光传输中自相似性的破缺

Ernesto Pini,[1,2] Giacomo Mazzamuto,[3,2,1] Francesco Riboli,[3,2] Diederik S. Wiersma,[1,2,4] 和 Lorenzo Pattelli[4],[2,*1]物理与天文学系，佛罗伦萨大学，塞斯托菲奥伦蒂诺，意大利[2]欧洲非线性光谱实验室（*LENS*），塞斯托菲奥伦蒂诺，意大利[3]国家研究委员会 – 国家光学研究所（*CNR-INO*），塞斯托菲奥伦蒂诺，意大利[4]国家计量研究所（*INRiM*），都灵，意大利（日期：2023年4月7日）

arXiv:2304.02773v1 [physics.optics] 5 Apr 2023

输运过程支撑着诸多现象，从原子在晶格上的传播，到微生物和地震的移动模式，不一而足。这些过程的动力学十分丰富，是理解底层物理复杂本质的关键，但我们对其进行分类的方式往往过于简单，无法充分反映这种复杂性。在此，我们报告了实验观测到的散射介质中光传播的自相似性崩塌——这是一种传输机制，其相关概率分布的每个空间矩都呈现不同的标度率。值得注意的是，我们表明，即使在各向同性、均匀无序这一简单情形下，光波也会出现这一现象，而且可以通过调节系统的浑浊度加以控制。这些结果支持这样一种观点：将扩散简单划分为正常扩散和反常扩散的传统二分法过于简化；应基于自相似性这一概念构建更丰富的理论框架，因为这类传输机制可能远比目前认为的更为常见。此外，这一见解有助于理解输运由罕见传播事件主导的情形，例如非线性介质和活性介质中的情形，或更广泛地说，其他研究领域中的类似情形。

异常传输机制的分类在历史上基于均方位移的幂律标度行为：我们将方差随时间线性增长的传输过程称为“正常”，而将其他一切情况称为“异常”。[1] 这种分类方案存在明显局限，无法区分不同传播机制的开始。[2] 为此，可以设想一种基于所有矩的标度行为 $\langle |x|^q \rangle \propto t^{\gamma_q}$ 而不仅仅是方差的更丰富描述。研究位移不同矩的幂律增长，可以对所有可能的传输机制进行更准确、更一般的分类。这可以通过构建该过程完整的“矩标度谱”来实现，即考察与不同 q 阶矩相关联的幂律指数 γ_q，并评估其集体标度的自相似性。[3–5] 具体而言，如果所有矩 q 都遵循相同的标度律 $\gamma_q = q/\nu$，其中给定常数为 ν（因此 γ_q 呈线性增长），则称该传输过程具有强自相似性。表现出强自相似性的两个简单案例是弹道传播和“正常”扩散，在这两种情况下分别有 $\nu = 1$ 和 $\nu = 2$。相反，如果 γ_q 是 q 的更复杂函数，则称与该传输过程相关的矩标度谱具有弱自相似性。图1以一个说明性的一维案例展示了强自相似传输与弱自相似传输的典型特征的定性示意图。在强自相似情况下，概率密度函数 $P(x,t)$ 可以通过一种重标度操作映射为单一函数形状 $F(\tilde{x})$，该操作将

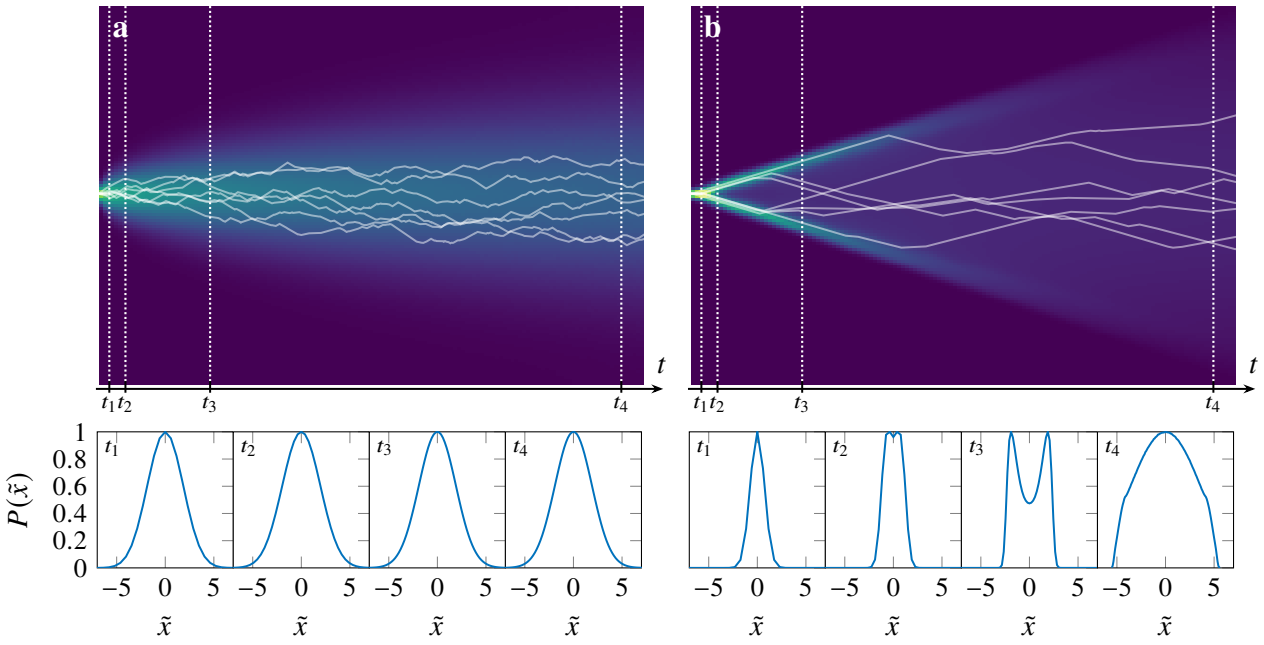

图1. 强自相似与弱自相似输运过程的重标度特性。概率密度

数值一维传播示例中的分布。为便于说明，叠加显示了几条时空轨迹。下方各面板展示了不同延迟下归一化分布的横截面。a）对于强自相似过程，由于所有空间矩都遵循相同的 q/ν 标度律，归一化空间剖面在所有时刻都可以重新标度到同一剖面上。b）对于更一般的弱自相似过程，由于空间剖面在不同时间呈现出不同的函数形状，因此无法应用简单的重新标度操作。

$xt^{-1/\nu} \to \tilde{x}$。在弱自相似情形下，这种做法行不通；直观而言，不同时刻的空间剖面形状截然不同，便可看出这一点。基于这一概念，人们已在多种类似的随机模型中探究弱自相似的出现机制，[4,6–8]但由于缺乏能够持续观测并调节这些输运现象特性的灵活平台，该领域的实验研究仍然十分有限[9,10] 。此外还应注意，迄今报告的弱自相似可能实例都只是由残余弹道尾部的存在所导致。这意味着，目前报告的弱自相似形式仅限于两个彼此独立的自相似过程相结合所产生的情形，而非沿整个矩标度谱分布的全面破缺。

在本研究中，我们展示了可以将无序光子材料中的光用作实验平台，来研究这些一般性的传输机制。具体而言，我们进行了透射

研究，考察光在薄无序薄膜中的光传输。通过对时空透射强度分布进行多阶矩标度分析，我们发现，即使在出人意料地简单的系统中，也可能出现非自相似传输的典型特征。传统上，光传输实验是研究新型传输机制的理想平台，往往有助于揭示看似无关的研究领域中传播动力学之间的非平凡关联。然而，在大多数情况下，必须特意在散射材料中引入特殊的结构和／或光学性质，才能观察到这些现象，例如经过设计的空间关联[11–20]或波前整形照明条件。[21–23]例如，此前曾在含有分形异质夹杂物的结构中观察到瞬态反常传输机制，[24–27]这与一种普遍看法相符：只有简单的散射介质才会呈现平凡的传输机制。然而，由于我们通常对反常传输现象的表征方式，迄今可能已有若干表现出有趣传播动力学的系统被忽略。

在光传输——以及通常意义上的波传输——的背景下，也许可以考虑的最简单构型是具有均匀各向同性无序的平行平板。这个原型模型系统的光学性质由其物理厚度与传输平均自由程之比决定，该比值也称为光学厚度 L/l_t。随着光学厚度减小，常用的扩散近似由于弹道贡献相对增加而逐渐失效。[28–32]尽管如此，即使在这种情况下，仍有一小部分光会在浑浊薄膜中停留很长时间，经历多重散射传输过程，并可能表现出多重标度行为。此前已有数值证据表明，这种构型中的光传输可能具有连续散射事件之间极长的步长，[33]这或许与此前被忽视的传输动力学开始出现有关。

为了实验研究这种传输机制，我们制备了具有不同散射强度的样品，并使用基于光学门控方案、能够记录强度分布空间和时间演化的瞬态成像装置。[34]在实验中，通过与入射到非线性晶体上的准直门控脉冲进行非线性和频产生，对150fs探测脉冲穿过散射样品的时间分辨透射率进行采样。探测光束和门控光束的波长分别为1525nm和820nm。CCD相机收集不同延迟下的透射分布，从中可以直接计算空间矩。实验样品由自支撑散射薄膜组成，该薄膜由TiO_2纳米颗粒在紫外固化透明聚合物基体中的稀分散体制成（见补充

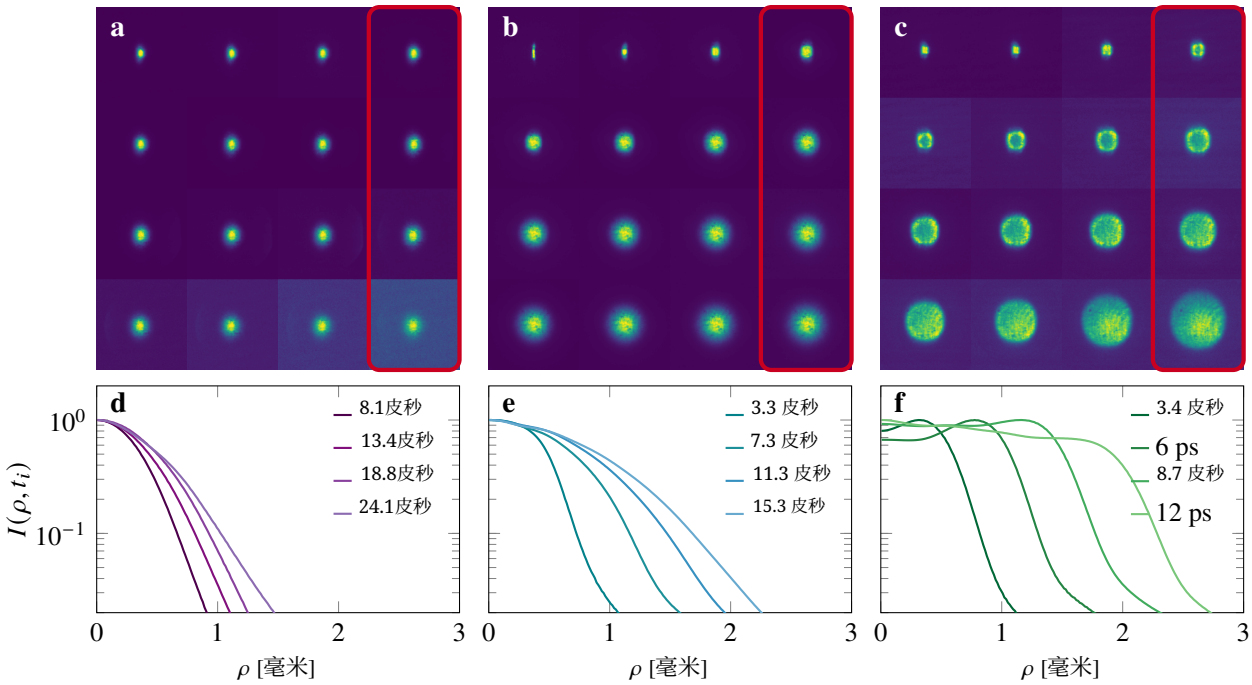

图 2. **时空强度分布**。 a-c) 在不同时间记录的透射剖面 t_i 用于

三个厚度为100 µm、浊度不同的样品（样品A、B和C，从左到右浊度依次降低）。每帧覆盖相同的$7.4 \times 7.4\ \mathrm{mm}^2$ 区域，并归一化到其最大值。帧之间的时间延迟分别为 $\Delta t = 1.33\ \mathrm{ps}, 1.0\ \mathrm{ps} and 0.67\ \mathrm{ps}$，对应三种情况。d-f) 与高亮帧对应的代表性径向平均分布。对于散射最弱的样品C，可见随时间演化的环形强度分布。

信息）。制备了三个厚度相同（$L = (100 \pm 1)\ \mu\mathrm{m}$）但颗粒密度不同的样品，最大体积浓度约为3%。

对于每个样品——按浑浊度递减的顺序分别称为样品 A、B 和 C——记录了多次透射强度测量值，并在不同位置进行平均，以获得不同时间的非相干透射强度分布 t_i （图 2a-c）。由于散射样品的各向同性结构，可以围绕照明轴进行径向平均，从而获得分布 $I(\rho, t_i)$（图2d-f）。值得注意的是，瞬时空间强度分布的形状与是否存在散射样品或激光光源强度漂移无关；后者只能调制其振幅，而不会影响其空间矩的谱。出于同样的原因，使用不同积分时间记录的透射率分布的空间矩也可以直接进行比较，而无需进一步处理。

透射率剖线二阶矩（方差）的渐近增长率通常被视为散射系统中扩散率的直接测量值。[34,35] 我们通过对每个样品的实验数据进行蒙特卡洛（MC）模拟拟合，利用这一观测量获取所研究样品的有效传输平均自由程（图 3a）。分析得出，样品A、B 和C 的数值分别为 $l_t\,(53 \pm 4)\mu m$、$(195 \pm 11)\ \mu m$ 和 $(630 \pm 30)\ \mu m$，对应的光学厚度分别为 1.9 ± 0.3、0.51 ± 0.05 和 0.158 ± 0.017。

实验测量结果表明，对于这些样品，观测到的渐近横向传播速率远大于根据 l_t 通过 MC 拟合得到的数值所预期的速率。换言之，即使经历了数个散射事件，横向强度分布的扩展速度仍然快于根据名义传输平均自由程所能预期的速度。样品 A、B 和 C 所对应的均方位移增长率的渐近值分别为 $1.687 \times 10^4\ m^2 s^{-1}$、$7.624 \times 10^4 m^2\ s^{-1}$ 和 $2.714 \times 10^5 m^2\ s^{-1}$，这三种情况下都超过了与板状几何结构相关的 $4D$值（其中 $D = v l_t/3$ 为名义扩散系数）。对于散射最弱的样品 C，测得的扩展速率甚至大于无界三维介质中均方位移增长所预期的 $6D$ 值，[36] 这表明，在光学薄几何结构中，观测到的面内扩散增强甚至可以超过这一极限。

可以通过考察不同时间所有 q^{th} 阶矩的谱来进行更定量的分析，其定义为

$$\langle \rho^q \rangle\,(t) = \frac{\int_0^\infty \rho^q I(\rho,t)\rho\,\mathrm{d}\rho}{\int_0^\infty I(\rho,t)\rho\,\mathrm{d}\rho}. \tag{1}$$

对于一般的强度分布 $I(\rho,t)$，其中 q 为正实数。每个矩的增长率都可以用幂律模型拟合。

$$\langle \rho^q \rangle\,(t) \sim (t - t_q)^{\gamma_q}, \tag{2}$$

其中 γ_q 是与 q^{th} 矩相关的指数和 t_q 是一个时间偏移，可用于解释早期弹道瞬态。

矩增长率在排除早期准弹道瞬态（$t > l_t/v$）的时间范围内，使用方程（2）进行了拟合。所得矩标度谱如图4a所示，同时还给出了使用先前确定的 l_t值进行MC模拟所获得的相应结果。三种不同样品所表现出的自相似程度差异在图4b中得到突出显示，其中矩标度谱按强自相似情形（$\gamma(q) = q/2$）进行了归一化。在光学厚度为1.9时，样品A显示出一个矩标度谱

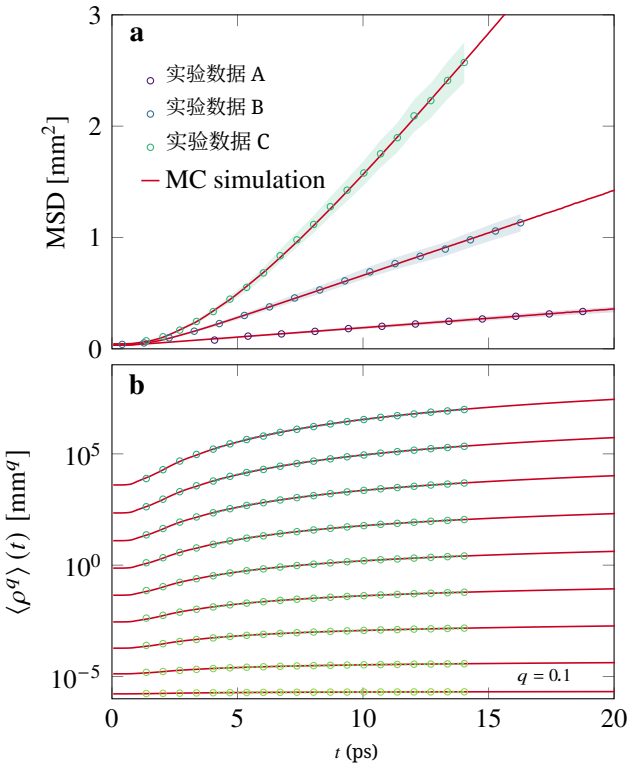

图 3. **蒙特卡　　洛散射样品的表征**。(a) 实验的时间演化　　-

心理均方位移。使用相应的 MC 模拟拟合每条曲线，得到其对应的传输平均自由程值。阴影区域表示 1σ 置信区间。（b）样品 C 的一组位移矩（$0.1 \leq q \leq 4$）的时间演化，使用$t > l_t/v$ （点线）的式（2）进行拟合，以获得 γ_q。相应 MC 模拟的输出也一并显示（实线，红色）。

这与正常且强自相似的传输机制一致。另一方面，样品 B 和 C 则兼具反常（超扩散）传输和弱自相似传输的特征。与此前的示例不同，这里观察到的自相似性破缺分布在较宽的矩范围内，并非源于弹道尾部，也不是由人为设计的不均匀性造成的。事实上，本文报告的反常传输机制与此前报道的示例有着本质区别，例如与 Lévy 玻璃[11,26,37] 或淬火散射体分布[24,27,38] 相关的情形。实际上，我们研究的样品具有均匀无序结构；即使对不同的无序构型进行平均，我们观察到的效应仍然存在，这也得到了退火无序 MC 模拟的独立证实。这些结果表明，借助一种非常简单的材料平台和制备工艺，即可实现不同的正常与反常传输机制，其中包括强.....

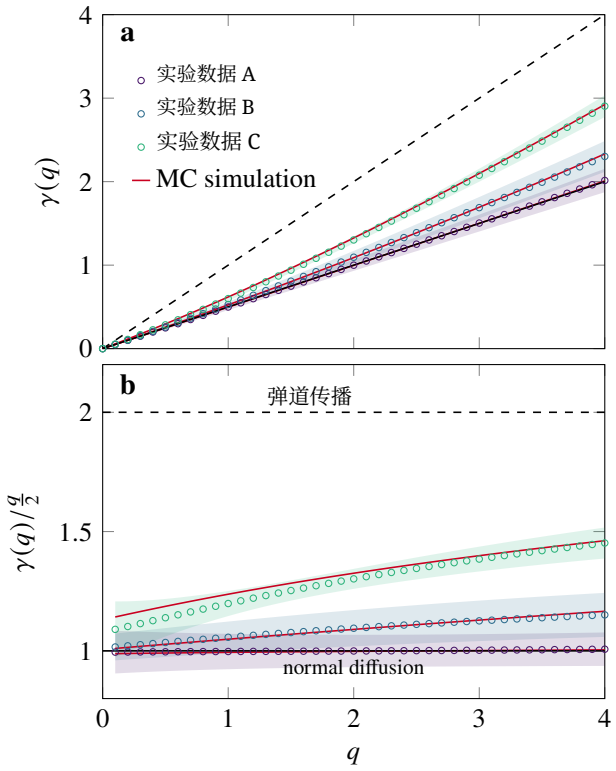

图 4。**矩标度谱分析**。(a)实验和模拟的矩标度谱，(b)归一化为强自相似正常扩散的相同曲线。黑色实线和虚线分别表示强自相似正常扩散和弹道输运的情况。两幅图中的阴影区域表示 1σ 置信区间。

自相似 ilar 正常扩散和反常扩散，以及弱自相似传播 .

由于真实样品的有限尺寸以及板状几何结构中多重散射机制的动态起始，在不同时间尺度上预计会出现不同的传输机制。我们依靠大规模统计（10^{12} 条轨迹）数值计算，研究所观测到的传输机制如何在渐近极限下演化，针对 $t \to \infty$ 对于散射最弱的构型（样品 C）。通过这种方式，我们发现，透射强度分布从超扩散且弱自相似的行为，演化为与强自相似正常扩散相容的矩谱（见补充信息）。对于名义光学厚度为 0.158 的样品，这种向强自相似机制的转变最终发生在延迟 >60ps时，对应于 >1cm 的总路径长度，远处于多重散射机制范围内（$\approx 20 l_t$）。另一方面，相对于名义传输平均自由程的面内扩散速率增强，即使在 $t \to \infty$的极限下也仍然存在，也就是说，即便传输机制已经收敛到其

渐近且强自相似的最终形式。

总之，我们研究了光在具有均匀无序的光学薄介质中的传播，并进行了完整的矩标度谱分析。分析揭示了反常传输瞬态机制的存在，这些机制可能呈超扩散且非自相似。尽管这类分析能够识别不同的传输机制并揭示其特性，但在输运现象的实验研究中，这类分析的应用仍然鲜见。[2,39]迄今为止，聚合物颗粒在活体癌细胞内的弱自相似运动已被认为与主动输运机制的存在有关，[9,40] 而颗粒在平面脂质双层上吸附和解吸时发生的体相介导长程跳跃也与之相关。[10]值得注意的是，所有这些案例都只表现出同一种双线性类型的弱自相似性：低阶矩描述空间分布轮廓中心区域的扩展速率，而高阶矩则表现出尾部的弹道标度。

在薄散射膜中，光强传播呈现出更复杂（也更普遍）的自相似性破缺；这种破缺会沿着矩谱连续变化，并随不同延迟时间以及散射层几何结构中不同的浑浊程度而异，与数值计算结果高度吻合。因此，这些物理系统可作为多功能平台，用于研究输运现象的一系列普遍性质，例如非高斯扩散的特征、[39] 极端事件、[41] 瞬态返回概率[42] 或访问统计[43]等。

我们所描述的效应在经过数个输运平均自由程后便可观测到，这意味着它们与弹道传播或特定照明条件无关；例如，可以利用这些效应检验散射介质中平均路径长度的不变性是否与所观察到的横向输运增强相容，甚至是否要求这种增强在任意精度下始终成立。[44] 同样，这类非自相似传输无需假定存在异质无序、主动输运机制，或通过不同嵌入介质介导的跃迁等特定条件即可出现——这表明，弱自相似或完全非自相似传输的发生可能比先前认为的更为普遍。

鉴于我们通过对如此简单且普适的系统中的光传输进行定量分析而获得的矩标度谱所呈现出的丰富图景，可以进一步设想，将这一分析应用于结构更为复杂的材料时，可能会揭示出更加复杂的动力学，并有望让我们发现不同传输机制的出现。

那不会 b e 通过传统的基于方差的分类方案得到了正确识别。

尾注

数据可用性

数据可根据请求提供。

致谢

L.P. 感谢欧盟 NextGenerationEU 计划通过 I-PHOQS 研究基础设施 [IR0000016, ID D2B8D520, CUP B53C22001750006]“光子与量子科学综合基础设施倡议”提供的资金支持，以及 NVIDIA 公司捐赠用于本研究的 Titan X Pascal GPU。L.P. 感谢 F. Martelli 和 S. Lepri 的讨论。E.P. 感谢 S. Donato 在样品制备方面的帮助。D.S.W. 感谢欧盟地平线 2020 研究与创新计划在 FET-OPEN 资助协议第 828946 号（PATHOS）下提供的资金支持。

作者贡献氏

E.P. 制备了样品，进行了实验，运行了模拟并分析了数据。G.M. 和 L.P. 开发了模拟软件。L.P. 构思了该项目，指导了研究，并撰写了论文初稿。所有作者讨论了研究结果，并对论文提出了意见。

附加信息

本文提供补充信息。

通讯作者

通信及材料索取事宜请联系 Lorenzo Pattelli。

* l.pattelli@inrim.it[1] R. Metzler、J.-H. Jeon、A. G. Cherstvy 和 E. Barkai，物理化学化学物理 16，24128（2014）。[2] G. Muñoz-Gil、G. Volpe、M. A. Garcia-March、E. Aghion、A. Argun、C. B. Hong、T. Bland、S. Bo、J. A. Conejero、N. Firbas 等，自然·通讯 12，6253（2021）。[3] P. Castiglione、A. Mazzino、P. Muratore-Ginanneschi 和 A. Vulpiani，物理学 D 134，75（1999）。[4] K. Andersen、P. Castiglione、A. Mazzino 和 A. Vulpiani，欧洲物理学杂志 B 18，447（2000）。[5] R. Ferrari、A. Manfroi 和 W. Young，物理学 D 154，111（2001）。[6] R. Artuso 和 G. Cristadoro，物理评论快报 90，244101（2003）。[7] D. N. Armstead、B. R. Hunt 和 E. Ott，物理评论 E 67，021110（2003）。[8] J. Vollmer、L. Rondoni、M. Tayyab、C. Giberti 和 C. Mejía-Monasterio，物理评论研究 3，013067（2021）。[9] N. Gal 和 D. Weihs，物理评论 E 81，020903（2010）。[10] D. Krapf、G. Campagnola、K. Nepal 和 O. B. Peersen，物理化学化学物理 18，12633（2016）。[11] J. Bertolotti、K. Vynck、L. Pattelli、P. Barthelemy、S. Lepri 和 D. S. Wiersma，先进功能材料 20，965（2010）。[12] L. Shi、Y. Zhang、B. Dong、T. Zhan、X. Liu 和 J. Zi，先进材料 25，5314（2013）。[13] L. S. Froufe-Pérez、M. Engel、J. J. Sáenz 和 F. Scheffold，美国国家科学院院刊 114，9570（2017）。[14] L. Dal Negro 和 S. Inampudi，科学报告 7，1（2017）。[15] S. R. Sellers、W. Man、S. Sahba 和 M. Florescu，自然·通讯 8，14439（2017）。[16] S.-Y. Jeon、H. Kwon 和 K. Hur，自然·物理（2017）。[17] K. Vynck、R. Pierrat、R. Carminati、L. S. Froufe-Pérez、F. Scheffold、R. Sapienza、S. Vignolini 和 J. J. Sáenz，arXiv 预印本 arXiv:2106.13892（2021）。[18] G. J. Aubry、L. S. Froufe-Pérez、U. Kuhl、O.Legrand、F. Scheffold 和F. Mortessagne，物理评论快报 125，127402（2020）。[19] A. Patsyk、U. Sivan、M. Segev 和 M. A. Bandres，自然 583，60（2020）。[20] S. Yu、C.-W. Qiu、Y. Chong、S. Torquato 和 N. Park，自然综述：材料 6，226（2021）。[21] S. Rotter 和 S. Gigan，现代物理评论 89，015005（2017）。[22] J. Böhm、A. Brandstötter、P. Ambichl、S. Rotter 和 U. Kuhl，物理评论 A 97，021801（2018）。[23] H. Yılmaz、C. W. Hsu、A. Yamilov 和 H. Cao，自然·光子学 13，352（2019）。

[24] P. Barthelemy, J. Bertolotti, K. Vynck, S. Lepri, and D. S.Wiersma, 《物理评论 E》82, 011101 (2010).[25] P. Buonsante, R.Burioni, and A.Vezzani, 《物理评论E》84, 021105 (2011).[26] R. Savo, M. Burresi,T. Svensson, K. Vynck, and D. S.Wiersma, 《物理评论 A》90, 023839 (2014).[27] T. Svensson, K. Vynck, E.Adolfsson,A. Farina,A. Pifferi, and D. S.Wiersma, 《物理评论 E》89,022141 (2014).[28] P.-A. Lemieux, M.Vera, andD.Durian, 《物理评论 E》57, 4498 (1998).[29] Z. Zhang,I. Jones, H. P. Schriemer, J. H. Page, D. A.Weitz, and P.Sheng, 《物理评论E》60,4843 (1999).[30] M. Boguná,J. M.Porra, and J.Masoliver, 《物理评论 E》59, 6517 (1999).[31] T.Svensson, K. Vynck, E. Alerstam,M.Burresi, and D. S.Wiersma, 《光学快报》38, 437 (2013).[32] R.Elaloufi, R. Carminati, and J.-J. Greffet, 《美国光学学会杂志 A》21,1430 (2004).[33] L. Pattelli, G.Mazzamuto, D.S. Wiersma, and C. Toninelli, 《物理评论 A》94, 043846 (2016).[34] L. Pattelli, R. Savo,M. Burresi, and D. S.Wiersma, 《光：科学与应用》5, e16090 (2016).[35] L. A.Cobus, G.Maret, and A. Aubry, 《物理评论 B》106, 014208 (2022).[36] A. Liemert, F.Martelli, and A.Kienle, 《物理评论 A》105, 053505 (2022).[37] P. Barthelemy, J. Bertolotti, andD.S. Wiersma, 《自然》453, 495 (2008).[38] R. Burioni,L. Caniparoli, and A.Vezzani, 《物理评论 E》81, 060101 (2010).[39] B. Wang, J. Kuo,S.C. Bae, and S. Granick, 《自然材料》11,481 (2012).[40] D. Goldstein, T. Elhanan,M.Aronovitch, and D.Weihs, 《软物质》9, 7167 (2013).[41] A. Vezzani,E.Barkai, and R.Burioni, 《科学报告》10, 2732 (2020).[42] N. Levernier,O. Bénichou, and R. Voituriez, 《物理评论快报》126, 100602 (2021).[43] L. Régnier, M. Dolgushev, S. Redner, and O.Bénichou, 《自然通讯》14, 618 (2023).[44] F. Martelli, F. Tommasi, A. Sassaroli,L.Fini, and S. Cavalieri, 《科学报告》11, 1 (2021).

补充信息：光传输中自相似性的破缺

补充方法：样品制备

制备了三种样品，其厚度为 $L = (100 \pm 1)\mu m$，具有不同的散射密度，目标光学厚度值介于 0.1 和 10 之间，即涵盖了从弹道到扩散的过渡区间。

样品由透明紫外固化胶（Norland Optical adesive 65）和二氧化钛纳米颗粒（Tioxide RX-L）混合制成，颗粒平均直径为 280 nm。我们首先使用精密天平测定 TiO_2 与胶水之间的质量分数，并据此配制不同的混合物。对于稀释样品，根据独立散射近似，增加纳米颗粒浓度会提高光学厚度。制备步骤如图 S1 所示：

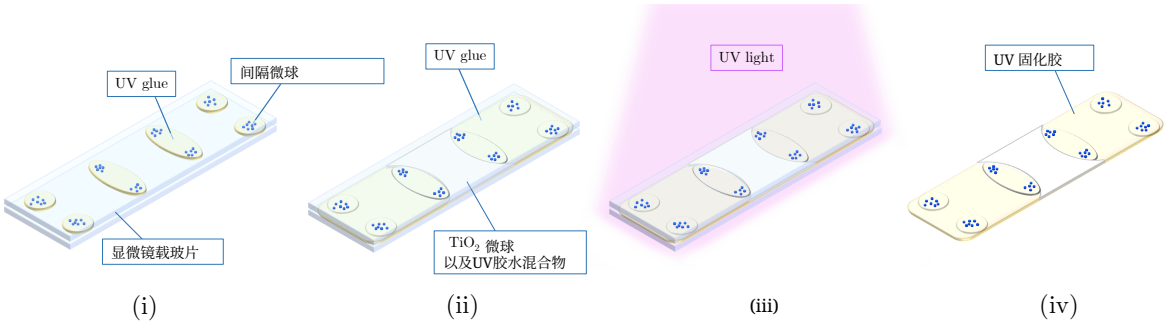

图 S1. 样品制备步骤包括：(i) 固定厚度玻璃池的制备；(ii) 散射浆料的渗透；(iii) 紫外固化；以及 (iv) 将样品从玻璃载玻片上剥离。

(i) 在两片显微镜载玻片上用刮刀涂覆一层薄的水溶性聚乙烯醇（PVA），以便在紫外固化后将样品从玻璃池中取出。将若干个直径为 100 μm、经 NIST 校准的玻璃微球放置在下层玻璃载玻片的边缘，作为间隔物。将第二片玻璃载玻片与这些微球接触放置，在两片载玻片之间形成受控间隙，然后通过紫外固化将两片载玻片粘合在一起。

(ii)使用磁力搅拌器将含有所需浓度TiO_2 和胶水的散射糊剂混合至少2小时，以获得均匀的混合物。随后，通过毛细作用将该混合物渗入两片显微镜载玻片之间。

(iii) 将样品暴露于 35W 紫外灯下 6 小时以固化散射混合物（透明胶水的标称固化时间约为 5 分钟，但 TiO_2纳米颗粒的存在会减缓固化过程）。

(iv) 将样品置于水中以溶解 PVA 层，从而使样品作为独立薄膜释放。然后将样品在 UV 光下每侧再固化数小时，以确保其完全聚合。

该过程产生柔性独立板，其中心散射部分至少为 5 cm^2，在此进行传输测量。在散射区域旁边，两个透明区域用于通过内部反射往返时间的飞行时间测量光学测量精确的样品厚度，并精确确定时域轴的绝对原点。

三个制备样品的性质报告于表 S1。TiO_2/UV 胶的体积比是根据质量比估算的，假设为球形纳米颗粒，且 TiO_2 的比重为 3.55 $g\mu m^{-3}$。

表 S1。

样品	间隔尺寸 (μm)	TiO_2/紫外固化胶水质量比	TiO_2/紫外固化胶水体积比	Optical Thickness
A	100	0.1	0.034	1.9 ± 0.3
B	100	0.02	0.0068	0.51 ± 0.05
C	100	0.005	0.0017	$0。158 \pm 0。017$

补充讨论：渐近分析

本文报告了针对名义光学厚度为 0.158 的样品（样品 C），在不同时间窗口进行的矩分析结果，并与 MC 模拟结果进行比较。位移矩的增长率 $0.1 < q < 8$ 采用公式 (2) 对逐渐延后的时间范围进行拟合，得到图 S2 所示的矩标度谱。即使在这一较低光学厚度下，延迟约 60 ps 后，也观察到行为逐渐从超扩散、弱自相似转变为强自相似的正常扩散。

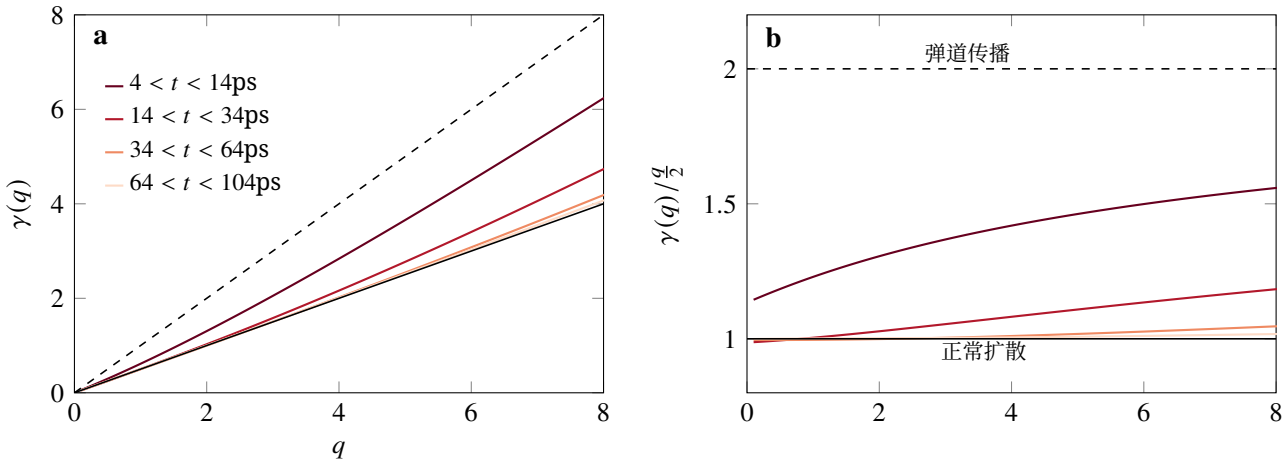

图 S2。**矩标度谱的渐近演化**。(a) 对样品C在不断增加的延迟下，针对不重叠的拟合时间区间计算得到的矩标度谱；(b)归一化至强自相似正常扩散的相同曲线。实线和虚线黑线分别表示强自相似输运情况下的正常扩散和弹道输运。