周期性漏波天线的例外点视角

Amar Al-Bassam*、Dirk Heberling*†和Christophe Caloz‡
*亚琛工业大学高频技术研究所，德国亚琛52074
*†弗劳恩霍夫高频物理与雷达技术研究所FHR，德国瓦赫贝格53343
‡ESAT-TELEMIC，鲁汶大学，比利时鲁汶3001

arXiv:2304.03180v1 [physics.app-ph] 6 Mar 2023

摘要

过去十年来，通过在天线结构的单元中引入适当的不对称性，采用电路建模方法解决了周期性漏波天线（P-LWA）正侧向增益退化的问题。本文通过简单的耦合模分析，揭示了这一问题更为根本且深入的视角：最优结构不对称性对应于 P-LWA 两个本征模之间耦合参数的一个例外点。这项工作是实现正侧向问题完整电磁学解析的关键一步。

I. 引言

周期漏波天线（P-LWA）具有高方向性和简单扫描等优点，是现代微波、太赫兹和光学技术 [1]中重要、强大且用途广泛的辐射器。

遗憾的是，它们一直受到正侧向 [1]增益退化问题的困扰。在通过传输线网络实现单元阻抗匹配 [2], 这一初步解决方案之后，人们提出了一种更通用的方案，其基础是满足频率平衡和 Q平衡这两个条件；后者与单元结构的横向不对称性 [3]有关。

[3] 中提出的解决方案解决了增益退化问题，但该方案基于复杂的电路建模，无法为理解问题的物理本质提供多少洞见。本文基于耦合模理论，并将最优不对称性与例外点 [4]联系起来，提出了一种更为基础的视角。

II. $\mathcal{PT}$-对称性与奇异点

奇异点是非厄米系统参数空间中的奇点，在某种基本对称性条件下，复本征解会合并 [5] 。它们通常出现在 $\mathcal{PT}$ 对称问题中，这类问题涉及损耗与增益之间的特定平衡。它们可能出现在涉及具有不同耗散或辐射水平的本征解的问题中，而这些问题可通过简单的规范变换 [6], 与损耗—增益问题相关联，正如稍后将针对周期漏波天线所示。

III. 奇异点推导

由于具有周期性，如图 1 所示，周期漏波天线通常采用周期性或 Floquet-Bloch 边界条件进行分析。施加这些边界条件时，令单元的相移（Φ）遍历布里渊区，即可得到以复特征频率（Ω）表示的色散图。

如果周期漏波天线的单元关于其横向轴对称（见图 1），则其支持两个正交本征模：串联模，其复本征频率为 Ω_{se}；以及并联模，其本征频率为 Ω_{sh}。这两个模的电场分别沿结构的纵向（传播）轴和横向轴，因此正侧向增益退化问题（$\Phi = 0$）不可避免地会出现 [3]。打破横向对称性后，串联模和并联模会耦合成新的耦合模 ψ_1 和 ψ_2，可用耦合模方程 [7] 描述。

$$\frac{d\psi_1}{dt} = j\Omega_{\text{se}}\psi_1 + j\kappa_{12}\psi_2, \tag{1a}$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = j\kappa_{21}\psi_1 + j\Omega_{\text{sh}}\psi_2, \tag{1b}$$

其中， κ_{12} 和 κ_{21} 是两个模态之间的耦合系数，根据互易性满足关系 $\kappa_{12} = \kappa_{12}^* = \kappa$。

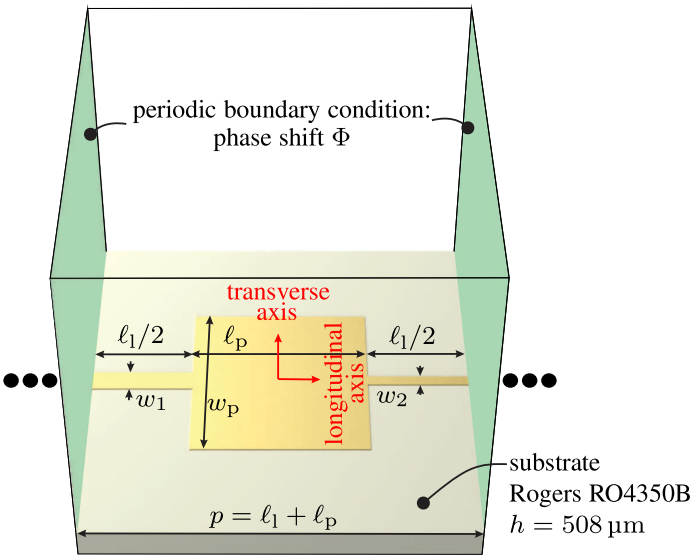

图 1. 周期边界条件壁内的周期漏波天线单元（两壁之间的相移为 Φ ）。此处所示的结构（并用于第四节的数值结果）为串馈贴片结构，但本文的理论结果具有普适性，适用于任何周期漏波天线。

系统（1）存在时谐形式的解$\psi_{1,\ 2} \propto \exp(j\Omega t)$。此外，在通常的频率平衡条件 [1, 3], 下，非耦合模态本征频率可表示为$\Omega_{se} = \Omega_0 + \Im\{\Omega_{se}\}$ 和$\Omega_{sh} = \Omega_0 + \Im\{\Omega_{sh}\}$。将所有这些表达式代入（1）并求解$\Omega$，可得到耦合本征频率解

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 + j\frac{\Im\{\Omega_{se}\} + \Im\{\Omega_{sh}\}}{2} \pm \sqrt{\kappa^2 - \left(\frac{\Im\{\Omega_{se}\} - \Im\{\Omega_{sh}\}}{2}\right)^2} \tag{2a}$$

以及相应的耦合 Q 因子

$$Q_{1,2} = \frac{\Re\{\Omega_{1,2}\}}{2\Im\{\Omega_{1,2}\}}. \tag{2b}$$

根据第二节，我们的问题的例外点对应于使两个本征解 (2) 合并为单一本征解的 κ 值，即

$$\kappa_{opt} = \frac{\Im\{\Omega_{se}\} - \Im\{\Omega_{sh}\}}{2}, \tag{3}$$

其中我们引入下标“opt”，表示最优。

最后，将 (2a) 与 (3) 代入 (2b)，得到

$$Q_{opt} = \frac{\Omega_0}{\Im\{\Omega_{se}\} + \Im\{\Omega_{sh}\}} = \frac{2}{\frac{1}{Q_{se}} + \frac{1}{Q_{sh}}}, \tag{4}$$

这正是 [3] 中通过传输线电路建模推导出的 Q 平衡公式。这表明，周期漏波天线正侧向增益退化问题的解决方案，与其结构横向不对称程度的例外点相吻合。

IV. 验证结果

图 2 验证了第三节中的异常点理论在图 1 所示串馈贴片周期漏波天线这一特例中的适用性，其中图 2(a) 和图 2(a) 分别绘出了耦合特征频率和 Q 因子。

曲线按以下方式获得。从对称结构开始，$w_1 = w_2 = w_0$ （因此 $\kappa = 0$），在全波本征频率求解器（此处为 CST Microwave Studio）中调整贴片的长度 ℓ_p以及互连线的长度 ℓ_l，以平衡结构的频率，即缩小 $\Phi = 0$处的间隙，从而得到 $\Re\{\Omega_{se}\} = \Re\{\Omega_{sh}\} = \Omega_0$ 和$\Im\{\Omega_{se,\ sh}\}$。将这些参数代入（2），并绘制其随 κ 变化的曲线，即可得到解析曲线。随后，在全波本征频率求解器中引入横向不对称性，令两条馈线的宽度

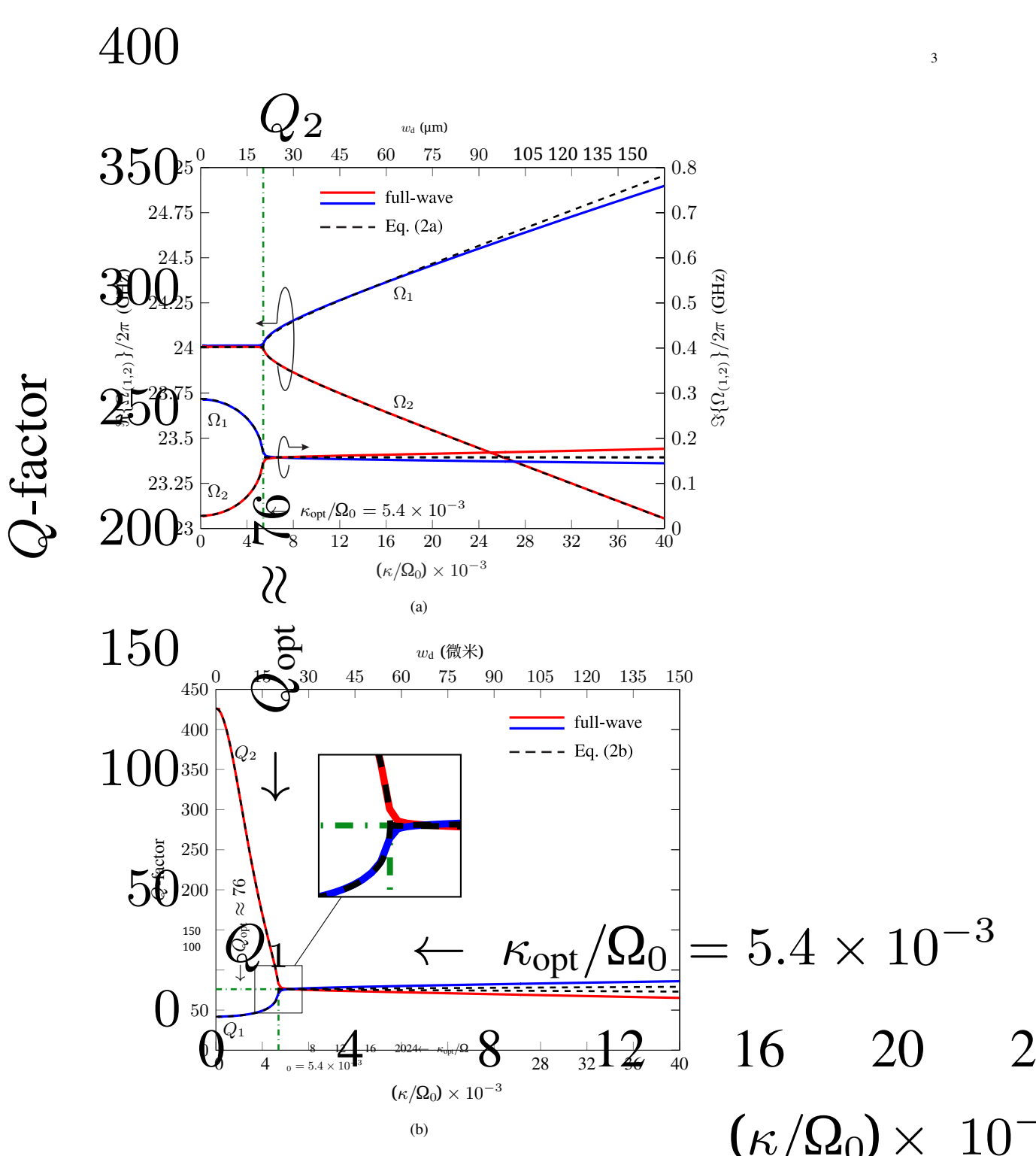

图 2. 对图 1 中的串馈贴片周期漏波天线，验证第三节中建立的异常点理论。(a) 复特征频率。(b) 对应的 Q 因子。由式 (3) 给出的最优耦合因子确实对应于异常点，以绿色点划线标出。单元尺寸单位为 mm： $\ell_p = 3.05$、 $\ell_1 = 3.5$、 $w_p = 3.3$ 和 $w_0 = 0.3$。

彼此不同，具体而言，随着 w_d增加，设置 $w_1 = w_0 + w_d/2$ 和 $w_2 = w_0 - w_d/2$ ，其中 w_d 从零开始增加，并绘制相应的全波复本征频率和 Q因子。

图 2 中的全波结果与解析预测[1], 高度吻合，例外点出现在实特征频率与虚特征频率所形成的两个分叉的交汇处，同时也出现在相应品质因数的交汇处，因此验证了本文的核心论点。

[1]观察到的轻微偏差随不对称程度增加而增大，这是因为随着 w_d 增大，分析模型中假设固定不变的频率平衡条件会逐渐发生改变。

参考文献

[1] D. R. Jackson、C. Caloz 和 T. Itoh，《漏波天线》，Proc. IEEE，第 100 卷，第 7 期，第 2194–2206 页，2012 年 7 月。[2] S. Paulotto、P. Baccarelli、F. Frezza 和 D. R. Jackson，《一种用于开放阻带抑制的一维周期印刷漏波天线新技术》，IEEE Trans. Antennas. Propag.，第 57 卷，第 7 期，第 1894–1906 页，2009 年 7 月。[3] S. Otto、A. Al-Bassam、A. Rennings、K. Solbach 和 C. Caloz，《周期性漏波天线中的横向不对称性：实现正侧向处布洛赫阻抗与辐射效率均衡》，IEEE Trans. Antennas. Propag.，第 62 卷，第 10 期，第 5037–5054 页，2014 年 10 月。[4] C. M. Bender 和 S. Boettcher，《具有 $\mathcal{PT}$ 对称性的非厄米哈密顿量中的实谱》，Phys. Rev. Lett，第 80 卷，第 24 期，第 5243–5246 页，1998 年 6 月。[5] J. Li、Y. Jing 和 S. A. Cummer，《例外点处时空调制系统中的非互易耦合》，Phys. Rev. B，第 105 卷，第 10 期，文章编号 l100304，2022 年 3 月。[6] S.. K. ¨Ozdemir、S. Rotter、F. Nori 和 L. Yang，《光子学中的宇称—时间对称性与例外点》，Nat. Mater.，第 18 卷，第 8 期，第 783–798 页，2019 年 8 月。[7] H. A. Haus 和 W. Huang，《耦合模理论》，Proc. IEEE，第 79 卷，第 10 期，第 1505–1518 页，1991 年 10 月。