arXiv:2304.02790v2 [cond-mat.quant-gas] 8 Feb 2024

Squeezing oscillations in a multimode bosonic Josephson junction

Tiantian Zhang,* Mira Maiwöger, Filippo Borselli, Yevhenii Kuriatnikov, Jörg Schmiedmayer, and Maximilian Prüfer
Vienna Center for Quantum Science and Technology,
Technische Universität Wien, Atominstitut, Vienna, Austria.

(Dated: February 9, 2024)

由超冷原子构建的量子模拟器有望研究相互作用多体系统中的量子现象。然而，如何在实验上制备强关联的连续系统，使其性质由量子涨落主导，仍然是一项挑战。在这里，我们展示了如何增强一维多模玻色约瑟夫森结中的量子关联；该系统是 sine-Gordon场论的量子模拟器。我们的方法基于跟踪量子性质非平衡动力学的能力。在经典相空间的稳定定点处制备玻色约瑟夫森结后，我们观察到两个共轭变量中的压缩振荡。我们表明，压缩振荡频率可以调节超过一个数量级，并且通过利用这些振荡动力学，我们能够实现接近10 dB的自旋压缩。通过探测解耦凝聚体之间增强的空间相位关联，可以直接揭示自旋压缩改善所产生的影响。我们的工作为在相互作用多体系统的外部自由度中调控关联和纠缠提供了新方法。

Understanding the role of quantum fluctuations and entanglement in interacting many-body systems is of critical importance for the development of quantum technologies, such as quantum metrology [1, 2] and quantum simulation [3]. Especially the ability to prepare entanglement [4] in quantum many-body systems is pivotal. In this context, ultracold atoms have proven to be a versatile platform [1].

Internal spin degrees of freedom (DoFs) offer a high level of control and using a single spatial mode spin squeezed states could be generated experimentally [5–8]. Creating entangled quantum states in motional DoFs, for example in tunnel-coupled BECs in double wells (DWs) [9, 10] is, on the contrary, less explored; the impact of spin squeezing and entanglement has only been studied with respect to the global observables.

For spatially extended systems, where more than one longitudinal mode is occupied, the interplay between transverse (spin) and longitudinal DoFs leads to new physical phenomena. For coupling internal states interesting dynamical phenomena as well as a high degree of control have been shown [11, 12]; for tunnel-coupled systems, the influence of the multimode situation on Josephson oscillations has been studied [13]. However, so far the quantum regime has not been accessible.

Interestingly, in the one-dimensional (1D) regime these systems are excellent quantum simulators for the sine-Gordon field theory [14, 15], which was mainly explored in tunnel-coupled systems [16, 17]. It is worth pointing out that BECs in DWs at equilibrium can be experimentally achieved by direct cooling in DWs [16]. But fluctuations introduced by the finite temperature make it challenging to prepare the system in the quantum correlated regime [18]. However, it has been shown that

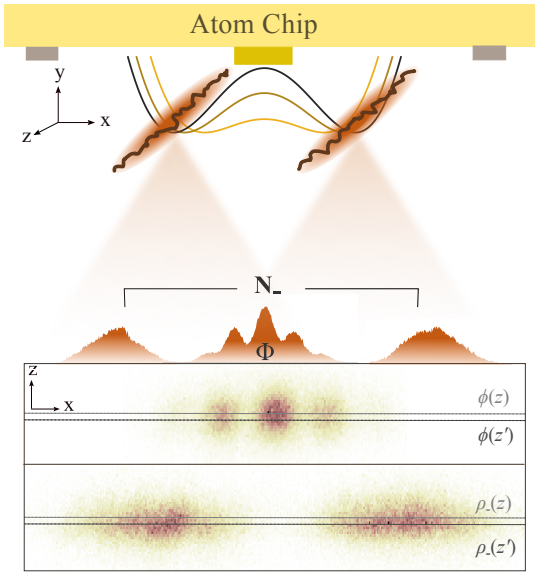


FIG. 1. **System and readout with spatial resolution** Two 1D quasi-BECs with locally fluctuating quantum phases trapped magnetically below an Atom Chip with RF dressing technique. The local relative phase $\phi(z)$ and relative atom density $\rho_-(z)$ between the two BECs are detected with fluorescence imaging after a long Time-of-Flight. The spatial resolution allows us to probe the spatial phase correlations along the condensates. We integrate over the longitudinal direction to obtain the global observables, namely the relative phase Φ and relative atom number N_-.

using a splitting routine from a single condensate, quantum correlated states can be prepared in a multimode scenario [10]. In this work, we combine the ability to prepare quantum correlated states with spatially resolved measurements of the sine-Gordon fields entering a new regime.

我们实现了一个多模玻色约瑟夫森结 (BJJ) [19, 20] 通过将一维准玻色-爱因斯坦凝聚体分裂成双阱

* tiantian.zhang@tuwien.ac.at

（见图1上方面板）。我们没有研究约瑟夫森振荡 [13, 21–25], 而是将系统制备在经典相空间的稳定固定点并探究其量子性质。尽管两个相关可观测量（相对粒子数和相对相位）的期望值保持静止，我们观察到量子涨落的振荡动力学，这源于一个不同于零温度下基态的初始量子态的演化。我们利用BJJ中涨落的这些非平衡动力学，在解耦凝聚体中促进强自旋压缩。此外，我们研究了其对多模系统中空间相位关联的影响。

为了探究所制备态的多模性质，我们对相对相位进行空间分辨探测（见图1下图）。通过这一可观测量的观测，我们得以展示，改进的数目压缩如何增强两个相互解耦的一维凝聚体之间的空间关联。我们能够将由制备过程产生的量子性质与增强的相位关联联系起来，而在这一范围内实现了sine-Gordon模型。增强的压缩原则上可以直接与预热化区域中更低的有效温度相关联 [26, 27] 因此，我们的工作展示了一条制备正弦-戈登场模拟器的途径，使其处于量子涨落占主导的区域。

REALISATION AND READOUT OF A MULTIMODE BJJ

我们利用在原子芯片 [28]下方磁阱中俘获的 ^{87}Rb 原子所形成的一维隧穿耦合准玻色-爱因斯坦凝聚体，实现了多模BJJ。双阱势通过射频(RF)缀饰 [29]技术生成。我们对缀饰进行校准，使单阱到双阱的精确转换能够通过逐步增大射频场的振幅 $\mathcal{A}$ 来实现，其数值以最大电流归一化。图 1 展示了横向阱构型，以及采用我们的单原子灵敏荧光成像系统 [30] 在经过 $t_F = 43.4$ms 飞行时间后获得的典型实验读出结果。径向与轴向阱频率之比为 ~ 100。

双阱中的每个准凝聚体都可以用密度-相位表示写作 $\Psi_j = \sqrt{\rho_j(z)} \times \exp(-i\phi_j(z))$，其中 $j \in [L, R]$ 标记左侧（L）和右侧（R）凝聚体。局域密度 ρ_j 和局域相位 ϕ_j 是随空间变化并发生涨落的场。图 1 中的棕色波浪线展示了这一点。我们关注相对自由度中的局域场，即局域相对密度 $\rho_-(z) = \rho_R(z) - \rho_L(z)$和局域相对相位 $\phi(z) = \phi_R(z) - \phi_L(z)$。对于有限隧穿耦合的凝聚体，空间依赖的相对相位场 $\phi(z)$可由 sine-Gordon场论 [14]描述。

我们的成像技术能够以空间分辨的方式测量相对相位（见图 1 下图）。据此，我们可以获取两点相位关联，从而研究多模态区间的 sine-Gordon 物理，稍后将对此进行讨论。通过对 BJJ [31]的单模描述，已经可以深入了解 BJJ 的动力学量子性质。因此，我们将首先考察一维 BJJ 的两个全局可观测量的性质：相对原子数 $N_- = \sum_z \rho_-(z)$和相对相位 $\Phi = \sum_z \phi(z)$，它们对应于空间零阶模。

BJJ 中全局可观测量N_- 和 Φ 的宏观动力学可由双模玻色–哈伯德（BH）模型描述

$$\mathcal{H} = \frac{2J}{\hbar}\left[\frac{UN}{4J}n^2 - \sqrt{1-n^2}\cos\Phi\right], \tag{1}$$

其中，$N = N_\mathrm{L} + N_\mathrm{R}$ 是原子总数，$n = N_-/N$ 是相对不平衡，U 是相互作用强度，J 是单粒子隧穿耦合强度。BJJ 的约瑟夫森区间由 $1/N \ll U/2J \ll N$表示。根据式（1），可以得到平均值 $\langle\Phi\rangle$ 和 $\langle N_-\rangle$的约瑟夫森振荡频率 [19, 20]

$$f_p = \frac{2J}{h}\sqrt{\langle\cos\Phi_0\rangle + \frac{UN}{2J}}, \tag{2}$$

也称为等离子体频率。这里，$\cos\Phi_0$ 表示初始相干因子。根据式（2），可见 f_p 显式依赖于单粒子隧穿耦合强度 J。

对于解耦双阱中占主导地位的多模多体动力学，双模 BH 模型显然无法给出完整描述。不过，接下来我们将看到，该模型能够很好地捕捉空间零阶模中压缩的动力学。若考虑真实的多模量子动力学，对分裂过程及其后续动力学进行精确建模颇具挑战；因此，量子模拟可以带来新的见解。

PREPARING QUANTUM-CORRELATED STATES

为了制备强关联的玻色-爱因斯坦凝聚体，我们通过将单阱转变为双阱（见图2a），把单个玻色-爱因斯坦凝聚体分裂成两个。玻色–爱因斯坦凝聚体分裂作为生成量子关联态的途径，已在许多早期工作中得到研究 [9, 32, 33]；在此，我们介绍并实施一种新方案，该方案基于对非绝热分裂为隧穿耦合的双阱后非平衡动力学的理解。下面，我们介绍相关物理量，并总结我们的研究结果，这些结果为观测所制备压缩态的非平衡动力学奠定了基础。

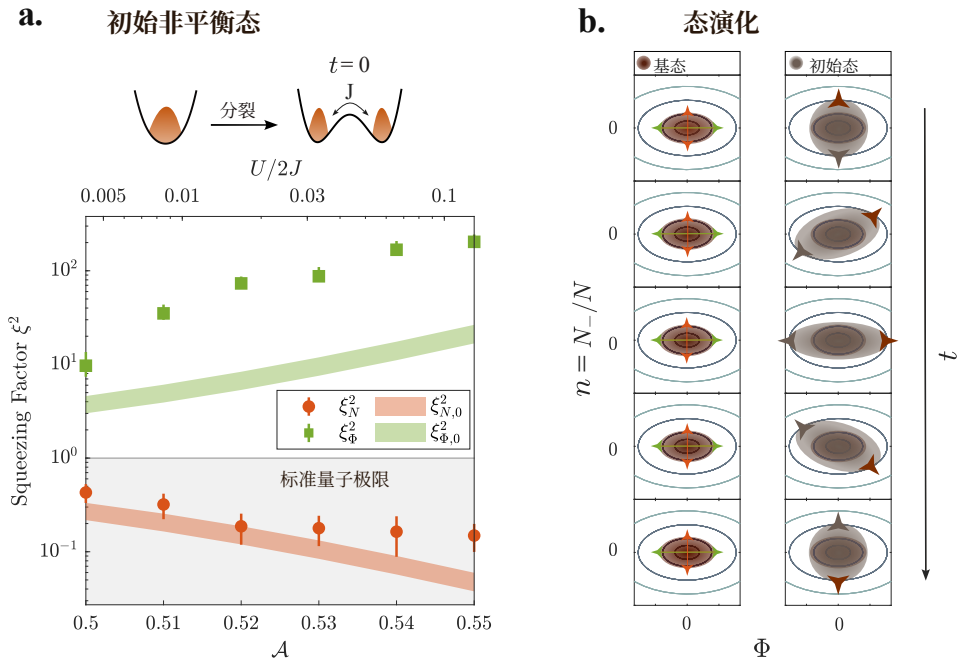


图 2. **约瑟夫森区间中自旋压缩准BEC的制备与动力学a.** 在以恒定斜坡速度线性增加至各种隧穿耦合双阱后，立即测得的 N_- 和 Φ 正交分量中的压缩因子，分别记为 ξ_N^2和 ξ_Φ^2，其中双阱由重标度的射频缀饰振幅 $\mathcal{A}$表示。在上方x轴中，参数 $1/N \ll U/2J \ll N$表明我们处于 BJJ 的约瑟夫森区间。彩色带表示零温度下、原子数为 $N \in [2,5]\times 10^3$ 的 BJJ预期基态压缩因子（方程（6））。**b.** 经典相空间中的态演化示意图。左栏根据方程（7）展示BJJ预期的基态涨落，其中橙色（绿色）箭头分别表示相对粒子数（相位）正交分量中的投影噪声。右栏表示非平衡量子态的演化。三角形标记表示以等势线为轨道、以等离子体频率 f_p运行的单次经典实现。在约瑟夫森区间中，非平衡态的分布发生旋转和形变，从而产生压缩振荡。围绕稳定定点（$n = N_-/N = 0$和 $\Phi = 0$）的量子态演化的一个完整周期，与相空间中单次实现（平均值）演化的半个周期相符。

To quantify the fluctuations of the observables, we define the squeezing factors

$$\xi_N^2 = \frac{\Delta^2 N_-}{N}, \quad \xi_\Phi^2 = \Delta^2\Phi \cdot N, \tag{3}$$

其中 $\Delta^2 N_-$ 和 $\Delta^2\Phi$ 表示统计方差，按扩展数据图1评估。我们在分母中使用自旋相干态的正交分量投影噪声。因此 $\xi_N^2 = \xi_\Phi^2 = 1$ 表示标准量子极限。此外，自旋压缩态 [34, 35]代表一类纠缠态，其特征是自旋压缩因子 $\xi_s^2 = \xi_N^2/\langle\cos\Phi\rangle^2 < 1$，其中$\langle\cos\Phi\rangle$ 是相干因子。

多体哈密顿量 [36]的基态由于排斥性原子间相互作用，在耦合较弱的双阱中表现出数目压缩程度的增加。在图2a中，我们展示了作为有限持续时间玻色–爱因斯坦凝聚体分裂结果的实验推断压缩因子，在 N_- 和 Φ 中，用重新标度的射频修饰振幅 $\mathcal{A}$表示。我们对每次测量进行 ~ 200 次重复以确保可靠的统计。在约瑟夫森区间的开始，$U/2J \sim 1/N$，分裂玻色-爱因斯坦凝聚体的测量相对粒子数涨落接近预期的基态数目压缩$\xi_{N,0}^2$ （见附-pendix 方程 (7)）。

在进一步增加射频振幅 $\mathcal{A}$的过程中，绝热性条件将不再能够满足。这种失效在图 2a中得到了明确展示，其中在隧穿耦合较弱的双阱中，ξ_N^2 变得越来越大于 $\xi_{N,\,0}^2$。这种由玻色–爱因斯坦凝聚体分裂产生的初始非平衡态预计将在约瑟夫森区中发生动力学演化（见图 2b）。正如我们将在下一节中讨论的那样，具有数压缩基态的相空间中的量子态演化不仅仅是旋转，还包括额外的剪切。

相对相位的涨落总是远高于预期的基态相位压缩因子 $\xi_{\Phi,0}^2$，如图 2b 所示。这是由于原子间相互作用在斜坡过程中引起了相位扩散 [37]，而提高线性斜坡的分裂速度可以避免这种情况。更快分裂所带来的代价是，分裂刚结束后的数目压缩较差。因此，人们寻求超越线性单斜坡的替代分裂方案，以增强解耦陷阱中的自旋压缩。

SQUEEZING OSCILLATIONS IN CONJUGATE QUADRATURES

我们通过从单阱线性增加耦合，将两个玻色-爱因斯坦凝聚体制备于强耦合双阱（$\mathcal{A} = 0.5$）中；这使系统处于经典相空间的稳定定点，即 $\langle N_- \rangle = 0$ 和 $\langle \Phi \rangle = 0$（见扩展数据图3），其相空间涨落不同于基态。通过追踪这一非平衡量子态在强耦合双阱中的演化，我们观测到共轭可观测量的量子涨落动力学（见图 3）。

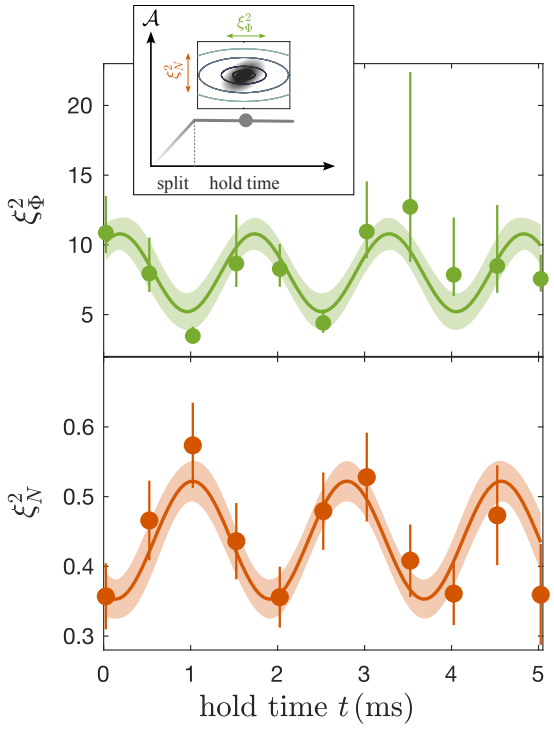


图 3.**耦合双阱中的压缩振荡。a.** 分裂后，在耦合阱中不同保持时间下相对相位（绿色）和相对粒子数（橙色标记）涨落的动力学。我们观察到频率相近且相对相位偏移为 π的振荡动力学。该振荡动力学并非相态在相空间中的简单线性旋转，而是隧穿耦合与在位相互作用共同作用的结果，并导致相态发生旋转加形变（见插图）。通过正弦拟合（实线），我们提取出频率；根据相空间中分布的旋转和剪切（见插图和图2b），这些频率约为等离子体频率的两倍，符合预期。色带表示拟合结果的 68% 预测置信区间，误差条表示一个标准误。

压缩因子在两个正交分量中都经历振荡动力学。引人注目的是，数正交分量始终保持压缩，而相位从未被压缩到低于标准量子极限，即振荡动力学不是相空间中状态的简单线性旋转。这源于隧穿耦合和在位相互作用的相互作用，并导致旋转和变形

该态（见图2b 和图 3插图）。我们可以用这样的直观图像来理解振荡频率：单次实现的 π 旋转对应于相空间中量子态分布的 2π 旋转（见图2b 和附录）。由此我们推断，压缩振荡的速度是平均值约瑟夫森振荡的两倍（等离子体频率为 f_p）；这与拉曼耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的半经典分析 [38]一致。

我们用正弦函数拟合图 3 中观测到的压缩因子，以确定压缩振荡频率，得到原子总数为 $N = 4154(35)$ 时，相对粒子数N_- 正交分量中的频率为 $f_\xi = 567(29)$Hz；以及相对相位 Φ 正交分量中的频率为 $f_\xi = 649(33)$ Hz，其中$N = 4302(45)$（见附录）。正如非线性约瑟夫森动力学所预期的，两个正交分量中测得的压缩振荡与实验测量的等离子体频率的两倍相符，且彼此之间存在 π 的相位差。结合图 3 中的互补测量，我们推断相空间中的平均量子态涨落为 $\xi^2_N \cdot \xi^2_\Phi \approx 3.5$，其中 $\xi^2_N = 0.44(2)$ 和 $\xi^2_\Phi = 8.0(7)$。

TWO-STEP SEQUENCE FOR OPTIMISED SPIN SQUEEZING

So far mostly simple linear ramps have been used to generate squeezing. In single-mode situations theoretical studies showed that non-linear ramps generated by optimal control can lead to better squeezing [39, 40]; for our multimode BJJ the development of a many-body simulation, required for performing open loop optimisation on spin squeezing, is not possible, as the splitting process is hard to calculate. Thus we develop an experimentally tractable two-step approach (see Fig. 4) based on the observed squeezing oscillations in the coupled DW; in single-mode spinor BECs a similar approach has been used to achieve spin-squeezed ground states [41, 42]. Here, we employ it for optimising the spin squeezing in a decoupled DW ($J = 0$) in a multimode situation (see Fig. 4). This is of particular interest for their application as a sensitivity-enhanced matter-wave interferometer [1, 2, 10].

We show in Fig. 4 that the generated squeezing oscillation in the coupled DW is successfully preserved after the ramp to the decoupled DW with two-step splitting; this means we are able to manipulate the quantum properties in the decoupled trap by a holding time in the coupled trap. Furthermore, the number squeezing is even further enhanced during the second ramp. With this approach, we obtain a phase coherence factor of $\langle \cos\Phi \rangle = 0.86^{+0.01}_{-0.02}$. This leads to a spin squeezing factor [5] of $\xi^2_s = -9.2^{+1.9}_{-3.0}\,\mathrm{dB}$ (with no detection noise correction, $\xi^2_s = -4.0(1.1)\,\mathrm{dB}$, see Appendix), which witnesses many-body entanglement [35].

相比之下，持续时间相似的单次线性斜坡产生较低的自旋压缩 $\xi^2_s \approx -1.5$dB，demonstrat-

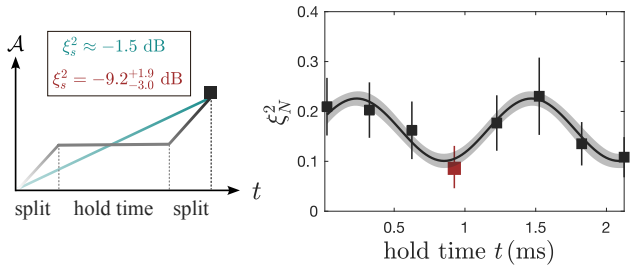


FIG. 4. **Two-step sequence for optimised spin squeezing** For optimising the spin squeezing in the decoupled trap ($\mathcal{A} = 0.65$), we perform a two-step sequence (black line in left schematic) instead of a simple linear ramp (blue line). By varying the hold time in the coupled trap ($\mathcal{A} = 0.5$) and performing the final measurement after adding a second linear ramp to the decoupled trap, we observe an oscillatory behaviour. This oscillation is similar to Fig. 3, but overall better number squeezing. For the optimal spin squeezed point (red marker) we find -9.2 dB spin squeezing instead of -1.5 dB for a single linear ramp with a similar total duration as the two-step sequence.

通过两步分裂获得显著增益。理解这一点的一个简单方式是，两步分裂使我们能够在分裂过程的较早阶段实现最佳的数目压缩，从而更有效地抑制相位扩散。

TUNING SQUEEZING OSCILLATIONS

To achieve controlled preparation of strongly correlated states with two-step splitting, it is crucial to understand the control parameters and tunability of the squeezing oscillation frequency. We identify two strategies: the first one involves tuning the parameters in a static BJJ, and the second one involves introducing time dependence on the control parameters through transversal motions.

首先，我们基于公式 (2) 对细长型 BJJ 中的频率标度关系进行了实验探究。在图 5a 中，我们展示了在单粒子隧穿耦合 J 逐渐减小（自下而上）的不同双阱中测得的数目压缩振荡。我们观察到，压缩振荡的频率跨度超过一个数量级。在图 5b 中，我们汇总绘出了提取出的频率，并将其与直接根据公式 (2) 估算的 $2f_p$ （灰色带）预期值进行比较。这里，对于每个 $\mathcal{A}$ ， J 是根据模拟的双阱势和实验原子数 $N \in [2,5] \cdot 10^3$ 推断得到的。我们发现，多模BJJ 的全局可观测量 N_- （零阶模）上实验观测到的涨落动力学，与基于双模玻色–哈伯德模型的简单计算结果吻合良好。这首先证实，所观测到的压缩振荡确实源于稳态非线性约瑟夫森动力学。

此外，我们在图 5c 中展示了拟合得到的相位

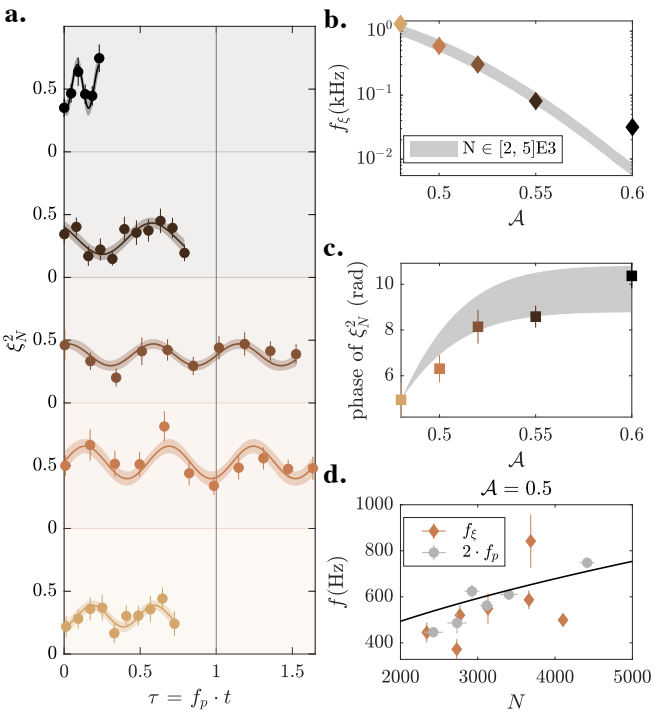


图 5。**调节压缩振荡频率a**。在恒定分裂速度下，随着 $\mathcal{A}$ 增加（从下到上），耦合双阱中的观-测到的数目压缩因子 ξ_N^2 演化。实线为拟合的正弦函数，带有 68% 的同时预测界限。**b**。 从**a**。中提取的压缩频率 f_ξ （菱形），以及带有 $N \in [2,5] \cdot 10^3$ 的计算预测值 $2f_p$ （灰色阴影）。**c**。 在**a**。中拟合得到的压缩振荡初始相位，与量子态在以恒定斜坡速度线性 ramp至不同双阱的过程中所累积的预期相位（灰色带）进行比较，其中 $\mathcal{A}$ 处的原子数为 $N \in [2,5] \cdot 10^3$ ，与**b**中相同。此处灰色带以 $\mathcal{A} = 0.48$ 处（在**a**中）拟合得到的压缩振荡相位作为初始值。**d**。在 $\mathcal{A} = 0.5$处的耦合双阱中， f_ξ （菱形）对原子总数 N 的依赖关系；作为比较，实验测量的等离子体频率 $2f_p$ （圆形），实线标示由公式 (2) 推断出的 $2f_p$ 。

图5a 中的压缩振荡在定量上与线性斜坡期间量子态的预期演化相符。图 5a 中的实验结果是在具有相同分裂速度的单次线性斜坡之后获得的。我们可以将斜坡期间相对于第一个实验数据点 $\mathcal{A} = 0.48$（设为$t = 0$）额外积累的相位估计为在斜坡时间 ΔT内持续演化的等离子体频率 f_p（t_i） （式(2)）之和，即$\Delta T \cdot \sum_{t=0}^{\Delta T} 2\pi f_p$（$t$）。尽管相空间中的量子态演化（图2b）并非简单的旋转，但不同双阱中初始相位之间的差异在斜坡期间形成的结果，使用这一简单估计却能得到出人意料的准确预测。

The other DoF for tuning squeezing oscillation is the total atom number N. In Fig. 5c we show experimentally

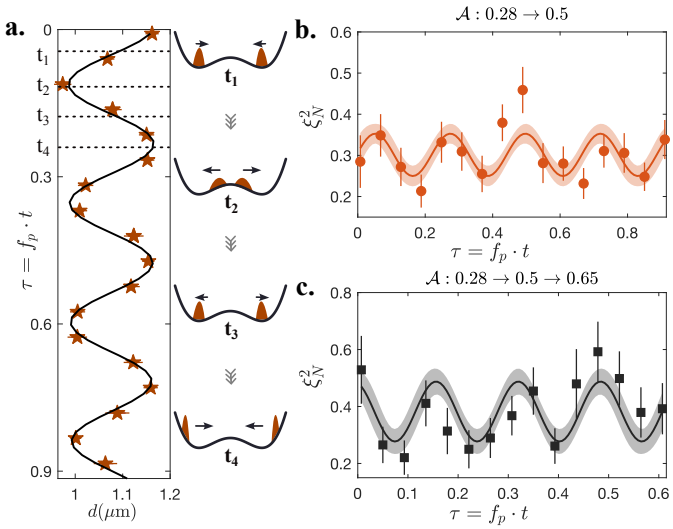


图 6. **驱动数压缩振荡**。**a.** 分裂淬火后，间距为 d 的凝聚体在 0.5 阱中；经过 $\kappa = 0.085\mathrm{ms}^{-1}$ 后进入 $\mathcal{A} = 0.5$ 阱。 d 以横向阱频率 f_x 振荡。借助这种对隧穿耦合的有效周期性调制，我们在**b.** 中观察到，ξ_N^2 （橙色圆圈）以阱频率 $f_x > f_p$ 驱动。**c.** 两步淬火后的转移压缩振荡。 τ 表示耦合双阱中的保持时间。

measured squeezing oscillation frequency f_ξ as a function of N (for fixed $\mathcal{A} = 0.5$) and compare them directly with experimentally measured plasma frequency $2f_p$ and a solid line derived from Eq. (2). In this strongly coupled DW, we can tune squeezing oscillation frequency from 300 Hz to 800 Hz by only adjusting the atom number.

为了拓展调节能力，我们对隧穿机制施加主动调制。通过实施分裂淬火，我们激发两个玻色-爱因斯坦凝聚体之间以横向阱频率 $f_x = 1418(10)$ Hz 反相横向摆动。图 6a展示了这种诱导运动，其凝聚体间距 d 是根据推断得出的。这种运动激发使有效隧穿耦合 J 以阱频率 f_x 周期性变化。图 6b 展示了这种周期性驱动如何使 ξ_N^2 以与 f_x 相当的频率振荡。此外，我们可以通过对解耦双阱进行两步分裂淬火，重现这一振荡频率（见图 6c）。

通过利用该方法，我们从两个方面提升了采用两步法制备自旋压缩态的效率：缩短跃迁时间和加快压缩动力学。我们的观察结果可能有助于开展对参数共振 [43] 和 Floquet 工程 [44]等引人入胜现象的研究。

压缩保护的空间关联

通过深入了解如何优化自旋压缩，我们现在研究自旋压缩如何影响多模系统中的空间关联；该系统是一个用于模拟 sine-Gordon场论的量子模拟器。在解耦双阱中，数目压缩通过降低相对相位扩散来延长全局相位相干性 [10, 33]。事实上，我们发现，实验提取的全局相位扩散速率与全局数目压缩水平之间具有良好的定性一致性（见扩展数据图 6）。

我们成像系统的空间分辨率可直接获取局域相对相位（见附录）。

这使我们能够探索所观测到的数目压缩如何影响局域退相干 [26, 45]。为了研究

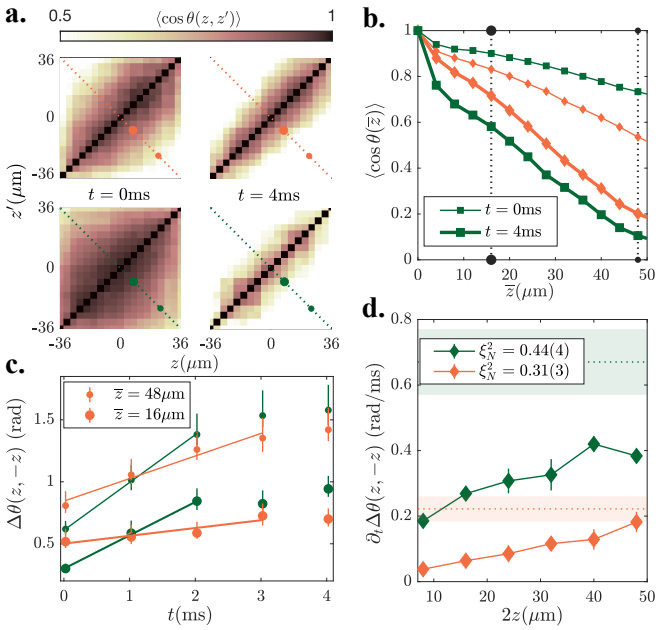


图 7. **数目压缩对多模相位关联函数的影响**。**a.** 沿凝聚体两个空间位置 z 与 z' 之间的相位关联函数 PCF $\langle\cos\theta(z,z')\rangle$。上、下面板分别显示在分裂至 $\mathcal{A} = 0.6$ 处双阱后时间 t 时，数目压缩为 0.31(3)（橙色）和 $\xi_N^2 = 0.44(4)$（绿色）的态的 PCF。**b.** 空间平均 PCF $\langle\cos\theta(z)\rangle$，其中 $z = |z - z'|$ 取自 **a.**，直观展示数目压缩如何抑制 PCF 的衰减。**c.** $\Delta\theta(z,-z)$ 的演化，对应 $z = 8\mu$ m（大圆）和 $z = 24\mu$ m（小圆）。我们通过线性拟合推断退相干速率 $\partial_t\Delta\theta(z,-z)$，并将提取的速率绘制于 **d**（所有距离 z 见扩展数据图 7）。阴影区域表示提取的全局相位扩散速率。我们观测到 $\partial_t\Delta\theta(z,-z)$ 沿凝聚体存在空间依赖性，这暗示源于准凝聚体多模动力学的局域数目压缩。

为此，我们在一个有效解耦的双阱中制备分裂的玻色-爱因斯坦凝聚体，并使其具有两种不同程度的（全局）数压缩。我们考虑两点相位相关函数

（PCF），其定义为 $\langle\cos\theta(z,\ z')\rangle$，其中 $\theta(z,\ z')\ =\phi(z)-\phi(z')$ 是相对相位场。

在图 **7a** 中，我们比较了解耦双阱中两点相位相干函数在两个时间点 $t=0$ms 和 $t=4$ ms 的情况，初始制备分别为 $\xi_N^2=0.31$**(3)**（上方面板）和 **0.44(4)**（下方面板）。尽管开始时相位相干函数更高，但数目压缩较弱时衰减更快（下方面板）。为了更好可视化，我们在图 **7b** 中绘制了平均相位相干函数 $\langle\cos\theta(z)\rangle$，其中 $z=|z-z'|$，位于中心区域 $z=[-36,36]\,\mu$m。显然，增强的全局数目压缩减缓了相位相干函数在大空间间距 z 上的衰减。

对于预热化态 [27], 发现局部数目压缩直接与所实现的sine-Gordon模型的有效温度 T^- 相关，根据关系 $T^-\ \propto\ \xi_N^2$ （见 [46] 和附录）；因此对于解耦双阱，增强的压缩导致更大的相位相干长度 $\lambda_T\propto 1/T^-$。

在多模系统中，原则上不同空间模式可以具有不同程度的压缩；例如在广义吉布斯系综中，这会导致模式依赖的有效温度 [47]。为了考察实验中压缩的空间依赖性，我们追踪两个对称点之间相对相位场涨落$\Delta\theta(z,-z)$的时间演化。我们提取线性速率 $\partial_t\Delta\theta(z,-z)$，并在图 **7c** 中展示了两个距离 $z=8\mu$m 和 24μm 处的一个示例。我们观察到退相干速率 $\partial_t\Delta\theta(z,-z)$具有空间依赖性（见图 **7d**）。正如预期，整体数目压缩更好的实验组具有更低的总体退相干速率 $\partial_t\Delta\theta(z,-z)$；此外，我们还观察到小距离处的退相干更慢。

CONCLUSION AND OUTLOOK

我们观察到了多模BJJ中共轭变量的量子涨落的振荡动力学，并基于这一观察结果，开发了一种更高效的实现增强型自旋压缩态的一种方法。我们设想，借助最优控制算法，在快速的两步序列之后优化经典外部动力学，从而更高效地制备自旋压缩态。针对我们的一维多模系统，我们已证明数目压缩能够抑制解耦双阱中的局域退相干。未来，追踪压缩动力学的能力将为优化强关联正弦-戈登场模拟器的制备开辟新途径，并实现更低的有效温度；通过实验接近由量子涨落主导的区域，将有望测量量子场中的纠缠熵 [48]。

Acknowledgements
我们感谢Sebastian Erne、Camille L´evˆeque 和 IgorMazets 的讨论，并感谢 PhilippKunkel 对稿件的评论。本工作得到DFG/FWFCRC 1225’ISOQUANT’、（奥地利科学基金（FWF）P36236）以及 QUANTERA项目 MENTA（FWF：I-6006）的支持。M.P. 获得了欧盟地平线2020研究与创- 新计划根据Marie Sk-lodowska-Curie 资助协议第 101032523 号提供的资助。

作者贡献，T.Z. 和 M.P. 在 Y.K.、M.M. 和 F.B. 的帮助下获取了实验数据。T.Z. 在 M.P. 的帮助下分析了数据。T.Z.、Y.K.、J.S. 和 M.P. 讨论了实验结果，并在所有作者的意见下撰写了手稿。J.S. 和 M.P. 监督了这项工作。

作者信息
通信和请求应发送至 T.Z. (tiantian.zhang@tuwien.ac.at) 或 M.P. (maximil- ian.pruefer@tuwien.ac.at)。

数据可用性
支持本文图表的源数据以及本研究其他发现的所有其他数据，可应合理请求从通讯作者处获得。

竞争性财务利益
作者声明不存在相互竞争的经济利益。

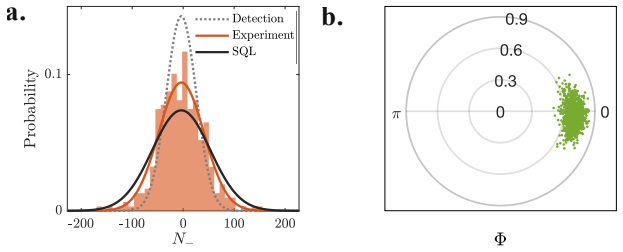
[1] L. Pezz`e、A. Smerzi、M. K. Oberthaler、R. Schmied 和 P. Treutlein，《原子系综非经典态的量子计量学》，《现代物理评论》**90**，035005（2018）。[2] V. Giovannetti、S. Lloyd 和 L. Maccone，《量子增强测量：超越标准量子极限》，《科学》**306**，1330（2004）。[3] I. Bloch、J. Dalibard 和 S. Nascimbene，《超冷量子气体的量子模拟》，《自然·物理》**8**，267（2012）。[4] O. G¨uhne 和 G. T´oth，《纠缠检测》，《物理学报告》**474**，1（2009）。[5] C. Gross、T. Zibold、E. Nicklas、J. Esteve 和 M. K. Oberthaler，《非线性原子干涉仪超越经典精度极限》，《自然》**464**，1165（2010）。[6] M. F. Riedel、P. B¨ohi、Y. Li、T. W. H¨ansch、A. Sinatra，和 P. Treutlein，基于原子芯片生成用于量子计量学的纠缠，《自然》 **464**，1170（2010）。[7] B. L¨ucke，M. Scherer，J. Kruse，L. Pezz´e，F. Deuret-zbacher，P. Hyllus，O. Topic，J. Peise，W. Ertmer，J. Arlt，*et al.*，用于超越经典极限的干涉测量的孪生物质波，《科学》 **334**，773（2011）。[8] C. D. Hamley，C. Gerving，T. Hoang，E. Bookjans，和 M. S. Chapman，量子气体中的自旋向列压缩真空态，《自然·物理》 **8**，305（2012）。[9] J. Esteve，C. Gross，A. Weller，S. Giovanazzi，和 M. K. Oberthaler，玻色–爱因斯坦凝聚体中的压缩与纠缠，《自然》 **455**，1216（2008）。[10] T. Berrada，S. van Frank，R. B¨ucker，T. Schumm，J.-F. Schaff，和 J. Schmiedmayer，集成式马赫–曾德尔

玻色–爱因斯坦凝聚态的干涉仪, **4**, 2077.[11] E. Nicklas、M. Karl、M. H¨ofer、A.Johnson、W.Mues- sel、H. Strobel、J. Tomkovi˘c、T.Gasenzer和M. K. Oberthaler，强猝发量子气体动力学中的标度观测，Phys. Rev.Lett. **115**，245301 2015()。[12] A. Farolfi、A. Zenesini、R. Cominotti、D. Trypogeorgos、A. Recati、G. Lamporesi 和 G. Ferrari，玻色原子细长型内部约瑟夫森结的操控，Phys.Rev. A **104**，023326 (2021)。[13] M.Pigneur、T. Berrada、M.Bonneau、T. Schumm、E.Demler和 J.Schmiedmayer，一维玻色约瑟夫森结中向相位锁定平衡态的弛豫，Physical review letters **120**，173601 (2018)。[14] V. Gritsev、A.Polkovnikov 和E. Demler，相互作用原子一维耦合凝聚体对的线性响应理论，Physical Review B **75**，174511 2007( )。[15] S.Coleman，作为大质量Thirring模型的量子正弦–戈登方程，Physical ReviewD **11**，2088 (1975)。[16] T. Schweigler、V. Kasper、S. Erne、I. Mazets、B. Rauer、F.Cataldini、T. Langen、T.Gasenzer、J.Berges 和 J.Schmiedmayer，通过高阶关联对量子多体系统进行实验表征，《自然》 **545**，323 (2017)。[17] T. Schweigler、M. Gluza、M. Tajik、S. Sotiriadis、F. Catal- dini、S.-C. Ji、F. S. Møller、J.Sabino、B.Rauer、J. Eisert、*et al.*，量子多体系统中非高斯关联的衰减与复现，《自然·物理》 **17**，559 (2021)。[18] G.-S. Paraoanu、S.Kohler、F. Sols 和 A.Leggett，约瑟夫森等离激元作为Bogoliubov准粒子，Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **34**，4689 (2001)。[19] A. Smerzi、S. Fantoni、S.Giovanazzi和S.Shenoy，两个受阱玻色–爱因斯坦凝聚态之间的量子相干原子隧穿，Physical Review Let- ters **79**，4950 (1997)。[20] S. Raghavan、A. Smerzi、S.Fantoni和 S.Shenoy，两个弱耦合玻色–爱因斯坦凝聚态之间的相干振荡：约瑟夫森效应、 π 振荡和宏观量子自俘获，Physical Review A **59**，620(1999)。[21] M.Albiez、R. Gati、J. F¨olling、S. Hunsmann、M.Cris-tiani和M.K. Oberthaler，单个玻色约瑟夫森结中隧穿与非线性自俘获的直接观测，Physical review letters **95**，010402 (2005)。[22] R.Gati 和 M. K. Oberthaler，一个玻色约瑟夫森结，Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Opti- cal Physics **40**，R61(2007)。[23] S. Levy、E. Lahoud、I.Shomroni和 J.Steinhauer，玻色–爱因斯坦凝聚态中的交流与直流约瑟夫森效应，《自然》 **449**，579 (2007)。[24] L. J.LeBlanc、A.Bardon、J.McKeever、M.Extavour、D. Jervis、J. Thywissen、F. Piazza 和 A. Smerzi，可调超流结的动力学，Physical Review Letters **106**，025302 (2011)。[25] G.Spagnolli、G. Semeghini、L.Masi、G.Ferioli、A.Trenkwalder、S.Coop、M. Landini、L. Pezz`e、G. Mod- ugno、M.Inguscio、A.Smerzi和M. Fattori，隧穿玻色约瑟夫森结中从吸引相互作用到排斥相互作用的跨越，Phys. Rev.Lett. **118**，230403 2017( )。[26] T. Kitagawa、A. Imambekov、J.Schmiedmayer和 E.Demler，通过量子噪声的完整分布探测一维量子系统的动力学与预热化，《新物理学杂志》**13**，073018（2011）。[27] M. Gring、M.Kuhnert、T. Langen、T.Kitagawa、B. Rauer、M.Schreitl、I. Mazets、D. A. Smith、E. Dem-ler和 J.Schmiedmayer，孤立量子系统中的弛豫与预热化，《科学》**337**，1318（2012）。[28] J. Reichel 和 V. Vuletic，*Atom chips*（John Wiley &Sons，2011）。[29] S. Hofferberth、I. Lesanovsky、B. Fischer、J.Verdu 和 J.Schmiedmayer，中性原子的射频缀饰态势，《自然·物理》**2**，710（2006）。[30] R.B¨ucker、A. Perrin、S. Manz、T. Betz、C.Koller、T. Plis- son、J.Rottmann、T.Schumm和 J.Schmiedmayer，自由传播超冷原子的单粒子灵敏成像，《新物理学杂志》**11**，103039（2009）。[31] Y.Castin和 J. Dalibard，两个玻色–爱因斯坦凝聚态的相对相位，Physical ReviewA **55**，4330（1997）。[32] K. Maussang、G. E.Marti、T. Schneider、P. Treutlein、Y. Li、A. Sinatra、R.Long、J.Esteve 和J.Reichel，玻色–爱因斯坦凝聚态分束器中增强和降低的原子数涨落，Physical Review Letters **105**，080403（2010）。[33] G.-B.Jo、Y. Shin、S.Will、T.Pasquini、M. Saba、W. Ket- terle、D. E. Pritchard、M.Vengalattore和M. Prentiss，原子芯片上两个玻色–爱因斯坦凝聚态的长相干时间与数目压缩，Physical Re- view Letters **98**，030407（2007）。[34] D. J. Wineland、J. J. Bollinger、W.M.Itano 和 D. Heinzen，光谱学中的压缩原子态与投影噪声，Physical Review A **50**，67（1994）。[35] A. Sørensen、L.-M.Duan、J. I.Cirac 和P. Zoller，玻色–爱因斯坦凝聚态中的多粒子纠缠，《自然》**409**，63（2001）。[36] G. Milburn、J.Corney、E.M.Wright 和D. Walls，双阱势中原子玻色–爱因斯坦凝聚态的量子动力学，Physical ReviewA **55**，4318 1997（）。[37] M.Lewenstein 和 L. You，玻色–爱因斯坦凝聚态的量子相位扩散，Physical Review Letters **77**，3489 1996（）。[38] J. Dunningham、K. Burnett和 M. Edwards，玻色–爱因斯坦凝聚态中的相对粒子数压缩，Physical Review A **64**，015601（2001）。[39] G. J¨ager、T. Berrada、J. Schmiedmayer、T.Schumm和 U. Hohenester，玻色–爱因斯坦凝聚态的参量压缩放大，Phys.Rev. A **92**，053632（2015）。[40] J.Grond、G.vonWinckel、J.Schmiedmayer和U.Ho-henester，受阱玻色–爱因斯坦凝聚态中数目压缩的最优控制，Phys.Rev. A **80**，053625（2009）。[41] L.Xin、M. Chapman和T. Kennedy，通过非绝热控制快速生成时间稳态自旋-1压缩态，PRXQuantum**3**，010328（2022）。[42] L. Xin、M. Barrios、J.T.Cohen 和M.S. Chapman，自旋-1玻色–爱因斯坦凝聚态中的压缩基态（2022）。[43] I. Lovas、R. Citro、E.Demler、T.Giamarchi、M. Knap 和E.Orignac，受驱动 sine-Gordon模型中的多体参量共振，Phys. Rev. B **106**，075426（2022）。

[44] S.-C. Ji、T. Schweigler、M. Tajik、F. Cataldini、J. Sabino、F. S. Møller、S. Erne 和 J. Schmiedmayer，玻色约瑟夫森结的 Floquet 工程，《物理评论快报》**129**，080402（2022）。[45] R. Bistritzer 和 E. Altman，一维超冷原子干涉仪中的内禀退相干，《美国国家科学院院刊》**104**，9955（2007）。[46] S. A. Erne，*Far From Equilibrium Quantum Many-Body Systems: From Universal Dynamics to Statistical Mechanics* 2018，博士论文（）。[47] T. Langen、S. Erne、R. Geiger、B. Rauer、T. Schweigler、M. Kuhnert、W. Rohringer、I. E. Mazets、T. Gasenzer 和 J. Schmiedmayer，广义 Gibbs 系综的实验观测，《科学》**348**，207（2015）。[48] M. Tajik、I. Kukuljan、S. Sotiriadis、B. Rauer、T. Schwei-gler、F. Cataldini、J. Sabino、F. Møller、P. Sch¨uttelkopf、S.-C. Ji、D. Sels、E. Demler 和 J. Schmiedmayer，量子场论中互信息面积律的实验验证（2022）。[49] J. Javanainen 和 M. Wilkens，分裂玻色–爱因斯坦凝聚态的相位与相位扩散，《物理评论快报》**78**，4675（1997）。[50] A. Leggett 和 F. Sols，对“分裂玻色–爱因斯坦凝聚态的相位与相位扩散”的评论，《物理评论快报》**81**，1344（1998）。

附录

数目压缩因子估计



扩展数据图 1. 分布 a 的统计评估。 N_- 的直方图以及拟合的正态分布（橙色）。作为参考，我们展示了二项分布（黑色；表示标准量子极限）以及宽度对应于探测噪声水平的正态分布（灰色）。**b.** Φ 的极坐标分布，条纹可见度 C 作为半径。误差棒表示均值的一个标准误差（s. e. m.）。

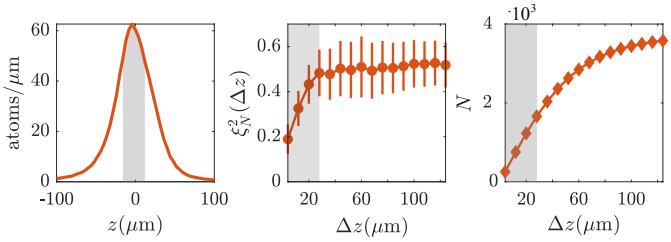
我们将两个云的信号相加以获得全局计数数目 S_L 和 S_R，并计算全局数目压缩因子，公式为

$$\xi_N^2 = \frac{\Delta^2 S_- - 2S - 2\Delta^2 b}{\bar{p}S}. \tag{4}$$

这里 $\Delta^2 S_- = \Delta^2(S_L - S_R)$是相对光子信号的方差，$p$ 是实验校准的每个原子收集的平均光子数，$\Delta^2 b$ 是EMCCD芯片上无原子区域的背景噪声方差。$2S = 2(S_L + S_R)$的噪声源于EMCCD芯片的电子倍增过程。$2S + \Delta^2 b$ 是组合探测噪声，在扩展数据图**1a**中 N_- 的直方图中以灰色点线（具有相应宽度的高斯分布）表示。

Extraction of relative phase

我们按切片对干涉条纹进行拟合，拟合函数为 $\rho(x) \approx g(x)[1 + C\cos(k_0(x - x_0) + \phi)]$，以提取局域相对相位 ϕ 和条纹可见度 C，后者表征单粒子相干性。为尽量减小局域涨落的相对相位导致的读出误差，我们基于对区域 $z = [-3, 3]\delta z$内独立拟合得到的局域相对相位 $\phi(z)$，提取全局相对相位 $\Phi = \arg\left(\exp\left(i\phi(z)\right)\right)$；其中，$\delta z = 4\,\mu$m 是物空间中的像素尺寸。评估得到的相位分布如扩展数据图 **1b**所示。



Ext. Data Fig. 2. Imaging influence on spatially resolved number squeezing detection. Left panel: Longitudinal profile of BEC. Middle panel: Influence of finite integration length Δz on evaluation of number squeezing factor ξ_N^2. Δz is evaluated symmetrically around the peak density along the condensate. Right panel: Atom number N within integration region Δz. The shaded region indicates the lower bound of Δz for reliable estimation of ξ_N^2.

Characterization of imaging resolution

凝聚体的纵向长度为 $L = 60 - 120\,\mu$m，具体取决于原子总数。由于原子在成像光中的随机游走以及发射光子的扩散，有效成像分辨率低于成像分辨率 δz。有效成像分辨率对评估局域数目压缩因子至关重要。扩展数据图 2 显示，计算得到的 ξ_N^2 在积分区域大于 $28\,\mu$m 时趋于稳定。该长度表征有效分辨率，其仍比凝聚体长度小数倍。

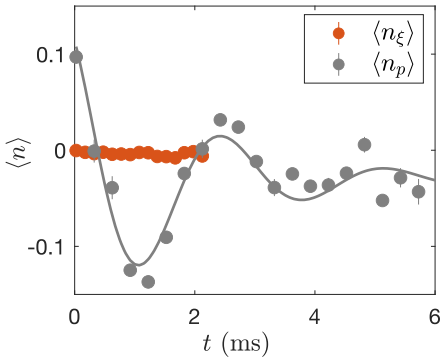
Mean-field Josephson oscillation

We show in Ext. Data Fig. 3 an example of Josephson oscillation of relative imbalance $\langle n_p \rangle$ by imprinting an initial nonzero imbalance, which is used for extraction of the plasma frequency f_p (shown in Fig. 6**c**).

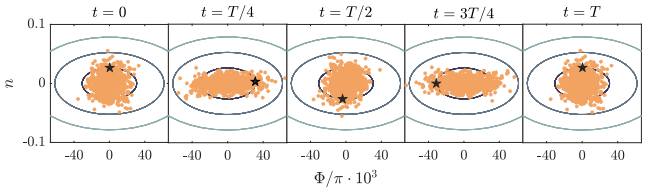
For comparison, we also display the typical evolution of the imbalance, $\langle n_\xi \rangle \approx 0$, in the case of symmetric splitting investigated in this work.

Fit and errorbars

压缩振荡使用函数$\xi^2(t) = a \cdot \sin(2\pi f_\xi \cdot t + p_0) + \xi^2$ 进行拟合，其中 a、f_ξ、p_0 和 ξ 是其拟合参数。拟合模型的阴影区域表示拟合函数的 68% 同时界限预测置信区间。实验测得的压缩因子的误差条表示使用刀切法重采样估计的标准误。



Ext. Data Fig. 3. Evolution of expectation value of relative imbalance $\langle n \rangle = \langle N_-/N \rangle$ in coupled DW. Grey markers, $\langle n_p \rangle$, show Josephson oscillation with an imprinted nonzero initial imbalance. Orange markers, $\langle n_\xi \rangle$, indicate that the expectation values are at equilibrium after symmetrical splitting.



Ext. Data Fig. 4. **Propagation of imprinted initial fluctuations in the two-mode BH model**. The star marker signifies the evolution of a single realisation, representing the mean field value. A π rotation of a single realisation corresponds to a 2π rotation of the phase space fluctuations. Here T is one period of Josephson oscillation.

Semiclassical simulation on squeezing oscillations

为了直观展示耦合双阱中的压缩振荡（见图 3），我们搭建了一个半经典模拟。在扩展数据图4中，我们绘制了双模玻色-哈伯德模型所给出的经典相空间中的等势线。

$$\mathcal{H} = \frac{2J}{\hbar}\left[\frac{\Lambda}{2}n^2 - \sqrt{1-n^2}\cos\Phi\right], \tag{5}$$

where $\Lambda = UN/2J$ signifies the interplay between the inter-atomic interaction energy and tunnel coupling energy. With suitable parameter values for DW $\mathcal{A} = 0.5$: single particle tunnel coupling energy $J = 41\,\mathrm{Hz}$, interaction energy $U = 0.33\,\mathrm{Hz}$ and total atom number $N = 3500$. Here J is estimated using the energy difference between the two lowest single-particle eigenstates in the simulated DW potential, $J = (E_1 - E_0)/2$, and experimentally measured atom number N.

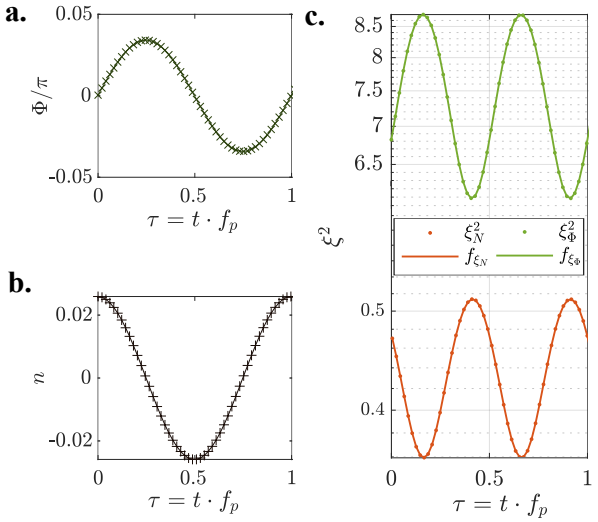
Around the stable fixed point and given small fluctuations in the lower energy states, BH Hamiltonian can be further linearized and expressed in harmonic approximation as

$$H_{hc} = \frac{hf_p}{2}\left(\frac{\Phi^2}{2\Delta_{GS}^2\Phi} + \frac{N_-^2}{2\Delta_{GS}^2 N_-}\right), \tag{6}$$

where $\Delta_{GS}^2\Phi = \sqrt{1+\Lambda}/N$ and $\Delta_{GS}^2 N_- = N/\sqrt{1+\Lambda}$ are ground state fluctuations. With these parameters, we can estimate the expected ground state squeezing factors in Eq. (6) to be

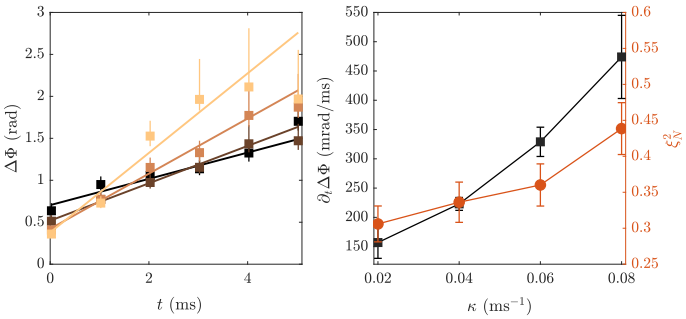
$$\xi_{N,0}^2 = 1/\sqrt{1+\Lambda}, \quad \xi_{\Phi,0}^2 = \sqrt{1+\Lambda}, \tag{7}$$

shown as shaded bands in Fig. 1**b**.



Ext. Data Fig. 5. **Squeezing oscillation frequency** Evolution of a single realisation in Ext. Data Fig. 4 in the Φ (in **a**) and N_- quadrature (in **b**). Evolution of quantum fluctuation in the conjugate quadratures (in **c**) and its fitted frequency corresponding to twice the plasma frequency f_p.

我们从两个正态分布中各抽取 1000 次实现（每个可观测量对应一个分布），其方差大于基态涨落 Δ_{GS}^2（根据方程 (6) 推导），并在经典极限下，利用由方程 5 推导出的运动方程对其进行传播。我们在扩展数据图 4 中展示了量子态在时间跨度 $T = 1/f_p$ 内传播的模拟结果，其中 T 对应于可观测量期望值的一个约瑟夫森振荡周期（星形标记）。为更清楚地说明这一点，我们在扩展数据图 5 中绘出了单次实现的 N_- 和Φ 的演化，以及各正交分量中的投影涨落（以压缩因子 ξ^2 表示）。可以看出，每个可观测量中的投影噪声以期望值两倍的频率振荡，即 $f_\xi = 2f_p$ （另见 [38]）。



Ext. Data Fig. 6. Global number squeezing suppresses global phase diffusion in decoupled trap. Left panel: phase diffusion in $\mathcal{A} = 0.6$ trap for different splitting speeds κ. Right panel: The linearly fitted phase diffusion rates $\partial_t \Delta\Phi$ agree qualitatively with the measured ξ_N with different κ.

Impact of number squeezing on global phase diffusion

在解耦阱（$J \approx 0$）中，对称分裂 [49, 50] 后的相位扩散可表示为

$$\Delta^2\Phi(t) = \Delta^2\Phi_0 + R^2 t^2, \tag{8}$$

where $R = \frac{\xi_N\sqrt{N}}{\hbar}\frac{\partial\mu}{\partial\mathcal{N}}\Big|_{\mathcal{N}=N/2}$ is the phase diffusion rate and $\Delta^2\Phi_0$ is the initial variance of Φ right after splitting and $\mu(\mathcal{N})$ is the chemical potential of BEC with atom number $\mathcal{N}$. Eq. (8) implies slower phase diffusion with stronger number squeezing.

We investigate experimentally the influence of number squeezing on global phase diffusion rate by splitting into effectively decoupled DW, $\mathcal{A} = 0.6$. For different split speed $\kappa = \delta\mathcal{A}/\delta t$ we measure the phase spread $\Delta\Phi(t)$ and deduce the phase diffusion rate from a linear fit. The extracted rates $\partial_t\Delta\Phi$ match the trend of the measured ξ_N. (see Ext. Data. Fig. 6).

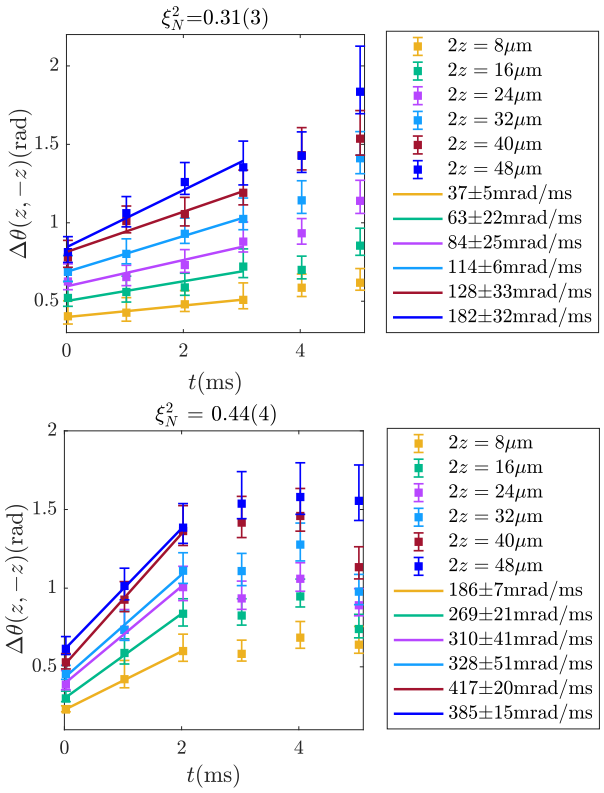
Impact of number squeezing on spatial dephasing

For resolving local dynamics between two split 1D condensates, we introduce the local observables along the condensates: the local relative phase $\phi(z) = \phi_L(z) - \phi_R(z)$ and the relative density $\rho_-(z) = \rho_L(z) - \rho_R(z)$. The local and global observables fulfill the relation $\Phi = \arg\left(\overline{\exp\left(i\phi(z)\right)}\right)$, $N_- = \sum_z \rho_-(z)$.

In previous works studying the phenomenon of prethermalisation [26, 27], the effective temperature T^- between the two condensates was connected to the relative density fluctuations $\Delta^2\rho_- = \langle\rho_-^2\rangle$ by

$$T^- = \frac{g\Delta^2\rho_-}{2} = \frac{g\rho_0\xi_\rho^2}{2}, \tag{9}$$

where ρ_0 is the peak atomic density in each condensate after splitting and ξ_ρ^2 is the local number squeezing factor.



扩展数据图 7。与全局数目压缩相关的解耦阱中局域退相干速率提取。BEC 纵向中心两侧对称位置的两个点之间空间相对相位涨落 $\Delta\theta(z, -z)$的演化。上图：具有全局数目压缩 $\xi_N^2 = 0.31(3)$时 $\Delta\theta(z, -z)$的演化，以及基于前四个时间点的线性拟合。下图：具有全局数目压缩（ ）时

$\Delta\theta\ z\ -z$ $\xi_N^2\ =(,\ )$

0.44 4

的演化，以及基于前三个时间点的线性拟合。