck、L. Saminadayar、C. Bäuerle 和 T. Me-unier，《Nature》477，435（2011），bandiera_abtest：a Cg_type：Nature Research Journals Number：7365 Pri-mary_atype：Research Publisher：Nature Publishing Group Subject_term：量子点；量子光学 Subject_term_id：quantum-dots；quantum-optics。[29]T. A. Baart、M. Shafiei、T. Fujita、C. Reichl、W. Wegscheider 和 L. M. K. Vandersypen，《Nature Nanotechnology》11，330（2016），bandiera_abtest：a Cg_type：Nature Research Journals Number：4 Primary_atype：Research Publisher：Nature Pub-lishing Group Subject_term：电子和自旋器件；纳米尺度器件；量子比特；自旋电子学

子器件；纳米尺度器件；量子比特；自旋电子学 Subject_term¯ id：electronic-and-spintronic-devices；nanoscale-devices；qubits；spintronics。[30]A. R. Mills、D. M. Zajac、M. J. Gullans、F. J. Schupp、T. M. Hazard 和 J. R. Petta，《Nature Communications》**10**，1063（2019），bandiera_abtest：a Cc_license_type：cc_by Cg_type：Nature Research Journals Number：1 Primary_atype：Research Publisher：Nature Publishing Group Subject_term：电子器件；量子点；量子信息；量子比特 Subject_term¯id：electronic-devices；quantum-dots；quantum-information；qubits。[31] B. Buonacorsi、B. Shaw 和 J. Baugh，《Physical Review B》**102**，125406（2020），出版者：American Physical Society。[32] F. Ginzel、A. R. Mills、J. R. Petta 和 G. Burkard，《Physical Review B》**102**，195418（2020），出版者：American Physical Society。[33] I. Seidler、T. Struck、R. Xue、N. Focke、S. Trellenkamp、H. Bluhm 和 L. R. Schreiber，arXiv：2108.00879 [cond-mat，physics:quant-ph]（2021），arXiv：2108.00879。[34] A. V. Kuhlmann、J. Houel、A. Ludwig、L. Greuter、D. Reuter、A. D. Wieck、M. Poggio 和 R. J. Warbur-ton，《Nature Physics》**9**，570（2013），编号：9 出版者：自然出版集团。[35] D. Fernández-Fernández、Y. Ban和G. Platero，《物理评论·应用》**18**，054090（2022），出版方：美国物理学会。[36] X. Hu，《物理评论B》**83**，165322（2011），出版方：美国物理学会。[37] V. Kornich、C. Kloeffel和D. Loss，《物理评论B》**89**，085410（2014），出版方：美国物理学会。[38] G. He、G. X. Chan和X. Wang，《先进量子技术》，2200074（2023），arXiv:2203.16138 [cond- mat, physics:quant-ph]。[39] A. Chatterjee、P. Stevenson、S. De Franceschi、A. Morello、N. P. de Leon和F. Kuemmeth，《自然综述·物理学》**3**，157（2021），编号：3 出版方：自然出版集团。[40] L. Zou、S. Gupta和C. Caloz，《IEEE微波与无线元件快报》**27**，467（2017），arXiv:1610.07115 [physics]。[41] L. C. Camenzind、L. Yu、P. Stano、J. D. Zimmerman、A. C. Gossard、D. Loss和D. M. Zumbühl，《自然通讯》**9**，3454（2018）。[42] S. S. Pratapsi、P. H. Huber、P. Barthel、S. Bose、C. Wunderlich和Y. Omar，“基于囚禁离子量子比特的经典半加器：迈向高能效计算”（2022），arXiv:2210.10470 [quant-ph]。