双功能雷达通信系统中用于莱斯目标检测的基于相对熵的波形优化

Xuyang Wang、Bo Tang、Wenjun Wu 和 Da Li

arXiv:2304.02409v1 [cs.IT] 5 Apr 2023

摘要

本文研究基于多输入多输出阵列的双功能雷达通信系统的波形设计。为提升莱斯目标检测性能，我们采用与所构建检测问题相关的相对熵作为设计指标。此外，我们对波形施加多用户干扰能量约束，以确保通信的可达和速率。本文提出两种算法来解决非线性非凸波形设计问题。第一种算法推导出一个二次函数，用以构造目标函数的下界。针对每次迭代中的二次约束二次规划问题，我们分别提出半定松弛方法、秩一分解过程以及高效的交替方向乘子法（ADMM）。第二种算法提出了一种新颖的ADMM算法来解决该优化问题，并在ADMM算法的内循环中采用高效的最小化—最大化方法。数值结果表明，两种算法均具有优越性。此外，所提出的算法还可扩展用于合成具有峰均功率比约束的波形，从而使射频放大器能够以更高效率运行。

索引词

双功能雷达通信系统，MIMO阵列，波形设计，莱斯目标，相对熵。

本研究部分受中国国家自然科学基金项目（批准号：62171450 和 61671453）及安徽省自然科学基金项目（批准号：2108085J30）资助。（通讯作者：Bo Tang。）作者现任职于中国国防科技大学电子工程学院，地址：中国合肥市，邮编 230037。（电子邮箱：wangxuyang@nudt.edu.cn；tangbo06@gmail.com；wuwenjun.1010@nudt.edu.cn；lida@nudt.edu.cn）。

I. 引言

雷达和通信是无线电技术的两项重要应用。传统上，这两类系统被分配到不同的频段并独立工作。然而，随着技术的快速进步，例如第五代（5G）通信的迅速部署以及物联网的发展，通信系统的数量迅速增长，这些系统对接入更宽频谱的需求也日益增加。因此，通信系统与雷达系统之间可能出现的频谱重叠会导致严重的相互干扰 [1], [2]。为减少相互干扰并提高频谱拥挤环境中的兼容性，人们提出了多种方案。增强雷达系统与通信系统频谱共存的一种方案是设计具有频谱约束条件的波形。在 [3], [4], 中，作者提出了多种方法，用于合成具有期望频谱形状的波形。在 [5]–[8], 中，作者重点研究了在一个或多个频谱约束条件下最大化信号干扰噪声比（信干噪比）。除设计具有频谱约束条件的波形外， [9]–[11]中的作者还研究了雷达与通信系统的联合设计。通过联合优化雷达波形和通信信号的协方差矩阵，这些研究提出的方法能够有效缓解这两类系统之间的相互干扰。

近年来，为提升频谱兼容性，开发双功能雷达通信（DFRC）系统逐渐受到广泛关注（参见例如 [12]–[19]）。DFRC系统可基于共享阵列，同时支持目标捕获和数据传输。与其他方案相比，DFRC系统具有更高的频谱效率、更小的尺寸和更低的功耗。实现DFRC系统的关键在于合理设计波形。目前，DFRC系统的发射波形可分为三类：通信中心型波形、雷达中心型波形和集成波形。通信中心型波形主要是通信信号（例如正交频分复用（OFDM）信号 [20], [21]），同时也用于雷达目标检测和参数估计。与通信中心型波形不同，雷达中心型波形通过调制现有雷达波形来传递信息比特（例如，在 [22], 中，作者使用最小频移键控（MSK）信号调制线性调频（LFM）波形）。尽管通信中心型波形和雷达中心型波形较为简单，但可能存在包络变化、自相关旁瓣较高或数据速率较低等问题。受多输入多输出（MIMO）系统优势的启发[23]–[27], ，针对基于MIMO阵列的DFRC系统（即MIMO-DFRC系统）设计集成波形已受到广泛关注。

在 [28], [29], 中，作者提出了适用于MIMO-DFRC系统的波形设计方法，旨在最小化通信中的多用户干扰（MUI）能量，并匹配期望的雷达波束图。在 [30], [31], 中，作者提出了一种算法，用于在存在杂波的情况下联合设计MIMO-DFRC系统的发射波形和接收滤波器。在 [32], 中，雷达参数估计的克拉美–罗界（CRB）被用作DFRC系统波形设计的指标。同时，通过施加约束条件来保证通信用户的信干噪比（SINR）。在 [33], 中，作者着重研究MIMO-DFRC系统的联合设计，以最小化雷达发射波束图的合成误差，并保证每个通信用户的性能。在 [34], 中，作者设计了DFRC系统波形，以最大化通信用户的信干噪比（SINR），同时对雷达性能施加约束。在 [35],中，作者基于信息论设计了集成波形。文中分别推导了雷达系统和通信系统的互信息（MI），随后利用两者互信息的加权和，在雷达性能与通信性能之间实现权衡。

本文利用MIMO双功能雷达通信系统设计用于目标检测的波形。注意， [30], 中也研究了此类问题，其中假设目标模型是确定性的，并采用信干噪比最大化作为设计指标。不同于 [30],，本文采用莱斯模型描述目标响应。当双功能雷达通信系统与目标之间存在多条传播路径时，这一假设是合理的。为提升莱斯目标的检测性能并兼顾数学处理的可行性，本文将与检测问题相关的相对熵作为波形设计指标。此外，在波形上施加MUI能量约束，以保证通信服务质量。针对非凸优化问题，本文提出了两种方法。第一种方法采用MM方法，并通过一个更简单的二次函数对目标函数进行下界近似。在MM方法的每次迭代中，首先采用半正定松弛（SDR）方法求解二次约束二次规划（QCQP）问题，随后分别通过秩一分解过程和交替方向乘子法（ADMM）进行处理。第二种方法提出一种新颖的ADMM算法，直接处理非凸优化问题，并采用高效的MM方法求解每次迭代中的子问题。此外，为避免使用昂贵的线性放大器，本文将所提出的方法扩展到设计具有峰均功率比（PAPR）约束的波形。仿真结果表明，在保证通信服务质量的情况下，所提算法合成的波形能够获得更优的莱斯目标检测性能。

本文其余部分安排如下。第二节推导雷达模型和通信模型，随后对波形设计问题进行表述。在第三节中，

提出一种高效的 MM 方法来解决波形设计问题。在第四节中，提出一种新颖的交替方向乘子法（ADMM）算法。在第五节中，通过仿真验证所提算法的有效性。在第六节中，总结全文。

本文所用符号列于表 I。

表 I：符号列表

符号	含义
$\mathbf{A}$	矩阵
$\mathbf{a}$	向量
$(\cdot)^{\top}$，$(\cdot)^{\dagger}$	转置与共轭转置
$\mathbb{C}$	复数域
$\mathbb{R}$	实数域
$\mathbf{I}$	单位矩阵
blkDiag($\mathbf{A}$; $\mathbf{B}$)	由$\mathbf{A}$ 和$\mathbf{B}$组成的分块对角矩阵
$\mathbf{0}$	零矩阵
tr$(\cdot)$	矩阵的迹
det$(\cdot)$	矩阵的行列式
$\|\cdot\|_2$	向量的欧几里得范数
$\|\cdot\|_{\mathrm{F}}$	矩阵的弗罗贝尼乌斯范数
$\mathbf{A}\otimes\mathbf{B}$	克罗内克积$\mathbf{A}$ 与$\mathbf{B}$
vec($\mathbf{X}$)	按列堆叠$\mathbf{X}$
mod(x，y)	x除以 y后的余数
$\lceil x \rceil$	大于或等于 x的最小整数
Re$(\cdot)$	复数的实部
$\mathbf{A}\succ\mathbf{0}$ ($\mathbf{A}\succeq\mathbf{0}$)	$\mathbf{A}$为正定（半正定）

II. 信号模型与问题表述

如图 1 所示，我们考虑一种基于 MIMO 阵列的双功能雷达通信系统。该 MIMO 阵列由 N_{T} 个发射天线和 N_{R} 个接收天线组成。我们用 $\mathbf{x}_n \in \mathbb{C}^{L\times 1}$ $n=1$、2、$\cdots$、N_{T}表示第 n个发射天线的离散基带波形，并令 $\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1,\mathbf{x}2,\ldots,\mathbf{x}_{N_{\mathrm{T}}}]\in\mathbb{C}^{L\times N_{\mathrm{T}}}$ 表示发射波形矩阵，其中 L 为码长。我们假设可能存在一个目标和 M 个通信用户。为了检测该目标并同时与多个通信用户通信，下面建立雷达检测和多用户通信模型。

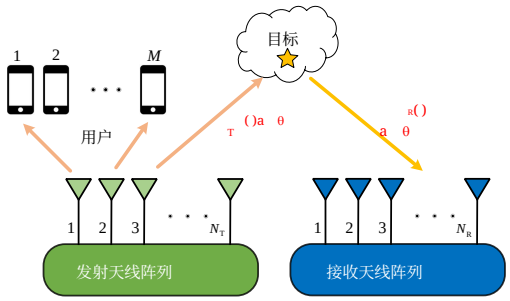


图 1：双功能雷达通信系统。

A. 雷达检测模型

令 $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{T}} \times N_{\mathrm{R}}}$ 为目标响应矩阵。则目标反射产生的接收信号为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{G} + \mathbf{N}, \tag{1}$$

其中，$\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{L \times N_{\mathrm{R}}}$ 表示接收机噪声。令 $\mathbf{y} = \mathrm{vec}(\mathbf{Y})$、$\mathbf{g} = \mathrm{vec}(\mathbf{G})$和$\mathbf{n} = \mathrm{vec}(\mathbf{N})$，则信号模型可重写为

$$\mathbf{y} = \widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g} + \mathbf{n}, \tag{2}$$

其中 $\widetilde{\mathbf{X}} = \mathbf{I}_{N_{\mathrm{R}}} \otimes \mathbf{X}$。值得注意的是，式 (2) 中的信号模型可用于多种 MIMO 系统（类似模型参见 [36]–[38] ），例如，若考虑相干 MIMO 雷达，则目标响应建模为

$$\mathbf{g} = \sum_{k=1}^{K} \alpha_{t,k} \mathbf{b}(\theta_{t,k}) \otimes \mathbf{a}(\theta_{t,k}), \tag{3}$$

其中 $\alpha_{t,k}$、$\theta_{t,k}$、$\mathbf{a}(\theta_{t,k})$和$\mathbf{b}(\theta_{t,k})$ 分别表示第 k 个散射体的幅度、到达方向（DOA）、发射导向向量和接收导向向量（$k = 1, \cdots, K$），且 K为散射体数量。

为确定目标是否存在，我们建立如下假设检验：

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y} = \mathbf{n}, \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y} = \widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g} + \mathbf{n}. \end{cases} \tag{4}$$

对于存在多径或知识失配情况下的目标检测，我们可以利用莱斯模型来描述目标响应 $\mathbf{g}$。事实上，与瑞利模型和确定性模型相比，莱斯模型更为通用 [1]。对于莱斯目标，目标响应 $\mathbf{g}$ 可以建模为

[1]事实上，瑞利模型和确定性模型都可以视为莱斯模型的特例 [38], [39]。

$\mathbf{g} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{g}_d,\ \mathbf{R}_{\mathrm{G}})$，即$\mathbf{g}$服从均值为$\mathbf{g}_d$、协方差矩阵为$\mathbf{R}_{\mathrm{G}}$的圆对称高斯分布。也就是说，$\mathbf{g}$ 的概率密度函数（PDF）可写为 [40]

$$P(\mathbf{g}) = \frac{1}{\pi^{N_{\mathrm{TR}}} \det(\mathbf{R}_{\mathrm{G}})} \exp\left(-(\mathbf{g}-\mathbf{g}_d)^{\dagger}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}^{-1}(\mathbf{g}-\mathbf{g}_d)\right), \tag{5}$$

其中 $N_{\mathrm{TR}} = N_{\mathrm{T}}N_{\mathrm{R}}$。假设接收机噪声为白高斯噪声，噪声功率为 σ^2。可以验证，在两个假设下观测值的概率密度函数分别记为 $P_0(\mathbf{y})$ 和 $P_1(\mathbf{y})$，可表示如下：

$$\begin{aligned} P_0(\mathbf{y}) &= \frac{1}{\pi^{N_{\mathrm{RL}}}\sigma^{2N_{\mathrm{RL}}}} \exp\left(-\sigma^{-2}\mathbf{y}^{\dagger}\mathbf{y}\right) \\ P_1(\mathbf{y}) &= \frac{1}{\pi^{N_{\mathrm{RL}}} \det(\mathbf{R}_1)} \exp\left(-(\mathbf{y}-\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d)^{\dagger}\mathbf{R}_1^{-1}(\mathbf{y}-\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d)\right) \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\mathbf{R}_1 = \widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}\widetilde{\mathbf{X}}^{\dagger} + \sigma^2\mathbf{I}_{N_{\mathrm{RL}}}$，且 $N_{\mathrm{RL}} = N_{\mathrm{R}}L$。

基于上述假设，可以推导出 Neyman-Pearson（NP）检测器，并分析相应的检测概率 [41]。然而，由于检测概率的表达式过于复杂，难以将检测概率用作设计指标。因此，我们改用两个假设下观测值之间的相对熵作为判据（关于基于相对熵的雷达波形设计，参见例如 [42]–[44]）。事实上，Stein 引理表明，检测概率会随相对熵渐近增大 [45]。具体而言，令 $\mathrm{D}(P_0||P_1)$ 表示 $P_0(\mathbf{y})$ 与 $P_1(\mathbf{y})$之间的相对熵。对于固定的虚警概率（P_{f_a}），检测概率（P_d）与相对熵之间满足以下关系：

$$\mathrm{D}(P_0||P_1) = \lim_{N\to\infty}\left(-\frac{1}{N}\log(1-P_d)\right), \tag{7}$$

其中，N 是独立同分布（i.i.d.）样本的数量。因此，我们使用 $\mathrm{D}(P_0||P_1)$ 作为波形设计指标，以获得更好的目标检测性能。根据式（6）中的假设，$P_0(\mathbf{y})$ 与 $P_1(\mathbf{y})$ 之间的相对熵为

$$\begin{aligned} \mathrm{D}(P_0||P_1) &= \int P_0(\mathbf{y}) \log \frac{P_0(\mathbf{y})}{P_1(\mathbf{y})} d\mathbf{y} \\ &= \log\det(\mathbf{R}_1) + \mathrm{tr}[\mathbf{R}_1^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d\mathbf{g}_d^{\dagger}\widetilde{\mathbf{X}}^{\dagger} + \sigma^2\mathbf{I}_{N_{\mathrm{RL}}})] \\ &\quad - N_{\mathrm{RL}}(1+\log\sigma^2). \end{aligned} \tag{8}$$

B. 多用户通信模型

用户接收到的通信信号表示为

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{c}} = \mathbf{H}\mathbf{X}^{\top} + \mathbf{Z}, \tag{9}$$

其中 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \ldots, \mathbf{h}_M]^\top \in \mathbb{C}^{M \times N_\mathrm{T}}$ 表示信道矩阵，$\mathbf{h}_m$ 表示第 m 个用户的信道向量（$m = 1, 2, \cdots, M$），而 $\mathbf{Z}$ 表示通信接收机处的接收机噪声。令 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \ldots, \mathbf{s}_M]^\top \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 为这些通信接收机处的期望信号。注意，$\mathbf{Y}_\mathrm{c}$ 可改写为

$$\mathbf{Y}_\mathrm{c} = \mathbf{S} + \underbrace{\mathbf{H}\mathbf{X}^\top - \mathbf{S}}_{\mathrm{MUI}} + \mathbf{Z}, \tag{10}$$

其中 $\mathbf{H}\mathbf{X}^\top - \mathbf{S}$ 称为多用户干扰 [46]。多用户干扰能量定义为

$$f(\mathbf{X}) = \|\mathbf{H}\mathbf{X}^\top - \mathbf{S}\|_\mathrm{F}^2. \tag{11}$$

在 [46],中，作者指出，多用户干扰能量与多个用户的可达和速率密切相关。多用户干扰能量越小，信干噪比越高，可达和速率也越高。因此，我们可以将多用户干扰能量约束在一个较小值以下，以保证多用户通信性能。

C. 问题表述

为提升目标检测性能并保证通信的可达和速率，我们采用与检测问题相关的相对熵作为度量，并施加多用户干扰能量约束。相应的波形设计问题表述为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{X}} \ & \mathrm{D}(P_0 || P_1) \\ \text{s.t. } & f(\mathbf{X}) \le \epsilon, \\ & \mathbf{X} \in \mathcal{X}, \end{aligned} \tag{12}$$

其中，$\mathcal{X}$ 是波形约束集，ϵ 表示允许的最大多用户干扰能量。由于波形的发射能量有限，我们对雷达波形施加能量约束：

$$\mathrm{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger) \le P_\mathrm{t},$$

其中 P_t 为发射能量。

利用式（8）和（11），波形设计问题可表述为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{X}} \ & \log\det(\mathbf{R}_1) + \mathrm{tr}[\mathbf{R}_1^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d\mathbf{g}_d^\dagger\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger + \sigma^2\mathbf{I}_{N_{\mathrm{RL}}})] \\ \text{s.t. } & \|\mathbf{H}\mathbf{X}^\top - \mathbf{S}\|_\mathrm{F}^2 \le \epsilon, \\ & \mathrm{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger) \le P_\mathrm{t}, \end{aligned} \tag{13}$$

其中，目标函数中的常数项已被忽略。

III. 基于MM的波形设计

为解决式（13）中的优化问题，我们采用 MM方法，用一个更简单的函数对高度非线性的目标函数构造下界。第（$k+1$）次迭代时，目标函数的下界函数（也称为替代函数）记为 Q（$\mathbf{X}$；$\mathbf{X}_k$），应满足

$$Q(\mathbf{X};\mathbf{X}_k) \le g(\mathbf{X}), \tag{14a}$$

$$Q(\mathbf{X}_k;\mathbf{X}_k) = g(\mathbf{X}_k), \tag{14b}$$

其中 $g(\mathbf{X})$ 为(13)中的目标函数，且$\mathbf{X}_k$ 为第 k次迭代的解。

为简单起见且不失一般性，我们假设噪声功率为 $\sigma^2 = 1$。令$\mathbf{R}_X = \mathbf{X}^\dagger\mathbf{X}$为波形协方差矩阵，并令 $\widetilde{\ }\mathbf{R}_X = \widetilde{\ }\mathbf{X}^\dagger\,\widetilde{\ }\mathbf{X} = \mathbf{I}_{N_\mathrm{R}} \otimes \mathbf{R}_X$。利用恒等式$\det(\mathbf{I}+\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{I}+\mathbf{BA})$ [47], 我们将 $\log\det(\mathbf{R}_1)$ 改写为

$$\begin{aligned}\log\det(\mathbf{R}_1) &= \log\det(\mathbf{R}_\mathrm{G}^{\frac{1}{2}}\widetilde{\mathbf{R}}_X\mathbf{R}_\mathrm{G}^{\frac{1}{2}} + \mathbf{I}) \\ &= \log\det(\mathbf{E}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{E}^\dagger),\end{aligned} \tag{15}$$

其中$\mathbf{E} = [\mathbf{I}_{N_\mathrm{TR}}, \mathbf{0}_{N_\mathrm{TR}\times N_\mathrm{RL}}]$,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_\mathrm{TR}} & \mathbf{R}_\mathrm{G}^{\frac{1}{2}}\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger \\ \widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_\mathrm{G}^{\frac{1}{2}} & \mathbf{R}_1 \end{bmatrix},$$

并且我们在(15)的第二行中使用了分块矩阵求逆引理 [47] 。

$\log\det(\mathbf{E}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{E}^\dagger)$ 关于$\mathbf{C}$ [48]是凸函数。根据凸函数的性质[49], , 我们得到

$$\begin{aligned}\log\det(\mathbf{E}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{E}^\dagger) \ge{}& \log\det(\mathbf{E}\mathbf{C}_k^{-1}\mathbf{E}^\dagger) \\ &+ \mathrm{tr}[\mathbf{T}_k(\mathbf{C}-\mathbf{C}_k)],\end{aligned} \tag{16}$$

其中$\mathbf{T}_k = -\mathbf{C}_k^{-1}\,\mathbf{E}^\dagger(\mathbf{E}\mathbf{C}_k^{-1}\,\mathbf{E}^\dagger)^{-1}\mathbf{E}\mathbf{C}_k^{-1}$ 是$\log\det(\mathbf{E}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{E}^\dagger)$ 在$\mathbf{C}_k$ [50]处的梯度。将$\mathbf{T}_k$分块为

$$\mathbf{T}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_k^{11} & \mathbf{T}_k^{12} \\ (\mathbf{T}_k^{12})^\dagger & \mathbf{T}_k^{22} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

其中$\mathbf{T}_k^{11} \in \mathbb{C}^{N_\mathrm{TR}\times N_\mathrm{TR}}$、$\mathbf{T}_k^{12} \in \mathbb{C}^{N_\mathrm{TR}\times N_\mathrm{RL}}$和$\mathbf{T}_k^{22} \in \mathbb{C}^{N_\mathrm{RL}\times N_\mathrm{RL}}$。我们有

$$\begin{aligned}\mathrm{tr}(\mathbf{T}_k\mathbf{C}) ={}& c_k + 2\mathrm{Re}[\mathrm{tr}(\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_\mathrm{G}^{\frac{1}{2}}\mathbf{T}_k^{12})] \\ &+ \mathrm{tr}(\mathbf{T}_k^{22}\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_\mathrm{G}\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger),\end{aligned} \tag{18}$$

其中 $c_k = \mathrm{tr}(\mathbf{T}_k^{11} + \mathbf{T}_k^{22})$ 是一个常数，不依赖于$\mathbf{X}$。

根据 [38], , 式（13）中目标函数的一个下界函数可表示为

$$2\mathrm{Re}[\mathrm{tr}(\widetilde{\mathbf{X}}^{\dagger}\mathbf{P}_k)]+\mathrm{tr}(\mathbf{Q}_k\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}\widetilde{\mathbf{X}}^{\dagger})+c_1, \tag{19}$$

其中

$$\mathbf{P}_k=(\mathbf{T}_k^{12})^{\dagger}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}^{\frac{1}{2}}+\mathbf{R}_{1,k}^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{g}_d)\mathbf{g}_d^{\dagger}, \tag{20}$$

$$\mathbf{Q}_k=\mathbf{T}_k^{22}-\mathbf{R}_{1,k}^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{g}_d)(\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{g}_d)^{\dagger}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}-\mathbf{R}_{1,k}^{-2}, \tag{21}$$

$\mathbf{R}_{1,k}=\quad\widetilde{}\mathbf{X}_k\mathbf{R}_{\mathrm{G}}\widetilde{}\mathbf{X}_k^{\dagger}+\mathbf{I}$，且 c_1 是一个常数项。式（19）可以改写为

$$\widetilde{\mathbf{x}}^{\dagger}\widetilde{\widetilde{\mathbf{M}}}_k\widetilde{\mathbf{x}}+2\mathrm{Re}(\widetilde{\mathbf{x}}^{\dagger}\widetilde{\mathbf{m}}_k)+c_1, \tag{22}$$

$\widetilde{}\quad\widetilde{}$其中 $\widetilde{}\mathbf{x}=\mathrm{vec}(\mathrm{X})$，$\mathrm{M}_k=\mathrm{R}_{\mathrm{G}}^{*}\otimes\mathrm{Q}_k$，$\widetilde{}\mathrm{m}_k=\mathrm{vec}(\mathrm{P}_k)$。注意，$\widetilde{}\mathrm{x}=\mathrm{G}_s\mathrm{x}$ [48], , 其中 $\mathrm{x}=\mathrm{vec}(\mathrm{X})$，$\mathrm{G}_s=\mathrm{J}_s\otimes\mathrm{I}_L$，$\mathrm{J}_s=[\mathrm{J}_1,\mathrm{J}2,\ \cdots,\ \mathrm{J}_{N_{\mathrm{TR}}}]^{\top}$，其中 J_i，$i=1$，2，$\cdots$，N_{TR}，表示一个 $N_{\mathrm{T}}\times N_{\mathrm{R}}$ 阶基本矩阵，其第（i_r，i_c）个元素为 1，其余元素均为 0，$i_r=1+\mathrm{mod}(i-1,\ N_{\mathrm{T}})$，且 $i_c=\lceil\frac{i}{N_{\mathrm{T}}}\rceil$。

(13)中的多用户干扰能量约束等价于 $\|\mathbf{X}\mathbf{H}^{\top}-\mathbf{S}^{\top}\|_{\mathrm{F}}^2\le\epsilon$。利用恒等式 $\mathrm{vec}(\mathbf{ABC})=(\mathbf{C}^{\top}\otimes\mathbf{A})\mathrm{vec}(\mathbf{B})$，可得 $\mathrm{vec}(\mathbf{X}\mathbf{H}^{\top})=\widetilde{}\mathbf{H}\mathbf{x}$，其中 $\widetilde{}\mathbf{H}=\mathbf{H}\otimes\mathbf{I}_L$。于是，多用户干扰能量约束可改写为

$$\|\widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}-\mathbf{s}\|_2^2\le\epsilon, \tag{23}$$

其中 $\mathbf{s}=\mathrm{vec}(\mathbf{S}^{\top})$。

于是，在 MM方法的第$(k+1)$次迭代中，基于 (22) 得到的下界化问题可表示为

$$\begin{aligned}\max_{\mathbf{x}}\ &\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{M}_k\mathbf{x}+2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{m}_k)\\ \text{s.t. }&\|\widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}-\mathbf{s}\|_2^2\le\epsilon,\\ &\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{x}\le P_{\mathrm{t}},\end{aligned} \tag{24}$$

其中 $\mathbf{M}_k=\mathbf{G}_s^{\dagger}\widetilde{}\widetilde{\mathbf{M}}_k\mathbf{G}_s$，$\mathbf{m}_k=\mathbf{G}_s^{\dagger}\widetilde{}\mathbf{m}_k$，并且我们利用了以下事实：$\mathrm{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^{\dagger})=\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{x}$。

接下来，我们介绍两种求解 (24) 中 QCQP 问题的方法。

A. SDR 后接秩一分解步骤

首先，我们引入一个辅助变量 $t\in\mathbb{C}$，其满足 $|t|^2=1$。令 $\widehat{}\mathbf{x}=[\mathbf{x}^{\top}\ t]^{\top}$，

$$\widehat{\mathbf{H}}=\begin{bmatrix}\widetilde{\mathbf{H}}^{\dagger}\widetilde{\mathbf{H}} & -\widetilde{\mathbf{H}}^{\dagger}\mathbf{s}\\ -\mathbf{s}^{\dagger}\widetilde{\mathbf{H}} & \mathbf{s}^{\dagger}\mathbf{s}\end{bmatrix}.$$

然后，多用户干扰能量约束条件可改写为

$$\widehat{\mathbf{x}}^{\dagger}\widehat{\mathbf{H}}\widehat{\mathbf{x}} \leq \epsilon.$$

定义 $\mathbf{J}_1 = \mathsf{blkDiag}(\mathbf{I}^{N_{\mathrm{T}}L};0)$、$\mathbf{J}_0 = \mathsf{blkDiag}(\mathbf{0}_{N_{\mathrm{T}}L};1)$，以及

$$\widehat{\mathbf{M}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_k & \mathbf{m}_k \\ \mathbf{m}_k^{\dagger} & 0 \end{bmatrix}.$$

那么，式 (24) 中的优化问题可改写为

$$\begin{aligned} \max_{\widehat{\mathbf{x}}} \ & \widehat{\mathbf{x}}^{\dagger}\widehat{\mathbf{M}}_k\widehat{\mathbf{x}} \\ \text{s.t.} \ & \|\mathbf{J}_1\widehat{\mathbf{x}}\|_2^2 \leq P_{\mathrm{t}}, \|\mathbf{J}_0\widehat{\mathbf{x}}\|_2^2 = 1, \\ & \widehat{\mathbf{x}}^{\dagger}\widehat{\mathbf{H}}\widehat{\mathbf{x}} \leq \epsilon. \end{aligned} \tag{25}$$

值得注意的是，式 (25) 中的问题是一个隐式凸优化问题 [51] ，可以采用 SDR 方法 [52] 求解。具体而言，令 $\widehat{\mathbf{X}} = \widehat{\mathbf{x}}\widehat{\mathbf{x}}^{\dagger}$，并将式 (25) 中的优化问题改写为以下优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\widehat{\mathbf{x}}} \ & \mathrm{tr}(\widehat{\mathbf{M}}_k\widehat{\mathbf{X}}) \\ \text{s.t.} \ & \mathrm{tr}(\mathbf{J}_1\widehat{\mathbf{X}}) \leq P_{\mathrm{t}}, \mathrm{tr}(\mathbf{J}_0\widehat{\mathbf{X}}) = 1, \\ & \mathrm{tr}(\widehat{\mathbf{H}}\widehat{\mathbf{X}}) \leq \epsilon, \mathsf{rank}(\widehat{\mathbf{X}}) = 1, \widehat{\mathbf{X}} \succeq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{26}$$

去掉式 (26) 中的秩约束后，可得到以下松弛优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\widehat{\mathbf{x}}} \ & \mathrm{tr}(\widehat{\mathbf{M}}_k\widehat{\mathbf{X}}) \\ \text{s.t.} \ & \mathrm{tr}(\mathbf{J}_1\widehat{\mathbf{X}}) \leq P_{\mathrm{t}}, \mathrm{tr}(\mathbf{J}_0\widehat{\mathbf{X}}) = 1, \\ & \mathrm{tr}(\widehat{\mathbf{H}}\widehat{\mathbf{X}}) \leq \epsilon, \widehat{\mathbf{X}} \succeq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{27}$$

可以验证，式（27）中的优化问题是凸的（更准确地说，是一个半定规划（SDP）问题）。因此，可以通过内点法求解（例如，使用 CVX 工具箱 [53]）。令 $\mathbf{X}^{\star}$ 表示问题（27）的解。然后，可以通过秩一分解过程得到最优的 $\widehat{\mathbf{x}}^{\star}$。具体而言，根据 [54, 定理 2.3]，我们可以找到一个非零向量 $\widehat{\mathbf{x}}^{\star}$，使其满足 $(\widehat{\mathbf{x}}^{\star})^{\dagger}\widehat{\mathbf{M}}_k\widehat{\mathbf{x}}^{\star} = \mathrm{tr}(\widehat{\mathbf{M}}_k\widehat{\mathbf{X}}^{\star})$、$(\widehat{\mathbf{x}}^{\star})^{\dagger}\mathbf{J}_1\widehat{\mathbf{x}}^{\star} = \mathrm{tr}(\mathbf{J}_1\widehat{\mathbf{X}}^{\star})$、$(\widehat{\mathbf{x}}^{\star})^{\dagger}\mathbf{J}_0\widehat{\mathbf{x}}^{\star} = \mathrm{tr}(\mathbf{J}_0\widehat{\mathbf{X}}^{\star})$ 和 $(\widehat{\mathbf{x}}^{\star})^{\dagger}\widehat{\mathbf{H}}\widehat{\mathbf{x}}^{\star} = \mathrm{tr}(\widehat{\mathbf{H}}\widehat{\mathbf{X}}^{\star})$。可以验证，$\widehat{\mathbf{x}}^{\star}(\widehat{\mathbf{x}}^{\star})^{\dagger}$ 对于问题（26）和（27）均为最优解。因此，$\widehat{\mathbf{x}}^{\star}$ 是问题（25）的最优解。令 $\mathbf{x}^{\star} = \mathbf{x}^{\star}/u$，其中 $\mathbf{x}^{\star}$ 是包含 $\widehat{\mathbf{x}}^{\star}$前 $N_{\mathrm{T}}L$ 个元素的向量，u 是 $\widehat{\mathbf{x}}^{\star}$的最后一个元素。容易验证，$\mathbf{x}^{\star}$ 不仅使问题（24）的目标函数最大化，而且满足约束条件。因此，$\mathbf{x}^{\star}$ 是问题（24）的最优解。

B. 交替方向乘子法

需要注意的是，求解半定规划问题的计算复杂度较高。为降低计算负担，我们推导了一种交替方向乘子法算法来处理优化问题（24）。为此，我们引入一个辅助变量$\mathbf{z}$，并将优化问题（24）改写为

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{x},\mathbf{z}}\ & \mathbf{x}^{\dagger}\overline{\mathbf{M}}_k\mathbf{x}+2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^{\dagger}\overline{\mathbf{m}}_k)\\ \text{s.t. }& \mathbf{z}=\widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}-\mathbf{s},\|\mathbf{z}\|_2^2\le\epsilon,\\ & \mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{x}\le P_{\mathrm{t}},\end{aligned}\tag{28}$$

其中 $\overline{\mathbf{M}_k}=\ -\mathbf{M}_k$，且 $\overline{\mathbf{m}_k}=-\mathbf{m}_k$。与 (28) 相关的增广拉格朗日函数为 y

$$\begin{aligned}L_\mu(\mathbf{x},\mathbf{z},\boldsymbol{\lambda})=&\mathbf{x}^{\dagger}\overline{\mathbf{M}}\mathbf{x}+2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^{\dagger}\overline{\mathbf{m}})\\ &+\frac{\mu}{2}\{\|\mathbf{z}-\widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}+\mathbf{s}+\boldsymbol{\lambda}\|_2^2-\|\boldsymbol{\lambda}\|_2^2\},\end{aligned}\tag{29}$$

其中 μ 为惩罚参数， $\boldsymbol{\lambda}$ 为拉格朗日乘子。为简化符号，省略下标 k。

At 在 ADMM算法的第$(m+1)$次迭代中，我们执行以下步骤 :

$$\mathbf{x}_{m+1}=\arg\min_{\mathbf{x}}L_\mu(\mathbf{x},\mathbf{z}_m,\boldsymbol{\lambda}_m),\tag{30}$$

$$\mathbf{z}_{m+1}=\arg\min_{\mathbf{z}}L_\mu(\mathbf{x}_{m+1},\mathbf{z},\boldsymbol{\lambda}_m),\tag{31}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{m+1}=\boldsymbol{\lambda}_m+\mathbf{z}_{m+1}-\widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_{m+1}+\mathbf{s}.\tag{32}$$

•式 (30) 的解：

式 (30) 中的优化问题可写为

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{x}}\ & \mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{B}\mathbf{x}+2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{b}_m)\\ \text{s.t. }& \mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{x}\le P_{\mathrm{t}},\end{aligned}\tag{33}$$

其中 $\mathbf{B}\ =\overline{\mathbf{M}}+\frac{\mu}{2}\widetilde{\mathbf{H}}^{\dagger}\widetilde{\mathbf{H}}$，且 $\mathbf{b}_m=\mathbf{m}\ =\frac{\mu}{2}\widetilde{\mathbf{H}}^{\dagger}(\mathbf{z}_m+\mathbf{s}\ +\boldsymbol{\lambda}_m)$。式 (33) 中的优化问题是隐式凸的，可通过拉格朗日乘子法求解。设与式 (33) 相关的拉格朗日函数为

$$F(\mathbf{x},\nu)=\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{B}\mathbf{x}+2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{b}_m)+\nu(\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{x}-P_{\mathrm{t}}),\tag{34}$$

其中， ν 是与式（33）中的约束条件相关的拉格朗日乘子。对$\mathbf{x}$求式（33）的导数并令其等于零，可得极小化解:

$$\mathbf{x}_{m+1}=-(\mathbf{B}+\nu_{m+1}\mathbf{I}_{N_{\mathrm{T}}L})^{-1}\mathbf{b}_m,\tag{35}$$

其中， ν_{m+1} 是下列方程的解：

$$\mathbf{b}_m^{\dagger}(\mathbf{B}+\nu_{m+1}\mathbf{I}_{N_{\mathrm{T}}L})^{-2}\mathbf{b}_m = P_{\mathrm{t}}. \tag{36}$$

•对 (31) 的求解：

(31)中的优化问题可以写为

$$\begin{aligned} &\min_{\mathbf{z}} \ \|\mathbf{z}-\mathbf{p}_m\|_2^2 \\ &\text{s.t. } \|\mathbf{z}\|_2^2 \le \epsilon, \end{aligned} \tag{37}$$

~其中 $\mathbf{p}_m = \mathbf{H}\mathbf{x}^{m+1} - \mathbf{s} - \boldsymbol{\lambda}_m$。(37)的最优解由下式给出

$$\mathbf{z}_{m+1} = \begin{cases} \mathbf{p}_m, & \text{if } \|\mathbf{p}_m\|_2^2 \le \epsilon, \\ \sqrt{\epsilon}\mathbf{p}_m/\|\mathbf{p}_m\|_2, & \text{if } \|\mathbf{p}_m\|_2^2 > \epsilon. \end{cases} \tag{38}$$

我们将所提出的ADMM算法（针对(24)中的问题）总结在算法1中，其中当 $\|\mathbf{r}_m\|_2 \le \varepsilon_1^{\text{primal}}$ 和 $\|\mathbf{d}_m\|_2 \le \varepsilon_1^{\text{dual}}$时终止ADMM算法，其中$\mathbf{r}_m = \widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_m - \mathbf{s} - \mathbf{z}_m$，$\mathbf{d}_m = \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_{m-1}$，$\varepsilon_1^{\text{primal}}$ 和 $\varepsilon_1^{\text{dual}}$是用户定义的小值。

算法1： 针对(24)中QCQP问题的ADMM算法。

输入： $\mathbf{M}_k$，$\mathbf{m}_k$，$\mathbf{H}$，$\mathbf{s}$，P_{t}, ϵ。

输出： $\mathbf{x}^{k+1}$。

初始化： $m=0$，$\mathbf{x}_{k,\,0}=\mathbf{x}_k$，$\mathbf{z}_{k,\,0}=\mathbf{x}_{k,\,0}$，$\boldsymbol{\lambda}_{k,\,0}=\mathbf{0}$。

$\mathbf{B}_k = \overline{\mathbf{M}}_k + \frac{\mu}{2}\widetilde{\mathbf{H}}^{\dagger}\widetilde{\mathbf{H}}$.

重复

- $\mathbf{b}_{k,m} = \overline{\mathbf{m}}_k - \frac{\mu}{2}\widetilde{\mathbf{H}}^{\dagger}\mathbf{z}_{k,m} + \mathbf{s} + \boldsymbol{\lambda}_{k,m}$;
- $\mathbf{x}_{k,m+1} = -(\mathbf{B}_k + \nu_{k,m+1}\mathbf{I}_{N_{\mathrm{T}}L})^{-1}\mathbf{b}_{k,m}$;
- $\mathbf{p}_{k,m} = \widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_{k,m+1} - \mathbf{s} - \boldsymbol{\lambda}_{k,m}$;
- $\mathbf{z}_{k,m+1} = \min(\sqrt{\epsilon}/\|\mathbf{p}_{k,m}\|_2, 1)\cdot\mathbf{p}_{k,m}$;
- $\boldsymbol{\lambda}_{k,m+1} = \boldsymbol{\lambda}_{k,m} + \mathbf{z}_{k,m+1} - \widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_{k,m+1} + \mathbf{s}$;
- $m = m+1$;
- $\mathbf{r}_{k,m} = \widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_{k,m} - \mathbf{s} - \mathbf{z}_{k,m}$;
- $\mathbf{d}_{k,m} = \mathbf{x}_{k,m} - \mathbf{x}_{k,m-1}$;

直到收敛;

$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}^{k,m}$.

算法 2： 基于 MM 的 MIMO-DFRC 系统莱斯目标检测波形设计。

输入： $\mathbf{g}_d$，$\mathbf{R}_{\mathrm{G}}$，$\mathbf{H}$，$\mathbf{s}$，P_{t}，ϵ。

输出： 乘*。

初始化： $k=0$，$\mathbf{X}_0$（例如，使用准正交波形）。

重复

$\mathbf{R}_{1,k}=\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{R}_{\mathrm{G}}\widetilde{\mathbf{X}}_k^{\dagger}+\mathbf{I}$;

$\mathbf{Q}_k=\mathbf{T}_k^{22}-\mathbf{R}_{1,k}^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{g}_d)(\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{g}_d)^{\dagger}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}-\mathbf{R}_{1,k}^{-2}$;

$\mathbf{P}_k=(\mathbf{T}_k^{12})^{\dagger}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}^{\frac{1}{2}}+\mathbf{R}_{1,k}^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}_k\mathbf{g}_d)\mathbf{g}_d^{\dagger}$;

$\widetilde{\mathbf{M}}_k=\mathbf{R}_{\mathrm{G}}^{*}\otimes\mathbf{Q}_k$;

$\widetilde{\mathbf{m}}_k=\mathrm{vec}(\mathbf{P}_k)$;

$\mathbf{M}_k=\mathbf{G}_s^{\dagger}\widetilde{\mathbf{M}}_k\mathbf{G}_s$;

$\mathbf{m}_k=\mathbf{G}_s^{\dagger}\widetilde{\mathbf{m}}_k$;

通过算法1中的半定松弛方法或ADMM算法更新$\mathbf{x}^{k+1}$；

$k=k+1$。

直到收敛；

$\mathbf{x}^{\star}=\mathbf{x}_k$。

C. 分析与算法扩展

基于 MM 的波形设计算法总结于算法 2 中。如果 $|D_k-D_{k-1}|/D_k<\xi_1$，则终止所提出的算法，其中 D_k 表示第 k 次迭代时的相对熵，ξ_1 是一个较小的用户自定义值。接下来，我们给出所提出算法每次迭代的计算复杂度。表 II 展示了所提出算法的计算负载详情。我们可以观察到，对于 N_{T}、M 和 L 的典型取值，基于 ADMM 求解式 (24) 中 QCQP 问题的计算复杂度低于基于 SDR 的计算复杂度。

我们还注意到，所提出的 ADMM 算法不仅计算复杂度较低，而且可以扩展以处理其他约束条件。在实践中，为避免非线性放大器导致的波形失真，我们将在波形上施加 PAPR约束：

$$\mathbf{x}_n^{\dagger}\mathbf{x}_n=P_{\mathrm{t}}/N_{\mathrm{T}},\mathrm{PAPR}(\mathbf{x}_n)\le\rho,n=1,2\ldots,N_{\mathrm{T}},$$

其中 $1\le\rho\le L$,

$$\mathrm{PAPR}(\mathbf{x}_n)=\frac{\max_l|x_n(l)|^2}{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}|x_n(l)|^2},n=1,2\ldots,N_{\mathrm{T}},$$

表 II：计算复杂度分析。

计算		复杂度	
$\mathbf{M}_k$		$O(N_{\mathrm{RL}}^3+(N_{\mathrm{TR}}N_{\mathrm{RL}})^2)$	
$\mathbf{m}_k$		$O(N_{\mathrm{RL}}^3+N_{\mathrm{RL}}^2N_{\mathrm{TR}})$	
求解(24)中的 *QCQP* 问题			
SDR		交替方向乘子法（每次内循环）	
计算	复杂度	计算	复杂度
求解（27）	$O((N_{\mathrm{T}}L)^{4.5})$	$\mathbf{x}_m$	$O((N_{\mathrm{T}}L)^3+MN_{\mathrm{T}}L^2)$
秩一分解	$O((N_{\mathrm{T}}L)^3)$	$\mathbf{z}_m$	$O(MN_{\mathrm{T}}L^2)$
		$\boldsymbol{\lambda}_m$	$O(MN_{\mathrm{T}}L^2)$
总计	$O((N_{\mathrm{T}}L)^{4.5})$	总计	$O((N_{\mathrm{T}}L)^3+MN_{\mathrm{T}}L^2)$

且 $x_n\left(l\right)$是$\mathbf{x}_n$的第 l 个元素， $l=1,\ 2,\ \cdots,\ L$。为将所提出的交替方向乘子法扩展到处理峰均功率比约束，我们只需将式（33）中的优化问题替换为

$$\begin{aligned}&\min_{\mathbf{x}}\ \mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{B}\mathbf{x}+2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^{\dagger}\mathbf{b}_m)\\&\text{s.t. }\mathbf{x}_n^{\dagger}\mathbf{x}_n=P_{\mathrm{t}}/N_{\mathrm{T}},\mathrm{PAPR}(\mathbf{x}_n)\leq\rho,n=1,2\ldots,N_{\mathrm{T}}.\end{aligned}\tag{39}$$

This 优化问题可以通过 [37 中提出的 MM方法高效求解].

IV. Waveform Design Based on ADMM

接下来，我们提出一种新颖的ADMM算法来求解式（13）中的非凸问题。为此，我们采用变量分裂技巧，将式（13）中的优化问题改写为

$$\begin{aligned}&\max_{\mathbf{X},\mathbf{U}}\ \log\det(\mathbf{R}_1)+\mathrm{tr}[\mathbf{R}_1^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d\mathbf{g}_d^{\dagger}\widetilde{\mathbf{X}}^{\dagger}+\mathbf{I}_{N_{\mathrm{RL}}})]\\&\text{s.t. }\mathbf{U}=\mathbf{X}\mathbf{H}^{\top}-\mathbf{S}^{\top},\|\mathbf{U}\|_{\mathrm{F}}^2\leq\epsilon,\\&\quad\mathrm{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^{\dagger})\leq P_{\mathrm{t}},\end{aligned}\tag{40}$$

其中 $\mathbf{U}$ 是引入的辅助变量。与式（40）相关的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}L_\nu(\mathbf{X},\mathbf{U},\boldsymbol{\Lambda})=&-\log\det(\mathbf{R}_1)-\mathrm{tr}[\mathbf{R}_1^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d\mathbf{g}_d^{\dagger}\widetilde{\mathbf{X}}^{\dagger}+\mathbf{I}_{N_{\mathrm{RL}}})]\\&+\frac{\nu}{2}[\|\mathbf{U}-\mathbf{X}\mathbf{H}^{\top}+\mathbf{S}^{\top}+\boldsymbol{\Lambda}\|_{\mathrm{F}}^2-\|\boldsymbol{\Lambda}\|_{\mathrm{F}}^2],\end{aligned}\tag{41}$$

其中 ν 为惩罚参数。

At 在 ADMM算法的第$(m+1)$次迭代中，我们执行以下步骤 :

$$\mathbf{X}_{m+1} = \arg\min_{\mathbf{X}} L_\nu(\mathbf{X}, \mathbf{U}_m, \mathbf{\Lambda}_m), \tag{42}$$

$$\mathbf{U}_{m+1} = \arg\min_{\mathbf{U}} L_\nu(\mathbf{X}_{m+1}, \mathbf{U}, \mathbf{\Lambda}_m), \tag{43}$$

$$\mathbf{\Lambda}_{m+1} = \mathbf{\Lambda}_m + \mathbf{U}_{m+1} - \mathbf{X}_{m+1}\mathbf{H}^\top + \mathbf{S}^\top. \tag{44}$$

•求解(42)**：**

(42) 中的优化问题表述为（为简化符号，以下推导中省略下标 m。）

$$\begin{aligned}\max_{\mathbf{X}} \ & \underbrace{\log\det(\mathbf{R}_1) + \mathrm{tr}[\mathbf{R}_1^{-1}(\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d\mathbf{g}_d^\dagger\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger + \mathbf{I}_{N_{\mathrm{RL}}})]}_{\text{Part I}} \\ & \underbrace{-\frac{\mu}{2}\|\mathbf{U} - \mathbf{X}\mathbf{G}^\top + \mathbf{S}^\top + \mathbf{\Lambda}\|_{\mathrm{F}}^2}_{\text{Part II}} \\ \text{s.t. } & \mathrm{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger) \le P_{\mathrm{t}}.\end{aligned} \tag{45}$$

同样，我们采用 MM方法 来处理 (45) 中的问题。在第三节中，我们已推导出，(45) 中第一部分的一个下界函数为 $2\mathrm{Re}[\mathrm{tr}(\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger\mathbf{P}_k)] + \mathrm{tr}(\mathbf{Q}_k\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger) + c_1$。因此，在第$(k+1)$次（内层）迭代时，(45) 的下界化问题可表述为

$$\begin{aligned}\max_{\mathbf{X}} \ & \mathrm{tr}(\mathbf{Q}_k\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{R}_{\mathrm{G}}\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger) + 2\mathrm{Re}[\mathrm{tr}(\widetilde{\mathbf{X}}^\dagger\mathbf{P}_k)] \\ & - \frac{\mu}{2}\|\mathbf{U} - \mathbf{X}\mathbf{H}^\top + \mathbf{S}^\top + \mathbf{\Lambda}\|_{\mathrm{F}}^2 \\ \text{s.t. } & \mathrm{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger) \le P_{\mathrm{t}}.\end{aligned} \tag{46}$$

注意，(46) 中的下界化问题可改写为

$$\begin{aligned}\max_{\mathbf{x}} \ & \mathbf{x}^\dagger\mathbf{A}_k\mathbf{x} + 2\mathrm{Re}(\mathbf{x}^\dagger\mathbf{a}_k) \\ \text{s.t. } & \mathbf{x}^\dagger\mathbf{x} \le P_{\mathrm{t}},\end{aligned} \tag{47}$$

其中，$\mathbf{A}_k = \mathbf{M}_k - \frac{\mu}{2}\widetilde{\mathbf{H}}^\dagger\widetilde{\mathbf{H}}$,$\mathbf{a}_k = \mathbf{m}_k + \frac{\mu}{2}\widetilde{\mathbf{H}}^\dagger(\mathbf{u} + \mathbf{s} + \boldsymbol{\lambda})$、$\mathbf{u} = \mathrm{vec}(\mathbf{U})$，以及 $\boldsymbol{\lambda} = \mathrm{vec}(\mathbf{\Lambda})$。类似地，(47) 中的优化问题可采用拉格朗日乘子法求解。

•(43)的求解：

(43)中的优化问题可写为

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{U}} \ & \|\mathbf{U} - \mathbf{V}\|_{\mathrm{F}}^2 \\ \text{s.t. } & \|\mathbf{U}\|_{\mathrm{F}}^2 \le \epsilon,\end{aligned} \tag{48}$$

其中，$\mathbf{V} = \mathbf{X}\mathbf{H}^\top - \mathbf{S}^\top - \mathbf{\Lambda}$。(48) 的最优解为

$$\mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{V}, & \text{if } \|\mathbf{V}\|_{\mathrm{F}}^2 \le \epsilon, \\ \sqrt{\epsilon}\mathbf{V}/\|\mathbf{V}\|_{\mathrm{F}}, & \text{if } \|\mathbf{V}\|_{\mathrm{F}}^2 > \epsilon. \end{cases} \tag{49}$$

我们在算法 3 中总结了所提出的交替方向乘子法。当 $\|\mathbf{R}_m\|_{\mathrm{F}} \le \varepsilon_2^{\text{primal}}$ 和 $\|\mathbf{D}_m\|_{\mathrm{F}} \le \varepsilon_2^{\text{dual}}$ 时，ADMM算法终止，其中 $\mathbf{R}_m = \mathbf{X}_m\mathbf{H}^\top - \mathbf{U}_m - \mathbf{S}^\top$，$\mathbf{D}_m = \mathbf{X}_m - \mathbf{X}_{m-1}$，$\varepsilon_2^{\text{primal}}$ 和 $\varepsilon_2^{\text{dual}}$ 是用户定义的小值。此外，我们强调，ADMM算法可轻松扩展至设计峰均功率比受限波形（即，将（47）中的能量约束替换为PAPR约束，并采用 [37] 中的MM方法求解相关波形设计问题）。

算法 3：基于 ADMM 的 MIMO-DFRC 系统莱斯目标检测波形设计。**输入：** $\mathbf{g}_d$, $\mathbf{R}_{\mathrm{G}}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{S}$, P_{t}, ϵ

输出： $\mathbf{X}^\star$

初始化： $m = 0$,$\mathbf{X}_0$ (例如使用准正交波形),$\mathbf{U}_0 = \mathbf{X}_0$, $\mathbf{\Lambda}_0 = \mathbf{0}$.

重复 2 次

Update $\mathbf{X}_{m+1}$ with MM method;

$\mathbf{V}_m = \mathbf{X}_{m+1}\mathbf{H}^\top - \mathbf{S}^\top - \mathbf{\Lambda}_m$;

$\mathbf{U}_{m+1} = \min(\sqrt{\epsilon}/\|\mathbf{V}_m\|_{\mathrm{F}}, 1) \cdot \mathbf{V}_m$;

$\mathbf{\Lambda}_{m+1} = \mathbf{\Lambda}_m + \mathbf{U}_{m+1} - \mathbf{X}_{m+1}\mathbf{H}^\top + \mathbf{S}^\top$;

$m = m + 1$;

$\mathbf{R}_m = \mathbf{X}_m\mathbf{H}^\top - \mathbf{U}_m - \mathbf{S}^\top$;

$\mathbf{D}_m = \mathbf{X}_m - \mathbf{X}_{m-1}$;

直至收敛;

$\mathbf{X}^\star = \mathbf{X}_m$.

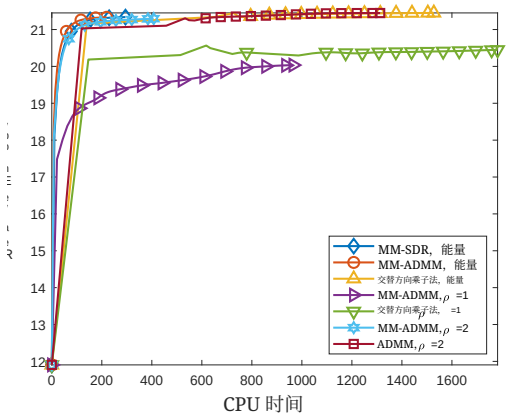
V. 数值示例

本节通过示例验证所提出算法的性能。考虑一个具有 $N_{\mathrm{T}} = 12$ 个发射机和 $N_{\mathrm{R}} = 12$ 个接收机的 MIMO 双功能雷达通信系统。天线的阵元间距为 $\lambda/2$ （λ 为波长）。码长为 $L = 10$，发射能量为 $P_{\mathrm{t}} = 1$。莱斯目标由一个确定性散射体和 30 个随机散射体组成。确定性散射体的 DOA 为 $\theta_d = 15°$，且 $\mathbf{g}_d$ 建模为 $\mathbf{g}_d = \alpha_d\mathbf{a}(\theta_d) \otimes \mathbf{b}(\theta_d)$，其中 $\alpha_d = \sqrt{3/2}$。随机散射体的 DOA 在 $-60°$ 至 $56°$之间均匀分布，且其幅度

随机散射体的幅度是相互独立的随机变量，服从均值为零、方差为 $\sigma_r^2 = 0.05$ 的圆对称高斯分布。换言之，$\mathbf{R}_{\mathrm{G}}$ 建模为

$$\mathbf{R}_{\mathrm{G}} = \sum_k \sigma_r^2 (\mathbf{b}(\theta_k)\mathbf{b}^{\dagger}(\theta_k)) \otimes (\mathbf{a}(\theta_k)\mathbf{a}^{\dagger}(\theta_k)). \tag{50}$$

$M = 4$ 需要服务通信用户，通信信号的最大允许多用户干扰能量为 10^{-6}。这些用户的期望通信信号为能量为 $e_{\mathrm{c}} = 0.1$的正交相移键控（QPSK）信号。信道矩阵$\mathbf{H}$ 的各元素均为独立同分布的高斯随机变量，均值为零，方差为1 （即，我们考虑平坦衰落信道）。噪声功率为 $\sigma^2 = 1$。所提算法以准正交波形初始化。对于所展示的算法，使用MM方法时，我们设置 $\xi_1 = \xi_2 = 10^{-4}$ 。对于ADMM算法，我们分别设置 $\varepsilon_k^{\mathrm{primal}} = 10^{-6}$ 和 $\varepsilon_k^{\mathrm{dual}} = 10^{-3}$ （$k = 1,2$）。



Fi图2：合成波形的相对熵与CPU时间（$P_{\mathrm{t}} = 1$）的关系。

首先，我们分析所提出算法的收敛性。图2展示了所提出算法在能量约束和PAPR约束下合成的波形的相对熵随CPU时间的变化。注意，当我们使用所提出的MM算法合成能量受限波形时，可以分别采用第三节-A中的半定松弛方法和第三节-B中的ADMM方法来求解式（24）中的QCQP 问题。因此，我们分别将相应算法命名为MM-SDR和MM-ADMM。结果表明，所有所提出的算法（MM-SDR、MM-ADMM和ADMM）经过若干次迭代 [2]后均收敛到有限值。此外，MM-ADMM算法合成的波形可达到与MM-SDR算法合成的波形相同的性能。这表明，如果仅施加能量约束，

[2]我们注意到，MM-SDR无法扩展以处理PAPR约束。

第三节-B中的ADMM方法可以得到式（24）中QCQP 问题的全局最优解。注意，MM-ADMM算法的收敛时间短于MM-SDR算法。因此，在以下分析中，我们主要采用ADMM方法求解每次迭代中遇到的QCQP 问题。图2还表明，在两种约束下，ADMM算法的性能略优于MM算法（MM-SDR和MM-ADMM），但运行时间更长。此外，在PAPR约束下合成的波形的相对熵低于在能量约束下合成的波形。这是因为PAPR约束对应的可行域小于能量约束对应的可行域。

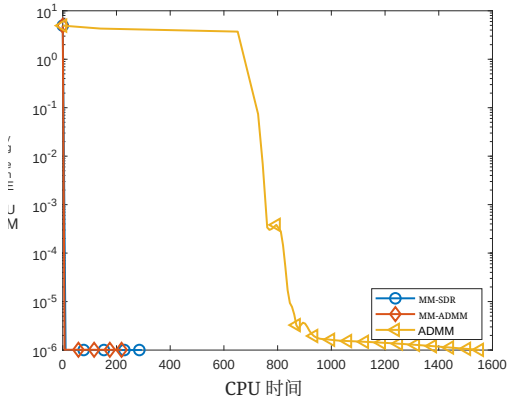


图 3：合成波形的多用户干扰能量随 CPU 时间的变化（$P_{\mathrm{t}}=1$）。

为展示合成波形支持数据通信，图 3 绘制了图 2 中波形对应的通信信号的合成误差随 CPU 时间的变化。可以看出，所有合成通信信号在收敛时的合成误差均满足 MUI 能量约束，这表明合成通信信号的失真较小，通信服务质量能够得到保障。为验证这一结论，图 4(a)、图 4(c) 和图 4(e) 分别展示了由 MM-SDR 算法、MM-ADMM 算法和 ADMM 算法合成的通信信号。图 4(b)、图 4(d) 和图 4(f) 展示了相应的星座图。可以看出，所有合成通信信号的匹配误差都较小，且星座图表现良好。

接下来，我们分析准正交波形、由MM方法合成的波形、由ADMM算法合成的波形、基于最大化信干噪比设计的波形（可修改 [31] 中提出的算法以合成基于信干噪比的波形），以及仅雷达波形（通过移除多用户干扰能量约束合成）对应的接收机工作特性（ROC曲线）。为此，我们根据

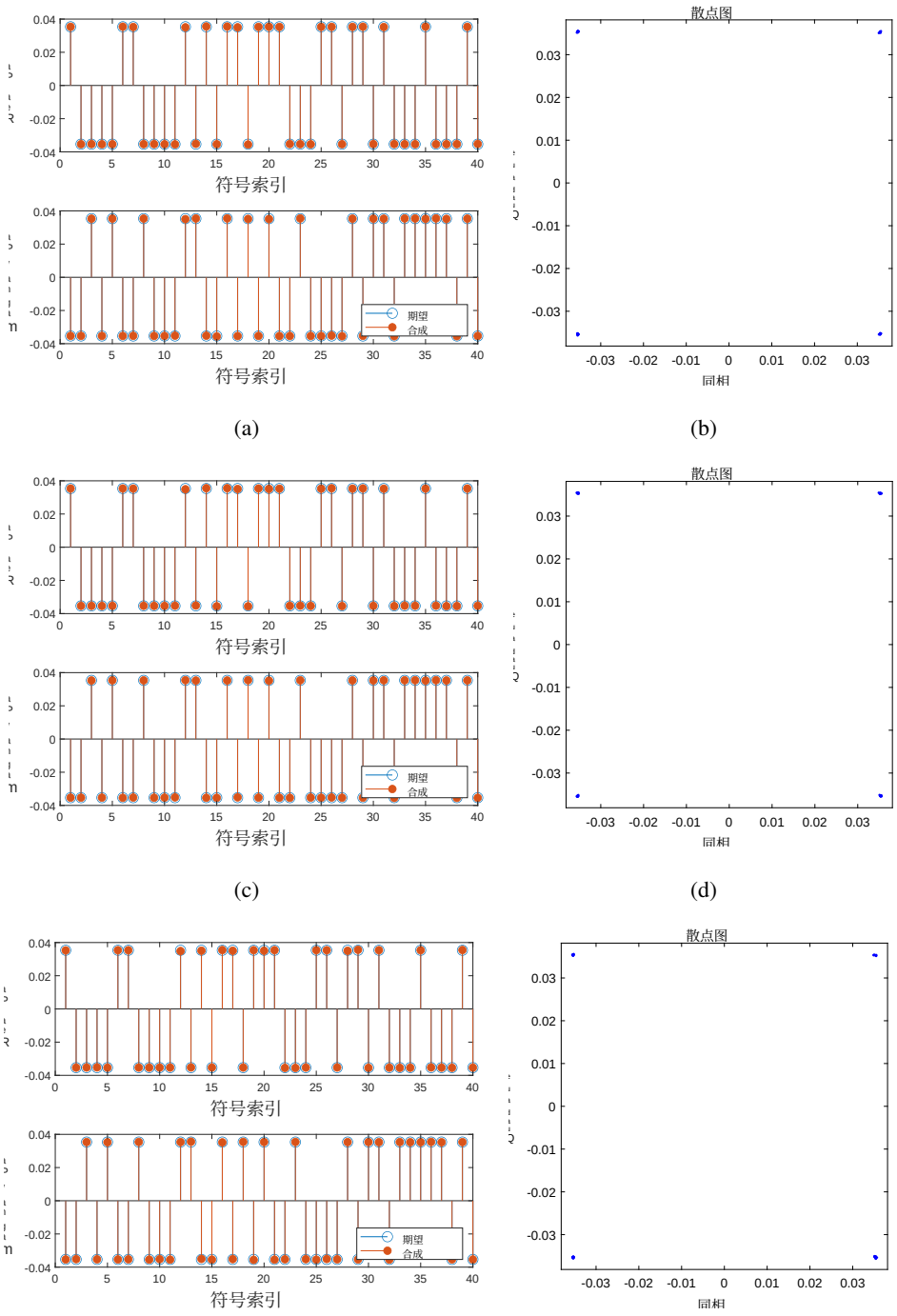


图 4: （a）MM-SDR算法合成的通信信号与期望信号的比较。（b）与图 4（a）对应的合成通信信号的星座图。（c）MM-ADMM算法合成的通信信号与期望信号的比较。（d）与图 4（c）对应的合成通信信号的星座图。（e）ADMM算法合成的通信信号与期望信号的比较。（f）与图 4（e）对应的合成通信信号的星座图。April 6,2023 草稿

在（4）中建立的假设检验。NP检测器表示为：

$$\mathbf{y}^H(\mathbf{I}-\mathbf{R}_1^{-1})\mathbf{y}+2\mathrm{Re}[\mathbf{y}^H\mathbf{R}_1^{-1}\widetilde{\mathbf{X}}\mathbf{g}_d]\underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}}\gamma, \tag{51}$$

其中， γ 为检测阈值。为设计波形，我们考虑能量约束，发射能量为 $P_{\mathrm{t}}=1$。图5比较了这些波形的ROC曲线，其中通过 10^7 次蒙特卡洛试验绘制曲线。此外，蒙特卡洛试验期间，期望通信信号（即**S**）也会发生变化。可以看出，ADMM算法合成的波形性能略优于MM算法合成的波形，这与图2中的结果一致。由于合成波形支持双功能，其性能不及仅雷达波形，但仍优于基于SINR的波形和准正交波形。

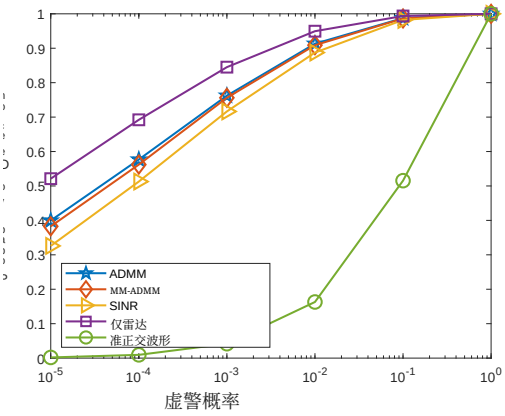


图5：合成波形的ROC曲线（$P_{\mathrm{t}}=1$）。

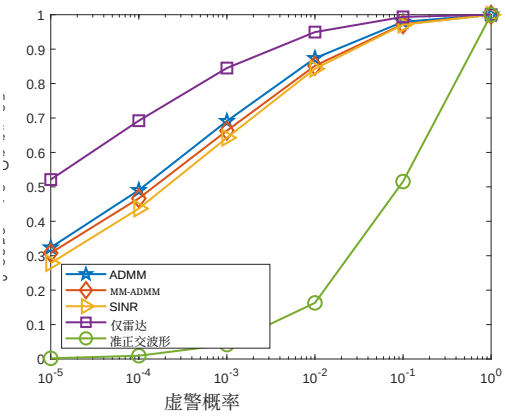
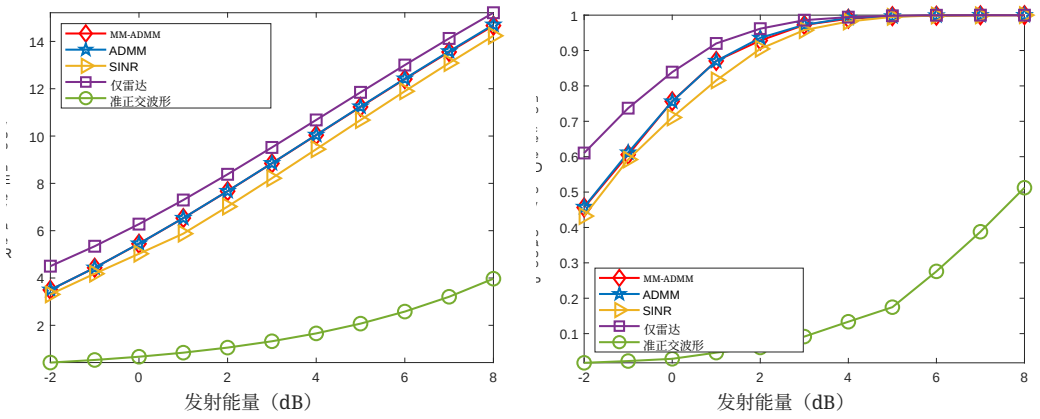


图6：在时变信道上取平均的ROC曲线（$P_{\mathrm{t}}=1$）。

为分析时变信道对波形ROC性能的影响，我们比较了图6中这些波形的平均ROC曲线，其中考虑**H**的50次独立实现，其他参数设置与图5相同。可以观察到，信道矩阵的变化不会显著影响ROC性能，这表明双功能雷达通信系统在平坦衰落环境中的检测性能较为稳定。



(a) (b)

图 7：合成波形的性能。 $P_{f_a} = 10^{-3}$。(a) 合成波形的相对熵随发射能量的变化。(b) 与图 7(a) 对应的检测性能。

图 7(a) 展示了五种波形的相对熵随发射能量的变化。图 7(b) 给出了与图 7(a) 中波形对应的检测概率。虚警概率固定为 $P_{fa} = 10^{-3}$。同样可以看到，就相对熵和检测概率而言，交替方向乘子法合成的波形性能略优于 MM 算法合成的波形，这与图 5 的结果一致。两种所提算法的性能均不如仅雷达波形，但仍优于基于信干噪比的波形和准正交波形。

接下来，我们评估合成通信信号的性能。图 8 显示了所提算法合成的通信信号的误码率（BER）随信噪比变化的情况，其中10^6 次相互独立的蒙特卡洛试验用于绘制曲线，信噪比定义为

$$\mathrm{SNR} = \mathbb{E}\{|s_{m,l}|^2\}/\sigma_{z,m}^2,$$

$s_{m,\ l}$ 和 $\sigma_{z,\ m}^2$ 分别表示第 l 个符号 $\mathbf{s}_m$ 以及第 m 个通信接收机中的噪声功率，并且我们假设每个用户的噪声功率相等。可以发现，随着多用户干扰能量降低，误码率性能会有所提升。此外，

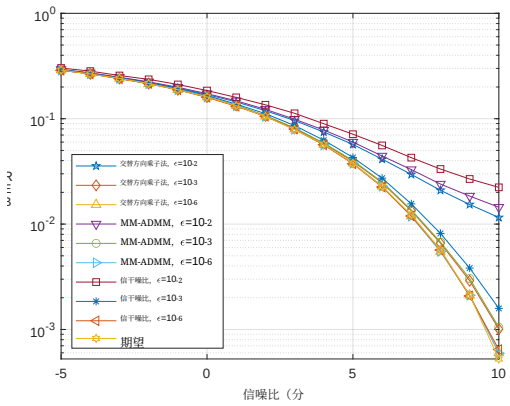


图 8：不同 ϵ ($P_t = 1$) 下的误码率与信噪比关系。

所提算法合成的波形优于基于信干噪比的波形。此外，对于 $\epsilon = 10^{-6}$ 的情况，合成信号的性能与期望信号非常接近。图 9 展示了所提算法合成的通信信号的可达和速率随信噪比的变化情况。结果再次表明，多用户干扰能量越低，通信性能越好。

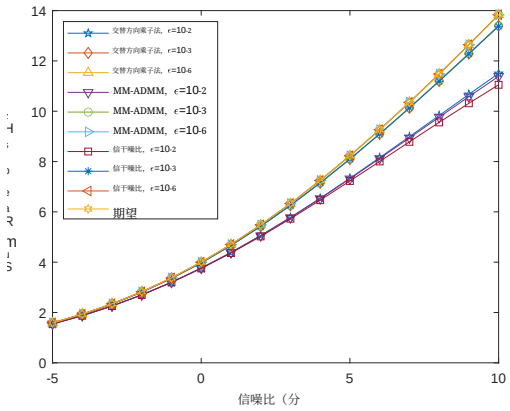


图9：不同 ϵ （$P_t = 1$）下可达和速率与信噪比的关系。

图10比较了所提算法在不同多用户干扰能量下合成的能量受限波形的相对熵。如图所示，即使对通信信号施加严格的MUI能量约束，合成波形的检测性能也仅略有下降。

图 11 展示了所提算法针对不同通信信号能量（即 e_c）合成的能量受限波形的相对熵。结果表明，相对

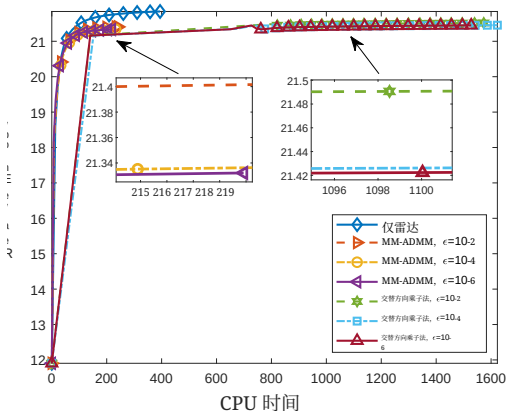


图 10：不同 ϵ ($P_{\mathrm{t}} = 1$) 下的相对熵。

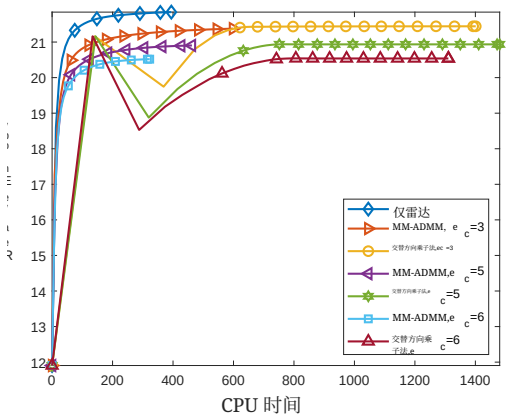


图 11：不同 e_{c} ($P_{\mathrm{t}} = 1$) 下的相对熵。

熵随 e_{c} 增大而降低。这是因为 MIMO 双功能雷达通信系统必须向通信用户分配更多能量，从而降低目标检测性能。最后，我们在图 12 中分析了用户数量对所提算法合成波形相对熵的影响。可以发现，随着用户数量增加，合成波形的相对熵变小，这意味着检测性能变差。

VI. 结论

本文为 MIMO DFRC 系统提出了波形设计算法，旨在提升莱斯目标的检测性能并确保通信服务质量。我们采用相对熵作为设计指标，并对通信多用户干扰能量施加约束。为解决非凸优化问题，我们提出了一种基于 MM 算法的方法和一种 ADMM

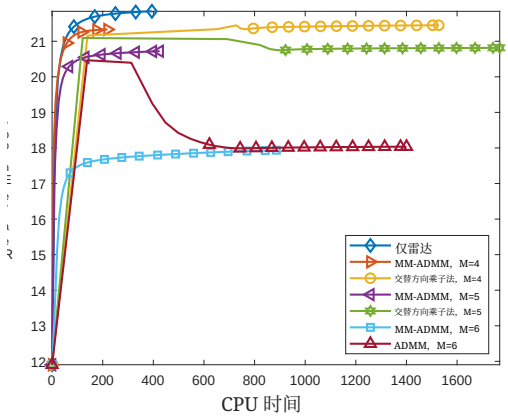


图 12：不同 M （$P_{\mathrm{t}} = 1$）下的相对熵。

算法。仿真结果表明，所提算法合成的波形能够获得更好的目标检测性能，并确保通信服务质量。此外，所提算法还可扩展用于设计峰均功率比受限波形。

未来研究的可能方向包括开发计算高效算法，以实现逐帧切换波形；研究存在（信号相关）杂波时双功能雷达通信系统的波形设计；以及针对先验知识不匹配情形的稳健波形设计（关于此主题的讨论，参见 [43]）。

参考文献

[1] H. Griffiths、S. Blunt、L. Cohen 和 L. Savy，“频谱工程与波形多样性的挑战问题”，载于*IEEE* 雷达会议（*RadarCon13*），2013年，会议论文集，第1–5页。[2] H. Griffiths、L. Cohen、S. Watts、E. Mokole、C. Baker、M. Wicks 和 S. Blunt，“雷达频谱工程与管理：技术与监管问题”，*IEEE* 学报，第103卷，第1期，第85–102页，2015年。[3] W. Rowe、P. Stoica 和 J. Li，“频谱约束波形设计”，*IEEE* 信号处理杂志，第31卷，第3期，第157–162页，2014年。[4] B. Tang 和 J. Liang，“合成具有期望频谱形状的探测波形的高效算法”，*IEEE* 航空航天与电子系统汇刊，第55卷，第3期，第1174–1189页，2019年。[5] A. Aubry、V. Carotenuto、A. De. Maio、A. Farina 和 L. Pallotta，“基于优化理论的频谱密集环境雷达波形设计”，*IEEE* 航空航天与电子系统杂志，第31卷，第12期，第14–25页，2016年。[6] A. Aubry、V. Carotenuto 和 A. De Maio，“在雷达波形中强制满足多个频谱兼容性约束”，*IEEE* 信号处理快报，第23卷，第4期，第483–487页，2016年。[7] A. Aubry、A. De. Maio、M. A. Govoni 和 L. Martino，“多频谱约束恒模雷达信号的设计”，*IEEE* 信号处理汇刊，第68卷，第2231–2243页，2020年。[8] B. Tang、J. Li 和 J. Liang，“用于频谱拥挤环境雷达波形设计的交替方向乘子法”，信号处理，第142卷，第398–402页，2018年。

[9] B. Li 和 A. P. Petropulu，“用于MIMO无线通信与稀疏杂波感知雷达共存的联合发射设计”，*IEEE* 航空航天与电子系统汇刊，第53卷，第6期，第2846–2864页，2017年。[10] J. Qian、Z. He、N. Huang 和 B. Li，“用于MIMO雷达与MIMO通信系统频谱共存的发射设计”，*IEEE* 电路与系统 *II*：快报汇刊，第65卷，第12期，第2072–2076页，2018年。[11] J. Qian、M. Lops、Z. Le、X. Wang 和 Z. He，“MIMO雷达与MIMO通信共存的联合系统设计”，*IEEE* 信号处理汇刊，第66卷，第13期，第3504–3519页，2018年。[12] G. C. Tavik、C. L. Hilterbrick、J. B. Evins、J. J. Alter、J. G. Crnkovich、J. W. d. Graaf、W. Habicht、G. P. Hrin、S. A. Lessin、D. C. Wu 和 S. M. Hagewood，“先进多功能射频概念”，*IEEE* 微波理论与技术汇刊，第53卷，第3期，第1009–1020页，2005年。[13] F. Liu、C. Masouros、A. P. Petropulu、H. Griffiths 和 L. Hanzo，“雷达与通信联合设计：应用、最新进展与未来方向”，*IEEE* 通信汇刊，第68卷，第6期，第3834–3862页，2020年。[14] J. A. Zhang、F. Liu、C. Masouros、R. W. Heath、Z. Feng、L. Zheng 和 A. Petropulu，“通信与雷达感知联合信号处理技术综述”，*IEEE* 信号处理精选主题期刊，第15卷，第6期，第1295–1315页，2021年。[15] B. Tang 和 P. Stoica，“MIMO多功能射频系统：检测性能与波形设计”，*IEEE* 信号处理汇刊，第1–14页，2022年。[16] Q. Zhang、Y. Zhou、L. Zhang、Y. Gu 和 J. Zhang，“双功能雷达通信系统的循环编码阵列”，*IEEE* 传感器期刊，第20卷，第2期，第786–798页，2020年。[17] J. B. Sanson、D. Castanheira、A. Gameiro 和 P. P. Monteiro，“融合雷达与通信信息的OFDM雷达分布式目标跟踪协作方法”，*IEEE* 传感器期刊，第21卷，第14期，第15584–15 597页，2021年。[18] M. Bekar、C. J. Baker、E. G. Hoare 和 M. Gashinova，“采用TDM和CDM方法的PSK-LFM波形MIMO雷达与通信联合系统”，*IEEE* 传感器期刊，第21卷，第5期，第6115–6124页，2021年。[19] Y. Liu、J. Yi、X. Wan、Y. Rao 和 J. Shen，“集成无源雷达与通信系统中OFDM波形的PAPR降低”，*IEEE* 传感器期刊，第22卷，第17期，第17 307–17317页，2022年。[20] Y. Liu、G. Liao 和 Z. Yang，“基于信息论的鲁棒OFDM雷达通信一体化波形设计”，信号处理，第162卷，第317–329页，2019年。[21] Y. Liu、G. Liao、Y. Chen、J. Xu 和 Y. Yin，“基于OFDM雷达通信一体化波形的超分辨率距离与速度估计”，*IEEE* 车辆技术汇刊，第69卷，第10期，第11 659–11672页，2020年。[22] Z. Liu、X. Chen、X. Wang、S. Xu 和 F. Yuan，“基于LFM和MSK的一体化波形通信分析”，载于*IET*国际雷达会议，2015年，会议论文集，第1–5页。[23] J. Li 和 P. Stoica，*MIMO*雷达信号处理。美国新泽西州霍博肯：Wiley，2008年。[24] S. Shi、Z. Wang、Z. He 和 Z. Cheng，“具有ISL和PAPR约束的MIMO雷达频谱兼容波形设计”，*IEEE* 传感器期刊，第20卷，第5期，第2368–2377页，2020年。[25] A. Sayin、E. G. Hoare 和 M. Antoniou，“利用模拟退火与遗传算法设计并验证低冗余超声MIMO阵列”，*IEEE* 传感器期刊，第20卷，第9期，第4968–4975页，2020年。[26] N. Liu、Z. Zhang 和 L. Zhang，“用于循环编码MIMO雷达发射波束图合成的波形解析设计方法”，*IEEE* 传感器期刊，第20卷，第3期，第1485–1498页，2020年。[27] J. Cong、X. Wang、M. Huang 和 L. Wan，“基于深度神经网络的MIMO雷达鲁棒DOA估计方法”，*IEEE* 传感器期刊，第21卷，第6期，第7498–7507页，2021年。

[28] F. Liu、L. Zhou、C. Masouros、A. Li、W. Luo 和 A. Petropulu，“迈向双功能雷达通信系统：最优波形设计”，IEEE信号处理汇刊，第66卷，第16期，第4264–4279页，2018年。[29] B. Tang、H. Wang、L. Qin 和 L. Li，“双功能MIMO雷达通信系统的波形设计”，载于IEEE第11届传感器阵列与多通道信号处理研讨会（SAM），2020年，会议论文集，第1–5页。[30] C.G.Tsinos、A.Arora、S.Chatzinotas 和 B. Ottersten，“双功能雷达通信系统的联合发射波形与接收滤波器设计”，IEEE信号处理专题选刊，第15卷，第6期，第1378–1392页，2021年。[31] W. Wu、B. Tang、J. Tang 和 Y. Hu，“杂波环境下双功能雷达通信系统的波形设计”，《雷达学报》，第11卷，第4期，第570–580页，2022年。[32] F. Liu、Y. F. Liu、A. Li、C. Masouros 和 Y. C. Eldar，“联合雷达通信波束成形的克拉美–罗界优化”，IEEE信号处理汇刊，第70卷，第240–253页，2022年。[33] X. Liu、T. Huang、N. Shlezinger、Y. Liu、J. Zhou 和 Y. C. Eldar，“多用户MIMO通信与MIMO雷达的联合发射波束成形”，IEEE信号处理汇刊，第68卷，第3929–3944页，2020年。[34] X. Liu、T. Huang 和 Y. Liu，“具有发射协方差约束的联合MIMO雷达与多用户通信发射设计”，IEEE通信选题领域期刊，第40卷，第6期，第1932–1950页，2022年。[35] X. Yuan、Z. Feng、J. A. Zhang、W. Ni、R. P. Liu、Z. Wei 和 C. Xu，“考虑训练开销的MIMO联合通信与无线电感知系统时空功率优化”，IEEE车辆技术汇刊，第70卷，第1期，第514–528页，2021年。[36] B. Tang 和 J. Li，“基于互信息的频谱约束MIMO雷达波形设计”，IEEE信号处理汇刊，第67卷，第3期，第821–834页，2019年。[37] B. Tang 和 P. Stoica，“距离扩展杂波环境下MIMO雷达检测的信息论波形设计”，《信号处理》，第182卷，文章编号107961，2021年。[38] X. Wang、B. Tang 和 M. Zhang，“多输入多输出雷达莱斯目标检测中实际约束波形的优化”，《IET雷达、声纳与导航》，第16卷，第7期，第1116–1130页，2022年。[39] B. Tang、J. Tang 和 Y. Zhang，“莱斯目标检测的多输入多输出雷达波形设计”，《IET雷达、声纳与导航》，第10卷，第9期，第1583–1593页，2016年。[40] S. M. Kay，《统计信号处理基础》，第II卷：检测理论。新泽西州上萨德尔河：Prentice-Hall，1998年。[41] M. M. Naghsh 和 M. Modarres-Hashemi，“统计多输入多输出雷达中最优检测器的精确理论性能分析”，《IET雷达、声纳与导航》，第6卷，第2期，第99–111页，2012年。[42] M. M. Naghsh、M. Modarres-Hashemi、S. ShahbazPanahi、M. Soltanalian 和 P. Stoica，“基于信息论准则的多基地雷达编码设计统一优化框架”，IEEE信号处理汇刊，第61卷，第21期，第5401–5416页，2013年。[43] M. M. Naghsh、M. Modarres-Hashemi、M. A. Kerahroodi 和 E. H. M. Alian，“MIMO雷达鲁棒约束编码设计的信息论方法”，IEEE信号处理汇刊，第65卷，第14期，第3647–3661页，2017年。[44] B. Tang、J. Tang 和 Y. Peng，“基于信息论的有色噪声环境下MIMO雷达波形设计”，IEEE信号处理汇刊，第58卷，第9期，第4684–4697页，2010年。 [在线]。可获取：10.1109/TSP.2010.2050885[45] T. M. Cover 和 J. Thomas，《信息论要素》。美国纽约州纽约：Wiley，1991年。[46] S. K. Mohammed 和 E. G. Larsson，“大型多用户MIMO系统的逐天线恒包络预编码”，IEEE通信汇刊，第61卷，第3期，第1059–1071页，2013年。[47] R. A. Horn 和 C. R. Jonson，《矩阵分析》。英国剑桥：剑桥大学出版社，1990年。

[48] B. Tang、Y. Zhang 和 J. Tang，“基于相对熵的MIMO雷达波形优化高效极小化-最大化方法”，*IEEE*信号处理汇刊，第66卷，第2期，第400–411页，2018年。[49] S. Boyd 和 L. Vandenberghe，《凸优化》。英国剑桥：剑桥大学出版社，2004年。[50] A. Hjorungnes 和 D. Gesbert，“复值矩阵微分：技术与关键结果”，*IEEE*信号处理汇刊，第55卷，第6期，第2740–2746页，2007年。[51] Y. Huang 和 S. Zhang，“复矩阵分解与二次规划”，数学运筹研究，第32卷，第3期，第758–768页，2007年。[52] Z.-Q. Luo、W.-K. Ma、A. Man-Cho So、Y. Ye 和 S. Zhang，“二次优化问题的半定松弛”，*IEEE*信号处理杂志，第27卷，第3期，第20–34页，2010年。[53] M. Grant 和 S. Boyd，“CVX：用于规范凸规划的Matlab软件，1.21版”，全局优化，第155–210页，2008年。[54] W. Ai、Y. Huang 和 S. Zhang，“关于厄米矩阵秩一分解的新结果”，数学规划，第128卷，第1/2期，第253–283页，2011年。

VII. 作者简介



Xuyang Wang 于1992年出生于中国黑龙江省绥化市。他于2014年获得中国合肥电子工程学院电气工程学士学位，并于2022年获得中国合肥国防科技大学电子工程学院电气工程硕士学位。他的研究兴趣包括雷达信号处理和波形设计。



Bo Tang 于1985年出生于中国江西省临川市。他于2006年和2011年分别获得中国北京清华大学电气工程学士学位和博士学位。2011年7月至2017年6月，他在电子工程学院任讲师。自2017年7月起，他任职于中国合肥国防科技大学电子工程学院，现为教授。他的研究兴趣主要包括自适应雷达信号处理和雷达波形设计。他入选了“青年精英科学家资助计划

中国科学技术协会“计划”并由安徽省杰出青年科学基金资助。他目前担任《IEEE信号处理汇刊》副编辑。



吴文俊 于1996年出生于中国安徽省宣城市。他于2018年获得国防科技大学电子工程学院电气工程学士学位。目前，他正在国防科技大学电子工程学院攻读电气工程硕士学位。他的研究兴趣包括雷达信号处理和波形设计。



达力 于1995年出生于中国河南省洛阳市。他于2020年获得兰州大学大气科学学士学位，随后获得国防科技大学电气工程硕士学位。目前，他正在国防科技大学电子工程学院攻读电气工程博士学位。他的研究兴趣主要包括雷达波形设计和机器学习。