arXiv:2304.03177v1 [eess.SP] 6 Apr 2023

面向MIMO-FMCW汽车雷达的互干扰抑制

Sian 金、普·王、彼得罗斯·布福诺斯、菲利普·V·奥利克、龙平·高桥和苏米特·罗伊

摘要—**本文研究了采用调频连续波（FMCW）信号和多输入多输出（MIMO）虚拟阵列的汽车雷达之间的相互干扰抑制。我们首次推导出一种通用的干扰信号模型，该模型不仅充分考虑了时频非相干性，例如不同的FMCW 配置参数和时间偏移，还考虑了受干扰雷达与干扰雷达之间的慢时间码MIMO非相干性和阵列配置差异。结合标准的MIMO-FMCW目标信号模型，我们将干扰抑制转化为在由显式干扰信号模型描述的非相干MIMO-FMCW干扰下进行空间域目标检测，并提出了一种恒虚警率（CFAR）检测器。更具体地说，所提出的检测器利用了所推导干扰模型在发射和接收导向矢量空间中的结构特性。我们还推导出了检测概率和虚警概率的解析闭式表达式。通过合成级和相控阵系统级仿真进行的性能评估证实，与选定的基准方法相比，我们提出的检测器具有更好的有效性。**

索引词—**汽车雷达、FMCW、多输入多输出、干扰抑制、目标检测、CFAR。**

I. 引言

高级驾驶辅助系统（ADAS）和自动驾驶需要一种高分辨率环境感知系统，能够在所有天气条件下可靠地检测和识别静止目标（例如建筑物、树木和护栏）以及动态目标（例如车辆和行人）。与摄像头和激光雷达等其他感知传感器相比，雷达有望以更低的成本和处理开销在恶劣天气及夜间条件下运行 [2]。

当前的汽车雷达广泛采用调频连续波（FMCW）技术 [1]–[9], ，因为该技术能够在利用较大扫频带宽实现高距离分辨率的同时，使接收机具备较低的采样率。另一方面，由于角分辨率较差，尤其是在俯仰域中，这类雷达在高分辨率感知任务中的应用受到限制。为提高角分辨率，汽车雷达芯片厂商采取了各种方法来形成大孔径，从而产生高度定向的波束。机械扫描的调频连续波雷达，例如 Navtech CTS350-X，已被用于

S.Jin 是普林斯顿大学的博士后研究员，任职于美国新泽西州普林斯顿。P.Wang、P. Boufounos 和P.Orlik 任职于三菱电机研究实验室（MERL），美国马萨诸塞州剑桥。R.Takahashi 任职于三菱电机信息技术研发中心，日本镰仓市大船。S. Roy 任职于华盛顿大学，美国西雅图。S.Jin的部分工作是在其于MERL 实习期间以及在华盛顿大学攻读博士学位期间完成的。本文的部分内容将在 2023 年 ICASSP 上发表 [1]。

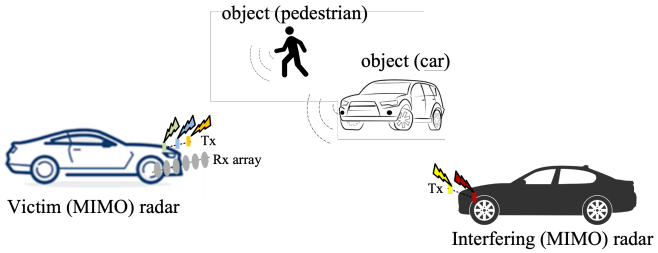


图 1. MIMO-FMCW汽车雷达互干扰抑制示意图，其中受干扰车辆和干扰车辆均使用多输入多输出发射机和接收机阵列来发射和接收波形。

收集 360° 鸟瞰视图（BEV）雷达图像，这些图像位于距离- 方位域中，但不包含多普勒速度 [10]。合- 成孔径雷达（SAR）技术通过相干地组合返回的雷达波形，在已知自车运动的假设下，生成场景的高分辨率二维图像 [11]。多输入多输出（多输入多输出）雷达是另一种经济高效的方法，可用较少数量的发射（发射）和接收（Rx）天线及射频（RF）链路构成大型虚- 拟阵列。为实现这一点，需要在每个接收机处分离对应于每个发射机的波形，前提是来自不同发射天线的发射波形能够彼此分离或正交。正交多输入多输出信令方案可通过时分复用（TDM）、频分复用（FDM）和多普勒分复用（DDM）（也称为慢时间 MIMO）模式实现 [9], [12], [13]。截至目前，芯片厂商已经将组合式多输入多输出- FMCW汽车雷达实现商业化，以在方位和俯仰域中实现数百甚至数千个虚拟通道 [14], [15]。

当多个汽车雷达在相同的受监管频段（例如 $76-81$ GHz）内运行时，预计相互雷达干扰将成为一个严重问题，如图1所示。传统调频连续波雷达中已经考虑了互干扰抑制，并可分为：

1) 快时间（距离）域：干扰置零 [16]–[18],稀疏重构 [19], [20], 自适应噪声消除器 [21], 信号分离 [22],快时间-频率模式检索 [23], 和快时间神经网络 [24],[25];
2) 慢时间（多普勒）域：波形随机化 [26], [27], 斜坡滤波 [28],和慢时间神经网络 [29]; 3) 联合距离-多普勒域：基于神经网络的干扰消除器

干扰消除器 [30]–[33];

4）通信辅助调度，例如时分多址接入 [34]，以及啁啾斜率和频率偏移调度 [35]。

对于 MIMO-FMCW汽车雷达，可以在 MIMO编码域 [36]中进行干扰抑制，但这需要受干扰雷达与干扰雷达之间进行额外的通信和协调。另一方面，空间域干扰抑制方法旨在利用天线域或波束空间域中的额外自由度。早期工作包括基于接收端波束成形的方法 [37]–[41]，、零陷导向 [42],以及线性约束最小方差（LCMV）波束成形 [43]。

与上述所有工作不同，我们的方法旨在理解标准汽车雷达在距离-多普勒处理和 MIMO 波形分离输出端的干扰信号。通过对干扰信号进行数学理解，我们能够在空间域中利用克罗内克子空间信号模型近似干扰，其中空间域由从发射机和接收机观测到的目标角度构成，并将相互干扰抑制转化为克罗内克子空间干扰加噪声条件下的目标检测问题。我们的贡献总结如下：

- 我们首次在受害雷达与干扰雷达之间存在时频非相干性、MIMO码非相干性和阵列配置差异的情况下，推导了空间域MIMO-FMCW干扰的显式信号模型。
- 我们还表明，在相干干扰、TDM-MIMO干扰和相控阵干扰等特殊情况下，所推导的干扰信号模型可简化为文献中已有的模型。
- 我们利用非相干干扰的发射端和接收端导向矢量的结构。具体而言，我们将非相干MIMO-FMCW干扰分解为两个正交分量：一个与目标发射导向矢量完全对齐，另一个则位于其正交补子空间中。
- 我们提出了一种广义子空间（网格搜索）检测器。该检测器在接收端波束成形后，利用已知统计量最小化干扰加噪声的方差，在目标方向保持固定增益，并消除残余非相干干扰。
- 我们推导了虚警概率和检测概率的闭式解析表达式，并证实所提出的检测器具有恒虚警率（CFAR）特性。
- 我们进一步证明，在特定条件下，该方法会解析收敛至现有的基于接收子空间的检测器（随机搜索检测器或零陷波束形成检测器）以及先知检测器。
- 我们使用解析性能曲线、合成数据以及考虑逐阵元阵列方向图的更真实数据，对所提出的检测器与几种基准方法（包括最先进的随机搜索和 LCMV检测器）进行了全面的数值比较。

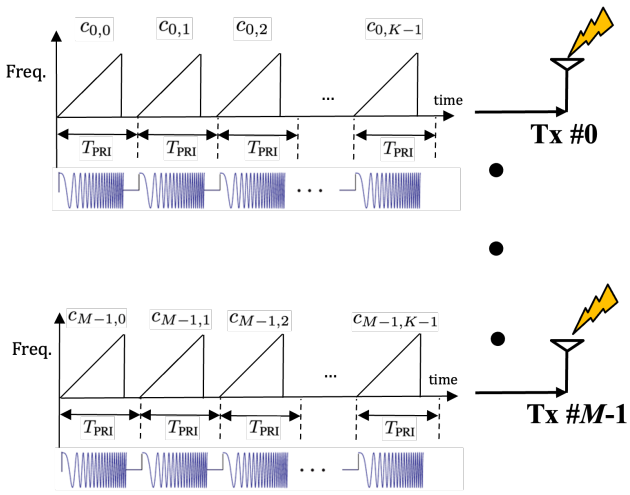


图 2. 将发射脉冲编码 $c_{m,k}$ 应用于同一源FMCW波形的 MIMO-FMCW波形。发射脉冲编码可根据工作模式而变化：慢时间 MIMO/DDM-MIMO（例如，Hadamard 或Chu序列）、TDM-MIMO（独热向量）以及相控阵（带有模拟移相器的全一向量）。

本文中，我们使用$(\cdot)^T$ 表示转置，使用$(\cdot)^*$ 表示共轭，并使用 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。我们使用 $\mathbf{P_H} \triangleq \mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H$ 表示投影到$\mathbf{H}$的列空间上的投影矩阵。我们使用 $\mathbf{P}_{\mathbf{H}}^{\perp} \triangleq \mathbf{I} - \mathbf{P_H}$ 表示投影到与$\mathbf{H}$的列空间正交的空间上的投影矩阵。$Q_1(x, y)$表示阶数为 1 [44] 的 Marcum Q 函数。所有索引均从 0 开始。

II. 信号模型

下面我们简要概述目标信号模型，更详细地推导干扰信号模型，并展示在各种工作模式下（例如相干干扰、相控阵干扰和 TDM-MIMO 干扰），所推导的干扰模型与现有结果一致。

A. 多输入多输出-*FMCW*波形

如图2所示，我们考虑一个在相干处理间隔（CPI）内由 M 发射天线组成、与 N 接收天线共址并经历 K 脉冲的受害雷达。受害雷达的源FMCW波形是

$$s(t) = e^{j\pi\beta t^2} D_{0,T}(t), \tag{1}$$

其中 β 是调频斜率， T 是啁啾持续时间，且

$$D_{a,b}(t) = \begin{cases} 1, & a \le t \le b \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{2}$$

发射天线 m 在 K 个脉冲期间的射频波形为 [9]

$$s_m(t) = \sum_{k=0}^{K-1} c_{k,m}\, s(t - kT_{\text{PRI}}) e^{j2\pi f_c (t - kT_{\text{PRI}})}, \tag{3}$$

其中，$c_{k,\ m}$ 表示第 m个发射天线在第 k个脉冲上的发射脉冲编码， T_{PRI} 表示受害雷达的脉冲重复间隔

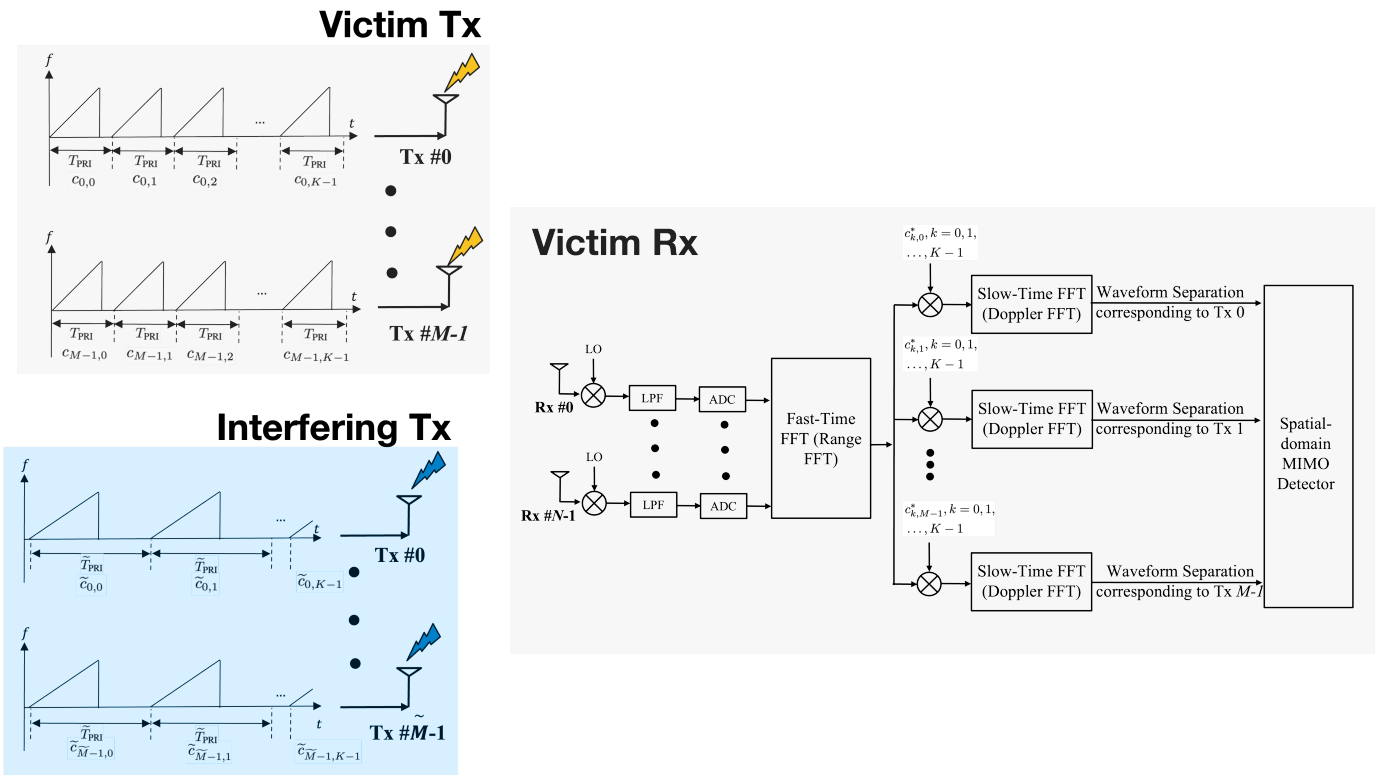


图3。受害者 MIMO-FMCW 汽车雷达的接收机架构（右侧）：该架构同时捕获来自自身发射机（左上）的两种发射波形，以及来自非相干 MIMO-FMCW 干扰雷达（左下）的波形；后者具有不同的 FMCW 配置参数、时间偏移、MIMO 编码和发射机阵列配置。

且 f_c 表示载波频率。在 (3) 中，发射脉冲编码可能随工作模式 [13]而变化：

- 慢时间 MIMO/DDM-MIMO 模式：选择发射端 Txm 的编码，使其在各发射天线之间实现零或较低的互相关。一个例子是使用二进制哈达玛编码，其中 $c_{k,\ m}$ 取自大小为 K 的哈达玛矩阵的列，假设 $K > M$

$$\frac{1}{K}\sum_{k} c_{k,m}c_{k,m'} = \begin{cases} 1 & \text{if } m = m' \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \tag{4}$$

  其他选择包括 Chu 序列、优化二进制相位码，以及可将天线间干扰分散到多普勒域中的相位码 [13], [45]。

- TDM-MIMO 模式：发射端 Tx m 的编码是一个独热向量，其中 $c_{k,\ m} = 1$ 且 $c_{k,\ m'} = 0$，$m' \neq m$。换言之，每个脉冲期间只有一个发射端处于工作状态，各发射端依次进行发射。

- 相控阵模式：所有 k 对应的 atTx m 码均为 1，即 $c_{k,m} = 1$。波束形成角度由额外的波束形成过程控制，此处省略。

B. 目标信号模型

在图3所示受害雷达的接收机处理之后，我们简要概述空间域中的目标信号模型，例如发射与接收角度。目标信号模型的类似推导可在 [9], [46]中找到。

对于距离为 R 且相对径向速度为 v的目标，从受害雷达的第 m个发射天线到其第 n个接收天线的往返传播时延为

$$\tau_{m,n}(t) = 2\frac{R + vt}{c} + m\frac{d_t \sin(\phi_t)}{c} + n\frac{d_r \sin(\phi_r)}{c}, \tag{5}$$

其中，d_t 和 d_r 分别是发射天线和接收天线的单元间距，ϕ_t 和 ϕ_r 分别是目标的发射角和接收角，c是传播速度。若目标处于远场，则可近似认为 $\phi_t = \phi_r$。

如图3右上方（受害接收机）所示，接收信号在每条接收天线链中依次经过本地振荡器（LO）、低通滤波（LPF）、模数转换器（ADC）、快时间／距离FFT、慢时间／多普勒FFT，以及 MIMO 波形分离等处理模块。目标信号模型的逐步推导见附录A。在 MIMO 波形分离的输出端，将 $\{y^s_{m,n}(l',k')\}$ 堆叠成一个向量，即可为给定距离单元 l' 和多普勒单元 k' 上的目标构造一个 $MN \times 1$ 虚拟阵列信号，如下所示

$$\mathbf{y}^s(l',k') = b(l',k')\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r. \tag{6}$$

其中 $\mathbf{a}_t \triangleq [1, e^{-j2\pi f_{\phi_t}}, \ldots, e^{-j2\pi f_{\phi_t}(M-1)}]^T$是空间频率为 f_{ϕ_t} 的目标发射导向矢量，$\mathbf{a}_r \triangleq [1, e^{-j2\pi f_{\phi_r}}, \ldots, e^{-j2\pi f_{\phi_r}\ N-1}]^T$是空间频率为 f_{ϕ_r} 的目标接收导向矢量，而 $\otimes$ 表示克罗内克积。可以看出，空间域目标

信号在目标发射端与接收端导向矢量之间具有克罗内克结构。

C. 干扰信号模型

在图3的左下方，干扰雷达也采用 MIMO-FMCW 信号方案，其 MIMO 阵列配置可能有所不同，例如发射天线数量 $\sim M$、阵元间距和发射脉冲编码 $\widetilde{c}_{\widetilde{k},\,\widetilde{m}}$、FMCW 配置参数和时间偏移。

干扰发射端发射的*MIMO-FMCW* 波形：更具体地说，第 $\widetilde{m}$个干扰发射天线发送编码的$\sim K$ 脉冲

$$\widetilde{s}_{\widetilde{m}}(t)=\sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1}\widetilde{c}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}\widetilde{s}(t-\widetilde{k}\widetilde{T}_{\text{PRI}}-\widetilde{\tau}_{syn})e^{j2\pi f_c(t-\widetilde{k}\widetilde{T}_{\text{PRI}}-\widetilde{\tau}_{syn})}, \tag{7}$$

其中，源FMCM波形 $\widetilde{s}(t)$与 (1) 具有相同的$\widetilde{\ }$表达式，但调频斜率 β 和脉冲 $\widetilde{\ }$持续时间 T不同； $\widetilde{\tau}_{syn}$ 是受害雷达与干扰雷达的参考发射天线之间的发射同步延迟（初始时间偏移），$\widetilde{c}_{\widetilde{k},\,\widetilde{m}}$ 是干扰雷达的发射脉冲编码，可能不同于受害发射机所使用的编码 $\widetilde{\ }$），而 T_{PRI} 是干扰雷达的脉冲重复间隔。

受害接收机的干扰波形接收天线</style】：$\widetilde{\ }$对于相对于受害雷达距离为 R 、径向速度为 $\widetilde{v}$ 的干扰雷达，其第 $\widetilde{m}$ 个发射天线到受害雷达第 n 个接收天线的单程传播时延为

$$\widetilde{\tau}_{\widetilde{m},n}(t)=\frac{\widetilde{R}+\widetilde{v}t}{c}+\widetilde{m}\frac{\widetilde{d}_t\sin(\widetilde{\phi}_t)}{c}+n\frac{d_r\sin(\widetilde{\phi}_r)}{c}, \tag{8}$$

$\widetilde{\ }$其中， d_t 为干扰雷达处的发射天线阵元间距，$\widetilde{\ }$ $\widetilde{\ }$和 ϕ_t 以及 ϕ_r 分别为相对于干扰雷达和受害雷达波束轴的干扰发射角和接收角。在图3的受害接收机处，第 n 个接收机观测到来自干扰雷达的射频信号

$$\begin{aligned}s_n^i(t)&=\widetilde{\alpha}\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\widetilde{s}_{\widetilde{m}}(t-\widetilde{\tau}_{\widetilde{m},n}(t))\\ \approx&\widetilde{\alpha}e^{-j2\pi f_c\widetilde{\tau}}\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1}\widetilde{c}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}\widetilde{s}(t-\widetilde{k}\widetilde{T}_{\text{PRI}}-\widetilde{\tau}_{syn}-\widetilde{\tau})\\ &\times e^{j2\pi f_c(t-\widetilde{k}\widetilde{T}_{\text{PRI}}-\widetilde{\tau}_{syn})}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}+\widetilde{f}_{\phi_r}n)}e^{-j2\pi f_c\frac{\widetilde{v}t}{c}},\end{aligned} \tag{9}$$

其中， $\widetilde{\alpha}$ 为干扰信号的接收复振幅，$\sim\widetilde{\tau}=R/c$为从$\widetilde{\ }$ $\widetilde{\ }$ $\widetilde{\ }$干扰雷达到受害雷达的参考单程传播时延，$f_{\phi_t}=d_t\sin(\phi_t)/\lambda$ 和$\sim$ $\sim f_{\phi_r}=d_r\sin(\phi_r)/\lambda$ 分别为干扰雷达发射天线和受害雷达接收天线处的归一化空间频率。

受害接收机本振和低通滤波后的干扰波形：由于我们的目标是推导受害接收机处观测到的干扰信号模型，因此需要将干扰时间，即$\sim\sim$ $\sim$ $\sim kT_{\text{PRI}}+\widetilde{\tau}_{syn}$，$k=0,\ 1,\ .....,\ K-1$转换为受害雷达的参考时间。如附录B所示，定义$\widetilde{\tau}'_{k,\,\widetilde{k}}$为干扰雷达的第 k个脉冲相对于受害雷达第 k个脉冲的时间偏移，我们可以表示为

在$t=kT_{\text{PRI}}+l\Delta T$处采样的低通滤波干扰信号 $a^{s,}{}_{n}{}^{low}(t)$为

$$\begin{aligned}&a_n^i(l,k)=a_n^{i,low}(kT_{\text{PRI}}+l\Delta T)\\ =&\widetilde{\alpha}e^{-j2\pi f_c\widetilde{\tau}}\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1}\widetilde{c}_{k,\widetilde{m}}^{\widetilde{k}}e^{j\pi\widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})^2}e^{-j2\pi f_c\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}}\\ &\times e^{j\pi(\widetilde{\beta}-\beta)(l\Delta T)^2}e^{-j2\pi\widetilde{f}_{r,k,\widetilde{k}}l}\mathbf{1}\left[l\in\mathcal{L}_{k,\widetilde{k}}^i\right]\\ &\times e^{-j2\pi\widetilde{f}_dk}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}+\widetilde{f}_{\phi_r}n)}\end{aligned} \tag{10}$$

$\sim$其中 $\widetilde{c}_{k,\widetilde{m}}^{k}$ 是干扰雷达在第 k 个受害雷达脉冲处观测到的慢时间码，其定义见附录B，$\mathbf{1}[\cdot]$是指示函数，

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{k,\widetilde{k}}^i\triangleq\Big\{l:0<\widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})-(\widetilde{\beta}-\beta)l\Delta T<f_L,\\ (\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})<l\Delta T<\min\Big\{T,\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau}+\widetilde{T}\Big\}\Big\}\end{aligned} \tag{11}$$

是受干扰污染的采样索引集合，

$\widetilde{f}_{r\,k\,\widetilde{k}}\triangleq{}_{,,}(\beta(\widetilde{\tau}'_{k,}$ $\widetilde{\ }$ $\widetilde{k}+\widetilde{\tau})+\frac{v}{\lambda})\Delta T$是归一化干扰初始 $\widetilde{\ }$快时间频率，且 $f_d=f_c\widetilde{v}T_{\text{PRI}}/c$ 是归一化干扰多普勒频率。

受害接收机在距离*FFT*后的干扰波形：对采样干扰信号 $a_n^i(l,\ k)$ 应用距离FFT，可得到其在第 n 根接收天线、第 l' 个距离单元和第 k 个脉冲处的距离谱：

$$x_n^i(l',k)=\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\widetilde{\alpha}_{l',k,\widetilde{m}}e^{-j2\pi\widetilde{f}_dk}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}+\widetilde{f}_{\phi_r}n)}, \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned}\widetilde{\alpha}_{l',k,\widetilde{m}}\triangleq&\widetilde{\alpha}e^{-j2\pi f_c\widetilde{\tau}}\sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1}\widetilde{c}_{k,\widetilde{m}}^{\widetilde{k}}e^{j\pi\widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})^2}e^{-j2\pi f_c\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}}\\ &\times\sum_{l=0}^{L-1}e^{j\pi(\widetilde{\beta}-\beta)(l\Delta T)^2}\mathbf{1}\left[l\in\mathcal{L}_{k,\widetilde{k}}^i\right]e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{r,k,\widetilde{k}}+\frac{l'}{L})l}\end{aligned} \tag{13}$$

是受害雷达距离单元 l' 和脉冲 k 中来自第 $\widetilde{m}$ 个干扰发射天线的编码复干扰幅度。值得注意的是，$\widetilde{\alpha}_{l',\ k,\ \widetilde{m}}$ 会随脉冲索引 k 变化，因为它是 $\widetilde{\tau}'_{k,\ \widetilde{k}}$ 的函数。此外，$\widetilde{\alpha}_{l',\ k,\ \widetilde{m}}$ 在受害接收机处是未知的。

受害接收机进行多普勒快速傅里叶变换和波形分离后的干扰波形：对于多输入多输出波形分离，受害接收机仅使用来自受害发射机的发射脉冲编码执行相同的过程，并假设对干扰发射机的发射脉冲编码不具备任何先验知识。因此，受害接收机在 l'-th 距离单元和 k'-th 多普勒单元处的干扰频谱表示为

$$\begin{aligned}&y_{m,n}^i(l',k')=\sum_{k=0}^{K-1}x_n^i(l',k)c_{k,m}^*e^{-j2\pi\frac{k'}{K}k}\\ =&\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\sum_{k=0}^{K-1}\widetilde{\alpha}_{l',k,\widetilde{m}}c_{k,m}^*e^{-j2\pi(\widetilde{f}_d+\frac{k'}{K})k}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}+\widetilde{f}_{\phi_r}n)}\\ =&\widetilde{a}'_{t,m}e^{-j2\pi\widetilde{f}_{\phi_r}n},\end{aligned} \tag{14}$$

其中，在受害发射机处使用的发射脉冲编码 $c_{k,\ m}$ 用于波形分离，

$$\widetilde{a}'_{t,m}=\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\sum_{k=0}^{K-1}\widetilde{\alpha}_{l',k,\widetilde{m}}c^{*}_{k,m}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_d+\frac{k'}{K})k}e^{-j2\pi\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}}. \quad (15)$$

受害接收机处的空间域干扰导向矢量：将 $\{y^i_{m,n}(l',k')\}$ 堆叠成一个向量，我们即可在 $MN\times 1$ 虚拟阵列上获得干扰距离-多普勒频谱

$$\mathbf{y}^i(l',k')=\widetilde{\mathbf{a}}'_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_r. \quad (16)$$

其中

$$\widetilde{\mathbf{a}}'_t\triangleq[\widetilde{a}'_{t,0},\widetilde{a}'_{t,1},\ldots,\widetilde{a}'_{t,M-1}]^T, \quad (17)$$

是受害接收机处接收到的 $M\times 1$ 干扰发射机导向信号，并且

$$\widetilde{\mathbf{a}}_r\triangleq[1,e^{-j2\pi\widetilde{f}_{\phi_r}},\ldots,e^{-j2\pi\widetilde{f}_{\phi_r}(N-1)}]^T \quad (18)$$

是 $N\times 1$ 干扰接收端导向向量。

由(16)可知，空间域干扰导向矢量在发射端和接收端导向矢量之间同样具有克罗内克结构，就像(6)中的空间域目标导向矢量一样。主要区别在于(15)中的干扰发射机导向向量，它是干扰雷达的发射功率、干扰雷达与受害雷达之间的相对距离和多普勒频率、FMCW 时频非相干性（例如调频斜率、脉冲持续时间、脉冲重复间隔）、多输入多输出非相干性（例如多输入多输出编码和发射阵列配置），以及干扰雷达与受害雷达之间时间偏移的函数。换句话说，目标发射/接收导向矢量和干扰接收端导向向量，由于其傅里叶向量结构，完全由目标与受害雷达之间以及干扰雷达与受害雷达之间的方向决定；而干扰发射机导向向量几乎是未知的，因为其在 M 维子空间中的方向不仅由干扰雷达与受害雷达之间的相对方向决定，还受到上述非相干性的影响。

D. 多输入多输出-*FMCW* 干扰信号模型示例

下面我们将说明，在满足特定条件时，所推导的多输入多输出-FMCW 干扰模型可简化为现有文献中广泛采用的三种特殊干扰场景。

1) 相干干扰：在本部分中，我们将验证：当干扰源雷达与受害雷达同步（$\widetilde{\tau}_{syn}=0$）且具有相同的波形参数（$\beta=\beta$，$T_{\text{PRI}}=T_{\text{PRI}}$，$T=T$，$K=K$）、发射天线数量（$M=M$）和慢时间码（$\{\widetilde{c}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}\}=\{c_{k,m}\}$）时，接收干扰信号（称为相干干扰信号）与目标信号 [26] 具有相同的结构。

在相干干扰步骤中，根据 (68)，我们有 $\tau'_{k,\widetilde{k}}=0$ 和 $\mathcal{K}_{\widetilde{k}}=\{\widetilde{k}\}$。然后，根据 (69)，我们有 $\widetilde{c}^{\widetilde{k}}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}=\widetilde{c}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}=c_{k,\widetilde{m}}$ $k=\widetilde{k}$ 和 $\widetilde{c}^{\widetilde{k}}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}=0$ $k\neq\widetilde{k}$，如果，否则为；

由于此处我们考虑相干干扰被去斜到受害雷达，即 $0<\beta\widetilde{\tau}<f_L$，我们有 $\mathcal{L}^i_{k,\widetilde{k}}=\{\lceil\widetilde{\tau}/\Delta T\rceil,\ldots,\lfloor T/\Delta T\rfloor\}$；归一化干扰初始快时间频率简化为 $f_{r,k,\widetilde{k}}=(\beta\widetilde{\tau}+\frac{v}{\lambda})\Delta T$. 基于这些 $\widetilde{\alpha}_{l',k,\widetilde{m}}$ 式 (13) 中变为 $\widetilde{\alpha}_{l',k,\widetilde{m}}=\widetilde{\alpha}_{l'}c_{k,\widetilde{m}}$，其中

$$\widetilde{\alpha}_{l'}=\widetilde{\alpha}e^{-j2\pi f_c\widetilde{\tau}}e^{j\pi\widetilde{\beta}\widetilde{\tau}^2}\sum_{l=0}^{L-1}\mathbf{1}\left[l\in\mathcal{L}^i_{k,\widetilde{k}}\right]e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{r,k,\widetilde{k}}+\frac{l'}{L})l}$$

然后，式 (14) 中的距离-多普勒干扰频谱简化为

$$\begin{aligned}&y^i_{m,n}(l',k')\\&=\widetilde{\alpha}_{l'}\sum_{\widetilde{m}\neq m}\left(\sum_{k=0}^{K-1}c_{k,\widetilde{m}}c^{*}_{k,m}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_d+\frac{k'}{K})k}\right)e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}+\widetilde{f}_{\phi_r}n)}\\&\quad+b^i(l',k')e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}m+\widetilde{f}_{\phi_r}n)}\end{aligned} \quad (19)$$

其中 $b^i(l',\ k')\triangleq\widetilde{\alpha}_{l'}\left(\sum_{k=0}^{K-1}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_d+\frac{k'}{K})k}\right)$。请注意，当 $\widetilde{f}_d+\frac{k'}{K}\approx 0$ 时，也就是说，当归一化干扰多普勒频率接近多普勒单元 k' 时，那么 $b^i(l',\ k')\approx K\widetilde{\alpha}_{l'}$，表明多普勒频谱上出现峰值，此时

$$y^i_{m,n}(l',k')\approx b^i(l',k')e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}m+\widetilde{f}_{\phi_r}n)} \quad (20)$$

根据（67）。比较（65）中的目标信号 $y^s_{m,\ n}(l',\ k')$ 与（20）中的干扰信号 $y^i_{m,\ n}(l',\ k')$，我们验证了在相干干扰情况下，第II-C节推导的干扰模型与第II-B节推导的目标信号模型具有相似的结构。

2) 相控阵雷达干扰：在本部分中，我们将说明，当所有雷达均为带有慢时间码（$\{c_{k,m}=1\}$）的相控阵雷达 [47] 时，空间域干扰信号具有傅里叶结构。

在相控阵雷达配置下，$\{c_{k,m}=1\}$ 意味着 $\{\widetilde{c}^{k}_{k,\widetilde{m}}=1\}$ 和 $\{c^{*}_{k,m}=1\}$。然后，（13）中的 $\widetilde{\alpha}_{l',\ k,\ \widetilde{m}}$ 与 $\widetilde{m}$ 无关，并且（14）中的 $y^i_{m,\ n}(l',\ k')$ 与 m 无关。将 $\widetilde{\alpha}_{l',\ k,\ \widetilde{m}}$ 重写为 $\widetilde{\alpha}_{l',\ k}$，并将 $y^i_{m,\ n}(l',\ k')$ 重写为 $y^i_n(l',\ k')$ 后，（14）中的距离-多普勒干扰频谱可化简为

$$y^i_n(l',k')=\widetilde{a}'_t e^{-j2\pi\widetilde{f}_{\phi_r}n}, \quad (21)$$

其中

$$\widetilde{a}'_t=\sum_{k=0}^{K-1}\widetilde{\alpha}_{l',k}e^{-j2\pi(\widetilde{f}_d+\frac{k'}{K})k}\left(\sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1}\widetilde{w}_{\widetilde{m}}e^{-j2\pi\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m}}\right), \quad (22)$$

且 $\widetilde{w}_{\widetilde{m}}$ 是 $\widetilde{m}$ 号干扰发射天线上的发射波束成形权重。将 $\{y^i_n(l',k')\}$ 堆叠为一个向量，可得到 $N\times 1$ 接收阵列上的干扰距离-多普勒频谱

$$\mathbf{y}^i(l',k')=\widetilde{a}'_t\widetilde{\mathbf{a}}_r, \quad (23)$$

这是一个傅里叶向量。请注意，当所有雷达均采用单根发射天线时，这种干扰结构同样适用。

*3) TDM-MIMO*雷达干扰：在本部分中，我们将展示，当所有雷达均为TDM-MIMO雷达时，空间域干扰信号具有与式（16）相同的结构。

从数学上看，上述推导中的修改有两点。首先，慢时间相位码 $c_{k,\ m}$ 被替换为慢时间码：当 $m=$模 $(k,\ M)$ 时为 $c_{k,\ m}=1$，否则为 $c_{k,\ m}=0$，其中 $k=0$、1、.....、$K-1$ 以及 $m=$0、1、.....、$M-1$。其次，在多普勒快速傅里叶变换方程（65）中

以及方程（14)_中， $e^{-j2\pi\frac{k'}{K}k}$被 $e^{-j2\pi\frac{k'}{\lfloor K/M\rfloor}k}$替换，因为对于每根天线，TDM-MIMO 中仅使用$\lfloor K/M\rfloor$ 个脉冲。这两项修改不会影响式（16）中的干扰结构。

III. 问题表述

在本节中，我们首先将目标检测表述为复合假设检验问题，并回顾现有检测器。

A. 干扰下的空间域检测问题

给定某个距离-多普勒单元上的目标和干扰信号模型，相互干扰下的空间域目标检测被表述为一个复合假设检验问题

$$\begin{cases} H_0, & \mathbf{y}=\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}+\mathbf{z} \\ H_1, & \mathbf{y}=b\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r+\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}+\mathbf{z}, \end{cases} \tag{24}$$

其中$\mathbf{y}$ 是给定距离-多普勒单元（l',k'）处的复值距离-多普勒频谱， b 是未知的复值目标幅度， Q 是干扰的数量，$\mathbf{a}_t$和$\mathbf{a}_r$ 分别是下文（6）中定义的目标发射端和接收端导向向量，$\widetilde{}\mathbf{a}'_{t,q}$ 和 $\widetilde{}\mathbf{a}_{r,q}$ 分别是以（17）和（18）形式给出的第 q个已解码干扰发射端和接收端导向向量，而噪声 $\mathbf{z}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\sigma^2\mathbf{I}_{MN})$ 中$\mathbf{I}_{MN}$表示大小为 MN的单位矩阵。零假设 H_0由干扰和噪声组成，备择假设 H_1 由目标信号、干扰和噪声组成。

值得注意的是，在 (24) 中，我们假设已知干扰接收导向矢量 $\widetilde{}\mathbf{a}_r$。这一关于 $\widetilde{}\mathbf{a}_{r,q}$的假设，其依据是观察到它是干扰雷达角度处的一个傅里叶向量。我们假设 $\widetilde{}\mathbf{a}_{r,q}$ 中的到达角以及干扰数量 Q可以从附近的距离-多普勒单元中估计得到。

B. 现有检测器

1) 全知检测器： 假设完美知晓 $\widetilde{}\mathbf{a}'_t$，全知检测器为

$$T^C(\mathbf{y})=\frac{2}{\sigma^2}\frac{\left|(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)^H(\mathbf{y}-\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})\right|^2}{||\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r||^2}. \tag{25}$$

这相当于在针对目标导向矢量进行匹配滤波之前，移除所有干扰分量$\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{}\mathbf{a}'_{t,q}\otimes\widetilde{}\mathbf{a}_{r,q}$。(25)的虚警概率和检测概率可推导为

$$P_{FA}^C=e^{-\frac{1}{2}\gamma},\quad P_D^C=Q_1\left(\sqrt{\lambda^C},\sqrt{\gamma}\right), \tag{26}$$

其中， γ 是用于检测的阈值，而参数λ^c 为

$$\lambda^C=\frac{2|b|^2}{\sigma^2}||\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r||^2=\frac{2MN|b|^2}{\sigma^2}. \tag{27}$$

值得注意的是，式（25）中的全知检测器由于对非相干干扰发射导向矢量 $\widetilde{}\mathbf{a}'_t$作出了过强的假设，因此无法在实践中实现。

2）接收子空间（*RS*）检测器 *[3]*： 假设发射天线数量较少，可以在式（24）中直接将 $\widetilde{}\mathbf{a}'_t$视为干扰参数，并在两个假设下对其进行估计。由此得到的广义似然比检验（GLRT）为 [3]

$$T^{RS}(\mathbf{y})=\frac{2}{\sigma^2}\frac{\left|\left(\mathbf{a}_t\otimes\left(\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r\right)\right)^H\mathbf{y}\right|^2}{\left|\left|\mathbf{a}_t\otimes\left(\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r\right)\right|\right|^2}, \tag{28}$$

其中 $\widetilde{}\mathbf{A}_r\triangleq[\widetilde{}\mathbf{a}_{r,1},\widetilde{}\mathbf{a}_{r,2},\ldots,\widetilde{}\mathbf{a}_{r,Q}]$ 是由干扰接收端导向矢量构成的堆叠矩阵。显然，GLRT仅利用干扰的接收机子空间$\mathbf{A}_r$ 。相应地，虚警概率和检测概率为

$$P_{FA}^{RS}=e^{-\frac{1}{2}\gamma},\quad P_D^{RS}=Q_1\left(\sqrt{\lambda^{RS}},\sqrt{\gamma}\right), \tag{29}$$

其中

$$\lambda^{RS}=\frac{2|b|^2}{\sigma^2}\left|\left|\mathbf{a}_t\otimes\left(\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r\right)\right|\right|^2. \tag{30}$$

*3) [43]*的 *LCMV*检测器： 在 [43], 中采用传统的线性约束最小方差（LCMV）波束形成器。它假设

$$\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}+\mathbf{z}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\sigma^2\widetilde{\mathbf{R}}), \tag{31}$$

$\widetilde{}$其中 $\mathbf{R}$ 是归一化协方差矩阵。假设已知$\mathbf{R}$的$\widetilde{}$精确值，LCMV 求解以下优化问题 [48]:

$$\begin{aligned} &\min_{\mathbf{w}}\ \mathbf{w}^H\widetilde{\mathbf{R}}\mathbf{w} \\ &s.t.\ (\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)^H\mathbf{w}=1. \end{aligned} \tag{32}$$

由此得到 LCMV检测器 [43]:

$$T^{LCMV}(\mathbf{y})=\frac{2}{\sigma^2}\frac{\left|\left(\widetilde{\mathbf{R}}^{-1}(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)\right)^H\mathbf{y}\right|^2}{\left|\left|\widetilde{\mathbf{R}}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)\right|\right|^2}. \tag{33}$$

$\widetilde{}$已知$\mathbf{R}$时，虚警概率和检测概率为

$$P_{FA}^{LCMV}=e^{-\frac{1}{2}\gamma},\quad P_D^{LCMV}=Q_1\left(\sqrt{\lambda^{LCMV}},\sqrt{\gamma}\right), \tag{34}$$

其中

$$\lambda^{LCMV}=\frac{2|b|^2}{\sigma^2}\left|\left|\widetilde{\mathbf{R}}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)\right|\right|^2. \tag{35}$$

IV. 多输入多输出调频连续波相互干扰下的目标检测方法

下面，我们首先展示RS和LCMV检测器固有的局限性，并通过深入分析先知检测器获得洞见。随后，我们提出一种广义子空间（网格搜索）检测器，该检测器同时利用干扰的发射和接收导向矢量，并对相互干扰下的检测性能进行全面的理论性能分析。

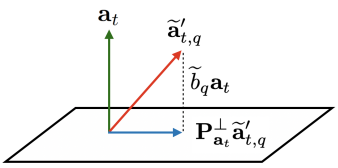


图4.将 $\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}$ 分解为 $\widetilde{b}_q\mathbf{a}_t$ 和 $\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}$ 在三维示例中，其中该平面是$\mathbf{a}_t$的正交子空间。

A. 现有检测器的观察结果

对于式（28）的RS检测器，它将每个干扰信号 $\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}, q=1,2,\ldots,Q$ 投影到0，即，

$$(\mathbf{a}_t\otimes(\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r))^H(\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})=0, \tag{36}$$

因为干扰接收导向矢量 $\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}$ 被投影到其正交子空间，即 $(\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r)^H\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}=0$。然而，该操作无法保持相对于目标导向矢量的匹配滤波增益，因为

$$(\mathbf{a}_t\otimes(\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r))^H(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)=M\mathbf{a}_r^H\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r<MN, \tag{37}$$

其中，MN 是相干匹配滤波增益。这是不理想的，尤其是在干扰功率较小时，因为RS检测器可能会以牺牲目标检测增益为代价来抑制低功率干扰。

对于(33)中的LCMV检测器，当$\mathbf{R}$ 并非已$\mathbf{R}$ 知先验时，它对自适应 估计误差较为敏感。获得 $\mathbf{R}$ 的准确估计需要大量同质且无目标的训练样本，而在存在密集汽车雷达的情况下，这可能颇具挑战性。

最后，对于式(25)中的全知检测器，可以将第 q 个干扰发射导向矢量与目标发射导向矢量及其正交补方向进行分解

$$\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}=\widetilde{b}_q\mathbf{a}_t+\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q} \tag{38}$$

如图 4 所示，其中沿 $\mathbf{a}_t$ 的结果幅度为

$$\widetilde{b}_q=\frac{\mathbf{a}_t^H\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}}{||\mathbf{a}_t||^2}. \tag{39}$$

利用（38），式（25）的先知检测器可改写为

$$T^C(\mathbf{y})=\frac{2}{\sigma^2}\frac{\left|(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)^H(\mathbf{y}-\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{b}_q\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})\right|^2}{||\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r||^2}, \tag{40}$$

这意味着需要消除的主要干扰是秩为Q 的干扰，其方向$\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}, q=1,2,\ldots,Q$已知，而足以实现干扰消除的未知参数为 $b_q, q=1,2,\ldots,Q$。

B. 提出的广义子空间（网格搜索）检测器

由于事先未知 b_q 的确切信息，我们可以从附近的距离-多普勒单元估计 b_q的功率，记为 h_q^2。假设 $b_q\sim\mathcal{CN}(0,h_q^2)$，其方差已知为 h_q^2，且 b_q 与$\mathbf{z}$相互独立。那么，基本的干扰加噪声为

$$\widetilde{\mathbf{z}}=\sum_{q=1}^{Q}\widetilde{b}_q\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}+\mathbf{z}\sim\mathcal{CN}(\mathbf{0},\sigma^2\mathbf{R}), \tag{41}$$

以及 $\widetilde{\mathbf{z}}$ 的归一化协方差是

$$\mathbf{R}=\sum_{q=1}^{Q}\frac{h_q^2}{\sigma^2}(\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})(\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})^H+\mathbf{I}_{MN}. \tag{42}$$

我们首先设计接收端波束形成器$\mathbf{w}$，使其满足以下准则：

1) 最小化波束形成后具有已知协方差的干扰加噪声的方差，即 $\mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w}$; 2) 保持目标方向上的增益固定，即 $(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)^H\mathbf{w}=1$; 3) 将未知干扰 $\sum_{q=1}^{Q}\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}$ 强制置零，适用于任意 $\mathbf{a}'_t$，即，

$$\sum_{q=1}^{Q}((\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q})\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})^H\mathbf{w}=0, \tag{43}$$

对于任意 $\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}, q=1,2,\ldots,Q$，这等价于强制 $(\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})^H\mathbf{w}=\mathbf{0}_M, q=1,2,\ldots,Q$，其中$\mathbf{0}_M$ 表示具有全为 0 元素的 M 维列向量。

因此，需要求解以下优化问题：

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{w}}\ & \mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w}\\ s.t.\ & (\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)^H\mathbf{w}=1,\\ & (\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})^H\mathbf{w}=\mathbf{0}_M, q=1,2,\ldots,Q.\end{aligned} \tag{44}$$

与式 (32) 中的线性约束最小方差波束形成优化问题相比，式 (44) 中问题的目标函数有所不同，它使用的是本质干扰加噪声协方差矩阵$\mathbf{R}$，而不是总干扰加噪声协方差矩阵$\mathbf{R}$。

记$\mathbf{A}\triangleq[\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,1},\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,2},\ldots,\mathbf{a}_t\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,Q}]$ 为本质干扰虚拟导向矢量的堆叠，并记

$$\mathbf{\Lambda}\triangleq\operatorname{diag}\left[\frac{h_1^2}{\sigma^2},\frac{h_2^2}{\sigma^2},\ldots,\frac{h_Q^2}{\sigma^2}\right], \tag{45}$$

为本质干扰噪声比 (EINR) 矩阵，其对角元素反映了 Q 干扰相对于噪声的功率值。然后，我们有如下重要观察

$$\begin{aligned}\mathbf{R}^{-1}&=\mathbf{I}_{MN}-\widetilde{\mathbf{A}}(\mathbf{\Lambda}^{-1}+\widetilde{\mathbf{A}}^H\widetilde{\mathbf{A}})^{-1}\widetilde{\mathbf{A}}^H\\ &=\mathbf{I}_{MN}-\mathbf{P}_{\mathbf{a}_t}\otimes\widetilde{\mathbf{P}}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}},\end{aligned} \tag{46}$$

其中，正则化投影矩阵

$$\widetilde{\mathbf{P}}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}=M\widetilde{\mathbf{A}}_r(\mathbf{\Lambda}^{-1}+M\widetilde{\mathbf{A}}_r^H\widetilde{\mathbf{A}}_r)^{-1}\widetilde{\mathbf{A}}_r^H. \tag{47}$$

$\mathbf{R}^{-1}$ 的这种特殊结构意味着问题 (44) 的松弛版本的最优解

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{w}}\ & \mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w}\\ s.t.\ & (\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)^H\mathbf{w}=1,\end{aligned} \tag{48}$$

即

$$\mathbf{w}^{GS}=\frac{\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)}{\left\|\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)\right\|^2}=\frac{\mathbf{a}_t\otimes(\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r)}{M\mathbf{a}_r^H\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r},\tag{49}$$

满足问题 (44) 的最后一个条件，其中 $\widetilde{\mathbf{P}}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}^{\perp}\triangleq\mathbf{I}_N-\mathbf{P}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}$。因此，问题 (44) 的最优解为 (49) 中给出的 $\mathbf{w}^{GS}$。

波束形成器$\mathbf{w}^{GS}$ 提出了以下检测器

$$T^{GS}(\mathbf{y})=\frac{2}{\sigma^2}\frac{\left|\left(\mathbf{a}_t\otimes(\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r)\right)^H\mathbf{y}\right|^2}{M\mathbf{a}_r^H\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r}.\tag{50}$$

由于 $T^{GS}(\mathbf{y})$使用接收端干扰信息$\widetilde{\mathbf{A}}_r$ 和发射端干扰信息 $\mathbf{\Lambda}$，我们将检测器 $T^{GS}(\mathbf{y})$称为广义子空间型（网格搜索）检测器。根据式（50），利用接收阵列对干扰进行抑制，这与随机搜索检测器相同。因此，当干扰数量为 $Q\le N$时，网格搜索检测器有效。

GS检测器在干扰抑制增益与目标校正增益之间取得平衡。经过Rx波束形成后，第 q个干扰残留为

$$\left(\mathbf{a}_t\otimes(\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r)\right)^H(\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})=\widetilde{b}_qM\mathbf{a}_r^H\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q},\tag{51}$$

且目标相关增益为

$$\left(\mathbf{a}_t\otimes(\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r)\right)^H(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r)=M\mathbf{a}_r^H\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r.\tag{52}$$

C. 理论性能分析

定理 *1*： 基于假设 $b_q\sim\mathcal{CN}(0,h_q^2)$，且已知 $h_q^2,q=1,2,\ldots,Q$，问题 (24) 下 GS检测器的虚警概率和检测概率为

$$P_{FA}^{GS}=e^{-\frac{1}{2}\gamma},\quad P_D^{GS}=Q_1\left(\sqrt{\lambda^{GS}},\sqrt{\gamma}\right),\tag{53}$$

其中 γ 为检测阈值，且

$$\lambda^{GS}=\frac{2|b|^2}{\sigma^2}M\mathbf{a}_r^H\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}\mathbf{a}_r.\tag{54}$$

证明： 见附录B。 ■

根据上述虚警概率的闭式表达式，可得以下推论：

推论 *1*： 在存在多输入多输出-FMCW相互干扰的情况下，所提出的GS检测器是一种恒虚警率（CFAR）检测器。

证明： 此恒虚警率特性由问题 (44) 中的最后一个条件保证，即 $(\mathbf{P}^{\perp}_{\mathbf{a}_t}\otimes\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q})^H\mathbf{w}=\mathbf{0}_M,q=1,2,\ldots,Q$，以及对$\mathbf{R}$的已知信息。 ■

推论*2*：所提出的网格搜索检测器在干扰发射导向矢量 $\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}$ 与目标发射端导向向量$\mathbf{a}_t$正交时，退化为式(25)中的先知检测器。

证明： $\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q}$ 和 $\mathbf{a}_t$ 之间的正交性表明，式（45）中的EINR矩阵 $\mathbf{\Lambda}=\mathbf{0}$ 以及 $\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}=\mathbf{I}$。因此，

$$T^{GS}(\mathbf{y})=T^{C}(\mathbf{y})=\frac{2|\left(\mathbf{a}_t\otimes\mathbf{a}_r\right)^H\mathbf{y}|^2}{\sigma^2MN}\tag{55}$$

with $\lambda^{GS}=\lambda^{C}=2MN|b|^2/\sigma^2$. ■

推论 *3*：当沿目标发射导向矢量投影的干扰功率趋于无穷大时，所提出的网格搜索检测器可简化为式 (28) 中的随机搜索检测器。

证明：在这种情况下，EINR矩阵 $\mathbf{\Lambda}\to\mathrm{diag}[\infty,\infty,\ldots,\infty]$。并且我们有$\widetilde{\mathbf{P}}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}=\widetilde{\mathbf{P}}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}=\mathbf{P}_{\mathbf{A}_r}$，$(\mathbf{A}_r^H\widetilde{\mathbf{A}}_r)^{-1}\widetilde{\mathbf{A}}_r^H$以及$\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r,\mathbf{\Lambda}}=\widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}$。因此，式(50)提出的GS检测器可简化为式(28)中的GS检测器，其中 $\lambda^{GS}=\lambda^{RS}=2M|b|^2(\mathbf{a}_r^H\mathbf{P}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r}\mathbf{a}_r)/\sigma^2$ ■

推论 *4*： 根据(26)中先知、(29)中RS和定理1中所提出的GS检测器的虚警概率和检测概率，检测性能的顺序为

$$P_D^{RS}\le P_D^{GS}\le P_D^{C}\tag{56}$$

对于给定的虚警概率。

证明：首先注意到，对于给定的虚警概率，检测阈值 γ 对于三种检测器均保持不变。然后，根据推论2和推论3，我们

$$0<\lambda^{RS}\le\lambda^{GS}\le\lambda^{C},\tag{57}$$

当 E_{INR} 矩阵 $\mathbf{\Lambda}$ 的对角元素不小于 0 且为有限值时。最后，可以发现检测概率，或者等价地，1 阶 Marcum Q 函数$Q_1(\sqrt{\lambda},\sqrt{\gamma})$，随 $\sqrt{\lambda}$单调递增。因此，这些概率 ■

注*1*：当干扰统计量已被完全准确地知晓时，网格搜索检测器与线性约束最小方差检测器是等价的。通过证明 $\mathbf{w}^{GS}$ in (49)也是线性约束最小方差波束形成优化问题（32）的最优解，即可得证。然而，网格搜索检测器只需估计干扰发射统计量的EINR，而线性约束最小方差检测器则需要估计$\mathbf{R}$中的更高维未知量。

注释 *2*：当需要估计干扰统计量时，与 LCMV 检测器相比，GS 检测器对干扰统计量估计误差的鲁棒性更强，因为 GS 检测器需要估计的统计量数量要少得多。我们将在下一节通过仿真验证这一特性。

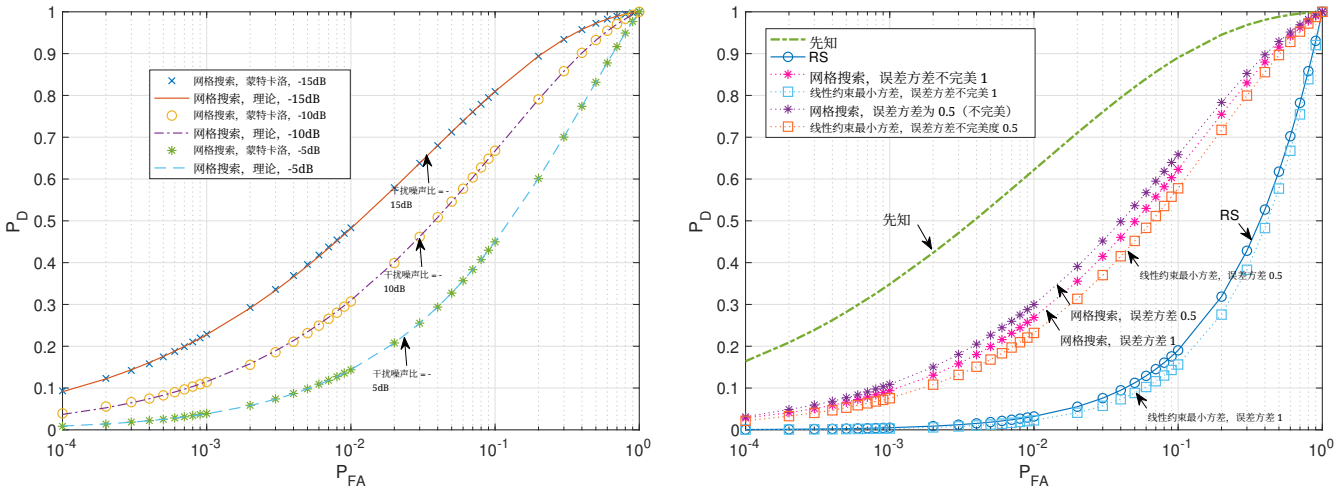
V. 性能评估

本节将通过仿真结果展示所提出的 GS 检测器在非相干 MIMO-FMCW 相互干扰下的性能。我们将所提出的式 (50) 检测器与

- 式 (25) 的全知检测器，
- 式 (28) 的 RS 检测器 [3]，
- 式 (33) 的 LCMV 检测器 [43]，

在两个仿真场景中：

- 合成数据：仅根据第 II 节推导的模型直接合成空间域目标和干扰导向矢量。更具体地说，目标导向矢量根据 (6) 生成，而干扰导向矢量则直接使用 (16) 生成。



(a) (b)

图 5. 使用合成数据进行性能评估：当 $M = 4$、$N = 4$ 且信噪比为 $= -5$ dB 时，在 $30°$ 处存在一个目标、在 $40°$ 和 $10°$ 处存在两个干扰时的接收机工作特性（ROC）曲线：(a) 当干扰噪声比为 $= \{-15, -10, -5\}$ dB 时，所提出的网格搜索检测器的理论（线条）与经验蒙特卡洛（标记）接收机工作特性（ROC）曲线对比；(b) 在两种协方差矩阵估计误差水平下，所提出的网格搜索检测器与基准方法之间的经验蒙特卡洛对比。

- 真实数据：接收到的目标和干扰波形在图3所示的受害接收机中，借助 MATLAB 相控阵系统工具箱，经过所有必要的处理步骤（本振、低通滤波器、模数转换器、距离/多普勒快速傅里叶变换、多输入多输出波形分离）。真实数据还考虑了发射/接收天线波束图、低通滤波器造成的波形残差、目标多普勒调制导致的不完美多输入多输出波形分离，以及由其他目标和干扰的存在所引起的频谱泄漏噪声。

A. 使用合成数据进行性能评估

我们考虑一部具有 $M = 4$ 个发射天线和 $N = 4$ 个接收天线的受害 MIMO-FMCW 雷达。受害接收机和发射端的阵元间距分别为 $d_r = 0.5\lambda$ 和 $d_t = Nd_r$。我们将 $\phi_t = \phi_r = 30°$ 处的目标角度分别输入目标发射和接收导向矢量，从而生成式 (6) 中的空间域目标导向矢量。

同时，我们考虑两个相互独立的 MIMO-FMCW 干扰：从受害接收机的角度看，一个位于 $40°$，另一个位于 $10°$。首先，我们根据两个干扰角度，按照（18）构造干扰接收导向矢量 $\tilde{}\mathbf{a}_{r,\,q}$。对于干扰发射导向矢量，由于它们不相干，并且我们没有关于干扰发射端的先验知识，因此将其生成为一个随机 $M \times 1$ 向量，指向 M 维子空间中的未知方向

$$\widetilde{\mathbf{a}}'_{t,q} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \widetilde{\sigma}_q^2 \widetilde{\mathbf{R}}_{t,q}). \tag{58}$$

请注意，直接生成和随机生成 $\tilde{}\mathbf{a}'_{t,q}$ 忽略了干扰发射配置以及干扰与受害接收机之间的相对几何关系。它提供了一种简单且计算高效的方法，可在所有可能的配置下（FMCW/阵列配置以及干扰与受害接收机之间的相对几何关系）模拟干扰发射导向矢量，并验证我们的理论性能分析。在我们的仿真中，

表 I 真实数据生成的受害雷达和干扰 MIMO-FMCW 雷达配置

设置	解释
仿真平台	MATLAB 相控阵阵列系统工具箱
射频波长	3.9 mm
发射功率（接收噪声系数）	5 dBm (4.5 dB)
发射（接收）天线增益	36(42) dB
发射（接收）天线单元类型	背向隔离全向
发射（接收）阵列结构	均匀线性阵列
多输入多输出发射脉冲编码	Chu 序列
啁啾带宽	460 兆赫兹
中频带宽（模数转换器复数采样率）	15 MHz（16.7 MHz）
CPI 中的啁啾数量	256
距离、速度、角度快速傅里叶变换大小	1024，256，32
目标RCS模型	非波动的
目标（干扰）通道	自由空间双向（单向）信道
受害雷达啁啾斜率	15 MHz/微秒
受害雷达啁啾信号（空闲）持续时间	30.7 微秒 (7 微秒)
受害发射机 (接收机) 阵元间距	15.6 毫米 (1.95 毫米)
受害发射机（接收机）天线数量	4 (8)
干扰发射机阵元间距	3.9 毫米
干扰发射天线编号	8

我们设置 $\tilde{}\mathbf{R}_{t,q} \triangleq [\widetilde{R}_{q,i,j}]_{i}^{M-1}{}_{,j=0} = [\rho_q^{|i-j|}]_{i\ j=0}^{M-1}$,</style}，并为两种干扰设置 $\rho_1 = 0.6$ 和$\rho_2 = 0.5$。我们将信噪比定义为信噪比 $= |b|^2/\sigma^2$，并将其设为 -5 dB，而干扰噪声比设为干扰噪声比 $= \tilde{\sigma}_q^2/\sigma^2$ dB，其中 σ^2 为噪声方差。

通过蒙特卡洛试验，利用接收机工作特性（ROC）评估性能。在每次蒙特卡洛运行中，按照上述说明随机生成干扰发射端导向向量和噪声，而干扰接收导向矢量以及目标发射端/接收端导向矢量则根据指定的干扰角度和目标角度固定。

我们可以利用 $\tilde{}\mathbf{a}_{r,q}$ 和 $\tilde{}\mathbf{a}'_{t,q}$的已知信息，直接计算式（25）中理想检测器的检测统计量

以及RS检测器。另一方面，式（33）中的LCMV检测器需要知道归一化协方差~矩阵$\mathbf{R}$。为模拟缺乏同质训练数据所导致的协方差矩阵估计误差，我们采用以下受扰动的干扰发射协方差矩阵 [49]

$$\widetilde{\mathbf{R}}_{t,q,est} = \widetilde{\sigma}_q^2 \widetilde{\mathbf{R}}_{t,q} \odot (\mathbf{1}_M \mathbf{1}_M^H + \mathbf{E}), \tag{59}$$

其中，$\mathbf{1}_M$是维度为 M的全1向量，$\mathbf{E}$是一个 $M\times M$ 对称矩阵，$\mathbf{E}$上三角部分的每个元素独立服从均值为零、方差为 σ_{pert}^2的高斯分布，$\odot$ 表示Hadamard积。因此，用于LCMV检测器的干扰加噪声的扰动归一化协方差矩阵为

$$\widetilde{\mathbf{R}}_{est} = \sum_{q=1}^{Q} \frac{\widetilde{\sigma}_q^2}{\sigma^2} \widetilde{\mathbf{R}}_{t,q,est} \otimes (\widetilde{\mathbf{a}}_{r,q} \widetilde{\mathbf{a}}_{r,q}^H) + \mathbf{I}_{MN}. \tag{60}$$

为了进行公平比较，我们还使用扰动后的干扰发射协方差矩阵对（39）中的 h_q^2 进行估计，作为

$$h_{q,est}^2 = \frac{\mathbf{a}_t^H \widetilde{\mathbf{R}}_{t,q,est} \mathbf{a}_t}{||\mathbf{a}_t||^4}. \tag{61}$$

图 5 (a) 验证了第 IV 节定理 *1* 中针对所提出的网格搜索检测器推导出的理论性能（用线条表示），并将其与干扰噪声比为 $= \{-15, -10, -5\}$ dB 时的经验 ROC 曲线（用标记表示）进行了比较。从图 5 (a) 可以看出，理论 ROC 曲线与经验 ROC 曲线吻合良好。其次，当干扰噪声比降低，或者说干扰减弱时，在给定虚警概率的情况下，检测概率会提高。

图 5 (b) 进一步比较了所提出的 GS检测器与所考虑的另外三种检测器在干扰噪声比固定为 -10 dB 时的 ROC 曲线。先知检测器虽然不实用，但在所有检测器中检测性能最佳。与我们此前提出的 RS检测器相比，所提出的 GS检测器性能显著提升。例如，当虚警概率为 0.1 时，检测概率从 RS检测器的 0.2 提高到.

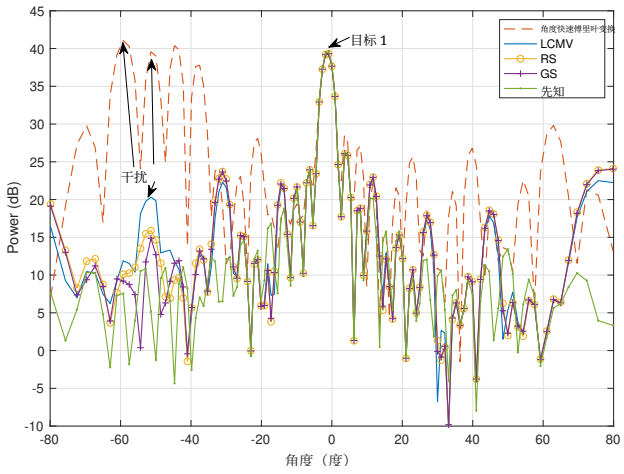


图6. 给定距离-多普勒单元处所有所考虑检测器的角度域检测统计量对比。

表 II 目标与干扰源设置。

设置	说明
目标的 RCS	20dBsm
目标 1 的距离、速度、角度	35.5 米，-2.9 米/秒，$-1.2°$
目标 2 的距离、速度、角度	81.0米,4.2 米/秒, 11.2°
干扰器1的距离、速度、角度	1.8 m，1.3 m/s，$-54.0°$
干扰源 2 的距离、速度、角度	2.3 米，-12.8 米/秒，$-48.1°$
干扰器1 (2)的啁啾斜率	14.6 MHz/us (12.4 MHz/us)
干扰器1（2）的啁啾持续时间	31.6 微秒（37.2 微秒）
干扰器1（2）的啁啾间空闲时长	7.5 微秒（7.3 微秒）
.....之间的初始时间偏移 受害雷达与干扰器1（2）	20.8 微秒（17.6 微秒）

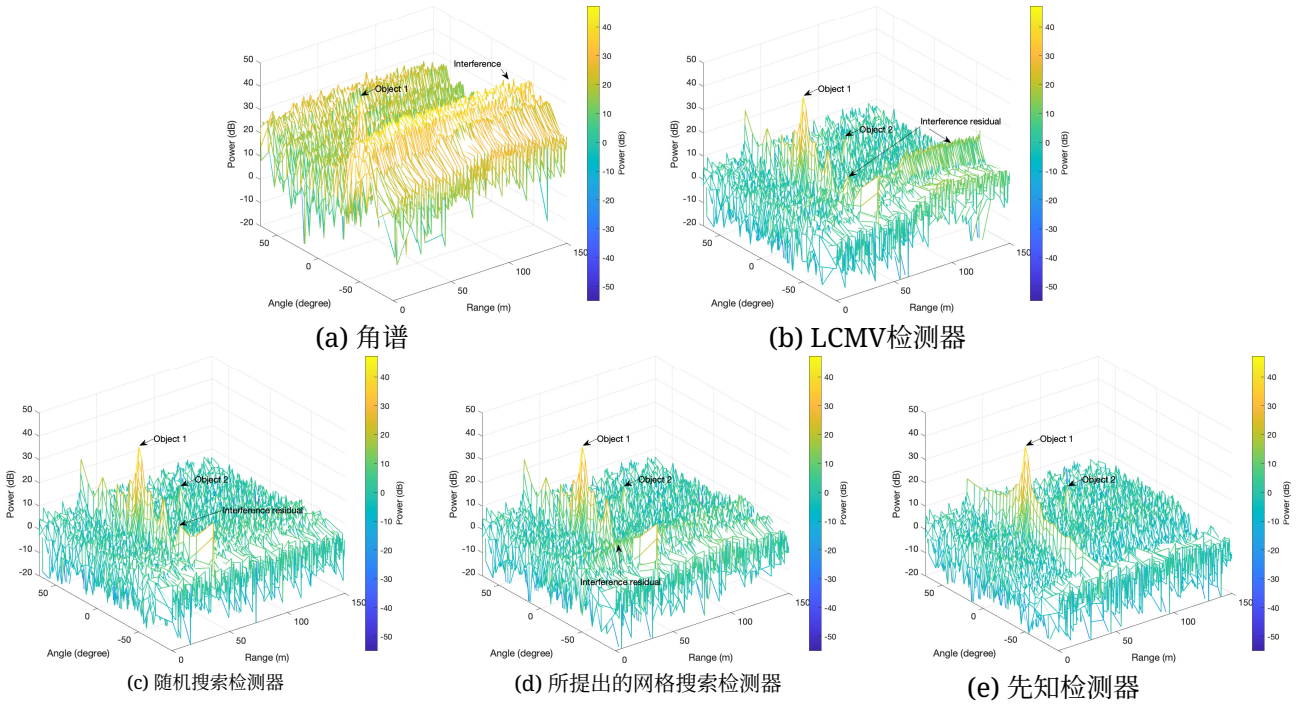
检测器约为所提出的网格搜索检测器的 0.65。当将所提出的网格搜索检测器与线性约束最小方差检测器进行比较时，我们考虑干扰发射协方差矩阵 (59) 的两个扰动等级。具体而言，我们考虑 $\sigma_{\text{pert}}^2 = 0.5$ 和 $\sigma_{\text{pert}}^2 = 1$。当考虑相对较小的扰动时，即 $\sigma_{\text{pert}}^2 = 0.5$，所提出的网格搜索检测器略优于线性约束最小方差检测器。随着扰动增大，线性约束最小方差检测器的性能显著下降，甚至不如随机搜索检测器。另一方面，所提出的网格搜索检测器在干扰发射协方差矩阵受到扰动时，仍能保持其检测性能。

B. 使用真实数据的性能评估

在上述合成数据性能评估中，目标和干扰导向矢量是在未考虑发射/接收天线波束图的存在，以及由于低通滤波器和波形分离而产生的波形残差的情况下直接生成的。下面，我们通过在受害接收机和干扰发射端生成源调频连续波-多输入多输出波形，同时考虑天线波束图，并借助MathWorks相控阵系统工具箱在受害接收机端执行所有步骤，来进行系统级性能评估。具体而言，在表I 中，我们规定了受害雷达和干扰雷达的 MIMO-FMCW 雷达配置，以合成目标和干扰导向矢量。

我们考虑表 II中包含 2个目标和 2 个干扰雷达的场景。所有检测器的检测统计量均在距离单元517和多普勒单元 128 处计算。与合成数据情况类似，线性约束最小方差和所提出的网格搜索检测器需要估计测试距离-多普勒单元处的噪声和干扰统计量。在本例中，我们从相邻的距离-多普勒单元中自适应地估计这些统计量。更具体地说，我们选择范围为 $\mathcal{L} = \{519, 515\}$ 和 $\mathcal{K} = \{126, 130\}$ 的~~个距离-多普勒单元，并设置宽度为2 个单元的单侧保护间隔。具体实施的自适应估计步骤列于附录D中。

图 6 显示了在指定的距离-多普勒单元处沿一维角度的定性 检测统计量。我们还通过忽略相互干扰，加入了一个简单的角度域快速傅里叶变换。可以看出，忽略干扰的角度快速傅里叶变换会在两个干扰角度附近（分别为 $-48.1°$ 和 $-54°$）产生很强的旁瓣。所有其他检测器均表现出干扰抑制能力。



(a) 角谱 (b) LCMV检测器

(c) 随机搜索检测器 (d) 所提出的网格搜索检测器 (e) 先知检测器

图 7. 在包含 2个目标和 2 个干扰的真实数据集中，所提出的检测器和基线检测器的定性检测热图。所有热图均显示在目标 1 的多普勒单元对应的距离-角度域中。

这两个干扰角度附近。LCMV检测器在这些角度附近表现出相对较强的旁瓣，这可能是由于干扰加噪声估计误差所致。RS和所提出的网格搜索检测器在这一区域的干扰角度上表现出更好的干扰抑制效果，而先知检测器在所有角度上的旁瓣都显著更少。

图7展示了在将多普勒单元固定为128 的情况下，同时改变角度单元和距离单元时所有检测器的二维（2D）检测统计量。在图7(a)的角度快速傅里叶变换中可以看到，由于受害接收机处产生的干扰为类啁啾信号，因此干扰在各距离单元上表现为宽带信号，从而显著抬高了距离-角度域检测统计量中的噪声水平。另一方面，图 7(b)中的线性约束最小方差检测器显示出有所改善的检测热图，其旁瓣更小、噪声底更低，并且抑制了目标角度附近的干扰。在较大的距离值处（例如大于 100 m），$-50°$ 角度附近会出现更强的干扰残留。图 7(c) 和 (d)分别展示了随机搜索检测器和所提出的网格搜索检测器的二维检测统计量。与线性约束最小方差检测器相比，它们在较大距离处都表现出更好的干扰抑制效果。在较小距离处，所提出的网格搜索检测器进一步优于随机搜索检测器，尤其是在目标1的距离单元上。最后，图7(e) 中的先知检测器提供了最佳基准性能，并完全消除了两个干扰。

我们进一步利用真实数据以及运行 1000次的蒙特卡洛仿真，对所有所考虑的检测进行定量性能评估。对于每次蒙特卡洛运行，我们在 $[-80°, 80°]$ 的区间内随机选择干扰角度，并将其距离设定在 1 m 到 3 m 之间，同时在保持其他参数与表 II 中所规定参数相同的情况下。对于随机选取的干扰角度和距离，我们计算真实干扰距离-角度单元处的检测统计量，并将其称为输出干扰功率（OIP）。预计检测性能越好，真实干扰距离-角度单元处的 OIP 越低。图8展示了所有检测器 OIP的累积分布函数（CDF）。可以看出，所提出的网格搜索检测器凭借更低的输出干扰功率，优于随机搜索检测器和线性约束最小方差检测器。以放大窗口为例，在 CDF 的第80 百分位处，随机搜索检测器和线性约束最小方差检测器的输出干扰功率分别比所提出的网格搜索检测器高2.5dB 和4dB。换言之，所提出的网格搜索检测器具有更强的抑制能力，在干扰角度范围内的旁瓣更小。全知检测器的输出干扰功率显著低于网格搜索检测器，这意味着仍需进一步改进以缩小性能差距。

VI. 结论

我们研究了非相干MIMO-FMCW汽车雷达的雷达互扰抑制。通过推导同时考虑FMCW非相干性以及MIMO阵列差异的非相干MIMO-FMCW干扰显式表达式，我们将雷达互扰抑制表述为克罗内克结构干扰下的空间域目标检测。与现有的空间域检测器（例如线性约束最小方差检测器和随机搜索检测器）相比，我们提出了一种网格搜索检测器，该检测器利用了非相干干扰的发射端和接收机导向矢量的结构，并证明其为恒虚警率检测器。利用直接生成的合成数据和借助相控阵工具箱生成的真实数据进行的分析和

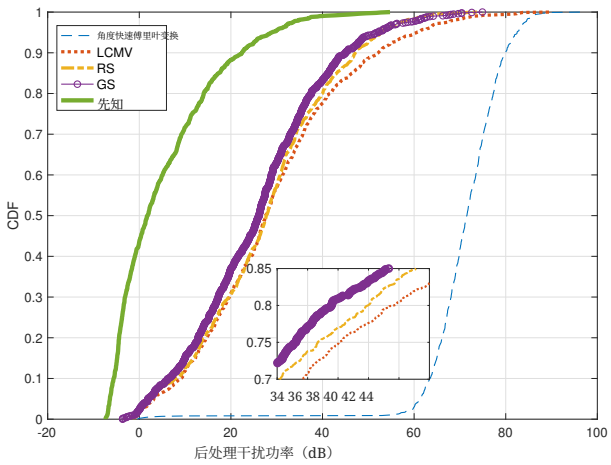


图8. 在真实干扰距离-角度单元处，采用现实设置进行1000次蒙特卡洛运行得到的输出干扰功率累积分布函数。

实证性能评估证实，该方法在检测性能和输出干扰功率方面均有所提升。

附录A 目标信号模型的推导

下面将按照图3右上方所示的步骤，详细推导目标信号模型。

本地振荡器（*LO*）：在受害雷达的第 n个接收天线处，目标反向散射信号$\alpha\sum_{m=0}^{M-1}s_m(t-\tau_{m,\ n}(t))$与本地振荡器信号$\sum_{k=0}^{K-1}s^*(kT_{\text{PRI}}\ e^{-j2\pi f_c\ t-kT_{\text{PRI}}}$)的共轭()进行混频，得到去啁啾基带模拟信号

$$\begin{aligned}a_n^s(t)=&\alpha_\tau\sum_{m=0}^{M-1}e^{-j2\pi f_c\frac{2vt}{c}}e^{-j2\pi(f_{\phi_t}m+f_{\phi_r}n)}\\&\times\sum_{k=0}^{K-1}c_{k,m}e^{-j2\pi\beta(t-kT_{\text{PRI}})\tau}D_{\tau,T}(t-kT_{\text{PRI}}),\end{aligned}\quad(62)$$

其中，$\alpha_\tau\triangleq\alpha e^{-j2\pi f_c\tau}e^{j\pi\beta\tau^2}$，$\alpha$ 表示目标复振幅，$f_{\phi_t}=d_t\sin(\phi_t)/\lambda$ 和 $f_{\phi_r}=d_r\sin(\phi_r)/\lambda$分别表示波长为 $\lambda=c/f_c$时发射端和接收端的归一化空间频率，$\tau=2R/c$ 表示第0个接收天线（参考天线）处的往返传播时延。

模数转换器（*ADC*）和低通滤波器（*LPF*）：假设目标拍频 $\beta\tau$ 小于抗混叠低通滤波器的截止频率 f_L。将$a_n^s(t)$通过低通滤波器，并以 $t=kT_{\text{PRI}}+l\Delta T$ 进行采样，其中ΔT表示快时间间隔，我们得到快时间采样 l 和脉冲 k 上的目标信号，即，

$$\begin{aligned}a_n^s(l,k)=&\alpha_\tau e^{-j2\pi f_r l}\mathbf{1}[l\in\mathcal{L}^s]\\&\times\sum_{m=0}^{M-1}c_{k,m}e^{-j2\pi(f_dk+f_{\phi_t}m+f_{\phi_r}n)},\end{aligned}\quad(63)$$

其中，$\mathcal{L}^s\triangleq\{\lceil\tau/\Delta T\rceil,\ldots,\lfloor T/\Delta T\rfloor\}$是整数采样索引集合，$f_r\triangleq(\beta\tau+2v/\lambda)\Delta T$是归一化距离频率，$f_d\triangleq 2f_cT_{\text{PRI}}v/c$是归一化多普勒频率。

快时间／距离*FFT*：对 $a_n^s(l,\ k)$ 应用长度为 L 的快时间快速傅里叶变换（FFT）或距离FFT，即可得到距离域频谱：

$$x_n^s(l',k)=\alpha_{l'}\sum_{m=0}^{M-1}c_{k,m}e^{-j2\pi f_dk}e^{-j2\pi(f_{\phi_t}m+f_{\phi_r}n)},\quad(64)$$

其中，l 是目标在距离单元 l' 上的复振幅。

慢时间／多普勒FFT与波形分离：根据式（64），每个接收天线通过加权求和合并 M 个编码发射波形。为将 $x_n^s(l',k)$ 分离为来自 M 个发射信号的目标信号，需要进行慢时间MIMO解码。为获得第 m 个发射天线的信号，在 K 个慢时间脉冲上，将编码序列 $c_{k,m}^*,k=0,1,\ldots,K-1$ 的复共轭与距离域响应相乘。对于具有正交特性 $\sum_{k=0}^{K-1}c_{k,m}c_{k,m}^*=K,\sum_{k=0}^{K-1}c_{k,m}c_{k,m'}^*=0,\forall\ m'\neq m$ 的MIMO编码序列，将解码后的信号在 K 个脉冲上求和 $\sum_{k=0}^{K-1}x_n^s(l',k)c_{k,m}^*$，即可很好地重构来自第 m 个发射天线、零多普勒的目标信号。对于慢时间相位因非零目标多普勒而发生偏移的一般情况，需要补偿多普勒。为重构来自第 m 个发射天线的目标信号，我们可以对慢时间解码信号 $x_n^s(l',k)c_{k,m}^*,k=0,1,\ldots,K-1$ 进行慢时间FFT（多普勒快速傅里叶变换）以补偿多普勒：

$$\begin{aligned}y_{m,n}^s(l',k')=&\sum_{k=0}^{K-1}x_n^s(l',k)c_{k,m}^*e^{-j2\pi\frac{k'}{K}k}\\=&b(l',k')e^{-j2\pi(f_{\phi_t}m+f_{\phi_r}n)}+y_{m,n}^r(l',k'),\end{aligned}\quad(65)$$

其中，$b(l',\ k')\triangleq\alpha_{l'}\sum_{k=0}^{K-1}e^{-j2\pi(f_d+\frac{k'}{K})k}$是来自第 m个发射天线的目标信号幅度，并且

$$\begin{aligned}y_{m,n}^r(l',k')=&\alpha_{l'}\sum_{m'\neq m}\left(\sum_{k=0}^{K-1}c_{k,m'}c_{k,m}^*e^{-j2\pi(f_d+\frac{k'}{K})k}\right)\\&\times e^{-j2\pi(f_{\phi_t}m'+f_{\phi_r}n)},\end{aligned}\quad(66)$$

是来自其他发射天线的波形分离残差。在最接近目标多普勒频率 f_d 的多普勒单元 k' 处，即 $f_d+k'/K\approx 0$，由于式（65）中的多普勒快速傅里叶变换，幅度 $b(l',\ k')\approx K\alpha_{l'}$ 趋近于相干增益 K。利用 MIMO 编码的近似正交性 [13]

$$\max_f\left|\sum_{k=0}^{K-1}c_{k,m}c_{k,m'}^*e^{-j2\pi fk}\right|\ll K,\forall\ m'\neq m,\quad(67)$$

可以忽略式（65）中的波形分离残差。值得注意的是，文献 [9] 和[50]已研究多输入多输出雷达在波形分离不完善情况下的目标检测。

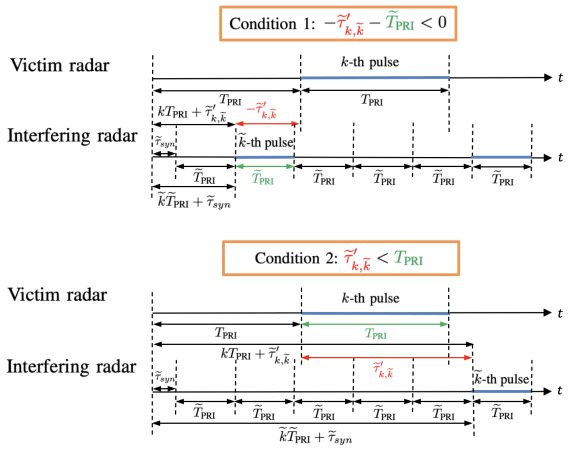


图9. 图中展示了干扰雷达的第 $\widetilde{k}$个脉冲被受害雷达的第 k个脉冲去斜的两个必要条件，并分别给出了每个条件的反例。

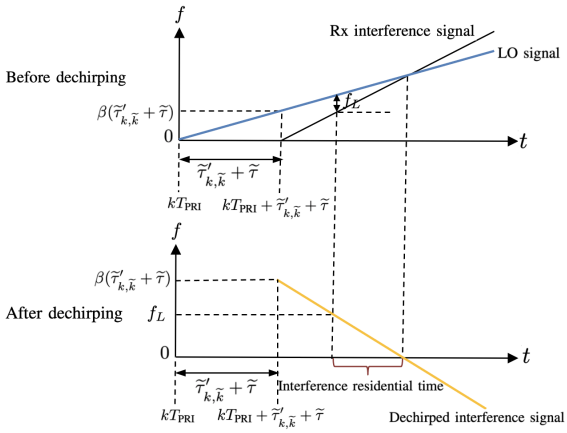


图10. 受害雷达第 k个脉冲处的干扰。

附录B 干扰信号模型的推导

~干扰雷达的第 k个脉冲能够由受害雷达的第 k个脉冲进行去斜处理的两个必要条件为~$-\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} - T_{\mathrm{PRI}} < 0$和$\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} < T_{\mathrm{PRI}}$，二者结合可得~$-T_{\mathrm{PRI}} < \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} < T_{\mathrm{PRI}}$。如图 9 所示，若这两个条件中任意一个不满足，干扰雷达的第 k个脉冲就无法由受害雷达的第 k个脉冲进行去斜处理。

定义

$$\mathcal{K}_{\widetilde{k}} \triangleq \Big\{ k : \widetilde{k}\widetilde{T}_{\mathrm{PRI}} + \widetilde{\tau}_{syn} = kT_{\mathrm{PRI}} + \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}, -\widetilde{T}_{\mathrm{PRI}} < \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} < T_{\mathrm{PRI}}, k = 0,1,\ldots,K-1 \Big\},\ \widetilde{k} = 0,1,\ldots,\widetilde{K}-1, \tag{68}$$

将其定义为一个集合，用于归纳所有与第 k 个受害雷达脉冲发生~截获的受害雷达脉冲，判断依据是该受害雷达脉冲的任一时刻是否落在 k 干扰脉冲内。将干扰雷达在第 k个受害雷达脉冲处观测到的慢时间码记为

$$\widetilde{c}^{\widetilde{k}}_{k,\widetilde{m}} \triangleq \begin{cases} \widetilde{c}_{\widetilde{k},\widetilde{m}}, & k \in \mathcal{K}_{\widetilde{k}} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{69}$$

那么，我们将 $s_n^i(t)$改写为

$$s_n^i(t) = \widetilde{\alpha} e^{-j2\pi f_c \widetilde{\tau}} \sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1} \sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1} \sum_{k\in\mathcal{K}_{\widetilde{k}}} \widetilde{c}^{\widetilde{k}}_{k,\widetilde{m}} \widetilde{s}(t - kT_{\mathrm{PRI}} - \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} - \widetilde{\tau}) \times e^{j2\pi f_c (t - kT_{\mathrm{PRI}} - \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}})} e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m} + \widetilde{f}_{\phi_r} n)} e^{-j2\pi f_c \frac{\widetilde{v}t}{c}}. \tag{70}$$

受害雷达将 $s_n^i(t)$ 与其本地振荡器信号混频，得到来自第 n个接收天线的模拟拍频信号

$$\begin{aligned} a_n^i(t) &= s_n^i(t) \sum_{k=0}^{K-1} s^*(t - kT_{\mathrm{PRI}}) e^{-j2\pi f_c (t - kT_{\mathrm{PRI}})} \\ &= \widetilde{\alpha} e^{-j2\pi f_c \widetilde{\tau}} \sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1} \sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1} \sum_{k\in\mathcal{K}_{\widetilde{k}}} \widetilde{c}^{\widetilde{k}}_{k,\widetilde{m}} e^{j\pi(\widetilde{\beta}-\beta)(t-kT_{\mathrm{PRI}})^2} \\ &\quad \times e^{j\pi\widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})^2} e^{-j2\pi\widetilde{\beta}(t-kT_{\mathrm{PRI}})(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})} \\ &\quad \times e^{-j2\pi f_c \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}} e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m} + \widetilde{f}_{\phi_r} n)} e^{-j2\pi f_c \frac{\widetilde{v}t}{c}} \\ &\quad \times D_{\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau}, \min\left\{T, \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau}+\widetilde{T}\right\}} (t - kT_{\mathrm{PRI}}). \end{aligned} \tag{71}$$

由(71)可知，~~干扰在脉冲 k 处的瞬时频率为 $\beta(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})-(\beta-\beta)(t-kT_{\mathrm{PRI}})$。然后，将 $a_n^i(t)$输入带宽为 f_L的低通滤波器，脉冲 k 上存在干扰的残留时间为

$$0 < \widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} + \widetilde{\tau}) - (\widetilde{\beta} - \beta)(t - kT_{\mathrm{PRI}}) < f_L. \tag{72}$$

图 10 给出了一个说明干扰驻留时间的示例。低通滤波后的 IF 干扰信号是

$$\begin{aligned} a_n^{i,low}(t) &= \widetilde{\alpha} e^{-j2\pi f_c \widetilde{\tau}} \sum_{\widetilde{m}=0}^{\widetilde{M}-1} \sum_{\widetilde{k}=0}^{\widetilde{K}-1} \sum_{k\in\mathcal{K}_{\widetilde{k}}} \widetilde{c}^{\widetilde{k}}_{k,\widetilde{m}} e^{j\pi(\widetilde{\beta}-\beta)(t-kT_{\mathrm{PRI}})^2} \\ &\quad \times e^{j\pi\widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})^2} e^{-j2\pi\widetilde{\beta}(t-kT_{\mathrm{PRI}})(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau})} \\ &\quad \times e^{-j2\pi f_c \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}} e^{-j2\pi(\widetilde{f}_{\phi_t}\widetilde{m} + \widetilde{f}_{\phi_r} n)} e^{-j2\pi f_c \frac{\widetilde{v}t}{c}} \\ &\quad \times \mathbf{1}\left[0 < \widetilde{\beta}(\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}} + \widetilde{\tau}) - (\widetilde{\beta} - \beta)(t - kT_{\mathrm{PRI}}) < f_L\right] \\ &\quad \times D_{\widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau}, \min\left\{T, \widetilde{\tau}'_{k,\widetilde{k}}+\widetilde{\tau}+\widetilde{T}\right\}} (t - kT_{\mathrm{PRI}}). \end{aligned} \tag{73}$$

附录 C 定理 1 的证明

The following derivation is based on the form $T^{GS}(\mathbf{y}) = \frac{2}{\sigma^2} \frac{\left|\left(\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r)\right)^H \mathbf{y}\right|^2}{\left\|\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r)\right\|^2}$ suggested by $\mathbf{w}^{GS}$ in (49).

在 H_0 下，根据（44）中的最后一个条件，我们有$\mathbf{R}^{-}\mathbf{y} = \mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r \mathbf{R}^{-}\mathbf{z}$。由（41）可知，~$\mathbf{z} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{R})$，

我们有 $(\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r)^H \mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \sim \mathcal{CN}\left(\mathbf{0}, \sigma^2 \left|\left|\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r)\right|\right|^2\right)$。

因此，在 H_0 下， $T^{GS}(\mathbf{y})$ 服从自由度为 2 的卡方分布（自由度），即

$$T^{GS}(\mathbf{y}) \sim \chi^2_2, \text{ under } H_0. \tag{74}$$

在 H_1 下，我们有 $\mathcal{CN}\left(\frac{2|b|^2}{\sigma^2}\left|\left|\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r)\right|\right|^2, \frac{2}{\sigma^2}\mathbf{a}_t^H \mathbf{R}^{-1}\mathbf{R}(\mathbf{aa})\mathbf{R}(\mathbf{aa})\right)$。

因此，$T^{GS}(\mathbf{y})$ 在 H_1 下服从自由度为 2、非中心参数为 λ^{GS}的非中心卡方分布，即

$$T^{GS}(\mathbf{y}) \sim \chi'^2_2(\lambda^{GS}), \text{ under } H_1, \tag{75}$$

其中 $\lambda^{GS} = \frac{2|b|^2}{\sigma^2}\left|\left|\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{a}_t \otimes \mathbf{a}_r)\right|\right|^2 = \frac{2|b|^2}{\sigma^2} M \mathbf{a}_r^H \widetilde{\mathbf{P}}^{\perp}_{\widetilde{\mathbf{A}}_r} \mathbf{a}_r$。

根据 $P_{FA}^{GS} = \Pr\left[T^{GS}(\mathbf{y}) \geq \gamma | H_0\right]$ 和 $P_D^{GS} = \Pr\left[T^{GS}(\mathbf{y}) \geq \gamma | H_1\right]$，可得（53）。

附录D

干扰与噪声的自适应估计

真实数据情况下的统计量

与合成数据情况类似，线性约束最小方差和GS检测器需要干扰加噪声协方差矩阵，尤其是干扰发射协方差矩阵，来计算检测统计量。与合成数据情况不同，我们无法获得真实的干扰协方差，因此也无法获得其扰动。因此，我们需要从相邻的距离-多普勒单元自适应估计干扰加噪声协方差矩阵，或等效地估计 h_q^2, $\widetilde{\sigma}_q^2$ $\widetilde{\mathbf{R}}_{t,\ q}$ 和 σ^2。

在受害雷达的无目标距离-多普勒单元（l', k'）处，接收到的空间域信号为$\mathbf{y}(l',\ k') \sum_{q=1}^{Q} \widetilde{}_{t\ q} \otimes \widetilde{}_{r\ q} + \sigma^2 \mathbf{a},\ \mathbf{a},$ $\mathbf{z}$。同一距离-多普勒单元处的噪声功率可估计为

$$\widehat{\sigma}^2(l',k') = \frac{2}{M(N-Q)}||(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{P}^{\perp}_{\widehat{\mathbf{A}}_r})\mathbf{y}(l',k')||^2, \tag{76}$$

第 q 个干扰发射导向矢量 $\widetilde{}\mathbf{a}'_{t,q}$ 可估计为

$$\widehat{\mathbf{a}}'_{t,q}(l',k') = \left(\mathbf{I}_M \otimes (\widetilde{\mathbf{A}}_r \mathbf{b}_q)^H\right)\mathbf{y}(l',k'), \tag{77}$$

其中$\mathbf{b}_q$ 是（$\widetilde{}\mathbf{A}_r^H \widetilde{}\mathbf{A}_r$）$^{-1}$的第 q 列，且 $\widetilde{b}_q$ 可估计为

$$\widehat{b}_q(l',k') = \frac{\mathbf{a}_t^H \widehat{\mathbf{a}}'_{t,q}(l',k')}{||\mathbf{a}_t||^2}. \tag{78}$$

因此，通过收集一组距离-多普勒单元，例如 $\sim$ $\sim\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{K}$，我们可以对噪声功率估计值取平均，得到

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{|\widetilde{\mathcal{L}}||\widetilde{\mathcal{K}}|}\sum_{l'\in\widetilde{\mathcal{L}},k'\in\widetilde{\mathcal{K}}} \widehat{\sigma}^2(l',k'). \tag{79}$$

以类似的方式，，我们有

$$\widehat{h}_q^2 = \frac{1}{|\widetilde{\mathcal{L}}||\widetilde{\mathcal{K}}|}\sum_{l'\in\widetilde{\mathcal{L}},k'\in\widetilde{\mathcal{K}}} |\widehat{b}_q(l',k')|^2, \tag{80}$$

and

$$\widehat{\mathbf{R}}_{t,q} = \frac{1}{|\widetilde{\mathcal{L}}||\widetilde{\mathcal{K}}|}\sum_{l'\in\widetilde{\mathcal{L}},k'\in\widetilde{\mathcal{K}}} \widehat{\mathbf{a}}'_{t,q}(l',k')\widehat{\mathbf{a}}'^H_{t,q}(l',k'). \tag{81}$$

参考文献

[1] S. Jin、P. Wang、P. Boufounos、R. Takahashi 和 S. Roy，“MIMO-FMCW汽车雷达干扰下的空间域目标检测”，载于《2023年IEEE国际声学、语音与信号处理会议（ICASSP）》，2023年。[2] S. Alland、W. Stark、M. Ali 和 M. Hegde，“汽车雷达系统中的干扰：特性、抑制技术以及当前和未来的研究”，《IEEE信号处理杂志》，第36卷，第5期，第45–59页，2019年。[3] S. Jin、P. Wang、P. Boufounos、P. V. Orlik、R. Takahashi 和 S. Roy，“慢时间MIMO-FMCW汽车雷达的空间域干扰抑制”，载于《2022年IEEE第12届传感器阵列与多通道信号处理研讨会（SAM）》，2022年，第311–315页。[4] S. M. Patole、M. Torlak、D. Wang 和 M. Ali，“汽车雷达：信号处理技术综述”，《IEEE信号处理杂志》，第34卷，第2期，第22–35页，2017年。[5] I. Bilik、O. Longman、S. Villeval 和 J. Tabrikian，“自动驾驶汽车雷达的兴起：信号处理解决方案与未来研究方向”，《IEEE信号处理杂志》，第36卷，31，2019 5，20第。页–。[6] G. Hakobyan 和 B. Yang，“高性能汽车雷达：信号处理算法与调制方案综述”，《IEEE信号处理杂志》，第36卷，第5期，第32–44页，2019年。[7] P. Wang、D. Millar、K. Parsons 和 P. V. Orlik，“FMCW毫米波汽车雷达距离估计的非线性校正”，载于 IWS，2018年，第1–3页。[8] P. Wang、D. Millar、K. Parsons、R. Ma 和 P. V. Orlik，“具有信号源非线性的FMCW系统距离精度分析”，载于 ICMIM，2019年，第1–5页。[9] P. Wang、P. Boufounos、H. Mansour 和 P. V. Orlik，“波形分离不完善时的慢时间MIMO-FMCW汽车雷达检测”，载于《IEEE国际声学、语音与信号处理会议（ICASSP）》，2020年，第8634–8638页。[10] M. Sheeny、E. De Pellegrin、S. Mukherjee、A. Ahrabian、S. Wang 和 A. Wallace，“RADIATE：用于汽车感知的雷达数据集”，arXiv预印本 arXiv:2010.09076，2020年。[11] M. Mostajabi 、 C. M. Wang 、 D. Ranjan 和 G. Hsyu，“ 用于动态目标半监督学习的高分辨率雷达数据集”，载于 CVPR Workshops)，2020年，第450–457页。[12] S. Rao，“毫米波感知简介：FMCW雷达”，德州仪器（TI）毫米波培训系列，2017年。[13] S. Sun、A. P. Petropulu 和 H. V. Poor，“用于高级驾驶辅助系统和自动驾驶的MIMO雷达：优势与挑战”，《IEEE信号处理杂志》，第37卷，第4期，第98–117页，2020年。[14] S. Rao，“白皮书：MIMO雷达”，德州仪器（TI）技术报告 SWRA554A，2017年。[15] A. Och、C. Pfeffer、J. Schrattenecker、S. Schuster 和 R. Weigel，“通过级联全集成收发器实现可扩展的77 GHz大规模MIMO FMCW雷达”，载于《2018年亚太微波会议（APMC）》，2018年，第1235–1237页。[16] M. Barjenbruch 等，“一种汽车雷达干扰消除方法”，载于《2015年IEEE MTT-S智能移动微波国际会议（ICMIM）》，2015年，第1–4页。[17] J. Wang，“基于CFAR的FMCW汽车雷达系统干扰抑制”，《IEEE智能交通系统汇刊》，第1–10页，2021年。[18] S. Neemat、O. Krasnov 和 A. Yarovoy，“一种利用短时傅里叶变换域拍频插值的FMCW雷达干扰抑制技术”，《IEEE微波理论与技术汇刊》，第67卷，第3期，第1207–1220页，2019年。[19] J. Bechter、F. Roos、M. Rahman 和 C. Waldschmidt，“采用稀疏采样方法的汽车雷达干扰抑制”，载于《2017年欧洲雷达会议（EURAD）》，2017年，第90–93页。[20] A. Correas-Serrano 和 M. A. Gonzalez-Huici，“用于汽车FMCW雷达干扰抑制的啁啾片稀疏重建”，载于《2019年IEEE MTT-S智能移动微波国际会议（ICMIM）》，2019年，第1–4页。[21] F. Jin 和 S. Cao，“采用自适应噪声抵消器的汽车雷达干扰抑制”，《IEEE车辆技术汇刊》，第68卷，第4期，第3747–3754页，2019年。[22] F. Uysal 和 S. Sanka，“汽车雷达干扰抑制”，载于《2018年IEEE雷达会议（RadarConf18）》，2018年，第0405–0410页。[23] S. Jin、P. Wang、P. Boufounos、P. Orlik 和 S. Roy，“采用快速时间-频率模式检索的汽车雷达干扰抑制”，载于《2022年IEEE雷达会议（RadarConf22）》，2022年，第1–6页。

[24] N.-C. Ristea、A.Anghel和 R. T. Ionescu，“用于汽车雷达干扰抑制的全卷积神经网络”，载于2020年IEEE第92届车辆技术会议（VTC2020-Fall），2020年，第1–5页。[25] J.Wang、R.Li、Y.He和 Y.Yang，“用于调频连续波雷达的先验引导的深度干扰抑制”，arXiv:2108.13023，2021年。[26] S.Jin 和 S. Roy，“调频连续波雷达网络：多址接入和干扰- 抑制”，IEEE信号处理精选主题期刊，第15卷，第4期，第968–979页，2021年。[27] F.Norouzian、A. Pirkani、E. Hoare、M.Cherniakov 和 M. Gashinova，“用于降低干扰水平的汽车雷达波形参数随机化”，载于2020年IEEE雷达会议（RadarConf20），2020年，第1–5页。[28] M. Wagner 等，“用于汽车调频连续波雷达系统的无阈值干扰消除方法”，载于2018年IEEE国际电路与系统研讨会（ISCAS），2018年，第1–4页。[29] S. Chen、W. Shangguan、J. Taghia、U. K¨uhnau和 R. Martin，“基于生成对抗网络的汽- 车雷达干扰抑制”，载于2020年IEEE亚太微波会议（APMC），2020年，第728–730页。[30] J. Fuchs、A. Dubey、M. L¨ubke、R.Weigel和 F.Lurz，“使用卷积自编码器的汽车雷达干扰抑制”，载于2020年IEEE国际雷达会议（RADAR），2020年，第315–320页。[31] C.Jiang、T.Chen和 B.Yang，“汽车雷达的对抗性干扰缓解”，载于2021年IEEE雷达会议（RadarConf21），2021年，第1–6页。[32] A.Dubey、J.Fuchs、V. Madhavan、M. L¨ubke、R. Weigel和 F.Lurz，“基于区域的单阶段干扰缓解与目标检测”，载于2020年IEEE雷达会议（RadarConf20），2020年，第1–5页。[33] J. Rock、W. Roth、M. Toth、P.Meissner和 F. Pernkopf，“用于汽车雷达干扰抑制的资源高效深度神经网络”，IEEE信号处理精选主题期刊，第15卷，第4期，第927–940页，2021年。[34] C.Aydogdu、M. F. Keskin、N. Garcia、H. Wymeersch和D. W. Bliss，“RadChat：用于汽车雷达干扰抑制的频谱共享”，IEEE智能交通系统汇刊，第22卷，第1期，第416–429页，2021年。[35] K. U. Mazher、R. W. Heath、K.Gulati和 J.Li，“通过部分协调实现汽车雷达干扰表征与降低”，载于2020年IEEE雷达会议（RadarConf20），2020年，第1–6页。[36] A.Bose、B.Tang、M.Soltanalian 和 J.Li，“多个互联汽车雷达系统的相互干扰抑制”，IEEE车辆技术汇刊，第70卷，第10期，第11 062–11 066页，2021年。[37] C.Fischer、M. Goppelt、H.-L. Bl¨ocher 和J. Dickmann，“使用数字波束形成最小化汽车雷达中的干扰”，无线电科学进展，第9卷，第45–48页，2011年。[38] J. Bechter、A. Demirlika、P. H¨ugler、F.Roos和C. Waldschmidt，“用于汽车雷达干扰抑制的盲自适应波束形成”，载于2018年第19届国际雷达研讨会（IRS），2018年，第1–10页。[39] M. Rameez、M.Dahl和 M.I.Pettersson，“汽车调频连续波雷达的自适应数字波束形成与干扰抑制”，载于2018年IEEE雷达会议（RadarConf18），2018年，第0252–0256页。[40] ——，“汽车雷达干扰抑制中自适应波束形成的实验评估”，载于2020年IEEE无线电与无线通信研讨会（RWS），2020年，第183–186页。[41] T. Pernst˚al、J. Degerman、H. Brostr¨om、V.T.Vu 和 M.I. Pettersson，“用于汽车调频连续波干扰检测与抑制的GIP检验”，载于2020年IEEE雷达会议（RadarConf20），2020年，第1–6页。[42] J. Bechter、M.Rameez和C.Waldschmidt，“数字波束形成多输入多输出雷达中干扰缓解的分析与实验研究”，IEEE微波理论与技术汇刊，第65卷，第5期，第1727–1734页，2017年。[43] A.Pirkani、F. Norouzian、E. Hoare、M. Chemiakov 和M. Gashinova，“多输入多输出与相控阵雷达中的汽车干扰抑制”，载于2021年第18届欧洲雷达会议（EuRAD），2022年，第413–416页。[44] Y. Sun、A. Baricz和 S. Zhou，“关于广义 Marcum和Nuttall q-函数的单调性、对数凹性和紧界”，IEEE信息论汇刊，第56卷，第3期，第1166–1186页，2010年。[45] R.Feger、H. Haderer 和A.Stelzer，“二进制相位编码调频连续波多输入多输出雷达的码与加权函数优化”，载于2016年IEEE微波理论与技术学会智能移动微波国际会议（ICMIM），2016年，第1–4页。[46] B. Friedlander，“关于多输入多输出雷达的信号模型”，IEEE航空航天与电子系统汇刊，第48卷，3660，2012年4月，3655页，无。

[47] J. Li 和 P. Stoica，《共址天线的多输入多输出雷达》，*IEEE* 信号处理杂志，第 24 卷，第 5 期，第 106–114 页，2007 年。[48] H. L. Van Trees，《最优阵列处理：检测、估计与调制理论第四部分》。John Wiley & Sons，2004 年。[49] P. Stoica、J. Li、X. Zhu 和 J. R. Guerci，《论在空时自适应处理中利用先验知识》，*IEEE* 信号处理汇刊，第 56 卷，第 6 期，第 2598–2602 页，2008 年。[50] P. Wang 和 H. Li，《分布式多输入多输出雷达中波形分离不完善时的目标检测》，*IEEE* 信号处理汇刊，第 68 卷，第 793–807 页，2020 年。