具有架构化肌腱网络的各向异性板

Md Shahjahan Hossain，[1] Hossein Ebrahimi，[1] 和 Ranajay Ghosh[1]佛罗里达中央大学机械与航空航天工程系，美国佛罗里达州奥兰多

（*电子邮箱：ranajay.ghosh@ucf.edu）

（日期：2023年4月6日）

我们将软基底上的纽扣形鱼鳞状结构与高刚度绳相结合，并通过系缚将其连接起来，从而合成出几何形状可调的各向异性板。这种方法构造出一种具有多重对称性破缺的新型仿生架构结构。首先，肌腱与鳞片共同使弯曲响应在凹曲率与凸曲率之间呈现非对称性。其次，肌腱的编织图案进一步打破了沿板两个方向的对称性。三点弯曲实验清楚地显示出这种各向异性。受这些实验结果及设计需求的启发，我们建立了基于能量的解析模型，以量化各向异性弹性和可调泊松比。所得架构-性能关系可用于设计具有理想性能的架构化肌腱板。

arXiv:2304.02547v1 [cond-mat.soft] 5 Apr 2023

纤细而平平无奇的基底，只需在一侧增设超结构，便可转变为具有非凡机械性能的材料。近期，这一思路已应用于受鱼鳞启发的仿生设计[1–6]、膜张拉整体结构[7–9]和超表面[10–13]。然而，要将其改造为主动结构，就需要复杂地集成刺激响应材料或精巧的流体回路。因此，许多优势都伴随着额外的复杂性。由此，性能的可调性日益难以实现，限制了其最终的技术影响力。

肌腱可用于传递力，如图 1(a) 所示。它们是类似绳的结构，其精巧的排列方式常见于自然界，例如将力从肌肉传递到骨骼。因此，绳是最灵活多用的结构之一，可用于驱动并分配力。它们有许多工程应用，例如张拉整体结构（用于张拉整体结构，见图 1(b)）、轻质可展开结构和软体机器人（见图 1(c)）。因此，绳可以在无需增加致动器复杂性的情况下，轻松地为膜施加张力和作用力。因此，编织和肌腱设计[14]仍是现代软体及可穿戴应用中最令人振奋的领域之一。随着新型纤维[15]的出现，周期性肌腱网络能够构建具有可调且可定制机械性能的新型超结构。肌腱本身也可由致动器取代，例如线圈致动器[16,17]、热致动器[18,19]和湿度致动器[20,21]。采用适当机械构型的绳，例如由致动器构成的扭绞绳和珍珠串，因其重量轻、可定制且运行安静而具有优势。[17]、[22–25]。

具体而言，肌腱的周期性网络或编织结构可与基底结合，利用其构型获得所需的机械刚度。这类设计可形成具有独特且可调机械性能的超结构，而这些性能在传统设计中并不存在。图 1(d) 展示了本研究采用的不同肌腱结构。绳侧弯曲（正向）时，绳索张力可带来额外刚度；另一侧则仅保留基底本身的特性，直至按钮彼此接触并卡止。这由此形成一种可调的双向超结构。尽管前景广阔，系统研究并理解由此产生的超结构的工作仍然有限，也缺乏对其进行建模的研究。构型与性能之间关系的缺失，阻碍了进一步以设计为导向的发展与探索。关于各向异性与非对称板弯曲、对泊松比的影响以及双向性能差异，现有文献尚未建立相关关系。我们首次通过基于能量原理的系统推导，建立了闭式关系[26]。

为阐明本研究的动机，我们采用多步骤制造方法制作了腱样品，其中包括软基底、一个按钮（用作锚点）和绳。我们制作了一个尺寸为 $212mm$（长度）$\times$ $65mm$（宽度）$\times 10mm$（高度）的模具。使用 3D（Ultimaker™）打印机制作基底和按钮（聚乳酸，PLA）的模具（$E_{PLA} \sim 3GPa$）。为制作软基底，将硅橡胶（Dragon Skin™ 10）与固化材料按 1:1 混合后倒入模具。待基底固化后，按钮便嵌入软基底中，无需使用黏合剂，然后将其从模具中取出。最后，我们将绳（Power Pro Spectra Fiber Braided Line）（直径 $\sim 0.35mm$）按四种不同方式缠绕以进行实验，每根绳都绕按钮一圈。

为展示不同编织方式之间的差异，我们使用 MTS Insight®进行了三点弯曲实验，采用位移控制，横梁速度为 1mm/s，横梁位移范围为 $0-50$ 毫米。实验中，我们测试了八种不同的样品，按钮彼此相邻且间隙极小。样品包括：无绳（S_0）、带一根之字形绳的样品（Z_1）（角度为 45°）、带两根之字形绳的样品（Z_2）（角度为 45°），以及带两根直绳的样品（角度为 0°），如表 I 所示。我们采用绳侧加载（正加载）和按钮侧加载（负加载）来测量刚度。载荷传感器读数根据横梁位移进行采集。

正负加载下的载荷-位移曲线如图 2 所示。载荷-位移曲线显示，加载两侧呈现出两种截然不同的行为。绳侧刚度明显更高（Z_2），与基准情况（无绳）相比，随后依次在 Z_1 和 S_2 下逐渐降低。最终，由于绳滑移以及从绳拉伸模式转变为

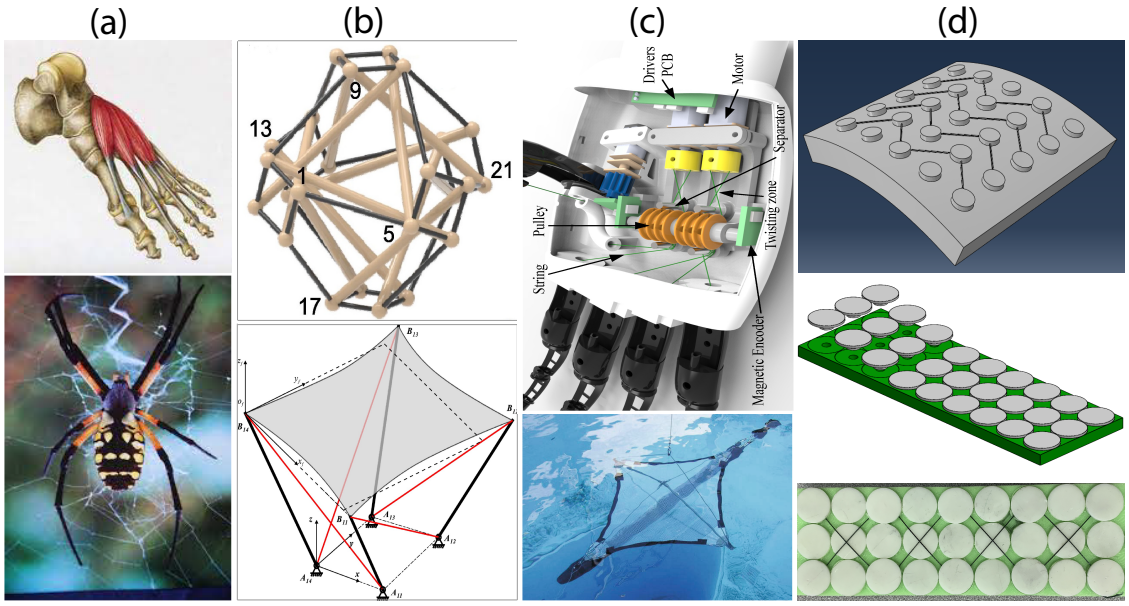
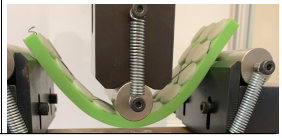


图 1. 绳/腱结构：a）自然界中的绳/腱结构：具有腱-骨结构的脚趾关节（上）和蜘蛛丝（通常称为金圆蛛）（下）（[27] b）两种绳系统：基于 Z 形的截角正八面体张拉整体系统（上）和四杆张拉整体膜系统[28] 以及绳膜系统[29] c）仿生手（上）[30] 和波浪能定点浮标（下）[27] d）本文所用绳-基底系统示意图。

表 I. 本研究所用绳-基底样品的各种编织方式

测试样品	符号	载荷表示
无绳	S_0	1. 绳侧加载
单个之字形绳	Z_1	
双锯齿形绳	Z_2	2. 按钮侧加载
双直线绳	S_2	

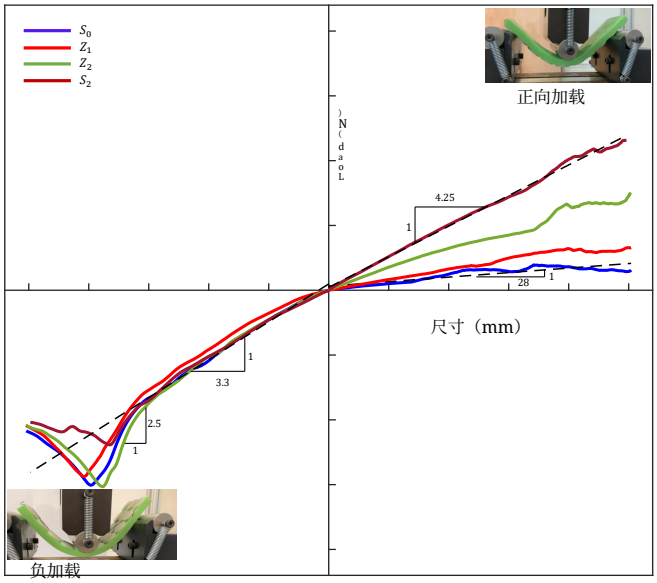


图 2. 腱索网络基底在弯曲两侧进行三点弯曲时的载荷-位移曲线。编织方式和弯曲方向对弯曲刚度有明显影响。正向弯曲与编织类型密切相关。

按钮弯曲模式在所有样品中表现出相似的刚度。另一方面，反面的行为不受弦的约束，因为弦并未啮合。最终，当按钮彼此接触时，结构达到由几何形状决定的锁定/卡滞构型。这些结果启发我们为线绳-基底系统建立一种数学架构-属性关系。

我们的数学模型考虑了一种类型的单元胞，即Z_1 类型。Z_1的几何参数可以涵盖本研究中考虑的所有其他单元胞。图 3(a-c) 展示了三种不同类型的弦及其对应的单元胞。对于该单元胞，我们将弦和基底视为弹性材料，将按钮视为刚体。我们分别将E_b 和E_s 作为基底和弦的弹性模量。

绳的长度、半径以及两个按钮边缘之间的垂直距离分别记为L、r和d 。为加载该系统，沿x轴方向施加应力 σ_x ，沿y方向施加应力 σ_y 。图3(e)展示了沿x-

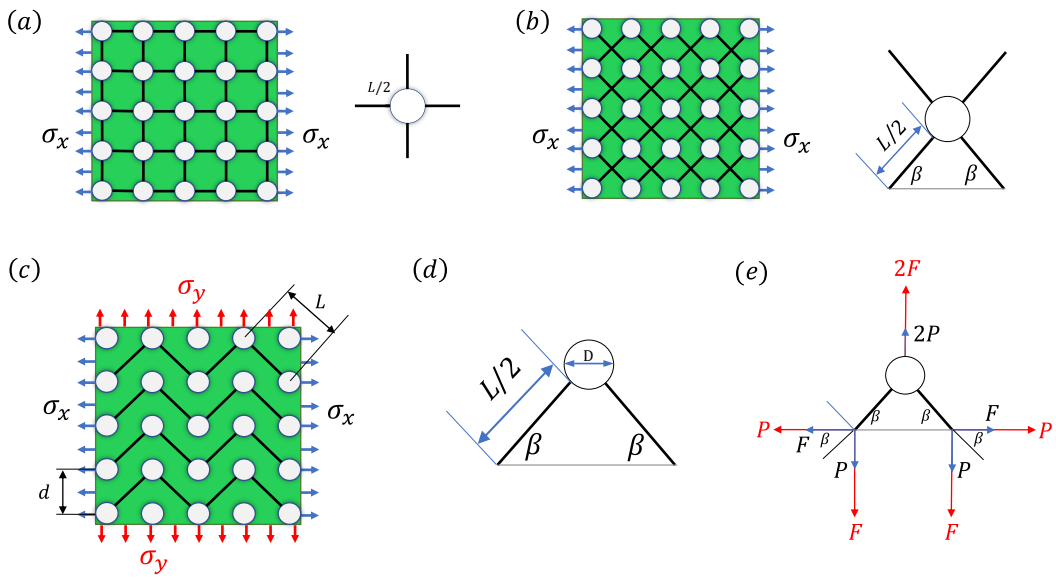


图 3. 上排图显示 a) S_2 和 b) Z_2 的弦构型与单元胞。下排图显示Z_1 的弦构型 c) 在 x轴和 y轴上受应力，d) 单元胞，以及 e) 显示两种应力下施加于单元胞的力

方向（蓝色）和y-方向（红色）应力所产生的作用力。沿x 方向和y 方向的作用力分别为$F = \sigma_x(Lcos\beta)$和$F = \sigma_y(Lsin\beta)$，其中β为绳与水平线的夹角。请注意，该载荷基于如下假设：腱索超结构的面内状态为平面应力。

为求出结构在 x 和 y 方向的杨氏模量与泊松比，对 x 向应力在 y 方向施加虚力P （蓝色）。另在x方向施加大小为 P 的虚力，以计算y方向的杨氏模量与泊松比。注意，应用能量法时虚构力的实际大小并不重要。如图 3(e) 所示，对 y 向载荷在 x 方向（红色）。式 (1) 表示单元胞因 x 向应力产生的应变能，式 (2) 表示因y向应力产生的应变能，其中 A 为胞壁横截面积，I 为弦结构的面积二次矩。

$$U = \frac{2(Fcos\beta + Psin\beta)^2 \frac{L}{2}}{2E_sA} + 2\int_0^{\frac{L}{2}} \frac{(x(Fsin\beta - Pcos\beta))^2}{2E_sI} dx \quad (1)$$

$$U = \frac{2(Fsin\beta + Pcos\beta)^2 \frac{L}{2}}{2E_sA} + 2\int_0^{\frac{L}{2}} \frac{(y(Fsin\beta - Pcos\beta))^2}{2E_sI} dy \quad (2)$$

由此，我们利用卡斯蒂利亚诺定理（即 $\delta = {}^{\delta_{U_\delta F}}|_{P=0}$）计算了结构的平均应变（$\varepsilon_x = \delta_x/Lcos\beta$表示$x$方向，$\varepsilon_y = \delta_y/Lsin\beta$ 表示y方向）（见补充材料）。因此，通过x方向和 σ_y/ε_y y 方向的平均应力之比 σ_x/ε_x确定了结构的弹性模量。通过横向位移变化与轴向位移变化之比，确定了相应载荷方向下的泊松比（见补充材料）。对于绳-基底结构，绳超结构和膜材料均存在泊松效应。为确定整体弹性模量，我们对弹性常数进行体积平均。因此，为求得结构的整体泊松比，我们采用体积加权比值（即沿x方向，$\nu_x = (V_b\nu_b + V_s\nu_{sx})/(V_b + V_s)$），将各组成部分的泊松比结合起来，以便计算基底的整体泊松比（见补充材料）。

基于所开发的材料属性，我们根据式（3）和式（4）所示的基尔霍夫板理论，计算了弯矩的方程M_x和M_y。其中，C_f是由纽扣嵌件额外刚度（夹杂效应）产生的修正系数。这类夹杂系数可通过有限元模拟计算。板的弯曲刚度表示为$D_x = \frac{wExh^3}{12(1-\nu^2_{(x)})}$和$D^y = \frac{wEyh^3}{12(1-\nu^2_{(y)})}$。其中，$\nu_x$ 和 ν_y 分别表示综合泊松比（由基底和绳的泊松比按体积加权平均得到），E_x 和E_y 分别表示x 和y方向上的综合弹性模量（由基底和绳的弹性模量按体积加权平均得到；见补充材料）。

$$M_x = C_fD_x(\kappa + \nu_x\tau) \quad (3)$$

$$M_y = C_fD_y(\tau + \nu_y\kappa) \quad (4)$$

在负加载过程中，绳未被拉紧，因此刚度与编织方式无关，且与基底相同

然而，当曲率足够大时，按钮最终会彼此接触，形成如图 4(d) 所示的几何锁定/卡滞构型。锁定曲率可通过按钮几何形状和弯曲运动学求得。为此，我们将D、H、 ψ和d 分别定义为按钮直径、按钮高度、基底角度变化（与曲率 κ相关）以及按钮间距。由代表一个单元胞的图 4(d)（上）可得两个曲率关系式 $\psi_{lock} = d/H$和 $\psi_{lock} = \kappa_{lock}(D + d)$。由此可得按钮尺寸、晶格间距与锁定曲率之间的关系：$\kappa_{lock} = d/(d + D)H$。

为验证这些结果，我们使用商用有限元（FE）仿真软件 ABAQUS/CAE 2021（Dassault Systémes）。数字模型与解析模型保持一致。按钮施加了刚体约束，因此无需设置按钮的材料属性。仿真中使用的材料属性与数学建模计算所采用的属性相近。基底的泊松比和弹性模量估计分别为 $10MPa$和 0.2。绳的泊松比和弹性模量分别取为 $1100MPa$ 和 0.25。这些数值与所考虑的物理系统相近，但模型并不依赖于这些确切数值。共采用十二个单元来表示绳—基底系统。仿真中的非线性效应可以忽略，因此使用线性几何选项，通过静力步对结构进行弯曲建模。在研究相应方向时，固定梁截面的中心，并对x方向和y方向的两端施加旋转。采用了足够的网格密度以确保网格收敛。仿真中使用了约 338868 个 C3D10 二次四面体单元（标准二次三维应力单元）。

我们首先绘制肌腱超结构在正向弯曲时，沿x 和y 方向的弯曲刚度随编织角的变化情况。如图 4(a) 所示，图中将无量纲化的 $\bar{D}$（其中，$\bar{D} = M/\kappa D_b$）与角度进行对比，展示了理论结果和有限元结果。有限元模型与解析计算结果高度吻合。我们发现，随着横轴上的角度增大，x方向的刚度降低，而y方向则相反。因此，由于两者的变化趋势相反，改变编织角可以显著增大两个方向之间的各向异性差异。不出所料，在 45° 编织角（平衡编织）处，两个方向的刚度相同，因此整体结构呈对称性。值得注意的是，两个方向的刚度随角度 β 变化均呈非线性，但两个方向的变化速率相反。β 较高时，y方向对 β 的敏感性高得多；而x方向则恰好相反。因此，通过改变角度，可以在一个方向上获得显著更高的刚度增益，同时使另一方向的刚度相对保持不变。

图 4(b) 中，我们绘制了绳-基底超结构在正向弯曲时沿两个方向、不同角度下的综合泊松比 β 。随着角度增大，x方向的有效泊松比降低，而y方向则相反。与之前观察到的刚度变化类似，我们再次观察到泊松比随角度变化呈现出相似的各向异性趋势。数值结果与理论值之间的泊松比存在一定偏差，平均偏差约为 5%，最大为 10%。偏差的主要原因可能是上一步两个方向的计算误差被放大。另一个原因是仅根据数值计算结果测量平均泊松比时存在误差。我们预计，增加单元胞数量可以减小这一偏差。与刚度类似，随着角度 β 增大，泊松比在y方向也表现出更高的敏感性。

图 4(c) 表示弯曲刚度与归一化绳长之间的关系，即 d/r。换言之，它反映了基底相对于纽扣晶格间距的几何可调性。我们发现，随着纽扣晶格间距增大，各个角度下的弯曲刚度均显著下降。刚度增益呈非线性变化，且在d/r最小时，刚度增益最高。有趣的是，增大晶格间距造成的刚度损失，可以通过增大编织结构的缠绕角来抵消。这些曲线表明，绳晶格间距与绳编织结构之间存在复杂的相互关系，并共同影响弯曲刚度的增益。这对采用不同弦线规格的功能梯度设计具有重要意义。

图 4(d) 展示了负向不同D/d 与H/d 条件下锁定曲率的相图。锁定曲率是衡量结构负向运动范围的指标。图中结果与有限元结果高度吻合。图中清楚显示，增大按钮的宽度和高度都会缩小运动范围。*isocurvature*线呈双曲线形。这与锁定关系所导出的标度律$\kappa_{lock} = \frac{d}{d+D}\frac{1}{H} = \frac{1}{d}\frac{1}{1+\frac{D}{d}}\frac{1}{H/d}$相符。因此，间距越大，运动范围增大的速度越快。当间距$d >> D$非常大时，可得$\kappa_{lock} \sim \frac{1}{H}$。这一结果与鳞片覆盖基底的锁定极限基本相同 [5]。但需注意，实际中，这一曲率可能超过基底在闭合至自身之前所能承受的物理弯曲极限。

总之，本文推导了结构-性能关系。我们通过对样品进行三点弯曲试验来开展研究，结果表明，弯曲刚度取决于编织几何结构以及进行缠绕的按钮间距。我们推导出了肌腱网络的结构-性能关系，从而能够量化编织参数对刚度的影响。结果显示，所得超结构具有显著的各向异性。绳的特性使其表现出双向不对称性（即两个弯曲方向之间存在差异）。结构-性能关系呈非线性，并且在某些方向上对缠绕角度表现出不成比例的敏感性。我们对泊松比的计算还表明，通过调节编织结构，可以降低泊松比。尽管如此，仍未观察到负泊松比特性。

因此，我们的工作为一种新型超材料结构奠定了基础，

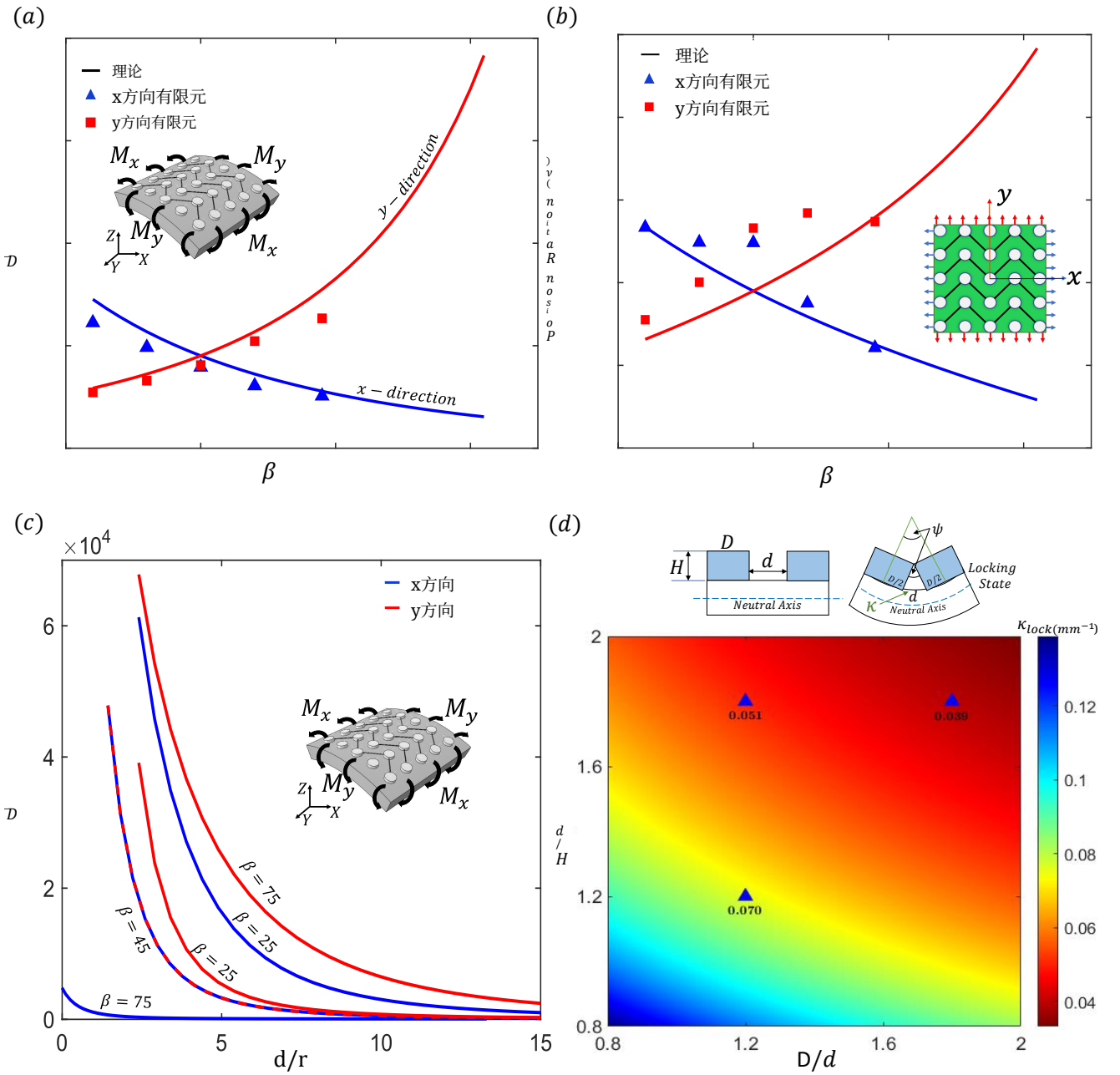


图4. a）绳-基底系统在x方向和y方向施加力矩时的归一化弯曲刚度 $\bar{D}$ 结果；b）绳-基底系统的泊松比（ν）随编织角的变化，分别对应x 和y轴方向；c）角度为 25°、 45°和 75°时， $\bar{D}$ 随d/r 的变化；d）锁定前后单元胞几何结构（上图）以及锁定曲率随H/d 和D/d 比值变化的相图（下图），其中离散图表示有限元模拟结果。

该结构能够利用本文建立的数学模型构建具有可调材料特性的系统，可用于制造超材料。该绳-基底系统还可应用于《软体机器人》，只需将绳替换为形状记忆合金即可。

本研究得到了美国国家科学基金会民用、机械与制造创新项目及CAREER奖（编号#1943886）的资助。

[1]H. Ebrahimi、H. Ali、J. Stephen 和 R. Ghosh，“鱼鳞：现代超材料的原始基础”，EPL（《欧洲物理快报》）**133**，68001（2021）。[2]M.J. Buehler，“自然设计的坚韧胶原蛋白：阐释胶原原纤维的纳米结构”，《美国国家科学院院刊》**103**，12285–12290（2006）。[3]U. G. Wegst、H. Bai、E. Saiz、A. P. Tomsia 和 R. O. Ritchie，“仿生结构材料”，《自然·材料》**14**，23–36（2015）。[4]G. Helfman、B. B. Collette、D. E. Facey 和 B. W. Bowen，鱼类多样性：生物学、进化与生态学（John Wiley & Sons，2009）。[5]R. Ghosh、H. Ebrahimi 和 A. Vaziri，“仿生鱼鳞的接触运动学

”，《应用物理快报》**105**，233701（2014）。[6]M. S. Hossain、H. Ebrahimi 和 R. Ghosh，“鱼鳞启发结构：材料、制造与模型综述”，《仿生与生物模拟》（2022）。[7]R. E. Skelton、R. Adhikari、J.-P. Pinaud、W. Chan 和 J. Helton，“张拉整体结构力学导论”，载于第 *40*届 *IEEE* 决策与控制会议论文集（目录号 *01CH37228*），第5卷（IEEE，2001），第4254–4259页。[8]J. Lu 和 R. E. Skelton，“结构的最优混合控制”，《计算机辅助土木与基础设施工程》**13**，405–414（1998）。[9]J. Zhang 和 M. Ohsaki，张拉整体结构，第7卷（Springer，2015）。[10]Q. He、S. Sun、S. Xiao 和 L. Zhou，“高效超表面：原理、实现与应用”，《先进光学材料》**6**，1800415（2018）。[11]A. Arbabi、E. Arbabi、Y. Horie、S. M. Kamali 和 A. Faraon，“平面超表面回射器”，《自然·光子学》**11**，415–420（2017）。[12]M. E. Badawe、T. S. Almoneef 和 O. M. Ramahi，“真正的超表面天线”，《科学报告》**6**，1–8（2016）。[13]E. Martini 和 S. Maci，“超表面变换理论”，《变换电磁学与超材料：基本原理与应用》，83–116（2014）。[14]U. Jeong、K. Kim、S.-H. Kim、H. Choi、B. D. Youn 和 K.-J. Cho，“软体机器人的腱驱动致动可靠性分析”，《国际机器人研究杂志》**40**，494–511（2021）。[15]V. Bundhoo、E. Haslam、B. Birch 和 E. J. Park，“用于仿生人工手指的形状记忆合金腱驱动致动系统：第一部分：设计与评估”，《机器人学》**27**，131–146（2009）。[16]J. Zhang、D. Bombara、S. Fowzer 和 C. Brennan，“采用超螺旋聚合物的柔顺大应变扭绞线致动器”，载于*2020*年第三届 *IEEE* 软体机器人国际会议（*RoboSoft*）（IEEE，2020），第201–207页。[17]S. A. Souza、P. Muehlbauer、S. Janzen、J. Liu 和 P. P. Pott，“弹性微型扭绞线致动器的串联与并联致动阵列”，载于*IKMT 2019*——创新型小型驱动器与微电机系统；第*12*届 *ETG/GMM* 研讨会（VDE，2019），第1–5页。[18]H. Rodrigue、W. Wang、M.-W. Han、T. J. Kim 和 S.-H. Ahn，“形状记忆合金耦合致动器与机器人的综述”，《软体机器人》**4**，3–15（2017）。[19]C. R. Knick、D. J. Sharar、A. A. Wilson、G. L. Smith、C. J. Morris 和 H. A. Bruck，“高频、低功耗、电驱动形状记忆合金微机电系统双晶片热致动器，”《微机械与微工程学报》 **29**, 075005 (2019). [20]W. Wang, C. Xiang, Q. Liu, M. Li, W. Zhong, K. Yan, and D. Wang, “由水或湿气驱动的天然海藻酸盐纤维致动器，用于能量采集和智能控制器应用，”《材料化学A杂志》 **6**, 22599–22608 (2018). [21]W. Pu, F. Wei, L. Yao, and S. Xie, “湿度驱动致动器综述：迈向高响应速度和实际应用，”《材料科学杂志》 **57**, 12202–12235 (2022). [22]S. Rutherford, R. M. Demianiuk, J. Benamou, C. Beckett, M. G. Ness, and L. M. Déjardin, “髓内钉直径对珍珠串式钢板-髓内钉构型内外侧弯曲的影响：一项体外力学研究，”《兽医外科》 **44**, 737–743 (2015). [23]M. Usman, B. Suthar, H. Seong, E. Hawkes, I. Gaponov, and J.-H. Ryu, “扭绞线致动器的被动回程机构，” in *2017 IEEE*国际机器人与自动化会议 *(ICRA)* (IEEE, 2017) pp. 3714–3719. [24]J. Jang, Y.-U. Song, and J.-H. Ryu, “基于扭绳致动器的主动式无级变速系统，”《IEEE机器人与自动化快报》 **7**, 2605–2612 (2022). [25]D. Popov, I. Gaponov, and J.-H. Ryu, “基于扭绳致动器的双向肘部外骨骼，” in *2013 IEEE/RSJ*国际智能机器人与系统会议 (IEEE, 2013) pp. 5853–5858. [26]D. Mousanezhad, B. Haghpanah, R. Ghosh, A. M. Hamouda, H. Nayeb- Hashemi, and A. Vaziri, “手性、反手性和分级蜂窝的弹性性能：一种简单的基于能量的方法，”《理论与应用力学快报》 **6**, 81–96 (2016). [27]R. E. Skelton and M. C. De Oliveira, 张拉整体系统, Vol. 1 (Springer, 2009). [28] L.-Y. Zhang, S.-X. Li, S.-X. Zhu, B.-Y. Zhang, and G.-K. Xu, “通过截断正多面体和棱柱形基本单元自动组装大型张拉整体结构，”《复合结构》 **184**, 30–40 (2018). [29]S. Yang and C. Sultan, “ 张拉整体 - 膜系统的建模，”《固体与结构国际杂志》 **82**, 125–143 (2016). [30]M. Tavakoli, R. Batista, and L. Sgrigna, “UC Softhand：具有紧凑扭绳驱动系统的轻量自适应仿生手，” in 《致动器》, Vol. 5 (MDPI, 2015) p. 1.