基于多径的空间散射调制
基于天线阵列的分量聚合

张继良，*IEEE* 高级会员，刘伟，*IEEE* 高级会员，Alan Tennant，*IEEE* 高级会员，齐伟杰，陈吉明和张杰，*IEEE* 高级会员

arXiv:2304.02424v1 [cs.IT] 5 Apr 2023

摘要

本文提出了一种用于空间散射调制（SSM）的多径分量聚合（MCA）机制，以克服传统SSM 的局限：发射天线阵列在每个时刻只能将波束指向单个多径（MP）分量。在所提出的MCA-SSM 系统中，信息比特被分为两路：一路映射为幅相调制（APM）星座符号，另一路映射为波束向量符号；后者通过 MCA 矩阵将多个波束指向选定的最强多径分量。与传统 SSM 系统相比，所提出的 MCA-SSM 通过避免因波束指向单个较弱多径分量而导致的接收功率低，以及因到达角（AoA）或出发角（AoD）数值接近的多径分量所导致的多径分量间干扰，提升了比特错误性能。针对所提出的 MCA-SSM，本文解析推导了采用任意 MCA 矩阵时平均比特错误概率（ABEP）的并集上界（UUB），并通过蒙特卡洛仿真进行了验证。基于该 UUB，本文解析优化了 MCA 矩阵，以使 MCA-SSM 的 ABEP 最小化。最后，数值实验表明，在典型室内环境下，所提出的 MCA-SSM 系统在 ABEP 方面显著优于先进的 SSM 系统。

索引词

空间散射调制、大规模MIMO、模拟波束成形、智能射线发射、室内无线电波传播、误比特概率。

张继良现供职于中国沈阳东北大学信息科学与工程学院。张杰现供职于英国谢菲尔德谢菲尔德大学电子与电气工程系，同时也供职于英国剑桥的Ranplan无线网络设计有限公司。刘伟和Alan Tennant现供职于英国谢菲尔德谢菲尔德大学电子与电气工程系。齐伟杰和陈吉明现供职于英国剑桥的Ranplan无线网络设计有限公司。

本研究是KTP项目“面向5G的大规模MIMO波束成形”的一部分，该项目由英国研究与创新署通过英国创新署资助。

I. 引言

采用稀疏符号映射的索引调制（IM）被认为是促进5G/B5G点对点连接的一种有前景的候选方案 [1]–[8]。近期，有人提出空间散射调制（SSM），作为一种颇具吸引力的索引调制解，可用于发射端（Tx）和接收端（Rx）均配备大规模多输入多输出（MIMO）天线阵列的系统[9]–[11]。SSM系统在发射端所需的射频（RF）链较少，从而降低功耗。

在传统 SSM 系统中，信息比特被分成两路。第一路映射为一个幅相调制（APM）星座符号；根据输入比特，第二路则映射到无线信道中若干增益最大的多径（MP）分量之一。近年来，SSM 作为 5G/B5G 调制系统的有力候选技术，因其多种扩展方案而备受关注，例如广义 SSM [12], [13], 3-D GSSM [14], 极化空间散射调制 [15], 和自适应空间散射调制 [16]。传统 SSM 系统的分集阶数已在 [17] 中通过解析推导得出。

然而，传统 SSM 系统存在两个问题。其一，发射机可能将波束指向簇增益较低的多径分量，导致接收功率较低；其二，不同多径分量的到达角（AoA）/离开角（AoD）可能过于接近，使接收机/发射机无法分辨，从而产生多径分量间干扰。在 [19], [20], 中，通过递归优化方法引入了信号整形机制来解决上述问题，但代价是计算负担沉重。

因此，本文的主要目标是在 SSM 设计中提出一种解析式多径分量聚合（MCA）机制，以克服上述两个问题。一方面，所提出的 MCA-SSM 通过聚合多个多径分量以获得更大的总增益，从而提高可能的最小接收功率。另一方面，多径分量以正交方式进行聚合，以避免选择到达角或出发角接近的两个多径分量。此外，本文提出了一种解析式 MCA 矩阵推导方法，以取代递归优化，从而降低其实现的计算复杂度。因此，预计所提出的 MCA-SSM 在平均比特错误概率（ABEP）方面优于传统 SSM 系统。

本文的主要贡献总结如下：

- 如图 1 所示，先进的SSM系统中引入了一种MCA机制。

其中，无线信道中的多径分量可通过MCA矩阵 **W**聚合为若干种波束模式，如图 2 所示。每个时刻都会根据输入比特，选择一种与MCA矩阵的一行相对应的波束模式。

- 为便于优化 MCA-SSM 系统的比特错误性能，本文设计了一种快速评估方法。具体而言，本文推导并通过蒙特卡洛仿真验证了具有任意 MCA 矩阵的 MCA-SSM 系统的平均比特错误概率（ABEP）紧致并集上界（UUB）。

- 基于 UUB，本文建立了 MCA 矩阵优化问题，以最小化所提出 MCA-SSM 的 ABEP。其中，为避免解析上的难处理性，MCA 矩阵按正交性进行构造。通过求解一组线性方程，解析地得到了最优 MCA 矩阵。MCA 矩阵的简洁表达式使 MCA-SSM 易于实现。

- 本文基于智能射线发射算法（IRLA），在典型室内环境中对所提出的 MCA-SSM 系统进行了系统评估。数值结果表明，所提出的 MCA-SSM 系统在平均比特错误概率方面显著优于传统 SSM 系统。

本文其余部分安排如下：第二节介绍所提出的 MCA-SSM 的系统模型，并定义 MCA 矩阵。第三节推导任意 MCA 矩阵下 MCA-SSM 系统平均比特错误概率的一致最终有界。第四节提出一种解析的 MCA 机制，以解决优化问题。第五节通过案例研究，说明如何利用给定的信道参数应用第四节的结果。第六节对所提出的 MCA-SSM 系统在典型室内环境中的性能进行系统评估。最后，第七节总结全文。

本文所用符号汇总于表 I。

II. 系统模型

本节介　　绍如图 1–2 所示的所提出 MCA-SSM 的系统模型　　.

A. 模型假设

假设1：本文考虑发射端和接收端均配备大规模MIMO天线阵列的点对点连接。发射数组和接收阵列分别有 N_{t} 和 N_{r} 个阵元，

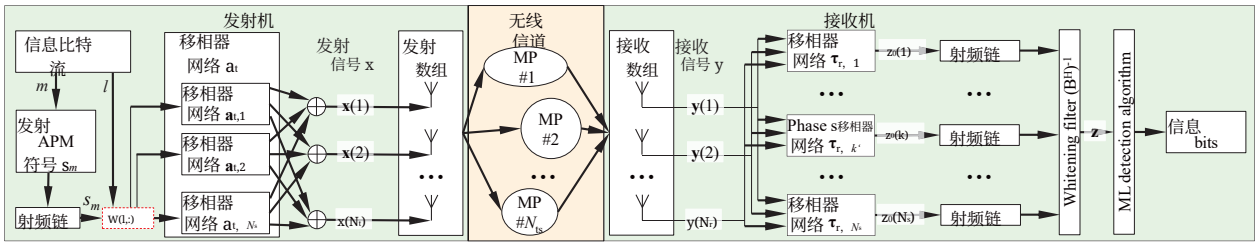


图1. 所提出的MCA-SS系统模型 M.

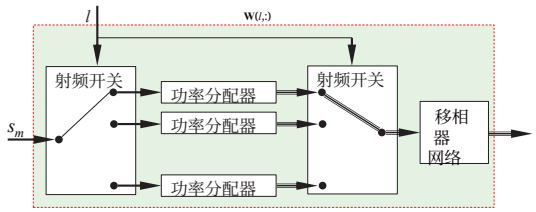


图2. MCA模块，即图1中的红色矩形。

表I 本文中的符号。

符号	定义	符号说明	定义
N_{t}	发射天线单元数量	N_{r}	接收天线单元数量
n_{t}	发射天线阵元索引	n_{r}	接收天线阵元索引
$\mathbf{W}$	MCA矩阵	$\mathbf{H}$	多输入多输出信道矩阵
N_{ts}	多径分量总数	$\tilde{\mathbf{H}}_{n_{\mathrm{s}}}$	第 n_{s}个多径分量的信道矩阵
$\mathbf{a}_{\mathrm{t}}$	发射机处的阵列导向矢量	$\mathbf{a}_{\mathrm{r}}$	接收机处的阵列导向矢量
$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{t}}$	多径分量的出发角	$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}$	多径分量的到达角
$\boldsymbol{\beta}$	多径分量的信道增益	$\mathbf{G}$	有效信道矩阵
N_{s}	所应用的多径分量总数	$N_{\mathrm{s,a}}$	所使用的正交子信道总数
M	APM符号的调制阶数	L	波束向量符号总数
m	APM符号的索引	l	波束向量符号的索引
$\mathbf{x}$	发射信号向量	$\mathbf{y}$	接收信号向量
$(\cdot)^{\mathrm{H}}$	复共轭转置算子	$\odot$	哈达玛积
$\boldsymbol{\lambda}$	的特征值$\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G}$	$\mathbf{U}$	的特征向量$\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G}$
κ	子信道索引	$\boldsymbol{\xi}$	子信道的加权因子
$\mathrm{chol}(\cdot)$	矩阵的 Cholesky 分解	$\mathrm{Tr}(\cdot)$	矩阵的迹
$R \nmid I$	R 不能被 I整除	$\lvert\cdot\rvert$	数组中每个复数元素的幅度
$\mathrm{E}[\cdot]$	期望算子	$Q(\cdot)$	Q 函数

分别 地，从发射数组到接收阵列的传输可表示为 s

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{N_{\mathrm{t}}}}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}_{\mathrm{a}}, \tag{1}$$

其中 ρ 是接收机处的信噪比，$\mathbf{H}$ 是 $N_{\mathrm{r}} \times N_{\mathrm{t}}$ 信道矩阵，$\mathbf{x}$ 是 $N_{\mathrm{t}} \times 1$ 发射信号向量，$\mathbf{y}$ 是 $N_{\mathrm{r}} \times 1$ 接收信号向量，而$\mathbf{n}_{\mathrm{a}} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 是 $N_{\mathrm{r}} \times 1$ 噪声向量。$\mathbf{H}$ 归一化为E[Tr($\mathbf{H}^{H}\mathbf{H}$)] $= N_{\mathrm{t}} N_{\mathrm{r}}$。

假设 2：本文假设发射端和接收端均已知完美信道状态信息（CSI），遵循典型空间调制系统的设置 [9]–[11], [13]–[17], [19], [20]。

假设 3：本文采用窄带稀疏物理信道 [9]。链路级室内信道由具有不同信道增益、出发角和到达角的 N_{ts} 多径分量组成。信道矩阵由 [25]给出

$$\mathbf{H} = \sum_{n_{\mathrm{s}}=1}^{N_{\mathrm{ts}}} \boldsymbol{\beta}(n_{\mathrm{s}}) \tilde{\mathbf{H}}_{n_{\mathrm{s}}}, \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{\beta}$ 是 $N_{\mathrm{ts}} \times 1$ 降序排列的信道增益向量。其第 n_{s}个元素，记为$\boldsymbol{\beta}(n_{\mathrm{s}})$，是从发射数组到接收阵列经由第 n_{s}个多径分量的信道增益。$\mathbf{H}_{n_{\mathrm{s}}}$是从发射数组到接收阵列经由第 n_{s}个多径分量的归一化信道矩阵。

$$\tilde{\mathbf{H}}_{n_{\mathrm{s}}} = \mathbf{a}_{\mathrm{r},n_{\mathrm{s}}}^{\mathrm{H}} \mathbf{a}_{\mathrm{t},n_{\mathrm{s}}}, \tag{3}$$

$\mathbf{a}_{\mathrm{t}、n_{\mathrm{s}}}$ 和 $\mathbf{a}_{\mathrm{r}、n_{\mathrm{s}}}$ 分别是发射端和接收端的阵列导向矢量，且二者均为行向量[9]。

假设 4：为简单起见，假设发射端和接收端均配备均匀线性天线阵列（ULA），且所有单元均为全向、单极化。$\mathbf{a}_{\mathrm{t}n_{\mathrm{s}}}$ 的第 n_{t} 个元素和 $\mathbf{a}_{\mathrm{r}n_{\mathrm{s}}}$ 的第 n_{r} 个元素分别为

$$\mathbf{a}_{\mathrm{t},n_{\mathrm{s}}}(n_{\mathrm{t}}) = e^{j\frac{2\pi}{\eta}\left(n_{\mathrm{t}} - \frac{1+N_{\mathrm{t}}}{2}\right) d_{\mathrm{t}} \cos \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{t}}(n_{\mathrm{s}})}, \tag{4}$$

and

$$\mathbf{a}_{\mathrm{r},n_{\mathrm{s}}}(n_{\mathrm{r}}) = e^{j\frac{2\pi}{\eta}\left(n_{\mathrm{r}} - \frac{1+N_{\mathrm{r}}}{2}\right) d_{\mathrm{r}} \cos \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}(n_{\mathrm{s}})}, \tag{5}$$

其中，η 表示无线电波的波长。$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{t}}$ 是 $N_{\mathrm{ts}} \times 1$ 出发角向量。其第 n_{s} 个元素记为 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{t}}(n_{\mathrm{s}})$，表示第 n_{s} 个多径分量的出发角。类似地，$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}$ 是到达角向量。d_{t}和 d_{r} 分别表示发射端和接收端天线单元的相邻间距。

B. 发射机

在所提出的 MCA-SSM 系统中，信息比特分为两路，每次传输时同时发送。总数据速率为 $R = R_{\mathrm{mp}} + R_{\mathrm{sy}} = \log_2(ML)$ 比特/符号，

其中 M 是 APM 的调制阶数， L 是候选波束向量符号的数量。

为传输第一路数据流，从包含 M 个候选符号的 APM 星座中选择 s_m ，例如 M 相移键控（M-PSK）和正交振幅调制（M- QAM）。因此，第一路数据流的数据速率为 $R_{\mathrm{sy}} = \log_2 M$。

为传输第二路数据流，从 L 个 MCA 候选波束向量符号中选择一个，以生成指向 N_{s} 个最强多径分量的波束图案。因此，第二路数据流的数据速率为 $R_{\mathrm{mp}} = \log_2 L$。

第二路数据流的 MCA 机制如图 1 所示，进一步说明如下。当无线信道中存在 N_{ts} 个多径分量时，发射端在任一时刻生成指向 N_{ts} 个多径分量中的 N_{s} 个候选多径分量的波束图案。我们选择信道增益最大的 N_{s} 个多径分量，以最大化接收功率。对于选出的 N_{s} 个最强多径分量中的每个分量，采用发射移相器网络，基于模拟波束成形方法将铅笔波束指向该分量。根据假设 2，发射端知道多径分量的数量 N_{ts}、所有选定多径分量的增益 $\boldsymbol{\beta}(1{:}\ N_{\mathrm{s}})$，以及它们的到达角 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{t}}(1:\ N_{\mathrm{s}})$ 和出发角 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}}(1:\ N_{\mathrm{s}})$。于是，第 k 个移相器网络的响应为 $\mathbf{a}_{\mathrm{t},\,k}^{\mathrm{H}}$，其中 $k \in 1,\ 2,\ \ldots,\ N_{\mathrm{s}}$。为汇聚 N_{s} 个最强多径分量，我们使用 MCA矩阵 $\mathbf{W}$ 对 APM 信号进行加权并分配其功率，将其分成 N_{s} 路信号，并输入 N_{s} 个移相器网络。若第二路比特流传输 R_{mp} 个比特，则可从 MCA 矩阵 $\mathbf{W}$ 的 $L = 2^{R_{\mathrm{mp}}}$ 行中进行选择。因此，$\mathbf{W}$ 是一个 $L \times N_{\mathrm{s}}$ 矩阵。根据能量守恒定律，本文中 $\mathbf{W}$ 均归一化为 $\|\mathbf{W}(l,\ :)\|^2 = 1$ 。$\mathbf{W}$ 的实现如图 2 所示。本文中$\mathbf{W}$ 的设计将在第四节中详细说明。

基于上述MCA机制，通过以下方式计算发射端MCA矩阵和所有移相器网络的整体响应：

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{t},l} = \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{s}}} \mathbf{W}^{*}(l,k)\mathbf{a}_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}} = [\mathbf{W}(l,:)\mathbf{A}_{\mathrm{t}}(1:N_{\mathrm{s}},:)]^{\mathrm{H}}, \tag{6}$$

其中

$$\mathbf{A}_{\mathrm{t}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathrm{t},1} \\ \mathbf{a}_{\mathrm{t},2} \\ \cdots \\ \mathbf{a}_{\mathrm{t},N_{\mathrm{ts}}} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

因此，所有发射天线单元上的发射信号，即式（1）中的$\mathbf{x}$ ，为

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{t},l} s_m = \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{s}}} \mathbf{W}^{*}(l,k)\mathbf{a}_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}} s_m = [\mathbf{W}(l,:)\mathbf{A}_{\mathrm{t}}(1:N_{\mathrm{s}},:)]^{\mathrm{H}} s_m. \tag{8}$$

C. 接收机

在接收端，将式（8）代入式（1）即可计算接收信号。

$$\mathbf{y}=\sqrt{\frac{\rho}{N_{\mathrm{t}}}}\mathbf{H}[\mathbf{W}(l,:)\mathbf{A}_{\mathrm{t}}(1:N_{\mathrm{s}},:)]^{\mathrm{H}}s_m+\mathbf{n}_{\mathrm{a}}. \tag{9}$$

根据假设 3，我们有

$$\mathbf{y}=\sqrt{\frac{\rho}{N_{\mathrm{t}}}}\sum_{n_{\mathrm{s}}=1}^{N_{\mathrm{ts}}}\boldsymbol{\beta}(n_{\mathrm{s}})\mathbf{a}_{\mathrm{r},n_{\mathrm{s}}}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_{\mathrm{t},n_{\mathrm{s}}}[\mathbf{W}(l,:)\mathbf{A}_{\mathrm{t}}(1:N_{\mathrm{s}},:)]^{\mathrm{H}}s_m+\mathbf{n}_{\mathrm{a}}. \tag{10}$$

接收信号 $\mathbf{y}$ 经 N_{s} 个接收端移相器网络滤波后，馈入 N_{s} 个接收端射频链。假设接收端通过信道估计获得完美的信道状态信息，则每对接收端移相器网络和接收端射频链都与一个候选多径分量相关联。为使射频链上的信噪比最大化，每个接收端移相器网络都将铅笔波束对准其关联的候选多径分量。也就是说，对于第 k' 个候选多径分量，接收端移相器网络设置为$\mathbf{a}_{\mathrm{r},k'}$。

将射频链的输出信号记为 $\mathbf{z}_0$。于是，第 k' 个射频链的输出信号$\mathbf{z}_0(k')$可通过将式 (10) 两边乘以$\mathbf{a}_{\mathrm{r},k'}$得到，即

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_0(k')&=\mathbf{a}_{\mathrm{r},k'}\mathbf{y}\\&=\sqrt{\rho}\underbrace{\mathbf{a}_{\mathrm{r},k'}\sqrt{\frac{1}{N_{\mathrm{t}}}}\sum_{n_{\mathrm{s}}=1}^{N_{\mathrm{ts}}}\boldsymbol{\beta}(n_{\mathrm{s}})\mathbf{a}_{\mathrm{r},n_{\mathrm{s}}}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_{\mathrm{t},n_{\mathrm{s}}}\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{s}}}\mathbf{W}^{*}(l,k)\mathbf{a}_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}}}_{\bar{\mathbf{H}}_0(k',l)}s_m+\underbrace{\mathbf{a}_{\mathrm{r},k'}\mathbf{n}_{\mathrm{a}}}_{\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}(k')}\\&=\sqrt{\rho}\bar{\mathbf{H}}_0(k',l)s_m+\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}(k'),\end{aligned} \tag{11}$$

然后

$$\mathbf{z}_0=\sqrt{\rho}\bar{\mathbf{H}}_0(:,l)s_m+\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}. \tag{12}$$

为简化最优检测算法的推导，式 (11) 中定义了一个 $N_{\mathrm{s}}\times L$ 等效信道矩阵 $\bar{\mathbf{H}}_0$。经过一些代数运算，$\bar{\mathbf{H}}_0$ 可表示为

$$\bar{\mathbf{H}}_0=\sqrt{\frac{1}{N_{\mathrm{t}}}}\mathbf{A}_{\mathrm{r}}(1:N_{\mathrm{s}},:)\sum_{n_{\mathrm{s}}=1}^{N_{\mathrm{ts}}}\boldsymbol{\beta}(n_{\mathrm{s}})\mathbf{a}_{\mathrm{r},n_{\mathrm{s}}}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_{\mathrm{t},n_{\mathrm{s}}}\mathbf{A}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}(1:N_{\mathrm{s}},:)\mathbf{W}^{\mathrm{H}}, \tag{13}$$

其中

$$\mathbf{A}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_{\mathrm{r},1}\\\mathbf{a}_{\mathrm{r},2}\\\cdots\\\mathbf{a}_{\mathrm{r},N_{\mathrm{ts}}}\end{bmatrix}. \tag{14}$$

此外，由于当$\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}$ 为白噪声时，$\mathbf{n}_{\mathrm{a}}$ 并非白噪声，因此$\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}$的协方差矩阵（记为$\mathbf{C}_{\mathrm{noise}}\triangleq\mathbf{E}[\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}^{\mathrm{H}}]$）可计算为

$$\mathbf{C}_{\mathrm{noise}}=\mathbf{A}_{\mathrm{r}}(1:N_{\mathrm{s}},:)\mathbf{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{H}}(1:N_{\mathrm{s}},:), \tag{15}$$

它不是单位矩阵。

为对白噪声进行白化，将式（12）两边乘以 $\left(\mathbf{B}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}$，其中矩阵 $\mathbf{B}$ 由 $\mathbf{C}_{\mathrm{noise}}$的 Cholesky 分解得到，即 $\mathbf{B}=\mathrm{chol}(\mathbf{C}_{\mathrm{noise}})$ [14]。于是得到

$$\mathbf{z}=\left(\mathbf{B}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\mathbf{z}_0=\sqrt{\rho}\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l,:),s_m+\underbrace{\left(\mathbf{B}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}}_{\mathcal{CN}(\mathbf{0},\mathbf{I})}, \tag{16}$$

其中，$\mathbf{G}$ 是一个 $N_{\mathrm{s}}\times N_{\mathrm{s}}$ 矩阵，其计算方式为

$$\mathbf{G}=\sqrt{\frac{1}{N_{\mathrm{t}}}}\left(\mathbf{B}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\mathbf{A}_{\mathrm{r}}(1:N_{\mathrm{s}},:)\sum_{n_{\mathrm{s}}=1}^{N_{\mathrm{ts}}}\boldsymbol{\beta}(n_{\mathrm{s}})\mathbf{a}_{\mathrm{r},n_{\mathrm{s}}}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}_{\mathrm{t},n_{\mathrm{s}}}\mathbf{A}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}(1:N_{\mathrm{s}},:). \tag{17}$$

式（16）与传统空间调制的系统模型相同，其等效信道矩阵为 $\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}$，加性白高斯噪声为 $\left(\mathbf{B}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\mathbf{n}_{\mathrm{RF}}$ [18, 式（1）]。随后，应用白化滤波器并采用最大似然（ML）检测，可得最优 MCA-SSM检测器为 [23, 式（4）]

$$[\hat{l},\hat{m}]=\arg\min_{l,m}\left\{\left\|\mathbf{z}-\sqrt{\rho}\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l,:)s_m\right\|\right\}. \tag{18}$$

注释 1. 先进的***SSM***系统是 ***MCA-SSM*** 的特殊实现：值得注意的是，所提出的 *MCA-SSM* 系统是先进的*SSM [9]–[11]*和广义*SSM*（*GSSM*）系统 *[13], [14]*的推广。对于 $N_{\mathrm{s}}=L$，若 $\mathbf{W}$ =$\mathbf{I}$，所提出的系统可简化为 *SSM*系统 *[9]–[11]* 。对于 $N_{\mathrm{s}}=5$ 和 $L=8$，若满足以下条件，所提出的系统将成为 *GSSM* 系统 *[14,*示例 *1]*

$$\mathbf{W}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1&1&0&0&0\\1&0&1&0&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&0&1\\0&1&1&0&0\\0&1&0&1&0\\0&1&0&0&1\\0&0&1&1&0\end{bmatrix}. \tag{19}$$

III. 误比特概率分析与问题表述

众所周知，对于复数调制系统，难以解析推导衰落信道下的精确平均比特错误概率。因此，针对给定的信道矩阵$\mathbf{H}$，推导出平均比特错误概率的一个紧致一致最终有界值 [24]

$$\mathrm{ABEP}_{\mathbf{H}}\leqslant\sum_{l_1=1}^{L}\sum_{l_2=1}^{L}\sum_{m_1=1}^{M}\sum_{m_2=1}^{M}\frac{N(l_1,m_1,l_2,m_2)P_{\mathrm{EP},\mathbf{H}}(l_1,m_1,l_2,m_2)}{LM\log_2(LM)}, \tag{20}$$

其中，$N(l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2)$ 表示在 l_1 和 m_1 于发射端发送、而 l_2 和 m_2 在接收端被检测到时发生错误的比特数。$P_{\mathrm{EP},\ \mathbf{H}}(l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2)$ 表示成对错误概率，其

定义为：在 l_1 和 m_1 发送、而 l_2 和 m_2 被检测到的情况下，假设发射端只能从候选项 $(l_1,\ m_1)$ 和 $(l_2,\ m_2)$ 中进行选择时，该事件发生的概率。$P_{\mathrm{EP},\ \mathbf{H}}(l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2)$ 的闭式表达式可通过以下方式计算：

$$P_{\mathrm{EP},\mathbf{H}}(l_1,m_1,l_2,m_2)=Q\left(\sqrt{\frac{\rho J_{l_1,m_1,l_2,m_2}}{2}}\right), \tag{21}$$

其中J_{l_1,m_1,l_2,m_2}是$\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_1,:)s_{m_1}$与$\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_2,:)s_{m_2}$之间的欧几里得距离(ED)，其计算方式为

$$\begin{aligned} J_{l_1,m_1,l_2,m_2} &\triangleq \left\|\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_1,:)s_{m_1}-\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_2,:)s_{m_2}\right\|^2 \\ &= (\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_1,:)s_{m_1}-\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_2,:)s_{m_2})^{\mathrm{H}}\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G}(\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_1,:)s_{m_1}-\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l_2,:)s_{m_2}). \end{aligned} \tag{22}$$

本文中，我们通过最大化最小欧几里得距离 [19], [20],来设计MCA机制，该距离决定了高信噪比区域中的平均比特错误概率 [17], [21]。因此，优化问题表述为

$$\begin{aligned} \text{maximize}\quad & \min_{\substack{(l_1,m_1)\neq(l_2,m_2)\\ 1\leqslant l_1\leqslant L, l\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant l_2\leqslant L, \hat{l}\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_2\leqslant M, \hat{m}\in\mathbb{N}^+}} J_{l_1,m_1,l_2,m_2}, \\ \text{s.t.}\quad & \|\mathbf{W}(l,:)\|=1, \forall l. \end{aligned} \tag{23}$$

对$\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G}$进行特征分解，我们得到

$$\mathbf{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G}=\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^{\mathrm{H}}, \tag{24}$$

其中$\mathbf{U}$ 是均匀矩阵，且$\mathbf{U}^{\mathrm{H}}\mathbf{U}$ $=\mathbf{I}$。 $\mathbf{\Lambda}$ 是实对角矩阵，具有降序排列的特征值 $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_{N_{\mathrm{s}}}$。

将(24)代入(22)并定义$\mathbf{V}$ $\triangleq(\mathbf{U}\mathbf{W})^{\mathrm{H}}$ ，我们得到

$$\begin{aligned} J_{l_1,m_1,l_2,m_2} &= (\mathbf{V}(:,l_1)s_{m_1}-\mathbf{V}(:,l_2)s_{m_2})^{\mathrm{H}}\mathbf{\Lambda}(\mathbf{V}(l_1,:)s_{m_1}-\mathbf{V}(l_2,:)s_{m_2}) \\ &= \sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\lambda_\kappa|\mathbf{V}(\kappa,l_1)s_{m_1}-\mathbf{V}(\kappa,l_2)s_{m_2}|^2 \\ &= \boldsymbol{\lambda}|\mathbf{V}(l_1,:)s_{m_1}-\mathbf{V}(l_2,:)s_{m_2}|^2, \end{aligned} \tag{25}$$

其中 $\boldsymbol{\lambda}\triangleq[\lambda_1,\ \lambda_2,\ .....,\ \lambda_{N_{\mathrm{s}}}]$。在给定信道矩阵的情况下，即给定 λ_κ 和 $\mathbf{U}$，我们需要设计 MCA矩阵$\mathbf{W}$ ，以实现由式（20）计算得到的较低平均比特错误概率。

注意到我们可以设计 $\mathbf{V}$ 而不是 $\mathbf{W}$，并通过 $\mathbf{W} = (\mathbf{VU})^{\mathrm{H}}$得到 $\mathbf{W}$，因此式（23）中的优化问题可重新表述为

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & \min_{\substack{(l_1,m_1)\neq(l_2,m_2)\\ 1\leqslant l_1\leqslant L, l\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant l_2\leqslant L, \hat{l}\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_2\leqslant M, \hat{m}\in\mathbb{N}^+}} \{\boldsymbol{\lambda}|\mathbf{V}(l_1,:)s_{m_1} - \mathbf{V}(l_2,:)s_{m_2}|^2\}, \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{V}(l,:)\| = 1, \forall l. \end{aligned} \tag{26}$$

其中，采用约束 $\|\mathbf{V}(l,:)\| = 1, \forall l$ 以确保 $\|\mathbf{W}(l,:)\| = 1, \forall l$，因为 $\mathbf{U}$ 是均匀矩阵，且 $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{\mathrm{H}}\mathbf{U}$。

IV. 所提出的多径分量聚合机制

本节提出一种求解式（26）的方法。值得注意的是，实现式（26）的最优解颇具挑战性。针对经典空间调制（SM）系统，可采用多种技术构造次优矩阵 $\mathbf{V}$ [19], [20], [36], [37]。与 SM 系统不同，式（2）中的信道具有稀疏性，且各特征值 $\boldsymbol{\lambda}$ 之间差异很大。因此，我们选取特征值最大的 $N_{\mathrm{s,\ a}}$ 个子信道来构成$\mathbf{V}$，如下所示[1]。

$$\mathbf{V}(l,:) = (\boldsymbol{\upsilon}_l \odot \boldsymbol{\xi})^{\mathrm{H}}, \tag{27}$$

其中，$\odot$ 表示哈达玛积，$\boldsymbol{\upsilon}_l$ 是与第 l 个波束向量符号相关的向量，$\|\boldsymbol{\upsilon}_l\| = 1, \forall l$，$\boldsymbol{\xi}$ 是一个实数加权因子，用于为特征值各异的子信道分配功率，$\|\boldsymbol{\xi}\| = 1$，并且

$$\mathbf{V}(l,(N_{\mathrm{s,a}}+1):N_{\mathrm{s}}) = \boldsymbol{\upsilon}_l((N_{\mathrm{s,a}}+1):N_{\mathrm{s}}) = \boldsymbol{\xi}((N_{\mathrm{s,a}}+1):N_{\mathrm{s}}) = 0, \forall l. \tag{28}$$

示例 1. 借鉴相移键控，$\boldsymbol{\upsilon}_l$ 的设计可按如下方式实现：$N_{\mathrm{s,\ a}} = 2$。

$$\boldsymbol{\upsilon}_l = \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{(l-1)\pi}{L}\right), \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{(l-1)\pi}{L}\right), 0, ..., 0\right]. \tag{29}$$

[1]除了易于处理之外，另一个意想不到的好处是，式（18）给出的检测算法得以简化，可改写为 $[\hat{l},\ \hat{m}] = \arg\min_{l,\ m} \left\{ \sum_{\kappa=1}^{a} \left|\mathbf{z}(\kappa) - \sqrt{\rho}\lambda_\kappa \boldsymbol{\xi}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_l(\kappa)s_m\right|^2 \right\}$，当 $\left\|\mathbf{z} - \sqrt{\rho}\mathbf{G}\mathbf{W}^{\mathrm{H}}(l,:)s_m\right\|^2 = \sum_{N_{\mathrm{s,\ a}}} \left|\mathbf{z}(\kappa) - \sqrt{\rho}\lambda_\kappa \boldsymbol{\xi}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_l(\kappa)s_m\right|^2$。因此，i）检测器无需计算$\mathbf{z}((N_{\mathrm{s,\ a}}+1):\ N_{\mathrm{s}})$；ii）求和中的$\kappa=1$项数从 N_{s} 减少到 $N_{\mathrm{s,\ a}}$。因此，检测算法的计算负担可以进一步降低。

例如，若 $L=2$，则有

$$\begin{cases} \boldsymbol{\upsilon}_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \\ \boldsymbol{\upsilon}_2 = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0\right]. \end{cases} \tag{30}$$

如果 $L=4$，则有

$$\begin{cases} \boldsymbol{\upsilon}_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \\ \boldsymbol{\upsilon}_2 = \left[0, 1, 0, 0\right], \\ \boldsymbol{\upsilon}_3 = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0\right], \\ \boldsymbol{\upsilon}_4 = \left[1, 0, 0, 0\right]. \end{cases} \tag{31}$$

将 (27) 代入 (26)，并经过一些简单的代数运算后，优化问题可改写为

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & \min_{\substack{(l,m)\neq(\hat{l},\hat{m}) \\ 1\leqslant l_1\leqslant L, l\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant l_2\leqslant L, \hat{l}\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant m_2\leqslant M, \hat{m}\in\mathbb{N}^+}} \left\{ \sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa |\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1} - \boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2 \right\}, \\ \text{s.t.} \quad & \|\boldsymbol{\xi}\| = 1. \end{aligned} \tag{32}$$

(32) 中重新表述的优化问题便于求得矩阵$\mathbf{V}$的解析解，该解由定理 1 给出。

定理 1. 优化问题 ***(32)*** 的解析解。*(32)* 的解计算如下

by

$$\boldsymbol{\xi} = \sqrt{\frac{[1, \iota_{\mathrm{opt},2}, ..., \iota_{\mathrm{opt},N_{\mathrm{s,a}}}, 0, ..., 0]}{1 + \sum_{\kappa=2}^{N_{\mathrm{s,a}}} \iota_{\mathrm{opt},\kappa}}}, \tag{33}$$

其中，$\boldsymbol{\iota}_{\mathrm{opt}} = [1, \iota_{\mathrm{opt}}\textit{2, ...,}\iota_{\mathrm{opt},N_{\mathrm{s,a}}}]$ 是 $\boldsymbol{\iota}_{[n_{\mathrm{e}}\textit{1,}n_{\mathrm{e}}\textit{2,...,}n_{\mathrm{e},N_{\mathrm{s,a}}-1}]}$ 中使最小 J_{l_1,m_1,l_2,m_2} 最大的一个，它通过遍历所有满足 $n_{\mathrm{e},1} < n_{\mathrm{e},2} < ... < n_{\mathrm{e},N_{\mathrm{s,a}}-1}$ 的可能 $[n_{\mathrm{e}}\textit{1,}\, n_{\mathrm{e}}\textit{2, ...,}n_{\mathrm{e},N_{\mathrm{s,a}}-1}]$ 得到。$\boldsymbol{\iota}_{[n_{\mathrm{e}}\textit{1,}n_{\mathrm{e}}\textit{2,...,}n_{\mathrm{e},N_{\mathrm{s,a}}-1}]}$ 是方程的解

$$\boldsymbol{\epsilon}_{n_{\mathrm{e},1}}\boldsymbol{\iota}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\epsilon}_{n_{\mathrm{e},2}}\boldsymbol{\iota}^{\mathrm{T}} = ... = \boldsymbol{\epsilon}_{n_{\mathrm{e},n_{\mathrm{s,a}}}}\boldsymbol{\iota}^{\mathrm{T}} = ... = \boldsymbol{\epsilon}_{n_{\mathrm{e},N_{\mathrm{s,a}}-1}}\boldsymbol{\iota}^{\mathrm{T}}, \tag{34}$$

$\boldsymbol{\epsilon}_{n_{\mathrm{e},\ n_{\mathrm{s},\ \mathrm{a}}}}$ 是一个包含 $N_{\mathrm{s},\ \mathrm{a}}$ 个元素的数组，从集合 $\mathcal{D}$ 中无放回地选取。$\mathcal{D}$ 表示为

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 - \{\boldsymbol{\epsilon} | \boldsymbol{\epsilon} \in \mathcal{D}_0, \boldsymbol{\epsilon}(\kappa) \geqslant \boldsymbol{\epsilon}'(\kappa), \forall\kappa, \exists\boldsymbol{\epsilon}' \in \mathcal{D}_0, \boldsymbol{\epsilon}' \neq \boldsymbol{\epsilon}\}. \tag{35}$$

对于*PSK*信号星座图

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_0 = \quad & \underbrace{\left\{4\sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)\boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}})\odot|\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}})|^2\middle|1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\right\}}_{\mathcal{D}_1} \\ & \cup\underbrace{\left\{\boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}})\odot(\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}})\pm\boldsymbol{v}_{l_2}(1:N_{\mathrm{s,a}}))^2\middle|\begin{smallmatrix}1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\\ l_1<l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+\end{smallmatrix}\right\}}_{\mathcal{D}_2}.\end{aligned} \tag{36}$$

对于方形*QAM*信号星座图

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_0 = \quad & \underbrace{\left\{\frac{6\boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}})\odot|\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}})|^2}{M-1}\middle|1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\right\}}_{\mathcal{D}_1} \\ & \cup\underbrace{\left\{\boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}})\odot|\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}})s_{m_1}\pm\boldsymbol{v}_{l_2}(1:N_{\mathrm{s,a}})s_{m_2}|^2\middle|\begin{smallmatrix}1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\\ l_1<l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+\\ (s_{m_1},s_{m_2})\in\mathcal{S}_{\mathrm{m}}\end{smallmatrix}\right\}}_{\mathcal{D}_2},\end{aligned} \tag{37}$$

其中

$$\mathcal{S}_{\mathrm{m}}=\left\{(s_1,s_2)\middle|\begin{smallmatrix}s_1=\sqrt{\frac{3}{2(M-1)}}(R_1+I_1),s_2=\sqrt{\frac{3}{2(M-1)}}(R_2+I_2)\\ R_1\in\{1,3,5,...,\sqrt{M}-1\},I_1\in\{1,3,5,...,R_1\},\\ R_2\in\{1,3,5,...,R_1\},I_2\in\{1,3,5,...,I_1\},\\ R_1\nmid I_1,\forall(R_1\neq1),R_2\nmid I_2,\forall(R_2\neq1),\\ s_1\neq s_2,\forall(R_1,I_1)\neq(1,1)\end{smallmatrix}\right\}. \tag{38}$$

对于矩形*QAM*,

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_0 = \quad & \underbrace{\left\{\frac{24\boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}})\odot|\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}})|^2}{5M-4}\middle|1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\right\}}_{\mathcal{D}_1} \\ & \cup\underbrace{\left\{\boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}})\odot|\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}})s_{m_1}\pm\boldsymbol{v}_{l_2}(1:N_{\mathrm{s,a}})s_{m_2}|^2\middle|\begin{smallmatrix}1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\\ l_1<l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+\\ (s_{m_1},s_{m_2})\in\mathcal{S}_{\mathrm{m}}\end{smallmatrix}\right\}}_{\mathcal{D}_2},\end{aligned} \tag{39}$$

其中

$$\mathcal{S}_{\mathrm{m}}=\left\{(s_1,s_2)\middle|\begin{smallmatrix}s_1=\sqrt{\frac{6}{5M-4}}(R_1+I_1),s_2=\sqrt{\frac{6}{5M-4}}(R_2+I_2)\\ R_1\in\{1,3,5,...,\sqrt{2M}-1\},I_1\in\{1,3,5,...,\min\{R_1,\sqrt{M/2}-1\}\},\\ R_2\in\{1,3,5,...,R_1\},I_2\in\{1,3,5,...,I_1\},\\ R_1\nmid I_1,\forall R_1\neq1,R_2\nmid I_2,\forall R_2\neq1,\\ s_1\neq s_2,\forall(R_1,I_1)\neq(1,1)\end{smallmatrix}\right\}. \tag{40}$$

注意，对于采用*QAM*星座图的*MCA-SSM*，需要推导 $\mathcal{S}_{\mathrm{m}}$ 。具体而言， $M=8$对应的 $\mathcal{S}_{\mathrm{m}}$、16、32、64 总结见表*IV*。

证明：参见附录A。 ■

表 II$\mathcal{S}_m$ 典型 QAM 星座。

信号星座	$\mathcal{S}_m$
8-QAM	$\left\{\sqrt{\frac{1}{6}}(1+j,1+j),\sqrt{\frac{1}{6}}(1+j,3+j)\right\}$
16-QAM	$\left\{\sqrt{\frac{1}{10}}(1+j,1+j),\sqrt{\frac{1}{10}}(1+j,3+j)\right\}$
32-QAM	$\left\{\begin{array}{c}\sqrt{\frac{1}{26}}(1+j,1+j),\sqrt{\frac{1}{26}}(1+j,3+j),\sqrt{\frac{1}{26}}(1+j,5+j),\sqrt{\frac{1}{26}}(1+j,5+3j),\\ \sqrt{\frac{1}{26}}(1+j,7+j),\sqrt{\frac{1}{26}}(1+j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{26}}(3+j,5+j),\sqrt{\frac{1}{26}}(3+j,5+3j),\\ \sqrt{\frac{1}{26}}(3+j,7+j),\sqrt{\frac{1}{26}}(3+j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{26}}(5+j,5+3j),\sqrt{\frac{1}{26}}(5+j,7+j),\\ \sqrt{\frac{1}{26}}(5+j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{26}}(5+3j,7+j)\sqrt{\frac{1}{26}}(5+3j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{26}}(7+j,7+3j)\end{array}\right\}$
64阶正交振幅调制	$\left\{\begin{array}{c}\sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,1+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,3+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,5+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,5+3j),\\ \sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,7+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{42}}(1+j,7+5j),\sqrt{\frac{1}{42}}(3+j,5+j),\\ \sqrt{\frac{1}{42}}(3+j,5+3j),\sqrt{\frac{1}{42}}(3+j,7+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(3+j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{42}}(3+j,7+5j),\\ \sqrt{\frac{1}{42}}(5+j,5+3j),\sqrt{\frac{1}{42}}(5+j,7+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(5+j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{42}}(5+j,7+5j),\\ \sqrt{\frac{1}{42}}(5+3j,7+j),\sqrt{\frac{1}{42}}(5+3j,7+3j),\sqrt{\frac{1}{42}}(5+3j,7+5j),\sqrt{\frac{1}{42}}(7+j,7+3j),\\ \sqrt{\frac{1}{42}}(7+j,7+5j),\sqrt{\frac{1}{42}}(7+3j,7+5j)\end{array}\right\}$

表 III

应用于示例 2 和示例 3 的信道参数。

MP#	β	θ_{t}	θ_{r}
1	0.9356	2	2.0
2	-0.2807	2.05	1.6
3	0.1871	1.2	2.4
4	-0.0936	3	2.45
5	0.0468	0.4	2.8

V. 案例研究

A. 所考虑的案例

为了清楚说明如何在所提出的 MCA-SSM 系统中应用定理 1，我们分别以 16-PSK 和 16-QAM 为例，考虑示例 2 和示例 3，其中 $N_{\mathrm{s,\ a}}=2$、 $L=4$ 和 $M=16$。然后， $\boldsymbol{v}_l$ 由式（31）给出。对于 N_{s}、 $N_{\mathrm{s,\ a}}$、 $L=4$ 和 M 的其他取值，可以采用类似的方法应用定理 1。

两个示例的信道参数列于表 III 中。我们进一步设定 $N_{\mathrm{s}}=4$。利用这些信道参数，我们可以得到 $\boldsymbol{\lambda}=[410.05,\ 9。84,\ 1。41,\ 0.05]$ 和

$$\mathbf{U}=\begin{bmatrix}0.0697 & -0.6370 & 0.0568 & 0.7656\\ 0.0275 & 0.7688 & -0.0187 & 0.6386\\ -0.3857 & -0.0558 & -0.9192 & 0.0569\\ -0.9196 & -0.0019 & 0.3892 & 0.0533\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{u}_1\\ \mathbf{u}_2\\ \mathbf{u}_3\\ \mathbf{u}_4\end{bmatrix}. \tag{41}$$

示例 2. ***16*** 相移键控信号星座图。

首先，由于 $|\boldsymbol{v}_1(1)|^2 = |\boldsymbol{v}_1(2)|^2 = |\boldsymbol{v}_3(1)|^2 = |\boldsymbol{v}_3(2)|^2 = 1/2$, $|\boldsymbol{v}_2(1)|^2 = |\boldsymbol{v}_4(2)|^2 = 1$, $|\boldsymbol{v}_2(2)|^2 = |\boldsymbol{v}_4(1)|^2 = 0$，且 正弦$^2\left(\frac{\pi}{16}\right) = \frac{1}{4}\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)$，我们有

$$\mathcal{D}_1 = \left\{ \left(1-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}\right)[\lambda_2,\lambda_1], \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)[\lambda_1,0], \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)[0,\lambda_2] \right\}. \quad (42)$$

其次，

$$\mathcal{D}_2 = \left\{ [4\lambda_1,0], [0,4\lambda_2], \left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1, \frac{1}{2}\lambda_2\right], \left[\frac{1}{2}\lambda_1, \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\right] \right\}, \quad (43)$$

as

$$\begin{aligned} &\left\{ \boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}}) \odot (\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}}) - \boldsymbol{v}_{l_2}(1:N_{\mathrm{s,a}}))^2 \middle| \begin{smallmatrix} 1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+ \\ l_1<l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+ \end{smallmatrix} \right\} \\ &= \left\{ [4\lambda_1,0], \left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1, \frac{1}{2}\lambda_2\right], \left[\frac{1}{2}\lambda_1, \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\right] \right\}, \end{aligned} \quad (44)$$

and

$$\begin{aligned} &\left\{ \boldsymbol{\lambda}(1:N_{\mathrm{s,a}}) \odot (\boldsymbol{v}_{l_1}(1:N_{\mathrm{s,a}}) + \boldsymbol{v}_{l_2}(1:N_{\mathrm{s,a}}))^2 \middle| \begin{smallmatrix} 1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+ \\ l_1<l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+ \end{smallmatrix} \right\} \\ &= \left\{ [0,4\lambda_2], \left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1, \frac{1}{2}\lambda_2\right], \left[\frac{1}{2}\lambda_1, \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\right] \right\}. \end{aligned} \quad (45)$$

然后，结合（*42*）和（*43*），并令 $\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right) < 4$、$\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right) < \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$、$\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right) < \frac{1}{2}$，可得

$$\mathcal{D} = \left\{ \begin{array}{l} \left(1-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}\right)[\lambda_1,\lambda_2], \\ \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)[\lambda_1,0], \\ \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)[0,\lambda_2], \end{array} \right\} \quad (46)$$

根据定理 *1*，（*32*）的解是以下方程之一。

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(1-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}\right)(\lambda_2\iota_2+\lambda_1) = \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\lambda_1, \\ \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\lambda_2\iota_2 = \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\lambda_1. \end{array} \right. \quad (47)$$

因此，唯一可能的解是

$$\iota_{\mathrm{opt},2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (48)$$

将（*48*）代入（*33*），经过一些直接推导，可得

$$\boldsymbol{\xi}^2 = \left[\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}, \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\right], \quad (49)$$

$$\mathbf{V}=\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}} & 0 & 0 \\ \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{50}$$

因此

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}}\mathbf{u}_1+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}}\mathbf{u}_2 \\ \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}}\mathbf{u}_2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}}\mathbf{u}_1+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}}\mathbf{u}_2 \\ \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}}\mathbf{u}_1 \end{bmatrix}. \tag{51}$$

示例 3。 $N_{\mathrm{s,\ a}}=2$**,** $L=4$**,** ***16-QAM*** 信号星座。

对于 *16-QAM* 信号星座，

$$\mathcal{D}_1=\left\{\frac{1}{5}[\lambda_1,\lambda_2],\frac{2}{5}[\lambda_1,0],\frac{2}{5}[0,\lambda_2]\right\}. \tag{52}$$

然后，

$$\mathcal{S}_m=\left\{\sqrt{\frac{1}{10}}(1+j,1+j),\sqrt{\frac{1}{10}}(1+j,3+j)\right\}, \tag{53}$$

且有

$$\mathcal{D}_2=\left\{\begin{array}{l} \frac{2}{5}[\lambda_1,0],\frac{2}{5}[0,\lambda_2],\frac{1}{5}\left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1,\frac{1}{2}\lambda_2\right],\frac{1}{5}\left[\frac{1}{2}\lambda_1,\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\right], \\ \frac{1}{10}\left[\frac{|1+3j|^2}{2}\lambda_1,\left|(1+j)-\frac{1+3j}{\sqrt{2}}\right|^2\lambda_2\right],\frac{1}{10}\left[\left|(1+j)-\frac{1+3j}{\sqrt{2}}\right|^2\lambda_1,\frac{|1+3j|^2}{2}\lambda_2\right], \\ \frac{1}{10}\left[\frac{|1+1j|^2}{2}\lambda_1,\left|(1+3j)-\frac{1+j}{\sqrt{2}}\right|^2\lambda_2\right],\frac{1}{10}\left[\left|(1+3j)-\frac{1+j}{\sqrt{2}}\right|^2\lambda_1,\frac{|1+j|^2}{2}\lambda_2\right] \end{array}\right\}. \tag{54}$$

Because $\left|(1+3j)-\frac{1+j}{\sqrt{2}}\right|^2>1$, $\frac{|1+j|^2}{2}=1$, $\left|(1+j)-\frac{1+3j}{\sqrt{2}}\right|^2>1$, $\frac{|1+3j|^2}{2}>1$, $\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2<1$, *we obtain*

$$\mathcal{D}=\left\{\begin{array}{l} \frac{2}{5}[\lambda_1,0],\frac{2}{5}[0,\lambda_2],\frac{1}{5}\left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1,\frac{1}{2}\lambda_2\right],\frac{1}{5}\left[\frac{1}{2}\lambda_1,\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\right] \end{array}\right\}. \tag{55}$$

因此，*ac* 根据定理 *1*，*(32)* 的解是以下方程之一 .

$$\begin{cases} \frac{2}{5}\lambda_2\iota_2 = \frac{2}{5}\lambda_1, \\ \frac{2}{5}\lambda_2\iota_2 = \frac{1}{5}\left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1 + \frac{1}{2}\lambda_2\iota_2\right], \\ \frac{2}{5}\lambda_2\iota_2 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{2}\lambda_1 + \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\iota_2\right], \\ \frac{2}{5}\lambda_1 = \frac{1}{5}\left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1 + \frac{1}{2}\lambda_2\iota_2\right], \\ \frac{2}{5}\lambda_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{2}\lambda_1 + \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\iota_2\right], \\ \frac{1}{5}\left[\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_1 + \frac{1}{2}\lambda_2\iota_2\right] = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{2}\lambda_1 + \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\lambda_2\iota_2\right]. \end{cases} \tag{56}$$

然后，可能的解集由以下给出

$$\iota_{\mathrm{opt},2} \in \left\{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{3}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \frac{1}{1+2\sqrt{2}}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, (1+2\sqrt{2})\frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \frac{3}{(\sqrt{2}-1)^2}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right\}. \tag{57}$$

通过研究这五个候选解，不难发现$\iota_{\mathrm{opt},2} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{3}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$最大化了 $\min\{J_{l_1,m_1,l_2,m_2}\}$，如表 *IV* 所示，因此它是优化问题 *(32)* 的解。

表 IV ι_2 在示例 3 中的候选解及其可实现的最小 ED， $\min\{J_{l_1,m_1,l_2,m_2}\}$。

候选解$\iota_{\mathrm{opt},2}$	**可实现的** $\min\{J_{l_1,m_1,l_2,m_2}\}$
$\frac{3\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_2}$	0.4497
$\frac{(1+2\sqrt{2})\lambda_1}{\lambda_2}$	0.8466
$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$	2.2520
$\frac{\lambda_1}{(1+2\sqrt{2})\lambda_2}$	2.9869
$\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{3\lambda_2}$	5.5460

将 $\iota_{\mathrm{opt},\ 2} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{3}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 代入 (*33*)，并经过一些直接推导，可得

$$\boldsymbol{\xi}^2 = \left[\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}, \frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}\right], \tag{58}$$

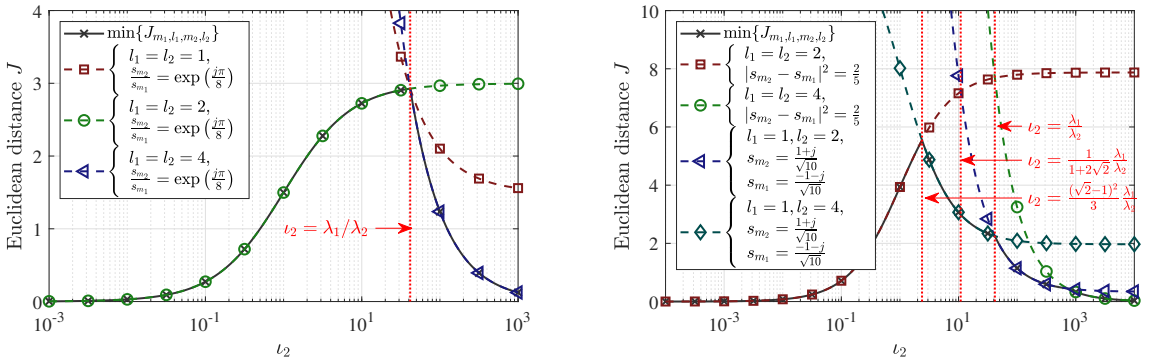
$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}} & 0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{59}$$

因此

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}}\mathbf{u}_1+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}}\mathbf{u}_2 \\ \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}}\mathbf{u}_2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}}\mathbf{u}_1+\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}}\mathbf{u}_2 \\ \sqrt{\frac{3\lambda_2}{(\sqrt{2}-1)^2\lambda_1+3\lambda_2}}\mathbf{u}_1 \end{bmatrix}. \tag{60}$$

B. 数值结果与讨论

为验证定理 1，示例 2 和示例 3 中欧几里得距离随 ι_2 变化的结果分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示。从图 3(a) 可以看出，$\iota_{\text{opt},\ 2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 使最小欧几里得距离达到最大值,_即式（23）中的 $\min J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$；从图 3(b) 可以看出，$\iota_{\text{opt},\ 2}=\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{3}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 使最小欧几里得距离达到最大值。

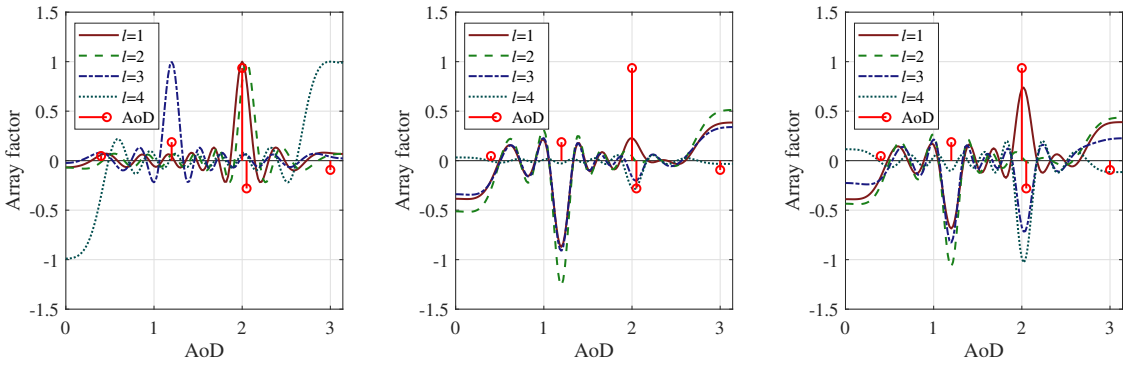


（a）示例 2 中欧几里得距离随 ι 变化　　（b）示例 3 中欧几里得距离随 ι 变化

图 3. 最小欧几里得距离最大化的数值验证。

现在，我们深入考察传统 SSM 系统和所提出的 MCA-SSM 的发射阵列因子，如图 4 所示。对于传统 SSM，$\mathbf{W}=\mathbf{I}$，且对于 l的每个取值，波束仅指向一个多径分量。对于采用 16 相移键控和 16-QAM 的 MCA-SSM，$\mathbf{W}$ 分别由式（51）和式（60）给出，并且对于 l的每个取值，多个多径分量会聚合在一起。这意味着，对于 l的每个取值，最强的四个多径分量中大多数都会被指向。

接收机的任务是在解码 l 的同时，从图示的四个数组因子中检测出发射阵列因子。不幸的是，在传统 SSM 系统中，$l=1$ 和 $l=2$ 对应的发射阵列因子相似，因为 $\boldsymbol{\theta}_{\text{t}}(1)$ 的值接近 $\boldsymbol{\theta}_{\text{t}}(2)$ 的值。在



(a) 传统SSM (b) 采用 16 相移键控的 MCA-SSM (c) 采用 16-QAM 的 MCA-SSM

图 4. 传统 SSM 系统和所提出的 MCA-SSM 系统的发射阵列因子。

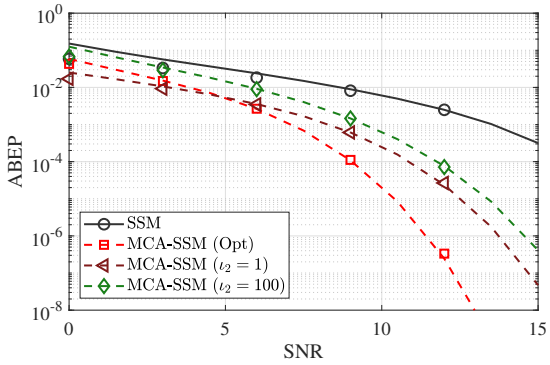
这种情况下，$(l_1,\ l_2) = (1,\ 2)$ 的欧几里得距离较小，导致较大的成对错误概率$P_{\mathrm{EP},\ \mathbf{H}}(1,\ m_1,\ 2,\ m_1),\ \forall m_1 \in \{1,\ 2,\ \ldots\ldots M\}$。相比之下，所提出的 MCA-SSM 的四个数组因子形状差异很大，检测器很容易将其区分。

所提出的 MCA-SSM 系统在 $\iota_{\mathrm{opt},2}$, $\iota_2 = 1$ 和 $\iota_2 = 100$ 下的平均比特错误概率如图 5(a) 和图 5(b) 所示。这验证了通过定理 1 得到的 $\iota_{\mathrm{opt},2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ 和 $\bar{\iota}_{\mathrm{opt},2} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{3}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$分别在示例 2 和示例 3 中实现了最低的平均比特错误概率。总体而言，图 5(c) 展示了示例 2 和示例 3 中平均比特错误概率随 ι_2 变化的情况，以清晰验证定理 1。可以观察到，所提出的方法使平均比特错误概率达到最小。

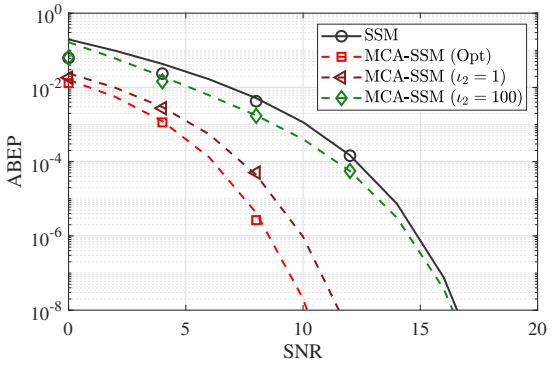
本节的案例研究对所提出的 MCA-SSM 系统进行了原理验证评估。除这些案例研究外，在将所提出的 MCA-SSM 系统部署到更实际的环境之前，还需要对其进行评估和比较。

VI. 典型室内环境中的数值分析

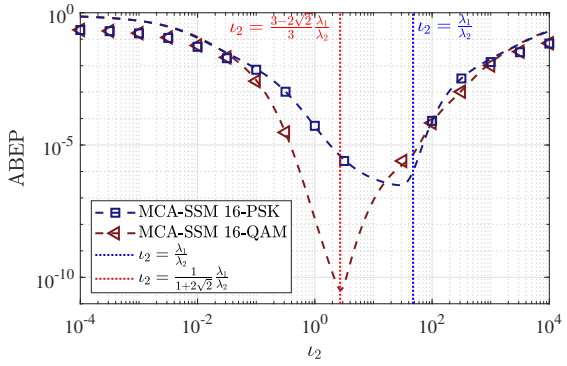
在网络部署之前，应仔细评估和比较所提出的 MCA-SSM 系统在考虑环境因素时的性能。尤其是，由于大多数无线流量都发生在室内，因此评估室内环境中的性能至关重要 [26]–[31]。在第五节中，我们使用表 III 中列出的信道参数研究了 MCA-SSM 的性能。然而，在典型建筑环境中，信道参数可能会随发射端和接收端的位置不同而变化。本节中，我们采用确定性信道模型这一强大工具，评估所提出的 MCA-SSM 系统在典型室内环境中的性能 [32]。



(a) 示例 2 中平均比特错误概率与信噪比的关系



(b) 示例 3 中平均比特错误概率与信噪比的关系



(c) 平均比特错误概率与 ι

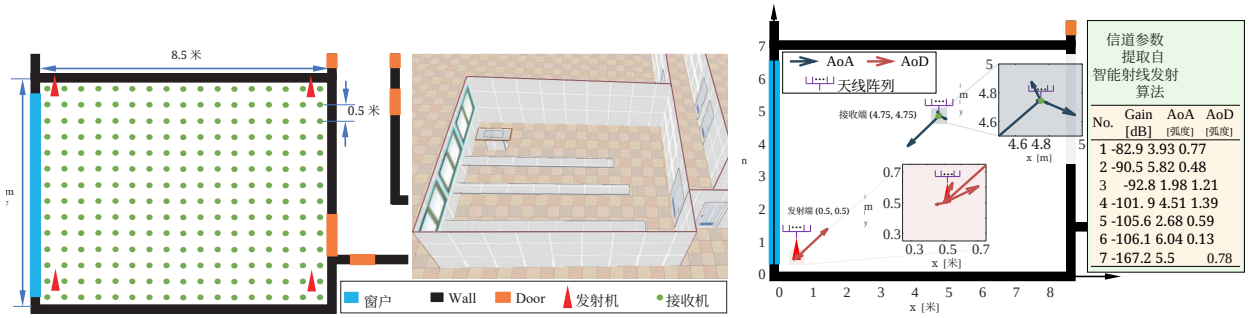
图 5. 平均比特错误概率的数值验证。实线和虚线表示根据式 (20) 计算的一致最终有界。标记表示仿真结果。

A. 信道预测

所研究的室内环境如图6(a)所示。经过实际测量验证的 IRLA [33], [34], 用于预测室内传播信道。

在预测中，分辨率设为 0.5 m，以在计算复杂度和预测精度之间取得良好平衡。四个发射天线阵列分别位于房间的四个角。IRLA 将传播环境划分为尺寸为 0.5 m × 0.5 m × 0.5 m 的小立方单元，并预测发射端与所有立方单元中心之间的信道。发射端和接收端的高度均设为离地面 1 m。接收阵列遍历高度为 1 m 的所有立方单元中心，并据此计算 SSM 的遍历性能。

使用 4 个发射端位置 个位置和 238 个接收端位置，共有 $N_{\mathrm{l}} = 952$ 条链路。链路的索引 a



(a) 仿真环境

(b) 一个信道预测实例。

图6. 典型室内环境中基于IRLA的信道预测。

表示为 $n_{\mathrm{l}} \in \{1,\ 2,\ \ldots\ldots,\ 952\}$。在每次信道预测中，我们都会获得信道参数，包括多径分量的数量 N_{ts}、每个多径分量的增益 $\boldsymbol{\beta}$、每个多径分量的出发角 θ_{t}，以及每个多径分量的到达角 θ_{r}。在图6(b)所示的示例中，发射端和接收端分别位于 (0.5,0.5) 和 (4.75,4.75)。该链路中存在七个多径分量。对于所有其他链路，均采用 IRLA 以相同的数据格式提取信道参数。

B. 数值结果

在图6所示的室内环境中，对所提出的 MCA-SSM 系统的平均比特错误概率（ABEP）一致最终有界进行了系统分析和比较。本节所有图中，实线表示根据式（20）计算的闭式平均误比特率上界，标记表示仿真结果。除非另有说明，本节中传统 SSM 和所提出的 MCA-SSM 的参数均见表V。

图 7 对比了所提出的 MCA-SSM 与传统 SSM 的平均比特错误概率（ABEP）。结果表明，就 ABEP 而言，所提出的 MCA-SSM 系统显著优于传统 SSM 系统。要达到 10^{-6} 的 ABEP，采用 16 相移键控的 MCA-SSM 所需发射功率比传统 SSM 低近 20 dB，而采用 16-QAM 的 MCA-SSM 所需发射功率低近 30 dB。这表明，传统 SSM 系统同时受到簇增益低和多径分量间干扰的显著影响。一方面，[9, 式（2）] 和 [13, 式（4）]中的假设不适用于天线阵列规模相对较小的多输入多输出系统。另一方面，假设 $\boldsymbol{\beta} \sim \mathcal{CN}(0,\ \mathbf{I})$ 应用于 [9], [13], [15]–

表V 数值结果中的参数。

参数	描述	数值
N_{r}	接收天线数量	16
N_{t}	发射天线数量	16
d_{t}	发射天线单元间距	0.5λ
d_{r}	接收天线单元间距	0.5λ
N_{s}	候选多径分量数	4
L	候选多径分量组合数	4
M	调制阶数	16

[17], 高估了传统 SSM 系统的性能。值得庆幸的是，所提出的 MCA-SSM 系统有效克服了这两个问题。

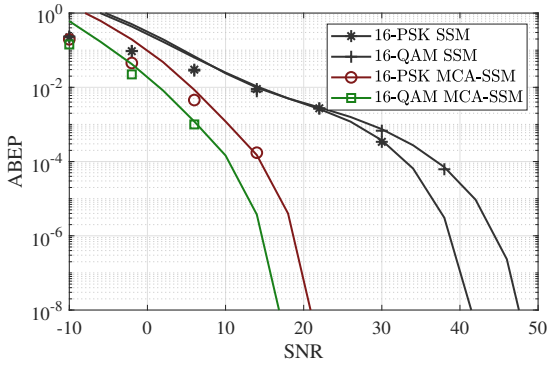
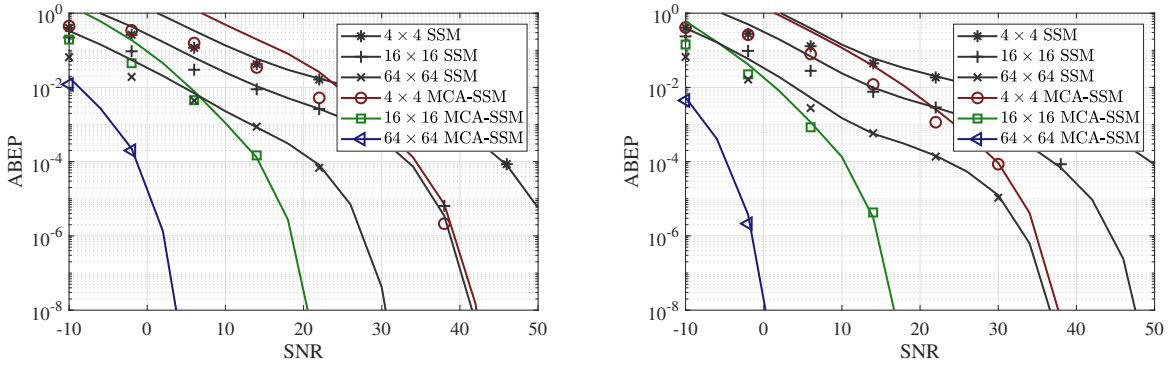


图 7. 所提出的 MCA-SSM 与传统SSM 的比较。实线表示根据式（20）计算的一致最终有界。标记表示仿真结果。

随后，图 8 展示了天线阵列规模对平均比特错误概率的影响。可以看出，对于两种系统而言，增大天线阵列规模都能有效降低平均比特错误概率。然而，与传统SSM相比，通过增加天线单元，所提出的MCA-SSM系统能够获得更大的增益。在图 8 中，将天线阵列从 4×4 扩大到 16×16 时，所提出的MCA-SSM和传统SSM在ABEP $= 10^{-6}$处获得的增益分别接近 20 dB 和 10 dB。该结果表明，即使低增益的多径分量能够通过发射端和接收端的大规模天线阵列得到良好分辨，传统SSM的比特错误性能仍会受到这些多径分量的影响。

受图 5，似乎在未对 ι 进行优化的情况下，MCA机制仍然



(a) 相移键控

(b) 正交振幅调制

图 8. 不同规模天线阵列下 MCA-SSM 的比较；实线表示根据式 (20) 计算的一致最终有界，标记表示仿真结果。

MCA矩阵$\mathbf{W}$ 易于计算，仍可获得相对较好的比特错误性能。为验证这一点，图9分别展示了采用最优 $\iota_{2,\mathrm{opt}}$、 $\iota_2 = \lambda_1/\lambda_2$，和 $\iota_2 = 1$ 的 MCA-SSM 的平均比特错误概率。在图9中，采用了16-QAM信号星座。令人惊讶的是，采用 $\iota_2 = \lambda_1/\lambda_2$ 和 $\iota_2 = 1$ 的所提出的 MCA-SSM 系统仍显著优于传统 SSM 系统。结果表明，在平均比特错误概率为 $= 10^{-6}$时，次优的 $\iota_2 = \lambda_1/\lambda_2$ 和 $\iota_2 = 1$ 分别仅造成 2.5 dB 和 4.5 dB 的信噪比损失。因此，在计算资源相当有限的情况下，我们可以牺牲 ι_2 的最优性，以降低所设计的 MCA-SSM 的实现复杂度。

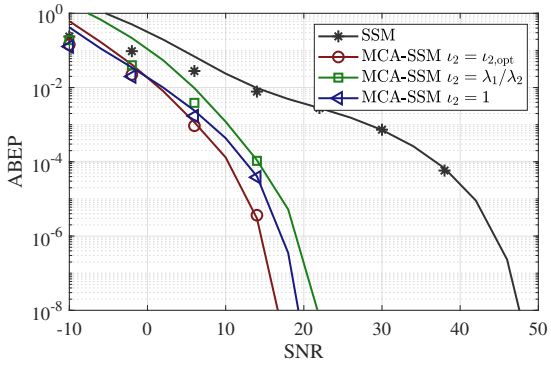


图 9. MCA-SSM 在最优 $\iota_{2,\ \mathrm{opt}}$、次优 $\iota_2 = \lambda_1/\lambda_2$，和次优 $\iota_2 = 1$ 下的性能。实线表示根据式 (20) 计算的一致最终有界。标记表示仿真结果。

VII. 结论

本文提出了一种新型SSM系统，引入了全新的MCA机制，并对相关MCA矩阵进行了解析优化，以最小化平均比特错误概率。所提出的方法通过对平均比特错误概率的一致最终有界进行解析推导以及蒙特卡洛仿真得到了验证。此外，本文还基于使用IRLA进行的室内信道预测，系统地评估了所提出的MCA-SSM系统的平均比特错误概率。所有结果均表明，所提出的MCA-SSM系统显著优于SSM系统，可作为一种有前景的5G/B5G调制系统候选方案，适用于发射机和接收机均采用大规模MIMO天线阵列的场景。

附录A

定理 1 的证明

求解 (32) 的目标是找到使 J_{l_1,m_1,l_2,m_2} 最大化的最优 $\boldsymbol{\xi}$，其表示为记为 $J_{\min} \triangleq \min_{\substack{(l_1,\ m_1)\neq(l_2,\ m_2)\\ 1\leqslant l_1\leqslant L,\ l_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_1\leqslant M,\ m_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant l_2\leqslant L,\ l_2\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_2\leqslant M,\ m_2\in\mathbb{N}^+}} J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 在本附录中。

考虑

$$\boldsymbol{\xi}^2 = \boldsymbol{\xi}^2(1)\boldsymbol{\iota}, \tag{61}$$

其中

$$\boldsymbol{\iota} = [1, \iota_2, ..., \iota_{N_{\mathrm{s,a}}}], \tag{62}$$

and

$$\iota_\kappa \triangleq \frac{\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)}{\boldsymbol{\xi}^2(1)}. \tag{63}$$

然后，只要

$$\boldsymbol{\xi}^2(1) = \frac{1}{\sum\limits_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \iota_\kappa}, \tag{64}$$

我们可以利用式（33）直接计算 $\boldsymbol{\xi}^2$ 及其对应的 $\boldsymbol{\iota}$。因此，给定 $\boldsymbol{\iota}$ 时的欧几里得距离可表示为

$$J_{l_1,m_1,l_2,m_2} = \frac{\sum\limits_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \iota_\kappa \boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2}(\kappa)}{\sum\limits_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \iota_\kappa}, \tag{65}$$

其中

$$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2} \triangleq \boldsymbol{\lambda} \odot |\boldsymbol{\upsilon}_{l_1} s_{m_1} - \boldsymbol{\upsilon}_{l_2} s_{m_2}|^2. \tag{66}$$

因此，(32)可改写为

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & \min_{\substack{(l,m)\neq(\hat{l},\hat{m}) \\ 1\leqslant l\leqslant L, l\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant m\leqslant M, m\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant \hat{l}\leqslant L, \hat{l}\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant \hat{m}\leqslant M, \hat{m}\in\mathbb{N}^+}} \frac{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \iota_\kappa \boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2}(\kappa)}{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \iota_\kappa}, \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{\iota}_{2:N_{\mathrm{s,a}}} \in (\mathbb{R}^+)^{N_{\mathrm{s,a}}-1}. \end{aligned} \tag{67}$$

请注意，J_{l_1,m_1,l_2,m_2} 的值由$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2}$ 和 $\boldsymbol{\iota}$共同决定。$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2}$最多有 $(LM)^2-1$ 组。要解出(67)，需要解决以下两个难题。

- 挑战1：哪些$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2}$ 可能构成 $J_{\min}$ 的候选解，而不考虑 $\boldsymbol{\iota}$? 对于$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2}$的两个取值，分别记为$\boldsymbol{\epsilon}_{l_{1,\mathrm{A}},m_{1,\mathrm{A}},l_{2,\mathrm{A}},m_{2,\mathrm{A}}}$ 和$\boldsymbol{\epsilon}_{l_{1,\mathrm{B}},m_{1,\mathrm{B}},l_{2,\mathrm{B}},m_{2,\mathrm{B}}}$，如果$J_{l_{1,\mathrm{A}},m_{1,\mathrm{A}},l_{2,\mathrm{A}},m_{2,\mathrm{A}}} > J_{l_{1,\mathrm{B}},m_{1,\mathrm{B}},l_{2,\mathrm{B}},m_{2,\mathrm{B}}}$, $\forall \boldsymbol{\iota}$，那么$J_{l_{1,\mathrm{A}},m_{1,\mathrm{A}},l_{2,\mathrm{A}},m_{2,\mathrm{A}}}$ 不是可能的候选解。

- 挑战2：在挑战1求得候选解$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 后，如何找到使 $J_{\min}$最大化的 $\boldsymbol{\iota}_{\mathrm{opt}}$ 的最优解?

挑战1按如下方式解决。注意，$J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 对于 $l_1 = l_2$ 和$l_1 \neq l_2$分别有两种类型 [35]。于是，我们有

$$J_{\min} = \min\{J_{\min,\mathrm{Mod}}, J_{\min,\mathrm{MC}}\}, \tag{68}$$

其中

$$J_{\min,\mathrm{Mod}} \triangleq \min_{\substack{m_1\neq m_2 \\ 1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m_1\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant m_2\leqslant M, m_2\in\mathbb{N}^+}} J_{l_1,m_1,l_1,m_2}, \tag{69}$$

$$J_{\min,\mathrm{MC}} \triangleq \min_{\substack{1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m_1\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+, l_2\neq l_1 \\ 1\leqslant m_2\leqslant M, m_2\in\mathbb{N}^+}} J_{l_1,m_1,l_2,m_2}. \tag{70}$$

那么，陈述“$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 构成$J_{\min,\ \mathrm{Mod}}$ 或$J_{\min,\ \mathrm{MC}}$的候选解”是陈述“$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 构成 $J_{\min}$的候选解”的必要条件。因此，$J_{\min,\ \mathrm{MC}}$ 的候选解是$J_{\min,\ \mathrm{Mod}}$ 和$J_{\min,\ \mathrm{MC}}$的候选解的并集。

给定 $\boldsymbol{\iota}$ 时，$J_{\min,\ \mathrm{Mod}}$ 和$J_{\min,\ \mathrm{MC}}$ 的候选解分别在引理1和引理2中推导。

引理 1. $J_{\min}$的候选解,mod。

$$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_1,m_2} \in \left\{ (\boldsymbol{\lambda} \odot |\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}|^2) \times \left\{ \begin{array}{ll} 4\sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right), & \text{PSK}, \\ \frac{6}{M-1}, & \text{square QAM}, \\ \frac{24}{5M-4}, & \text{rectangular QAM}. \end{array} \right\} \right. . \tag{71}$$

构成$J_{\min,\mathrm{mod}}$的候选解，以及

$$J_{\min,\mathrm{mod}} = \min_{1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+} \left\{ \sum_{\kappa=1}^{N_\mathrm{s}} \boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa |\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)|^2 \times \left\{ \begin{array}{ll} 4\sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right), & \text{PSK}, \\ \frac{6}{M-1}, & \text{square QAM}, \\ \frac{24}{5M-4}, & \text{rectangular QAM}. \end{array} \right\} \right. \tag{72}$$

证明：见附录 B。 ■

引理 2. $J_{\min}$的候选解,MC。

$$\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,m_1,l_2,m_2} \in \left\{ \begin{array}{ll} \{\boldsymbol{\lambda} \odot |\boldsymbol{\upsilon}_{l_1} \pm \boldsymbol{\upsilon}_{l_2}|^2\}, & \text{PSK}, \\ \{|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1} s_{m_1} \pm \boldsymbol{\upsilon}_{l_2} s_{m_2}|^2, (s_{m_1}, s_{m_2}) \in \mathcal{S}_\mathrm{m}\}, & \text{QAM}, \end{array} \right. \tag{73}$$

构成$J_{\min,\mathrm{MC}}$的候选解，其中方形正交幅度调制和矩形*QAM*信号星座的集合 $\mathcal{S}_\mathrm{m}$ 分别由式 *(38)* 和式 *(40)* 计算得到。

因此

$$J_{\min,\mathrm{MC}} = \min_{\substack{1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+ \\ 1\leqslant l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+, l_2\neq l_1}} \left\{ \begin{array}{ll} \min\left\{ \sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa (\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa) \pm \boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa))^2 \right\}, & \text{PSK}, \\ \min\limits_{(s_{m_1}, s_{m_2})\in\mathcal{S}_\mathrm{m}} \left\{ \sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}} \boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa |\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa) s_{m_1} \pm \boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa) s_{m_2}|^2 \right\}, & \text{QAM}. \end{array} \right. \tag{74}$$

证明：见附录 C ■

我们可以看出，式（67）的最优解必定由集合（71）或集合（73）中的某个 $\boldsymbol{\epsilon}$ 构成，因此候选解 $\boldsymbol{\epsilon}$ 属于这两个集合的并集，记为 $\mathcal{D}_0$，并在式（36）和（37）中进行了概述。

此外，对于给定的 $\boldsymbol{\epsilon} \in \mathcal{D}_0$，如果 $\boldsymbol{\epsilon}(\kappa) \geqslant \boldsymbol{\epsilon}'(\kappa),\ \forall\kappa,\ \exists\boldsymbol{\epsilon}' \in \mathcal{D}_0,\ \boldsymbol{\epsilon}' \neq \boldsymbol{\epsilon}$, $\boldsymbol{\epsilon}$ 始终构成一个比 $\boldsymbol{\epsilon}'$更大的$J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$，因此不可能是（68）的解。因此，需要将其从 $\boldsymbol{\epsilon}$的候选集中排除，从而得到（35）。

挑战2通过以下引理3加以解决。

引理3. 单调性$J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$。 $J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 随 ι_{κ_0},$\forall 1<\kappa_0\leqslant N_{\mathrm{s},\ \mathrm{a}}$ 单调变化，其中给定 (l_1, m_1, l_2, m_2)。

证明： 见附录D。 ■

由于单调性， $\boldsymbol{\iota}$ 的最优解包含 $N_{\mathrm{s},\ \mathrm{a}}-1$ 个未知数，必定是式（72）和（74）中所有候选项里 $N_{\mathrm{s},\ \mathrm{a}}-1$ 个 $J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}$ 集合的交集之一。随后， $J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}=\boldsymbol{\epsilon}_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2}\boldsymbol{\iota}^{\mathrm{T}}$ 的交集可由式（34）计算。

解决挑战1和挑战2后，定理 1 得证。

APPENDIX B
PROOF OF LEMMA 1

根据式（69），我们有

$$\begin{aligned} J_{\min,\mathrm{mod}} &= \min_{\substack{m_1\neq m_2\\ 1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_2\leqslant M, m_2\in\mathbb{N}^+}} \left\{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_2}|^2\right\}\\ &= \min_{\substack{m_1\neq m_2\\ 1\leqslant m_1\leqslant M, m_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_2\leqslant M, m_2\in\mathbb{N}^+}} \{|s_{m_1}-s_{m_2}|^2\}\min_{1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+}\left\{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)|^2\right\}. \end{aligned} \tag{75}$$

对于典型的 APM调制，即相移键控和正交振幅调制，我们有

$$\min_{\substack{m\neq\hat{m}\\ 1\leqslant m\leqslant M, m\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant\hat{m}\leqslant M,\hat{m}\in\mathbb{N}^+}} \{|s_{\hat{m}}-s_m|\}=\begin{cases} 2\sin\left(\frac{\pi}{M}\right), & \text{PSK},\\ \sqrt{\frac{6}{M-1}}, & \text{square QAM},\\ \sqrt{\frac{24}{5M-4}}, & \text{rectangular QAM}. \end{cases} \tag{76}$$

将 (76) 代入 (75)，即可得到 (72)。

APPENDIX C
PROOF OF LEMMA 2

根据式 (70) 中$J_{\min,\ \mathrm{MC}}$ 的定义，

$$J_{\min,\mathrm{MC}}=\min_{\substack{1\leqslant l_1\leqslant L, l_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant l_2\leqslant L, l_2\in\mathbb{N}^+, l_2\neq l_1}}\ \min_{\substack{1\leqslant m_1\leqslant M, m_1\in\mathbb{N}^+\\ 1\leqslant m_2\leqslant M, m_2\in\mathbb{N}^+}}\left\{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\right\}. \tag{77}$$

注意，

$$\begin{aligned}\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2=\;&|s_{m_1}|^2\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}^2(\kappa)\\&+|s_{m_2}|^2\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}^2(\kappa)\\&-2\mathcal{R}[s_{m_1}s_{m_2}^*]\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa).\end{aligned}\tag{78}$$

这里，我们分别针对PSK和QAM处理式（78）。
对于PSK，$|s_{m_1}|^2=|s_{m_2}|^2=1$，且 $\mathcal{R}[s_{m_1}s_{m_2}^*]=\cos\left(\frac{2\pi(m_1-m_2)}{M}\right)$。因此，我们有

$$\begin{aligned}\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2=\;&\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}^2(\kappa)+\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}^2(\kappa)\\&-2\cos\left(\frac{2\pi(m_1-m_2)}{M}\right)\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa).\end{aligned}\tag{79}$$

由式（79）可知，$\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2$ 在 $\frac{2\pi(m_1-m_2)}{M}=0$ 和 $\frac{2\pi(m_1-m_2)}{M}=\pi$ 处取最小值，而 $\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)>0$ 和 $\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)\leqslant 0$ 分别为。

于是，我们得出，对于PSK信号星座图，

$$\begin{aligned}&\min_{\substack{1\leqslant m_1\leqslant M,m_1\in\mathbb{N}^+\\1\leqslant m_2\leqslant M,m_2\in\mathbb{N}^+}}\left\{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\right\}\\&=\begin{cases}\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa(\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa))^2, & \text{if }\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)>0,\\\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa(\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)+\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa))^2, & \text{if }\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)\leqslant 0.\end{cases}\end{aligned}\tag{80}$$

将 (80) 代入 (77)，可得 (74) 的第一行。

对于正交振幅调制，我们考虑以下因子以缩小搜索空间。

- 在方形 M-正交振幅调制星座图中，星座点的振幅有 $\sqrt{M}/4+M/8$ 个有效取值。在矩形 M-正交振幅调制星座图中，星座点的振幅有 $\sqrt{M/32+3M/16}$ 个有效取值。这些取值由 η 索引。

- 对于给定的两个符号的幅度，减小两条直线之间的角度可使 (78) 最小化。第一条直线由星座图中的 s_{m_1} 与原点构成，第二条直线由 s_{m_2} 与原点构成。

- 对于两个符号的两条直线之间给定的角度，减小这两个符号的幅度可使 (78) 最小化。

因此，我们可以将使（78）最小化的 s_1 和 s_2 的可能取值对概括如下

$$\mathcal{S}_{\mathrm{m}}=\left\{(s_1,s_2)\left|\begin{array}{c}0<\angle(s_1)\leqslant\pi/4,\angle(s_1)\leqslant\angle(s_2)\leqslant\angle(s_1)+\pi,\\((|s_1^*|,|s_2^*|)=(|s_1|,|s_2|)\wedge(\sin(\angle(s_2)-\angle(s_1))<\sin(\angle(s_2^*)-\angle(s_1^*))))\\\vee(((|s_1^*|<|s_1|)\vee(|s_2^*|<|s_2|))\wedge(\sin(\angle(s_2)-\angle(s_1))=\sin(\angle(s_2^*)-\angle(s_1^*))))\\\nexists(s_1^*,s_2^*)\end{array}\right.\right\}. \tag{81}$$

经过一些简单的推导，对于方形正交幅度调制和矩形QAM信号星座，我们分别得到（38）和（40）。

因此，

$$\begin{aligned}&\min_{\substack{1\leqslant m_1\leqslant M,m_1\in\mathbb{N}^+\\1\leqslant m_2\leqslant M,m_2\in\mathbb{N}^+}}\left\{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}\pm\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\right\}\\=&\min_{(s_{m_1},s_{m_2})\in\mathcal{S}_{\mathrm{m}}}\left\{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{\xi}^2(\kappa)\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}\pm\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\right\}.\end{aligned} \tag{82}$$

将（82）代入（77），即可得到（74）的第二行。

APPENDIX D
PROOF OF LEMMA 3

为证明$J_{l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2;\ \kappa_0}$ 关于ι_{κ_0}的单调性，我们检查$\frac{\partial J}{\partial\iota_{\kappa_0}}$。 ——

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial\iota_{\kappa_0}}=&\frac{\partial\frac{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2}{\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa}}{\partial\iota_{\kappa_0}}\\=&\boldsymbol{\xi}^4(1)\begin{bmatrix}\lambda_{\kappa_0}|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa_0)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa_0)s_{m_2}|^2\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\\-\sum_{\kappa=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\end{bmatrix}\\=&\boldsymbol{\xi}^4(1)\sum_{\kappa\neq\kappa_0=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\begin{pmatrix}\lambda_{\kappa_0}|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa_0)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa_0)s_{m_2}|^2\\-\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\end{pmatrix}.\end{aligned} \tag{83}$$

As $\sum_{\kappa\neq\kappa_0=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\begin{pmatrix}\lambda_{\kappa_0}|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa_0)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa_0)s_{m_2}|^2\\ -\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\end{pmatrix}$ is irrelevant to ι_{κ_0}, we have

$$\frac{\partial J}{\partial\iota_{\kappa_0}}\begin{cases}\geqslant 0, & \text{if } \sum_{\kappa\neq\kappa_0=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\begin{pmatrix}\lambda_{\kappa_0}|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa_0)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa_0)s_{m_2}|^2\\ -\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\end{pmatrix}\geqslant 0,\\ <0, & \text{if } \sum_{\kappa\neq\kappa_0=1}^{N_{\mathrm{s,a}}}\iota_\kappa\begin{pmatrix}\lambda_{\kappa_0}|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa_0)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa_0)s_{m_2}|^2\\ -\lambda_\kappa|\boldsymbol{\upsilon}_{l_1}(\kappa)s_{m_1}-\boldsymbol{\upsilon}_{l_2}(\kappa)s_{m_2}|^2\end{pmatrix}<0.\end{cases} \tag{84}$$

因此，$J_{l_1,\,m_1,\,l_2,\,m_2;\,\iota_\kappa}$对于给定的$(l_1,\ m_1,\ l_2,\ m_2)$关于$\iota_{\kappa_0}$，$\forall 1<\kappa_0\leqslant N_{\mathrm{s,\,a}}$是单调的 .

参考文献

[1] R. Y. Mesleh 等，“空间调制”，*IEEE Trans. Veh. Technol.*，第 57 卷，第 4 期，第 2228-2241 页，2008 年 7 月。[2] M. Di Renzo 等，“多天线无线系统的空间调制：综述”，*IEEE Commun. Mag.*，第 49 卷，第 12 期，第 182–191 页，2011 年 12 月。[3] M. Di Renzo 等，“广义 MIMO 的空间调制：挑战、机遇与实现”，*Proc.IEEE*，第 102 卷，第 1 期，第 56–103 页，2014 年 1 月。[4] P. Yang 等，“空间调制设计指南”，*IEEE Commun. Surveys Tuts.*，第 17 卷，第 1 期，第 6–26 页，2015 年第 1 季度。[5] P. Yang 等，“单载波空间调制多输入多输出：面向宽带大规模天线系统的一种前景设计”，*IEEE Commun.SurveysTuts.*，第 18 卷，第 3 期，第 1687–1716 页，2016 年第 3 季度。[6] S. Guo 等，“射频链不足时 MIMO 通信的渐近容量”，*IEEE Trans.Commun.*，第 68 卷，第 7 期，第 4190-4201 页，2020 年 7 月。[7] J. Zhang 等，“广义极化空间调制”，*IEEE Trans. Commun.*，第 68 卷，第 1 期，第 258-273 页，2020 年 1 月。[8] J. Zhang 等，“极化移键（PolarSK）：系统方案与性能分析”，*IEEE Trans.Veh. Technol.*，第 66 卷，第 11 期，第 10139-10155 页，2017 年 11 月。[9] Y. Ding 等，“用于上行链路毫米波系统的空间散射调制”，*IEEE Commun. Lett.*，第 21 卷，第 10 期，第 2178-2181 页，2017 年 7 月。[10] Y. Ding 等，“采用空间散射调制的毫米波自适应传输”，*IEEE Int. Conf. Commun.*，第 1-6 页，2017 年 5 月。[11] Y. Ding 等，“采用模拟波束成形的波束索引调制无线通信”，*IEEE Trans. Veh.Technol.*，第 67 卷，第 7 期，第 6340-6354 页，2018 年 7 月。[12] S. Gao 等，“采用复用的广义波束空间调制：毫米波 MIMO 的突破”，*IEEEJ. Sel.Areas Commun.*，第 37 卷，第 9 期，第 2014-2028 页，2019 年 9 月。[13] Y. Tu 等，“用于上行链路毫米波 MIMO 系统的广义空间散射调制”，*IEEE/CIC Int. Conf.Commun. in China*，第 22-27 页，2018 年 8 月。[14] Y. Jiang 等，“广义三维空间散射调制”，*IEEE Trans. Wireless. Commun.*，第 21 卷，第 3 期，第 1570-1585 页，2022 年 3 月。[15] Q. Li 等，“极化空间散射调制”，*IEEE Commun.Lett.*，第 23 卷，第 12 期，第 2252-2256 页，2019 年 12 月。[16] J. Zhang，“自适应空间散射调制”，*IEEE Trans.Wireless.Commun.*，第 20 卷，第 10 期，第 6680-6690 页，2021 年 10 月。

[17] S. Ruan 等，“毫米波 MIMO 系统中空间散射调制的分集分析”，IEEE国际无线通信与信号处理会议，第 1-5 页，2019 年 9 月。[18] J. Zhang 等，“实测室内信道中空间调制的误比特概率”，IEEE无线通信汇刊，第 13 卷，第 3 期，第 1380-1387 页，2014 年 3 月。[19] S. Guo 等，“广义空间调制和广义正交空间调制的信号整形”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 18 卷，第 8 期，第 4047-4059 页，2019 年。[20] S. Guo 等，“面向非均匀波束空间调制毫米波混合多输入多输出通信的信号整形”，IEEE Trans. Wireless Commun.，第 19 卷，第 10 期，第 6660-6674 页，2020 年 10 月。[21] Z. Zhao 等，“广义衰落信道下采用机会调度的卫星地面混合中继网络性能分析”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 71 卷，第 3 期，第 2914-2924 页，2022 年 3 月。[22] O. Ayach 等，“毫米波 MIMO 系统中的空间稀疏预编码”，IEEE无线通信汇刊，第 13 卷，第 3 期，第 1499-1513 页，2014 年 3 月。[23] J. Jeganathan 等，“空间调制：最优检测与性能分析”，IEEE Commun. Lett.，第 12 卷，第 8 期，第 545-547 页，2008 年 8 月。[24] M. K. Simon 和 M. Alouini，《衰落信道中的数字通信》，美国新泽西州霍博肯：威利出版社，2005年。[25] A. Goldsmith，《无线通信》，英国剑桥：剑桥大学出版社，2005年。[26] J. Zhang 等，“建筑物的基础无线性能”，IEEE Wireless Commun.，第 29 卷，第 1 期，第 186-193 页，2022 年 2 月。[27] J. Zhang 等，“建筑布局的无线性能评估：性能指标的闭式计算”，IEEE Trans. Commun.，第 69 卷，第 7 期，第 4890-4906 页，2021 年 7 月。[28] J. Zhang 等，“基于干扰增益分析的设计阶段建筑物无线能效评估”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 69 卷，第 6 期，第 6310-24 页，2020 年 6 月。[29] Y. Zhang 等，“作为反射体的建筑材料对室内视距多输入多输出通信有多友好？”，IEEE Internet Things J.，第 7 卷，第 9 期，第 9116-9127 页，2020 年 9 月。[30] Y. Zhang 等，“基于容量下界的墙壁反射体无线友好度评估”，IEEE Trans. Broadcast.，第 67 卷，第 4 期，第 917-924 页，2021 年 12 月。[31] Y. Zhang 等，“墙面反射对室内毫米波多用户多输入多输出传输中零迫预编码均匀线性阵列逐天线功率分布的影响”，IEEE Commun. Lett.，第 25 卷，第 1 期，第 13-17 页，2021 年 1 月。[32] Z. Lai 等，“面向室内场景的智能射线发射算法”，Radioengineering，第 20 卷，第 2 期，第 398-408 页，2011 年 6 月。[33] W. Yang 等，“Ka波段室内环境下智能射线发射算法的验证”，Radio Science，第 56 卷，第 9 期，第 1-11 页，2021 年 9 月。[34] W. Yang 等，“基于室内测量的 Ka 波段射线发射算法验证”，国际无线电科学联盟第33届全体大会暨科学研讨会，2020年，第 1-4 页。[35] M. Di Renzo 和 H. Haas，“广义衰落信道中空间调制多输入多输出的误比特概率”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 61 卷，第 3 期，第 1124-1144 页，2012 年 3 月。[36] P. Yang 等，“用于空间调制的星形正交幅度调制信号星座”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 63 卷，第 8 期，第 3741-3749 页，2014 年 10 月。[37] S. Fang 等，“空间调制 MIMO 系统中零迫辅助的单层波束成形”，IEEE Trans. Veh. Technol.，第 71 卷，第 4 期，第 4116-4128 页，2022 年 4 月。