网络拓扑中的年龄感知式信息传播

PurbeshMitra Sennur Ulukus

电气与计算机工程系

马里兰大学帕克分校，马里兰州 20742

pmitra@umd.edu ulukus@umd.edu

arXiv:2304.03249v1 [cs.IT] 6 Apr 2023

摘要

我们考虑一个全连接无线信息传播网络，其中包含一个源节点和 n 个接收节点。源节点通过泊松过程更新自身，并以泊松到达的形式向各节点发送更新。节点收到更新后，便更新其对源节点的了解。节点之间以泊松到达的形式相互传播数据，从而扩散各自对源节点的了解。总信息传播速率受到约束。该网络的目标是尽可能及时地获取源节点的信息。我们提出一种方案，称为网络中基于年龄感知更新的多址接入（ASUMAN）；这是一种分布式机会式信息传播方案。源节点每次更新自身后，各节点都会等待一段与其当前年龄成正比的时间，然后向网络中的其他节点广播信号。这使网络中年龄较大的节点保持静默，只有年龄较小的节点进行信息传播，从而充分利用受约束的总信息传播速率。我们计算了对称设置下此类网络中典型节点的平均信息年龄，并证明其理论上界按 $O(1)$标度。ASUMAN的平均信息年龄为 $O(1)$，与节点仅以固定更新速率盲目传播信息的系统相比，性能显著提升；在后者中，年龄按 $O(\log n)$标度。此外，我们证明，即使网络仅有部分边为全连接边，这种 $O(1)$年龄性能仍可保持。然而，如果节点的连接度有限，例如在环形网络和二维网格中，我们证明ASUMAN方案的表现不如均匀信息传播，这表明机会式信息传播需要足够的连通性。我们通过在网络中引入分层结构来改善这一表现，使得在 $O(\sqrt{n})$连接的网络中恢复$O(1)$年龄标度。此外，我们还展示了集群头节点彼此之间连接有限时节点年龄的标度，例如，非连通情况下的 $O(c)$年龄标度，以及环形连接的集群头节点情况下的 $O(\sqrt{c})$年龄标度，其中 c 是集群数量。最后，我们证明， $O(1)$年龄标度也可推广到非对称设置。我们给出一个幂律到达的例子，其中节点的年龄以不同方式标度，但均满足 $O(1)$上界。

本文部分内容曾于 2022 [1] 年 9 月在阿勒顿会议上发表。

一、引言

信息传播是一种在网络中快速扩散信息的机制。网络中的每个节点都会随机地向其邻近节点传输自身数据。这类技术在密集型分布式传感器网络中特别有用，因为大量节点在没有中央服务器调度传输的情况下彼此通信。尽管信息传播已得到广泛研究 [2]–[4], ，信息传播网络的及时性直到 [5]才首次得到分析。为衡量系统的及时性，人们提出了信息年龄这一指标 [6]–[9]。传统年龄指标的一个缺点是没有考虑源节点的更新速率；即使源节点的信息没有变化，传统年龄指标仍会随时间线性增长。因此，优化传统年龄指标会导致部分资源浪费在无法提升系统及时性的传输上。为解决这一问题，人们提出了传统年龄指标的若干扩展版本 [5], [10]–[15] ，并将其用于解决不同问题 [16]–[19]。其中一种指标是版本年龄，它作为衡量信息新鲜度的指标，在 [5], [13], [14]中引入。

参考文献 [5] 在信息扩散网络中使用版本年龄度量，其中源节点以速率 λ_e 更新，源节点以总更新速率 λ 更新由 n 个节点组成的全连接网络，而网络中的每个节点以总更新速率 λ 更新其余 $n-1$ 个节点。 [5] 表明，在此类网络中，单个节点的版本年龄随网络规模 n 按 $O(\log n)$ 的量级增长。文献 [20]–[29] 研究了该系统模型的一些变体：
[20], [21] 考虑具有社区结构的集群网络，并表明集群化能够改善版本年龄； [22] 考虑文件切片和网络编码，使每个节点的版本年龄达到 $O(1)$； [23], [24] 考虑存在对抗性攻击时的版本年龄，并研究对抗行为如何影响版本年龄； [25] 在信息扩散中考虑二元新鲜度度量，而非版本年龄； [26] 考虑全连接网络的半分布式和全分布式信息传播方案； [27] 研究来自可靠和不可靠源节点的更新如何影响节点的版本年龄； [28] 使用矩生成函数刻画年龄感知信息扩散网络的年龄过程； [29] 考虑具有能量收集型源节点的信息扩散网络的及时性。

在 [5], 中，每个节点的流言传播速率为 λ，因此，网络的总 gossip速率为 $n\lambda$。 [5] 中这种信息传播方式的一个缺点是，版本较旧的节点也会向版本相对较新的节点传播信息，而这实际上并不会提高网络的及时性。本文的直觉是，如果能够将版本较旧节点的流言传播速率分配（转移）给版本较新的节点，那么网络的及时性就可以得到改善。挑战在于，如何在没有中央服务器的分布式网络中实现这一想法。

为此，我们提出了 ASUMAN，一种具备年龄感知能力的分布式信息传播方案。我们的核心思想让人联想到 [30], [31] 在不同背景、不同系统模型和不同目标下提出的机会式信道接入方案。 [30], [31] 考虑一个具有分布式用户的衰落多址信道。众所周知 [32], [33] , 在衰落多址信道中，为了最大化总速率，只有信道增益最大的用户应当进行传输。接收机可以测量用户的信道增益，并通过下行链路反馈宣布信道增益最大的用户；而 [30], [31] 中的方法是，用户在下行链路中测量自身的信道增益，并在上行链路中采用类似机会式载波侦听的 [34] 方案。在 [30], [31], 开始传输之前，每个用户都会等待一段退避时间，该时间是其自身信道增益的递减函数。由于信道增益最大的用户等待时间最短，它会首先开始传输，其他所有用户都会意识到这一点，并在传输期间保持静默。也就是说，该方法利用了无线信道的广播特性，将其作为协调分布式用户的隐式反馈机制。

我们在以信息新鲜度为目标的无线传感器节点场景中采用了类似的概念。在我们的设定中，每个节点都知道自身的年龄，我们希望让最新鲜的节点获得信道，并更新其余较陈旧的用户。在我们的机会式 gossip 方案 ASUMAN 中，每个节点在开始进行信息扩散前，会等待一段与自身年龄成正比的退避时间。由于最新鲜的节点会最先开始传播信息，其余节点一旦听到该节点的传播，就会在该周期内放弃传播信息，并且只可能接收更新。我们证明，随着节点数量增加，该策略可实现 $O(1)$ 阶的年龄标度。对于我们的分析，我们采用随机混杂系统（SHS）方法 [35],类似于 [5], 来推导平均稳态年龄值的表达式。

接下来，我们扩展d 将此结果应用于具有部分连通性的模型，其中节点彼此相连

仅向其相邻节点中的一部分节点传播。我们证明，这种设置也能实现 $O(1)$ 的年龄性能。随后，我们分析有限连通度网络的年龄性能，并表明这类网络在 ASUMAN 下表现不佳。不过，我们进一步证明，如果考虑由全连通网络构成的分层集群，则在保持 $O(1)$ 年龄性能的同时，连通度阶数可以降至 $O(\sqrt{n})$。我们详细研究了不同集群头节点连通度下的集群网络拓扑，例如非连通和环形连接的簇头。最后，我们考虑一个更新率不对称的全连通网络，以幂律到达为例，并推导其平均信息年龄。

II. 系统模型

我们考虑一个系统，其中包含一个标记为 0 的源节点，以及一组节点 $\mathcal{N} = \{1, 2, \ldots, n\}$；见图 1。源节点以速率 λ_e 通过泊松过程更新自身（即，相邻更新之间的时间是独立同分布的指数随机变量），并以速率 $\frac{\lambda}{n}$ 向网络中的每个节点发送更新。网络的总信息传播速率为 B。节点通过传播其所掌握的源节点信息来维持整个网络的及时性。我们使用版本年龄指标来衡量这种及时性。第 i 个节点的版本年龄，记作 $\Delta_i(t)$，是指与源节点当前版本相比，第 i 个节点中现有信息的版本。也就是说，

$$\Delta_i(t) = N_s(t) - N_i(t), \tag{1}$$

其中，$N_s(t)$是源节点处的版本，$N_i(t)$是在时间 t时第 i个节点处的版本。我们考虑年龄向量 $\mathbf{\Delta}(t) = [\Delta_1(t)\ \Delta_2(t) \ldots, \Delta_n(t)]$，用于表示网络中所有节点的版本。如果源节点在任意时间更新自身，则 $\mathbf{\Delta}(t)$的所有元素都增加1。我们假设节点知道自己的版本年龄。节点彼此之间进行信息扩散，以在网络中传播信息。当节点 i 在时间t向节点 j 发送信息扩散更新时，如果接收到的信息更新鲜，则节点 j 更新其信息，否则保持信息不变。因此，节点 j的年龄更新为 $\Delta'_j(t) = \Delta_{\{i,j\}}(t) = \min\{\Delta_i(t)\ \Delta_j(t)\}$。

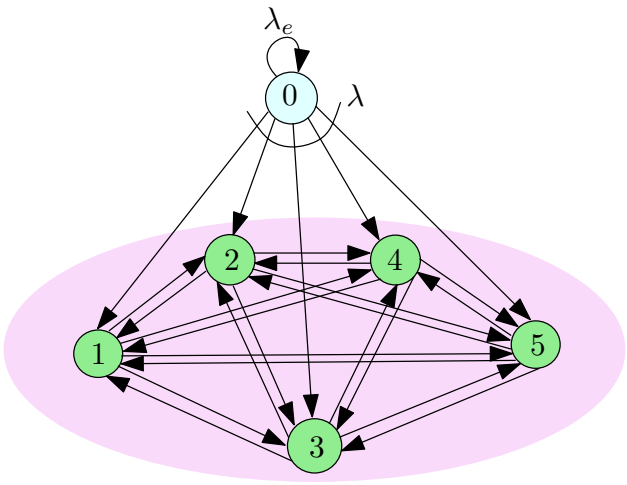


图 1. $n = 5$ 个节点示例的系统模型。源节点 0 以速率 λ_e 更新自身，并以总速率 λ向节点 $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 均匀发送更新，即以速率 $\lambda/5$ 向每个节点发送更新。这些节点彼此进行信息扩散，总更新速率为 $B = n\lambda = 5\lambda$。

III. 通过 ASUMAN 进行机会式闲聊

在本节中，我们定义ASUMAN方案，并推导其闲聊平均年龄的理论上界。由于每个节点都知道自身的年龄，当源节点更新其信息时，它会作为网络中所有节点的同步信号。假设我们将源自主更新的时刻表示为 T_k，其中 k 是任意正整数。 T_0 被定义为 0。到达间隔时间 $\tau_{k+1} = T_{k+1} - T_k$ 服从均值为 $\frac{1}{\lambda_e}$ 的指数分布。当源节点在时刻 T_k 更新其信息时，每个节点都停止信息扩散。第 i个节点等待时间 $C\Delta_i(T_k)$，其中 C 是一个较小的比例常数。等待这段时间后，节点 i 向网络中的所有节点广播信号，并开始信息扩散。然而，如果某个节点在其等待时间结束前收到来自另一个节点的广播，那么它会在时间区间 $\mathcal{I}_k = [T_k, T_{k+1})$ 内保持静默。因此，对于每个时间区间，只有在该区间开始时具有最小年龄的节点才能进行信息扩散。在时刻 T_k，我们使用 $\mathcal{M}_k$ 至~表示具有最小年龄的节点的索引集合， $\Delta[k] = \min_i \Delta_i(T_k)$；见图 2。

根据广播信号，网络中的所有节点都知道在时间 T_k共有 $|\mathcal{M}_k|$ 个最小年龄节点。因此， $\mathcal{M}_k$ 中的每个节点仅使用总 gossip 速率的 $\frac{B}{|\mathcal{M}_k|}$ ，而所有其他节点在 $\mathcal{I}_k$期间都不使用任何更新率。如果 $\tau_{k+1} > C\tilde{\Delta}[k]$， $\mathcal{M}_k$ 中的每个节点都会以速率 $\frac{B}{|\mathcal{M}_k|(n-1)}$ 在时间区间 $[T_k + C\Delta[k], T_{k+1}$内向其他每个节点传播信息~。否则，源节点会在其他节点有机会进行机会式信息扩散之前先更新自身，而下一个区间则以相同方案开始。~~在这项~~工作中，我们

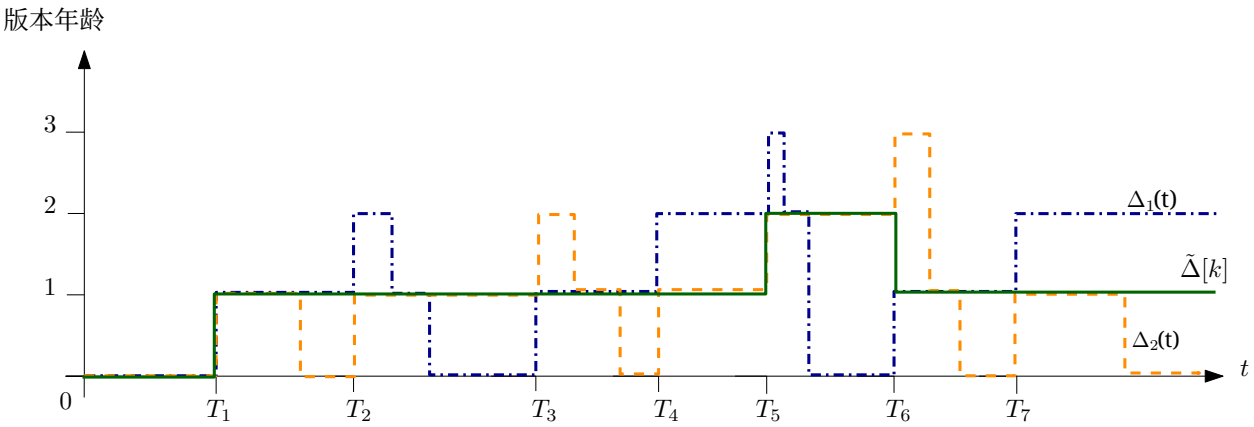


图 2。 $n = 2$的时间线示例。源节点0 以速率 λ_e 更新自身，并以速率 $\lambda/2$更新节点 $\mathcal{N} = \{1, 2\}$ 中的每个节点。各个节点的版本年龄分别表示为 $\Delta_1(t)$ 和 $\Delta_2(t)$，并且 $\tilde{\Delta}[k] = \min\{\Delta_1(T_k)\ \Delta_2(T_k)\}$。

感兴趣的是 ted 在节点的版本年龄的稳态均值中，该均值定义为 s

$$a_i = \lim_{t\to\infty} a_i(t) = \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[\Delta_i(t)]. \tag{2}$$

~ ~为评估该稳态均值，我们将 $\Delta[k]$ 的均值定义为 $\tilde{a}[k] = \mathbb{E}[\Delta[k]]$ ，并在引理1中对其进行评估。

引理1 区间 $\mathcal{I}_k$ 内最小年龄的均值为

$$\tilde{a}[k] = \sum_{\ell=0}^{k-1} \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda}\right)^{\ell}, \quad k \geq 1. \tag{3}$$

证明：我们用归纳法证明。由于初始时所有年龄均为0， $\tilde{a}[0] = 0$ 和$\tilde{a}[1] = 1$。假设该结论对 k成立。源节点在 $\mathcal{I}_k$ 内未更新任何节点的概率为 $e^{-\lambda\tau_{k+1}}$。如果网络中的任何节点在 $\mathcal{I}_k$ 内得到更新， $\tilde{\Delta}[k+1]$ 将变为1；~否则为 $\Delta[k] + 1$。因此，我们有

$$\tilde{a}[k+1] = \mathbb{E}[(1 - e^{-\lambda\tau_{k+1}}) + (\tilde{\Delta}[k] + 1)e^{-\lambda\tau_{k+1}}]. \tag{4}$$

由于 τ_{k+1} 服从参数为 λ_e的指数分布，

$$\mathbb{E}\left[e^{-\lambda\tau_{k+1}}\right] = \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau_{k+1}} \lambda_e e^{-\lambda_e\tau_{k+1}} d\tau_{k+1} = \frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda}. \tag{5}$$

因此，我们得到的是

$$\tilde{a}[k+1] = 1 + \tilde{a}[k]\frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda}. \tag{6}$$

现在，利用归纳假设，我们可以将（6）重写为

$$\tilde{a}[k+1] = 1 + \sum_{\ell=0}^{k-1} \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda} \right)^{\ell} \cdot \frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda} = \sum_{\ell=0}^{k} \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda} \right)^{\ell}, \tag{7}$$

完成证明。 ■

接下来，在引理 2 中，我们考虑 $C = 0$ 的理想化情形，即在区间 $\mathcal{I}_k$ 开始时，所有节点都立即知晓最小年龄节点。尽管这并非一个可行的模型，但该引理的结果将用于计算 $C > 0$ 的情形。此外，在引理 2 中，我们考虑网络的总 gossip 速率为 $B = n\lambda$ 的情形，这与 [5] 中的总 gossip 速率相同。

引理 2 对于 $C = 0$，若总 gossip 速率为 $B = n\lambda$，则节点的稳态均值版本年龄按 $O(1)$ 的比例缩放。

证明：由于系统相对于网络中的任意节点都是对称的，只需对任意固定的第 i 个节点证明该结论。为了分析系统，我们采用 [35] 中的 SHS 表述。由于 $C = 0$，只涉及一种状态转移。因此， $\mathcal{Q} = \{0\}$ 对于节点 $i \in \mathcal{N}$，我们选择一个函数 $\psi_i : \mathbb{R}^n \times [0, \infty) \to \mathbb{R}$，使得

$$\psi_i(\boldsymbol{\Delta}(t), t) = \Delta_i(t). \tag{8}$$

跟随 [3 5, T嗯。 1], 我们将扩展生成元函数的期望值记为

$$\mathbb{E}[(L\psi_i)(\boldsymbol{\Delta}(t), t)] = \sum_{(j,\ell) \in \mathcal{L}} \lambda_{j,\ell}(\boldsymbol{\Delta}(t), t) \mathbb{E}[\psi_i(\phi_{j,\ell}(\boldsymbol{\Delta}(t), t)) - \psi_i(\boldsymbol{\Delta}(t), t)], \tag{9}$$

其中， $\mathcal{L}$ 是所有可能状态转换的集合。定义重置映射 $\phi_{j,\ell}(\boldsymbol{\Delta}(t), t) = \boldsymbol{\Delta}(t) = [\Delta_1(t), \Delta_2(t) \ldots, \Delta_n(t)]$ 为

$$\hat{\Delta}_i(t) = \begin{cases} \Delta_i(t) + 1, & \text{if } j = 0, \ell = 0 \\ 0, & \text{if } j = 0, \ell = i \\ \min(\Delta_j(t), \Delta_\ell(t)), & \text{if } j \in \mathcal{N}, \ell = i \\ \Delta_i(t), & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{10}$$

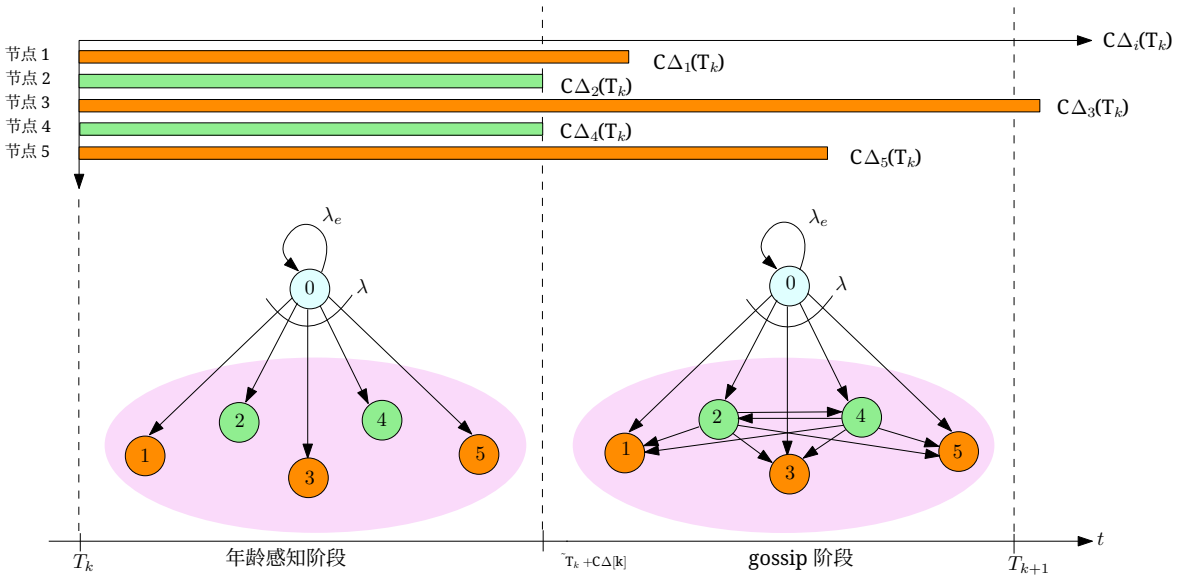


图 3. $n = 5$ 节点网络中典型机会式 gossip 的示例。在时间 T_k，最小年龄节点为 $\mathcal{M}_k = \{2, 4\}$。因此，它们在年龄感知阶段 $[T_k, T_k + C\tilde{\Delta}[k])$ 等待时间 $C\tilde{\Delta}[k]$，其中 $\tilde{\Delta}[k] = \min_i \Delta_i(T_k)$，然后在 gossip 阶段 $[T_k + C\tilde{\Delta}[k], T_{k+1})$ 以总更新速率 B 开始传输。

更新率 $\lambda_{j,\ \ell}$ 给定如下

$$\lambda_{j,\ell}(\boldsymbol{\Delta}(t), t) = \begin{cases} \lambda_e, & \text{if } j = 0, \ell = 0 \\ \frac{\lambda}{n}, & \text{if } j = 0, \ell = i \\ \lambda_{j,\ell}^{(k)}(t), & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{11}$$

其中，$\lambda_{j\ \ell}^{(k)}$，(t) 表示节点 j 到节点 ℓ 在时间区间 $\mathcal{I}_k$内的信息扩散速率。由于 $C = 0$,

$$\lambda_{j,\ell}^{(k)}(t) = \frac{B}{|\mathcal{M}_k|(n-1)} \mathbb{I}\{j \in \mathcal{M}_k, \ell \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{I}_k\}, \tag{12}$$

其中，$\mathbb{I}\{\cdot\}$ 是示性函数。我们可以将扩展生成元函数的期望值改写为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[(L\psi_i)(\boldsymbol{\Delta}(t), t)] = &\mathbb{E}\Bigg[\lambda_e(\Delta_i(t) + 1 - \Delta_i(t)) + \frac{\lambda}{n}(0 - \Delta_i(t)) \\ &+ \sum_{j \in \mathcal{N}} \lambda_{j,i}(\boldsymbol{\Delta}(t), t) \left(\Delta_{\{j,i\}}(t) - \Delta_i(t)\right)\Bigg]. \end{aligned} \tag{13}$$

现在，对于 $t \in \mathcal{I}_k$，我们将期望写作

$$\mathbb{E}[(L\psi_i)(\boldsymbol{\Delta}(t), t)] = \lambda_e - \frac{\lambda}{n} a_i(t) + \mathbb{E}\Bigg[\sum_{j \in \mathcal{M}_k} \lambda_{j,i}^{(k)}(t)(\Delta_{\{j,i\}}(t) - \Delta_i(t))\Bigg]. \tag{14}$$

请注意，根据我们提出的公式，如果第 i个节点不在 $\mathcal{M}_k$ 中，则(12)成立

信息传播方案。然而，即使节点 i 位于 $\mathcal{M}_k$ 中，我们仍可假设它以速率 $\frac{B}{|\mathcal{M}_k|(n-1)}$向自身进行信息传播，因为相应的乘积项（$\Delta_{\{i,i\}}(t) - \Delta_i(t)$）$= 0$。现在，由于版本年龄是时间的分段常数函数，我们得到

$$\frac{d\mathbb{E}[\psi_i(\mathbf{\Delta}(t), t)]}{dt} = \frac{d\mathbb{E}[\Delta_i(t)]}{dt} = 0 \tag{15}$$

对于所有连续点。因此，根据 [35]中给出的Dynkin 公式，(14) 中的期望值为 0。因此，(14) 变为

$$0 = \lambda_e - \frac{\lambda}{n} a_i(t) + \mathbb{E}\Bigg[\sum_{j \in \mathcal{M}_k} \frac{B}{|\mathcal{M}_k|(n-1)} \left(\Delta_{\{j,i\}}(t) - \Delta_i(t) \right) \Bigg]. \tag{16}$$

因此，单个节点的平均年龄表示为

$$\left(\frac{\lambda}{n} + \frac{B}{n-1} \right) a_i(t) = \lambda_e + \mathbb{E}\Bigg[\sum_{j \in \mathcal{M}_k} \frac{B}{|\mathcal{M}_k|(n-1)} \Delta_{\{j,i\}}(t) \Bigg]. \tag{17}$$

在（17）中， $\mathcal{M}_k$ 是 $\mathbf{\Delta}$（t）的函数。我们不推导 $\mathbf{\Delta}$（t）的分布，而是对 $t \in \mathcal{I}_k$使用˜不等式 $\Delta_{\{j,i\}}$（t） $\leq \Delta[k]$ ，并将（17）改写为以下上界

$$a_i(t) \leq \frac{\lambda_e + \frac{B}{n-1} \mathbb{E}\left[\sum_{j \in \mathcal{M}_k} \frac{\tilde{\Delta}[k]}{|\mathcal{M}_k|} \right]}{\frac{\lambda}{n} + \frac{B}{n-1}}, \quad \forall t \in \mathcal{I}_k \tag{18}$$

$$= \frac{\lambda_e + \frac{B}{n-1} \tilde{a}[k]}{\frac{\lambda}{n} + \frac{B}{n-1}}, \quad \forall t \in \mathcal{I}_k. \tag{19}$$

我们关注稳态平均信息年龄，即 $t \to \infty$ 处的平均信息年龄。我们评估式 (19) 中上界在 $k \to \infty$ 时的渐近值。根据引理1，我们有

$$\lim_{k \to \infty} \tilde{a}[k] = \frac{\lambda_e + \lambda}{\lambda}. \tag{20}$$

将 (20) 代入 (19)，得到

$$a_i = \lim_{t \to \infty} a_i(t) \leq \lim_{k \to \infty} \frac{\lambda_e + \frac{B}{n-1} \tilde{a}[k]}{\frac{\lambda}{n} + \frac{B}{n-1}} = \frac{\lambda_e + \frac{B}{n-1} \frac{\lambda_e + \lambda}{\lambda}}{\frac{\lambda}{n} + \frac{B}{n-1}}. \tag{21}$$

现在，为了计算 平均信息年龄的渐近尺度，我们使用关系式 $B = n\lambda$，由此得到 s

$$\lim_{n \to \infty} a_i \leq \lim_{n \to \infty} \frac{\lambda_e}{\lambda} \frac{(1 + \frac{n\lambda}{n-1}(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_e}))}{\left(\frac{1}{n} + \frac{n}{n-1}\right)} = 2\frac{\lambda_e}{\lambda} + 1, \tag{22}$$

证明至此完成。 ■

现在，我们使用 the 利用引理1和引理2的结果，在定理中表述平均版本年龄 1.

定理 1 对于 $C > 0$，如果选择 C，使其对于所有 n 和 $C \to 0$ 都有界，如 $n \to \infty$，在保持总 gossip 速率与之前相同，即 $B = n\lambda$的情况下，则节点的平均版本年龄按 $O(1)$ 进行缩放，且渐近上界与 $C = 0$ 情况下的相同。

证明：函数 ψ_i 或重置映射 $\phi_{j,\ell}$ 均未发生变化。唯一的变化在于更新频率。对于任意 $C > 0$ 的取值，我们将时间区间 $\mathcal{I}_k$ 划分为两个阶段：年龄感知阶段 $\mathcal{I}_k^{(s)} = [T_k, \min(T_k + C\tilde{\Delta}[k], T_{k+1}))$ 和信息传播阶段 $\mathcal{I}_k^{(g)} = [\min(T_k + C\Delta[k], T_{k+1}),\ T_{k+1})$；见图 3。

根据引理 2，我们已经得到 $\mathcal{I}_k^{(g)}$ 的第 k 个时隙平均信息年龄表达式的一个上界。将式（19）的右侧记为 $a^{(g)}[k]$，即，

$$a^{(g)}[k] = \frac{\lambda_e + \frac{B}{n-1}\tilde{a}[k]}{\frac{\lambda}{n} + \frac{B}{n-1}}. \tag{23}$$

对于 $\mathcal{I}_k^{(s)}$，我们通过忽略源节点对第 i 个节点的更新，仅考虑机会式 gossip，来求取一个上界。我们定义过程 $\Delta^{(s)}[k]$，使得 $\Delta^{(s)}[1] = 1$。如果 ˜ 的第（$k-1$）个区间没有 gossip 阶段，即 $\tau_k \le C\Delta[k-1]$，或者 $\mathcal{M}_{k-1}$ 中没有任何活跃节点在 $\mathcal{I}_{k-1}^{(g)}$ 内向节点 i 进行信息扩散，则 $\Delta^{(s)}[k] = \Delta^{(s)}[k-1] + 1$。否则，如果 $\mathcal{M}_{k-1}$ 中有任一节点在区间 $\mathcal{I}^{(g)}[k]$ 内向节点 i 进行信息扩散，则 $\Delta^{(s)}[k] = \tilde{\Delta}[k-1] + 1$。我们将 $k > 1$ 的概率递推关系表示为

$$\Delta^{(s)}[k] = \begin{cases} \Delta^{(s)}[k-1] + 1, & \mathbb{P}(\tau_k \le C\tilde{\Delta}[k-1]) \\ \Delta^{(s)}[k-1] + 1, & \mathbb{P}(\tau_k > C\tilde{\Delta}[k-1]) e^{-\frac{B}{n-1}(\tau_k - C\tilde{\Delta}[k-1])} \\ \tilde{\Delta}[k-1] + 1, & \mathbb{P}(\tau_k > C\tilde{\Delta}[k-1]) \left(1 - e^{-\frac{B}{n-1}(\tau_k - C\tilde{\Delta}[k-1])}\right) \end{cases} \tag{24}$$

显然，$\Delta_i(t) \le \Delta^{(s)}[k]$ 对于 $t \in \mathcal{I}_k^{(s)}$。我们将这个上界的均值记为

$$\begin{aligned} a^{(s)}[k] =& \mathbb{E}\left[\Delta^{(s)}[k]\right] \\ =& \mathbb{E}\Bigg[(\Delta^{(s)}[k-1] + 1)\left(\mathbb{P}(\tau_k \le C\tilde{\Delta}[k-1]) + \mathbb{P}(\tau_k > C\tilde{\Delta}[k-1]) e^{-\frac{B}{n-1}(\tau_k - C\tilde{\Delta}[k-1])}\right) \\ & + (\tilde{\Delta}[k-1] + 1)\mathbb{P}(\tau_k > C\tilde{\Delta}[k-1])\left(1 - e^{-\frac{B}{n-1}(\tau_k - C\tilde{\Delta}[k-1])}\right)\Bigg]. \end{aligned} \tag{25}$$

由于 τ_k 服从指数分布，我们将 (25) 重写为

$$\begin{aligned} a^{(s)}[k] =&(a^{(s)}[k-1]+1)\mathbb{E}\left[1-e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k-1]}+e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k-1]}\cdot e^{-\frac{B}{n-1}(\tau_k-C\tilde{\Delta}[k-1])}\right] \\ &+(\tilde{a}[k-1]+1)\mathbb{E}\left[e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k-1]}\left(1-e^{-\frac{B}{n-1}(\tau_k-C\tilde{\Delta}[k-1])}\right)\right]. \end{aligned} \tag{26}$$

现在，对于 $B=n\lambda$，当 $n\to\infty$、$C\to 0$、$\frac{B}{n-1}\to\lambda$、$e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k-1]}\to 1$ 和 $e^{\frac{B}{n-1}C\tilde{\Delta}[k-1]}\to 1$ 时。因此，(26) 变为

$$\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[k]=\left(\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[k-1]+1\right)\mathbb{E}\left[e^{-\lambda\tau_k}\right]+(\tilde{a}[k-1]+1)\,\mathbb{E}\left[1-e^{-\lambda\tau_k}\right]. \tag{27}$$

由引理1可知，$\mathbb{E}\left[e^{-\lambda\tau_k}\right]=\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}$。引理1还指出

$$\tilde{a}[k-1]=\sum_{\ell=0}^{k-2}\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{\ell}\le\lim_{k\to\infty}\sum_{\ell=0}^{k-1}\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{\ell}=\frac{\lambda_e+\lambda}{\lambda}. \tag{28}$$

将（28）代入（27）得到

$$\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[k]\le 2+\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[k-1]. \tag{29}$$

在此，我们定义 定义一个新序列 $b[k]$，使得 $b[1]=\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[1]=1$，并按如下方式演化】【。

$$b[k]=2+\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}b[k-1]. \tag{30}$$

因此，$b[k]\ge\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[k]$ 对于所有 k。现在，使用此处与引理1类似的逻辑，我们得到 $b[k]$ 的表达式为

$$b[k]=2\sum_{\ell=0}^{k-2}\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{\ell}+\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{k-1}. \tag{31}$$

因此，我们得到如下关系

$$\lim_{n\to\infty} a^{(s)}[k]\le 2\sum_{\ell=0}^{k-2}\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{\ell}+\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{k-1}. \tag{32}$$

由(32)，我们得出 $a^{(s)}[k]\sim O(1)$。注意，由于 $\Delta_i(t)\le\Delta^{(s)}[k]$ 对于 $t\in\mathcal{I}_k^{(s)}$，$\mathcal{I}_k^{(g)}$ 中的信息传播过程不会增加年龄。因此，$\Delta_i(t)\le\Delta^{(s)}[k]$ 对于所有 $t\in\mathcal{I}_k$。所以，$a_i(t)\sim O(1)$。这就完成了定理 1陈述的第一部分，即

平均信息年龄的渐近上界为 $O(1)$。

为了证明定理的下一部分，即在定理陈述给出的条件下，$C > 0$ 的上界与 $C = 0$的上界相同，首先注意到 (32) 得出以下稳态上界。

$$\lim_{k\to\infty} 2\sum_{\ell=0}^{k-2}\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{\ell} + \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda}\right)^{k-1} = 2\left(\frac{\lambda_e}{\lambda}+1\right). \tag{33}$$

与 $C = 0$ 的情况相比，我们看到该值为 $\lim_{k\to\infty} a^{(g)}[k] + 1$。为了得到更紧的上界，我们将 gossip 阶段中的年龄缩减考虑在内。我们有

$$a_i(t) \le \begin{cases} a^{(s)}[k], & \text{if } \tau_{k+1} \le C\tilde{\Delta}[k] \ \forall t \in \mathcal{I}_k \\ a^{(s)}[k], & \text{if } \tau_{k+1} > C\tilde{\Delta}[k] \ \forall t \in \mathcal{I}_k^{(s)} \\ a^{(g)}[k], & \text{if } \tau_{k+1} > C\tilde{\Delta}[k] \ \forall t \in \mathcal{I}_k^{(g)} \end{cases} \tag{34}$$

我们计算平均信息年龄为

$$a_i = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \Delta_i(t)dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{k=1}^{N(T)}\beta_i[k], \tag{35}$$

其中，我们将源自主更新的数量表示为 $N(T) = \max\{j : \ T_j \le T\}$ 和 $\beta_i[k] = \int_{\mathcal{I}_k}\Delta_i(t)dt$。假设过程具有遍历性，我们将 (35) 重写为

$$a_i = \lim_{T\to\infty}\frac{\frac{1}{N(T)}\sum_{k=1}^{N(T)}\beta_i[k]}{T/N(T)} = \frac{\lim_{k\to\infty}\mathbb{E}\left[\beta_i[k]\right]}{\lim_{T\to\infty}T/N(T)}, \tag{36}$$

如果 $\lim_{k\to\infty}\mathbb{E}\left[\beta_i[k]\right]$ 收敛。由于源节点自更新是速率为 λ_e 的泊松过程，$\lim_{T\to\infty}T/N(T) = \frac{1}{\lambda_e}$。我们将 (36) 的分子写为

$$\mathbb{E}\left[\beta_i[k]\right] = \mathbb{E}\left[\int_{\mathcal{I}_k}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1} \le C\tilde{\Delta}[k]\}dt\right] + \mathbb{E}\left[\int_{\mathcal{I}_k}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1} > C\tilde{\Delta}[k]\}dt\right], \tag{37}$$

式（37）中的第一项构成了源节点更新过快，以至于网络无法进入 gossip 阶段的事件。其有界为

$$\mathbb{E}\left[\int_{\mathcal{I}_k}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1} \le C\tilde{\Delta}[k]\}dt\right] = \mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[\mathbb{E}\left[\int_{\mathcal{I}_k}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1} \le C\tilde{\Delta}[k]\}dt\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right] \tag{38}$$

$$\le \mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[a^{(s)}[k]\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[\tau_{k+1}\mathbb{I}\{\tau_{k+1} \le C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right]. \tag{39}$$

我们将式（39）中的内部期望写为

$$\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[\tau_{k+1}\mathbb{I}\{\tau_{k+1}\le C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]=\int_0^{C\tilde{\Delta}[k]}\tau_{k+1}\lambda_e e^{-\lambda_e\tau_{k+1}}d\tau_{k+1} \tag{40}$$

$$=\frac{1}{\lambda_e}\left(1-e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]}(\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]+1)\right). \tag{41}$$

对于（37）中的第二项，我们将积分分解为年龄感知和信息传播阶段，如下所示

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}\left[\int_{\mathcal{I}_k}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}dt\right]\\
&=\mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[\mathbb{E}\left[\int_{\mathcal{I}_k^{(s)}}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}dt+\int_{\mathcal{I}_k^{(g)}}\Delta_i(t)\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}dt\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right] &(42)\\
&\le\mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[a^{(s)}[k]\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[C\tilde{\Delta}[k]\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right]\\
&\quad+\mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[a^{(g)}[k]\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[(\tau_{k+1}-C\tilde{\Delta}[k])\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right] &(43)\\
&=\mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[(a^{(s)}[k]-a^{(g)}[k])\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[C\tilde{\Delta}[k]\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right]\\
&\quad+\mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\left[a^{(g)}[k]\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[\tau_{k+1}\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]\right]. &(44)
\end{aligned}$$

我们将内部期望评估为

$$\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[C\tilde{\Delta}[k]\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]=C\tilde{\Delta}[k]\mathbb{P}(\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k])=C\tilde{\Delta}[k]e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]}, \tag{45}$$

and

$$\mathbb{E}_{\tau_{k+1}}\left[\tau_{k+1}\mathbb{I}\{\tau_{k+1}>C\tilde{\Delta}[k]\}\middle|\tilde{\Delta}[k]\right]=\int_{C\tilde{\Delta}[k]}^{\infty}\tau_{k+1}\lambda_e e^{-\lambda_e\tau_{k+1}}d\tau_{k+1} \tag{46}$$

$$=\frac{1}{\lambda_e}e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]}(\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]+1). \tag{47}$$

因此，我们将 (37) 改写为

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\left[\beta_i[k]\right]\le&\mathbb{E}_{\tilde{\Delta}[k]}\Bigg[\underbrace{\frac{a^{(s)}[k]}{\lambda_e}\left(1-e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]}(\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]+1)\right)}_{\text{bounded quantity}}+\underbrace{(a^{(s)}[k]-a^{(g)}[k])C\tilde{\Delta}[k]e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]}}_{\text{bounded quantity}}\\
&+\underbrace{\frac{a^{(g)}[k]}{\lambda_e}e^{-\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]}(\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]+1)}_{\text{bounded quantity}}\Bigg]. &(48)
\end{aligned}$$

现在，我们评估渐近标度 $\lim_{n\to\infty}\mathbb{E}\left[\beta_i[k]\right]$。由于（48）右侧的所有年龄度量 $a^{(s)}[k]$、$a^{(g)}[k]$ 和 $\tilde{\Delta}[k]$ 对于 n 的所有取值都由 k 上界约束，且 C 有界，因此我们使用有界收敛定理交换极限与期望，以计算当 n 变大时的标度。由（32）可明显看出，$a^{(s)}[k]\sim O(1)$。由引理1可得，$a^{(g)}[k]\sim O(1)$。当 $n\to\infty$ 时，量 $\lambda_e C\tilde{\Delta}[k]\to 0$。因此，我们有

$$\lim_{n\to\infty}\mathbb{E}\left[\beta_i[k]\right]\leq\lim_{n\to\infty}\frac{a^{(g)}[k]}{\lambda_e}=\lim_{n\to\infty}\frac{\lambda_e+\frac{B}{n-1}\tilde{a}[k]}{\lambda_e\left(\frac{\lambda}{n}+\frac{B}{n-1}\right)}=\frac{\lambda_e+\lambda\tilde{a}[k]}{\lambda_e\lambda}. \tag{49}$$

因此，将（49）代入（36），可得平均版本年龄的渐近上界为

$$\lim_{n\to\infty}a_i\leq\lim_{k\to\infty}\lambda_e\times\frac{\lambda_e+\lambda\tilde{a}[k]}{\lambda_e\lambda}=2\frac{\lambda_e}{\lambda}+1, \tag{50}$$

证明完毕。 ■

IV. 部分连通性的平均年龄标度

到目前为止，我们一直假设所有节点都与网络中的其他 $n-1$ 节点完全连通，并且可以不受限制地进行信息扩散。在实际场景中，单个节点通常只能与少数节点正常通信。为考虑这一点，我们修改系统模型，使每个节点只能与 $n-1$ 节点中的一部分 q进行通信。在这一新模型中，年龄感知阶段结束后，当网络进入gossip 阶段时，每个最小年龄节点仅向随机选取的 $\lfloor q(n-1)\rfloor$ 节点进行信息扩散。

为了证明关于该系统的结果，我们首先考虑一种修改后的ASUMAN方案，其中最小年龄节点仅对其在区间 $\mathcal{I}_k$开始时所拥有的数据进行信息扩散。显然，这样的系统会使节点的平均年龄更高，因为在区间 $\mathcal{I}_k$内，信息扩散节点的年龄只能因源节点的更新而降低。现在，为了确定该修改方案的年龄标度，我们需要得到关于最小年龄节点统计参数的一些结果。在下面的引理中，我们推导出稳态下节点 i 不是最小年龄节点的概率下界。

引理 3 在一种信息扩散方案中，其中在 $\mathcal{I}_k$，最小年龄节点只传播其在时间 T_k 时拥有的数据，节点 i 不是最小年龄节点的稳态概率满足

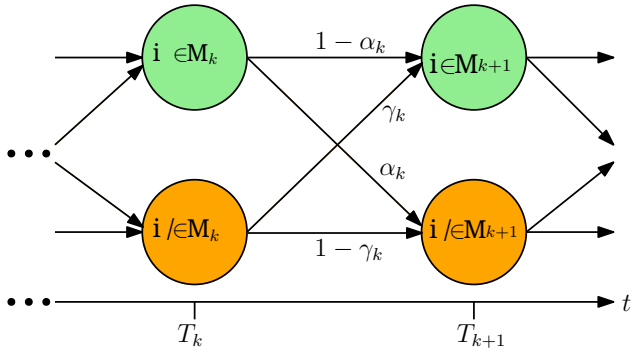


图4. 随机过程的概率状态转移。

下界

$$\lim_{k\to\infty} \mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_k) \geq \frac{\lambda_e(\lambda - \lambda/n)}{\lambda_e^2 + 2\lambda_e\lambda + \lambda^2/n}. \tag{51}$$

证明：在任意 k，节点 i 可以处于 $\mathcal{M}_k$，也可以不处于其中。根据它从源节点和闲聊邻居处接收的更新，在下一个时间戳 $k+1$，该节点可以处于 $\mathcal{M}_{k+1}$，也可以不处于其中。给定 $i \in \mathcal{M}_k$，事件 $i \in \mathcal{M}_{k+1}$ 只有在以下情况下才会发生：源节点没有更新 $\mathcal{I}_k$ 中的任何节点，或者源节点至少向节点 i 发送了一次更新，且该更新发生在 $\mathcal{I}_k$ 中。因此，该事件的概率为 $e^{-\lambda\tau_{k+1}} + (1 - e^{-\frac{\lambda}{n}\tau_{k+1}})$。我们将补事件的概率记为 $\alpha_k = e^{-\frac{\lambda}{n}\tau_{k+1}} - e^{-\lambda\tau_{k+1}}$，将给定 $i \notin \mathcal{M}_k$ 时 $i \in \mathcal{M}_{k+1}$ 的概率记为 γ_k。图4展示了这一概率转移。相应的转移概率（α_k，γ_k）、$k = 1$、2、3、.....是独立同分布的，因为泊松到达具有无记忆性。现在，我们考虑随机过程 $\mathbb{I}\{i \notin \mathcal{M}_k\}$。该过程的演化可由以下递推关系表示：

$$\mathbb{I}\{i \notin \mathcal{M}_{k+1}\} = \begin{cases} 1, & 1 - \gamma_k, & \mathbb{I}\{i \notin \mathcal{M}_k\} = 1 \\ 1, & \alpha_k, & \mathbb{I}\{i \notin \mathcal{M}_k\} = 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{52}$$

因此，我们可以将该过程的期望写为

$$\mathbb{E}[\mathbb{I}\{i \notin \mathcal{M}_{k+1}\}] = \mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_{k+1}) = \mathbb{E}[1 - \gamma_k]\mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_k) + \mathbb{E}[\alpha_k]\mathbb{P}(i \in \mathcal{M}_k). \tag{53}$$

同样，我们可以将过程 $\mathbb{I}\{i \in \mathcal{M}_{k+1}\}$ 的期望写作

$$\mathbb{E}[\mathbb{I}\{i \in \mathcal{M}_{k+1}\}] = \mathbb{P}(i \in \mathcal{M}_{k+1}) = \mathbb{E}[\gamma_k]\mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_k) + \mathbb{E}[1-\alpha_k]\mathbb{P}(i \in \mathcal{M}_k). \tag{54}$$

结合（53）和（54），可以写成

$$[\mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_{k+1}) \quad \mathbb{P}(i \in \mathcal{M}_{k+1})] = [\mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_k) \quad \mathbb{P}(i \in \mathcal{M}_k)] \times P, \tag{55}$$

其中， P 是转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 1-\mathbb{E}[\gamma_k] & \mathbb{E}[\gamma_k] \\ \mathbb{E}[\alpha_k] & 1-\mathbb{E}[\alpha_k] \end{bmatrix}. \tag{56}$$

显然，（56）是一个时间齐次马尔可夫链方程，我们可以将此类过程的平稳分布确定为

$$\lim_{k\to\infty} \mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_k) = \frac{\mathbb{E}[\alpha_k]}{\mathbb{E}[\alpha_k] + \mathbb{E}[\gamma_k]}, \tag{57}$$

其中，右侧由于（α_k、 γ_k）的独立同分布性质而与 k 无关。我们可以计算 $\mathbb{E}[\alpha_k] = \mathbb{E}\left[e^{-\frac{\lambda}{n}\tau_{k+1}} - e^{-\lambda\tau_{k+1}}\right] = \frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda/n} - \frac{\lambda_e}{\lambda_e+\lambda} = \frac{\lambda_e\,(\lambda-\lambda/n)}{(\lambda_e+\lambda/n)\,(\lambda_e+\lambda)}$。另一方面，由（57）可清楚看出，平稳分布随 $\mathbb{E}[\gamma_k]$增加而减小。由于 γ_k 是一个概率， $\mathbb{E}[\gamma_k]$ 的最大值可以为 1，因此我们可以写出如下下界

$$\lim_{k\to\infty} \mathbb{P}(i \notin \mathcal{M}_k) \geq \frac{\frac{\lambda_e(\lambda-\lambda/n)}{(\lambda_e+\lambda/n)(\lambda_e+\lambda)}}{\frac{\lambda_e(\lambda-\lambda/n)}{(\lambda_e+\lambda/n)(\lambda_e+\lambda)}+1} = \frac{\lambda_e(\lambda-\lambda/n)}{\lambda_e^2+2\lambda_e\lambda+\lambda^2/n}. \tag{58}$$

证明完毕。 ■

现在，利用引理 3 的结果，我们在定理 2 中给出节点平均版本年龄的表述。

定理 2 在与定理 1 相同的条件下，即 $C \to 0$ as $n \to \infty$ and $B = n\lambda$，具有部分连通性的网络中节点的平均版本年龄按 $O(1)$ 的规律缩放。

证明：我们以与定理 1 第一部分相同的方式证明这一点。我们在修改后的ASUMAN方案下定义一个新过程 $\Delta^{(p)}[k]$，使得 $\Delta^{(p)}[1] = 1$。该过程的演化如下： $\Delta^{(p)}[k] = \tilde{\Delta}[k-1]+1$ 仅当 $i \notin \mathcal{M}_{k-1}$，并且它从其他某个对象那里至少获得一次更新

$\mathcal{M}_{k-1}$中的节点。否则为 $\Delta^{(p)}[k]=\Delta^{(p)}[k-1]+1$。我们将 $N_i(\tau_{k+1})=\sum_{j\in\mathcal{M}_k}N_{i;j}(\tau_{k+1})$表示为从 j 中的第 i个节点接收到的总信息传播更新次数，其中 $\mathcal{I}_k$。使用这些符号，我们可以表示 $k>1$ 的概率递推关系为

$$\Delta^{(p)}[k]=\begin{cases}\tilde{\Delta}[k-1]+1, & \pi(\tau_k)\\ \Delta^{(p)}[k-1]+1, & 1-\pi(\tau_k)\end{cases} \tag{59}$$

其中

$$\pi(\tau_k)=\mathbb{P}(\tau_k>C\tilde{\Delta}[k-1])\mathbb{P}(i\notin\mathcal{M}_{k-1})\mathbb{P}(N_i(\tau_k)\geq 1). \tag{60}$$

显然，$\Delta_i(t)\leq\Delta^{(p)}[k]$ 对于 $t\in\mathcal{I}_k$。我们将这一过程的均值评估为

$$\begin{aligned}a^{(p)}[k]&=\mathbb{E}[\Delta^{(p)}[k]] &(61)\\ &=\mathbb{E}\big[(\tilde{\Delta}[k-1]+1)\pi(\tau_k)+(\Delta^{(p)}[k-1]+1)(1-\pi(\tau_k))\big] &(62)\\ &=\mathbb{E}\big[(\tilde{\Delta}[k-1]+1)\pi(\tau_k)\big]+(a^{(p)}[k-1]+1)(1-\mathbb{E}[\pi(\tau_k)]). &(63)\end{aligned}$$

现在，来 为了获得渐近年龄尺度，我们计算（63）中的第一个期望 as

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty}\mathbb{E}\left[(\tilde{\Delta}[k-1]+1)\pi(\tau_k)\right]\\ &\quad=\mathbb{E}\left[\lim_{n\to\infty}\left(\left(\tilde{\Delta}[k-1]+1\right)\mathbb{P}(\tau_k>C\tilde{\Delta}[k-1])\mathbb{P}(i\notin\mathcal{M}_{k-1})\mathbb{P}(N_i(\tau_k)\geq 1)\right)\right],\end{aligned} \tag{64}$$

因为期望中的项都是有界量。根据定理1 的证明，我们˜知道$\lim_{n\to\infty}\mathbb{P}(\tau_k>C\Delta[k-1])=1$. 根据引理 3，$\lim_{n\to\infty}\mathbb{P}(i\notin\mathcal{M}_{k-1})\geq\lambda/(\lambda_e+2\lambda)$。我们将 (64) 中的第三个概率计算为

$$\mathbb{P}(N_i(\tau_k)\geq 1)=1-\mathbb{P}(N_i(\tau_k)=0)=1-\prod_{j=1}^{|\mathcal{M}_k|}\mathbb{P}(N_{i;j}(\tau_k)=0). \tag{65}$$

在我们的系统模型中，如果 j 未连接到 i，或者它已连接到 i 但不发送任何更新，则节点 i 无法从节点 j接收任何更新。该事件发生的概率为$(1-q)+qe^{-\frac{B(\tau_k-C\Delta[k-1])}{|\mathcal{M}_k|\lfloor q\ n-1\ \rfloor}}()$。因此，我们将 (65) 重写为

$$\mathbb{P}(N_i(\tau_k)\geq 1)=1-\left((1-q)+qe^{-\frac{B(\tau_k-C\tilde{\Delta}[k-1])}{|\mathcal{M}_k|\lfloor q(n-1)\rfloor}}\right)^{|\mathcal{M}_k|}. \tag{66}$$

由于 (66) 是关于 $|\mathcal{M}_k| \geq 1$ 的递增函数，因此当 $|\mathcal{M}_k| = 1$ 取值时，该函数达到最小值。我们将该表达式评估为以下下界。

$$\mathbb{P}(N_i(\tau_k) \geq 1) \geq 1 - \left((1-q) + qe^{-\frac{B(\tau_k - C\tilde{\Delta}[k-1])}{\lfloor q(n-1) \rfloor}}\right) = q\left(1 - e^{-\frac{B(\tau_k - C\tilde{\Delta}[k-1])}{\lfloor q(n-1) \rfloor}}\right). \tag{67}$$

现在，应用这一不等式以及 $B = n\lambda$ 中式（67）中的关系，我们得到

$$\mathbb{E}\left[\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(N_i(\tau_k) \geq 1)\right] \geq \mathbb{E}\left[q\left(1 - e^{-\frac{\lambda}{q}\tau_k}\right)\right] = \frac{q\lambda}{\lambda + q\lambda_e}. \tag{68}$$

将（68）代入（60），可得以下下界

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}[\pi(\tau_k)] \geq \frac{q\lambda^2}{(\lambda_e + 2\lambda)(\lambda + q\lambda_e)}. \tag{69}$$

将(69)右侧的量记为 $\tilde{\pi}$。显然，$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}[\pi(\tau_k)] \geq \tilde{\pi}$，因此，$1 - \lim_{n\to\infty} \mathbb{E}[\pi(\tau_k)] \leq 1 - \tilde{\pi}$。现在，由于 $a^{(p)}[k] \geq \tilde{a}[k]\ \forall k$，我们可以写出以下内容

$$\lim_{n\to\infty} a^{(p)}[k] \leq \left(\lim_{n\to\infty} \tilde{a}[k-1] + 1\right)\tilde{\pi} + \left(\lim_{n\to\infty} a^{(p)}[k-1] + 1\right)(1 - \tilde{\pi}) \tag{70}$$

$$\leq \left(2 + \frac{\lambda_e}{\lambda}\right)\tilde{\pi} + \left(\lim_{n\to\infty} a^{(p)}[k-1] + 1\right)(1 - \tilde{\pi}), \tag{71}$$

其中，(71) 根据引理1得出。现在，利用与定理 1 中类似的递归不等式推理，我们可以写出 $\lim_{n\to\infty} a^{(p)} \leq 1 + \frac{\lambda_e}{\lambda} + \frac{1}{\tilde{\pi}} \sim O(1)$，从而完成证明。 ■

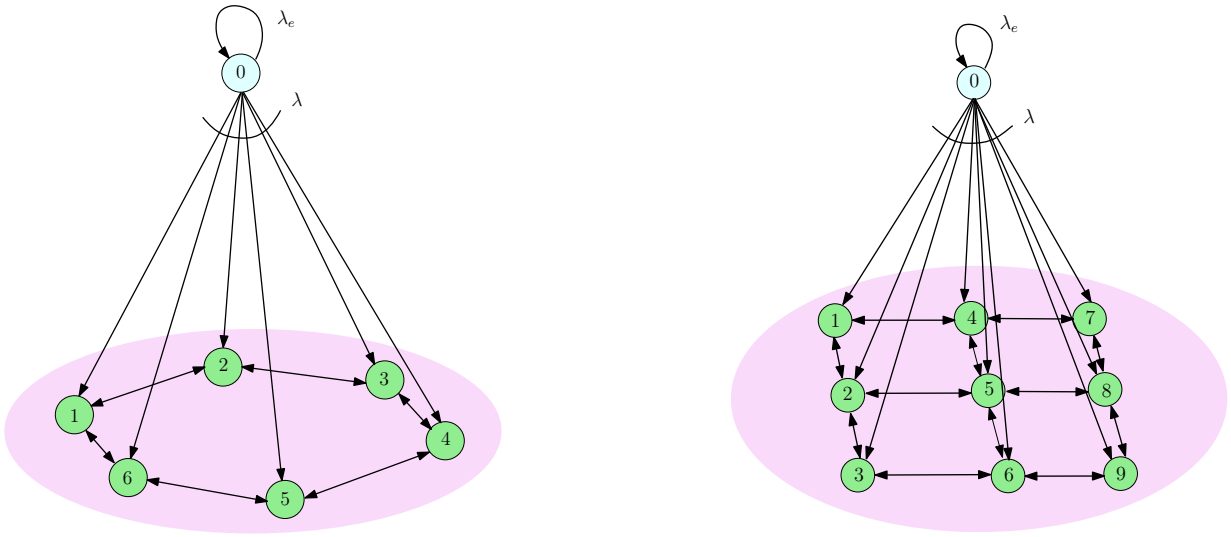
V. 有限连通性的网络中的平均信息年龄标度

Y

在上一节中，我们考虑了一个连通性不完全但仍为 $O(n)$ 的网络，其年龄标度结果为 $O(1)$。本节将研究连通性为 $O(1)$ 的网络，并推导 ASUMAN 设置下其年龄标度的结果。

定理 3 对于任意具有 n 个节点的对称网络，若每个节点与 $O(1)$ 个相邻节点相连，则任意单个节点的年龄按 $\Omega(n)$ 标度增长。

证明：首先，我们考虑如图 5(a) 所示的双向环形网络，其中每个节点都可以向其两个相邻节点进行信息扩散。显然，在 ASUMAN 的设置中，当一个节点由源节点本身更新，或者其两个邻居中的任意一个是最小年龄节点时，该节点就会进行信息扩散。现在，考虑过程 $\Delta^{(r)}[k]$：当节点 i and 。



(a) 环形网络　　(b) 二维网格网络

图5. 具有有限连通度的网络结构。在(a)中，每个节点与环形网络上的两个邻居相连；在(b)中，每个节点与网格网络上的四个邻居相连。

其邻居未从源节点收到任何更新时为 I_k ，否则降至 0。

我们初始化 $\Delta^{(r)}[1] = 1$。因此，对于 $k > 1$，有如下递推关系

$$\Delta^{(r)}[k] = \begin{cases} \Delta^{(r)}[k-1] + 1, & e^{-\frac{3\lambda}{n}\tau_k} \\ 0, & 1 - e^{-\frac{3\lambda}{n}\tau_k}. \end{cases} \tag{72}$$

显然，对于 $t \in \mathcal{I}_k$，$\Delta^{(r)}[k] \leq \Delta_i(t)$。我们计算该过程的均值如下

$$a^{(r)}[k] = \mathbb{E}[\Delta^{(r)}[k]] = a^{(r)}[k-1]\mathbb{E}[e^{-\frac{3\lambda}{n}\tau_k}] = a^{(r)}[k-1]\left(\frac{\lambda_e}{\lambda_e + \frac{3\lambda}{n}}\right). \tag{73}$$

现在，按照引理1计算稳态均值，可得

$$a^{(r)} = \lim_{k\to\infty} a^{(r)}[k] = \frac{\frac{\lambda_e}{\lambda_e + \frac{3\lambda}{n}}}{1 - \frac{\lambda_e}{\lambda_e + \frac{3\lambda}{n}}} = \frac{n\lambda_e}{3\lambda}. \tag{74}$$

现在，利用关系 $a_i \geq a^{(r)}$，我们得出 $a_i = \Omega(n)$。对于其他 $O(1)$ 连通网络，例如二维网格、三维立方体等，我们也可以进行类似计算，并得出相同的结论。证明至此完成。 ■

对 [20], [21] 的分析显示，环形网络中的均匀信息扩散产生了 $O(\sqrt{n})$ 年龄。因此，我们得出结论：均匀信息扩散在环形网络中的表现优于 ASUMAN。

VI. 具有亚线性连通性的 ASUMAN

在前两节中，我们观察到 $O(n)$ 连通性对于ASUMAN 产生 $O(1)$年龄标度，而 $O(1)$连通性产生 $\Omega(n)$年龄标度。为了在这两种设置之间寻求折衷，我们修改单层全连接网络的假设，并引入分层结构。我们将 n 节点划分为 c 个集群，每个集群包含 m个节点，使得 $n = c \cdot m$。从每个集群中选出一个节点作为集群头节点。这些集群头节点构成一个包含 c个节点的全连接网络。集群中的每个节点都与 $m-1$个相邻节点相连，而每个集群头节点都与 $c+m-2$ 个节点相连。因此，如图6(c) 所示，该系统模型确保每个节点的连通性为order$O(\max(c+m, m))$。每个集群头节点以泊松到达率 $\frac{\lambda}{c}$ 从源节点接收更新，并保留 $p\lambda$ 的更新率，用于更新其节点$(0 \leq p \leq 1)$ 和$(1-p)\lambda$更新率，用于与其他集群头节点进行信息扩散。集群节点利用其可用更新率，在本地（每个集群内部）使用ASUMAN 进行信息扩散。我们将这样的集群表示为$\mathcal{C}$ ，并 formulates 单个叶节点的年龄。

定理 4对于具有全连接集群头节点的稠密集群网络，集群节点的平均信息年龄上界按 $O(1)$ 的规模增长，其中连通性为 $O(\sqrt{n})$。通过最优选择 $p^* = \frac{1}{2}$ ，该上界可达到最小值。

证明：选择$c = \sqrt{n}$，我们得到 $O(\sqrt{n})$ 连通性。为分析这一分层网络，我们修改SHS 表述，以获得平均信息年龄的上界。当源节点以速率 λ_e更新自身时，集群中每个节点的年龄增加1。节点在集群节点内以相同的机会式方式进行信息扩散；因此，在任意 $\mathcal{I}_k$ 时间槽中，只有最小年龄节点进行信息扩散，并且节点在接收到更新后，会将其信息更新为年龄最小的版本。该表述与我们在第三节中的原始SHS表述之间唯一的区别在于直接更新的变化。由于在此模型中，集群节点仅以速率 $\frac{p\lambda}{c}$ 从集群头节点获得直接更新，而不是由实际源节点更新，因此，这些转移使集群节点的年龄变为 $\Delta_{(1)}(t)$，即集群头节点的当前年龄。

经过这些修改，第 i 个集群节点的扩展生成元函数，其

相同的测试函数 ψ_i，可以写成

$$\mathbb{E}[(L\psi_i)(\mathbf{\Delta}_{(2)}(t),t)] =\mathbb{E}\Bigg[\lambda_e(\Delta_i(t)+1-\Delta_i(t))+\frac{\lambda}{h}(\Delta_{(1)}(t)-\Delta_i(t)) + \sum_{j\in\mathcal{C}}\lambda_{j,i}(\mathbf{\Delta}(t),t)\left(\Delta_{\{j,i\}}(t)-\Delta_i(t)\right)\Bigg]=0. \tag{75}$$

˜现在，使用与第三节相同的论证，我们得到上界 $\Delta_{\{j,i\}}(t) \leq \Delta_{(2)}[k]$˜，适用于 $t\in\mathcal{I}_k$，其中 $\Delta_{(2)}[k]$ 是集群的最小年龄过程。我们可以将集群的这一过程写成如下递归关系

$$\tilde{\Delta}_{(2)}[k+1]=\begin{cases}\tilde{\Delta}_{(2)}[k]+1, & e^{-p\lambda\tau_k}\\ \Delta_{(1)}[k]+1, & 1-e^{-p\lambda\tau_k}\end{cases} \tag{76}$$

现在，按照引理1中的递归期望求解，可得

$$\tilde{a}_{(2)}=\lim_{k\to\infty}\tilde{a}_2[k]=\frac{\lambda_e}{p\lambda}+a_{(1)}+1. \tag{77}$$

将 (77) 代入 (75) 中的表达式，可得以下 SHS方程

$$a_{(2)}=\lim_{t\to\infty}\mathbb{E}[\Delta_i(t)]\leq\frac{\lambda_e+\frac{p\lambda}{m}a_{(1)}+\frac{m\lambda}{m-1}\left(\frac{\lambda_e}{p\lambda}+a_{(1)}+1\right)}{\frac{p\lambda}{m}+\frac{m\lambda}{m-1}}. \tag{78}$$

集群头节点通过 ASUMAN方案连接，总更新速率为 $B=c(1-p)\lambda$。利用 (21) 中的公式，可得

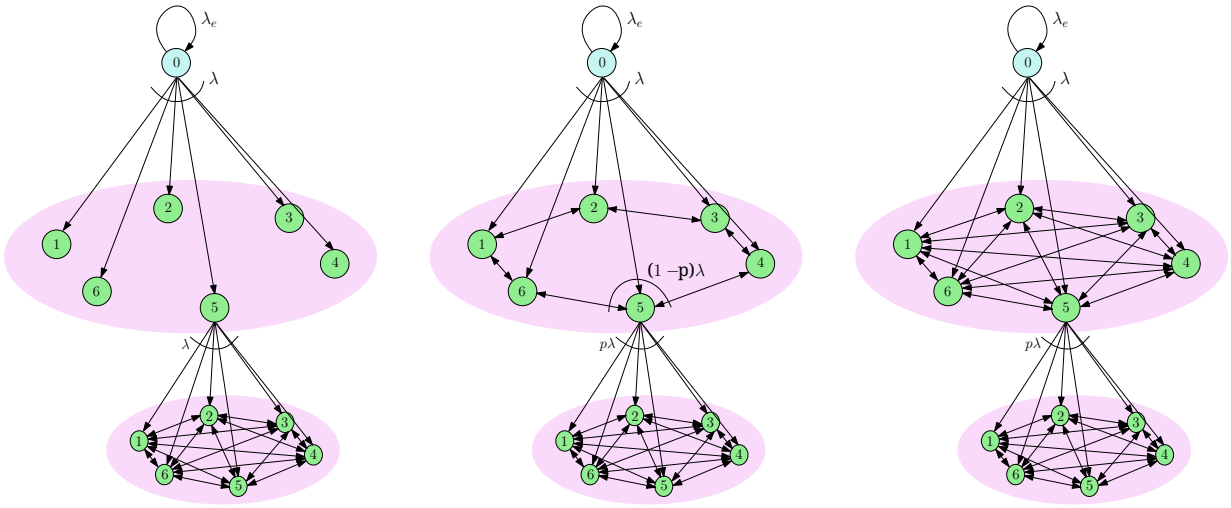
$$a_{(1)}\leq\frac{\lambda_e}{\lambda}\frac{1+\frac{c(1-p)\lambda}{c-1}\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_e}\right)}{\frac{1}{c}+\frac{c(1-p)}{c-1}}. \tag{79}$$

由于 (79) 右侧是关于 c的递增函数，取$c=\sqrt{n}\to\infty$，可得一个更简单的上界 $a_{(1)}\leq$($1+\frac{1}{1-p}$) $\frac{\lambda_e}{\lambda}+1$。代入该$a_{(1)}$的上界并取$m=\sqrt{n}\to\infty$，可得

$$\lim_{m\to\infty}a_{(2)}\leq\left(2+\frac{1}{p}+\frac{1}{1-p}\right)\frac{\lambda_e}{\lambda}+2\sim O(1), \tag{80}$$

至此，证明的第一部分得证。

为最小化这个上界，我们最小化凸函数 $\frac{1}{p}+\frac{1}{1-p}$，其中 $p\in[0,1]$。利用KKT条件， p 的最优值为 $p^*=\frac{1}{2}$，从而得到 $a^*_{(2)}=\frac{6\lambda_e}{\lambda}+2$。 ■



(a) 不连通的簇头　　(b) 环形连接的簇头　　(c) 完全连接的簇头

图 6. 具有不同簇头拓扑结构的集群信息扩散网络：(a) 中的簇头彼此不连通（即不进行信息扩散）；(b) 中的簇头通过环形结构连接；(c) 中的簇头则完全连接。

我们观察到，在保持年龄性能不变，即 $O(1)$ 的同时降低连通性之所以可行，是因为网络的分层结构使一组节点能够跟踪其集群头节点的年龄；此前每个节点只能跟踪源节点，因此无法做到这一点。此外，这种设置使某些节点（集群头节点）的年龄低于其他节点（集群节点）。

VII. 集群网络拓扑的平均信息年龄标度

第 VI 节介绍的分层结构在保持 $O(1)$年龄性能的同时，降低了连通性的阶数。这与 [20], [21], 中的分析类似，在该分析中，集群使年龄标度的阶数降低。然而，在实际场景中，分层结构的第一层通常并不是一个全连通网络。本节将研究集群头节点连通性的影响。根据第 VI 节，我们已经知道，对于集群头节点的部分连通性，由于 $a_{(1)} \sim O(1)$，我们将获得 $O(1)$ 年龄性能。现在，我们进一步考察另外两种结构，即不连通的簇头（见图 6(a)）和环形连接的簇头（见图 6(b)）；这与 [20], [21], 中的工作类似，并据此构建它们的年龄性能。

定理 5 对于集群头节点非连通和环形连接的分层集群网络，集群节点平均信息年龄的上界分别按 $O(c)$ 和 $O(\sqrt{c})$ 缩放。

证明：对于不连通的簇头，$p = 1$ 以及对 [5], 中的分析表明 $a_{(1)} = c\frac{\lambda_e}{\lambda}$。代入（78），得到

$$\lim_{m\to\infty} a_{(2)} \leq (2+c)\frac{\lambda_e}{\lambda} + 1 \sim O(c). \tag{81}$$

同样，根据对 [21], 的分析，我们得到环连接集群头节点的平均信息年龄为 $a_{(1)} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\lambda_e}{\lambda}\sqrt{\frac{c}{1-p}}$。代入（78），得到

$$\lim_{m\to\infty} a_{(2)} \leq \left(1 + \frac{1}{p} + \sqrt{\frac{\pi c}{2(1-p)}}\right)\frac{\lambda_e}{\lambda} + 1 \sim O(\sqrt{c}), \tag{82}$$

由此完成证明。 ■

VIII. 非对称更新率下的平均信息年龄标度

到目前为止，我们只考虑了对称网络。然而，在实际应用中，网络可能是不对称的。我们将这种不对称网络建模如图 7 所示。在这里，所有 n 节点的更新率 $\{\lambda_i\}_{i=1}^n$ 都与源节点不同。然而，源节点仍然具有与之前相同的总更新速率约束 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda$ 。在下面的定理中，我们阐述了节点平均信息年龄的上界与其更新率之间的关系。在本节稍后部分，我们将介绍一个具有幂律到达的不对称网络示例。

定理 6 在采用 ASUMAN 信息传播方案的非对称网络中，任意节点的年龄上界按 $O(1)$ 的规律缩放。如果对任意$i \in \mathcal{N}$，当 $n \to \infty$ 时， $\lambda_i \to 0$，则所有上界都收敛到相同的值。此外，该上界最多只能降低至 $\frac{\lambda_e}{\lambda} + \frac{1}{2}$。

证明：利用引理 2 中的推导，我们得到以下结果

$$a_i \leq \frac{\lambda_e}{\lambda}\frac{\left(1 + \frac{B}{n-1}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_e}\right)\right)}{\left(\frac{\lambda_i}{\lambda} + \frac{n}{n-1}\right)}. \tag{83}$$

由于 $0 \leq \lambda_i \leq \lambda$，渐近缩放关系变为

$$\lim_{n\to\infty} a_i \leq \lim_{n\to\infty} \frac{\lambda_e}{\lambda}\frac{\left(1 + \frac{n\lambda}{n-1}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_e}\right)\right)}{\left(\frac{n}{n-1}\right)} = 2\frac{\lambda_e}{\lambda} + 1. \tag{84}$$

显然，信息传播平均信息年龄按 $O(1)$标度，而年龄感知阶段不会影响年龄标度。因此，即使存在非对称更新，平均信息年龄也按 $O(1)$ 标度。此外，

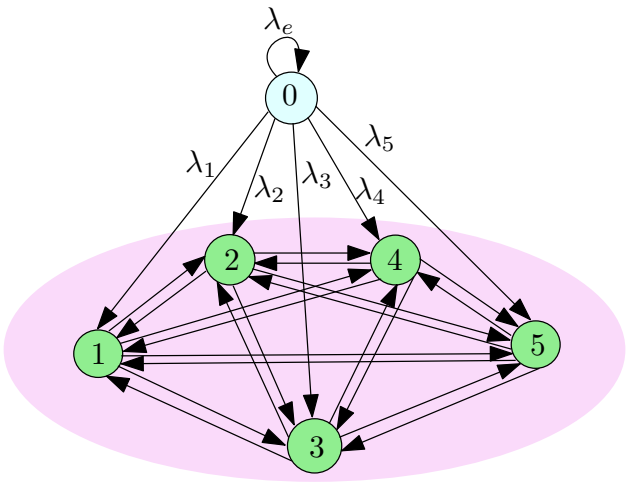


图 7.一个非对称到达式信息传播网络，其中源节点以不等的更新率 $\{\lambda_i\}_{i=1}^n$ 更新节点，即 $\lambda_i \neq \frac{\lambda}{n}$ 此处。不过，总更新速率仍为 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda$，与之前相同。

由 (84) 可知，如果对于任意 $i \in \mathcal{N}$，$\frac{\lambda_i}{\lambda} \to 0$ as $n \to \infty$，那么所有年龄标度上界都会收敛到 $2\frac{\lambda_e}{\lambda} + 1$。这证明了定理的第一部分。

来自注册网址可用的引言彩票论坛, final product. Wait text "From the" translate literally "来自 the"? The fragment English From the, translation "来自". With article incomplete perhaps "从这". Use "来自这 " depending. "From the" + "来自于这". Output: 从这

根据（84）中的表述，显然，如果 $\lim_{n\to\infty} \frac{\lambda_i}{\lambda} = 1$，那么界限将变得 s

$$\lim_{n\to\infty} a_i \leq \frac{\lambda_e}{\lambda} + \frac{1}{2}, \tag{85}$$

证明定理的第二部分，并完成证明。 ■

A. 特殊情况：幂律到达

在此示例中，源节点到节点的更新率具有 $\lambda_i = \theta\nu^i$ 的形式，其中 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda$。显然，如果 $\nu = 1$，那么 $\lambda_i = \frac{\lambda}{n}$。然而，对于 $0 < \nu < 1$，利用关系式 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda$，我们有 $\theta = {}^{\lambda}{}_{(1-\nu)\ \nu(1-\nu^n)}$ </style}，根据我们对 ν的选择。由于对于渐近行为我们只需要 $\frac{\lambda_i}{\lambda}$，利用 θ 的表达式，我们得到

$$\frac{\lambda_i}{\lambda} = \frac{\nu^i}{1-\nu^n}\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right), \qquad 0 < \nu < 1. \tag{86}$$

现在，将 (86) 代入 (83)，我们得到第 i 个节点年龄的上界为

$$a_i \leq \frac{\lambda_e}{\lambda} \frac{\left(1 + \frac{n\lambda}{n-1}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_e}\right)\right)}{\left(\frac{\nu^i}{1-\nu^n}\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right) + \frac{n}{n-1}\right)}. \tag{87}$$

当 n 非常大时，年龄的上界变为

$$\lim_{n\to\infty} a_i \le \lim_{n\to\infty} \frac{\lambda_e}{\lambda} \frac{\left(1+\frac{n\lambda}{n-1}\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_e}\right)\right)}{\left(\frac{\nu^i}{1-\nu^n}\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)+\frac{n}{n-1}\right)} = \frac{\lambda_e}{\lambda} \frac{\left(2+\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)}{\left(1+\nu^i\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)\right)}. \tag{88}$$

在（88）中，我们注意到，对于来自源节点的更新率较高的节点，年龄上界更加紧，而对于更新较少的节点，上界则较松。事实上，当 $i \approx n \to \infty$ 时，上界为最大限制 $2\frac{\lambda_e}{\lambda}+1$。

IX. 数值结果

本节将我们通过解析推导得到的结果与数值仿真进行比较。我们选择 $C=\frac{1}{n}$ 进行仿真，并计算最多涉及 $n=600$ 个节点时单个节点的平均版本年龄。我们使用 $\frac{\lambda_e}{\lambda}$的两个不同取值，分别为 $\frac{\lambda_e}{\lambda}=1$ 和 $\frac{\lambda_e}{\lambda}=2$。此外，我们还使用信息传播策略 [5] 进行仿真，以作比较。

仿真结果如图 8 所示。从图 8 可以看出，ASUMAN 的机会式 gossip 优于均匀速率 gossip。均匀速率 gossip 的平均年龄按 $O(\log n)$ 的数量级增长，而如定理 1 所证明的，机会式 gossip 的平均年龄渐近上界按 $O(1)$ 的数量级增长。根据（50）的计算结果，当 $\frac{\lambda_e}{\lambda}=1$ 和 $\frac{\lambda_e}{\lambda}=2$时，上界分别为 3 和 5。仿真表明，当 n 较小时，上界较松；随着 n 增大，上界会变得更紧。这是意料之中的，因为整个网络正以速率 λ从源节点接收更新。因此，当 n较大时，每个节点的更新率 $\frac{\lambda}{n}$ 会变小。因此，在区间 $\mathcal{I}_k$内，只有少数节点会直接从源节点接收更新。然而，当 n较小时，这类节点的数量会更多。这使得节点平均年龄低于（50）中的上界。此外，我们注意到，渐近上界是 $\frac{\lambda_e}{\lambda}$的增函数。这符合直觉。若 $\frac{\lambda_e}{\lambda}$ 增大，意味着与更新网络相比，源节点更频繁地更新自身，从而导致平均年龄升高。若增大的是 λ 而非 λ_e，则会产生相反的效果，因此平均年龄会降低。

接下来，我们展示部分连通的信息扩散网络的结果。在图 9中，我们展示了 $q=\frac{1}{2}$ 和 $q=\frac{1}{3}$ 的平均信息年龄和理论上界。对于这两种情况，$\frac{\lambda_e}{\lambda}=1$。尽管这些上界并不紧，但从图中可以清楚地看出，此类网络中节点的平均信息年龄

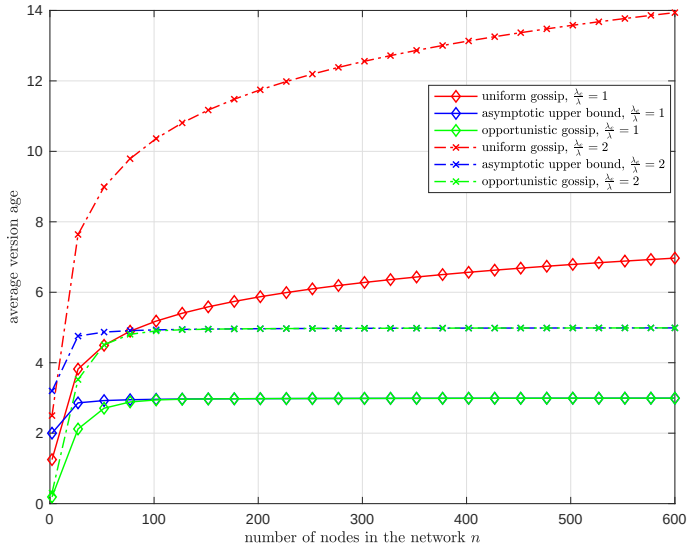


图 8. 网络 n中单个节点的平均版本年龄与节点总数的关系。

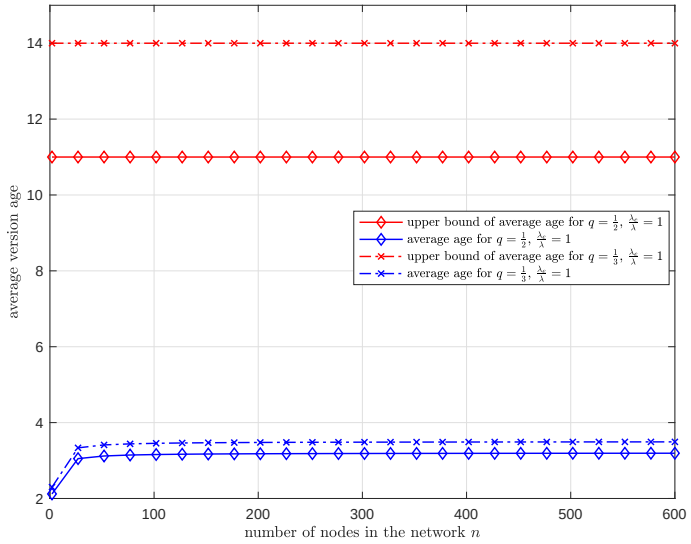


图 9. 在部分连通网络中，单个节点的平均版本年龄与节点总数 n 的关系。

按 $O(1)$ 缩放。此外，随着 q 减小，平均信息年龄和上界都会增大。这是预期的，因为 q 变小意味着网络在任意固定时隙的连通性降低，从而增加节点的平均信息年龄。

接下来，我们在图 10 中展示集群网络的仿真结果。我们选择 $c=\sqrt{n}$ 和$p=\frac{1}{2}$。从图中可以明显看出，对于全连接、非连通和环形连接的集群头节点结构，平均信息年龄分别按 $O(1)$、 $O(\sqrt{n})$ 和 $O(n^{1/4})$ 标度。

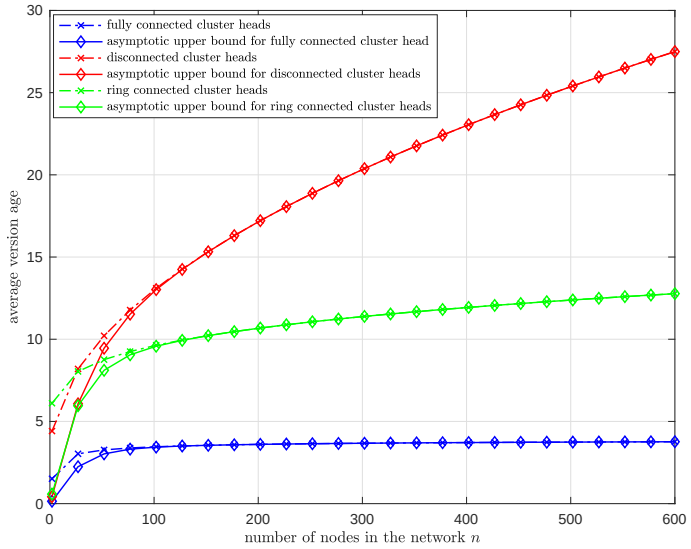


图 10。具有 $c = \sqrt{n}$、 $p = 0.5$ 的集群网络中，单个节点的平均版本年龄与节点总数的关系。

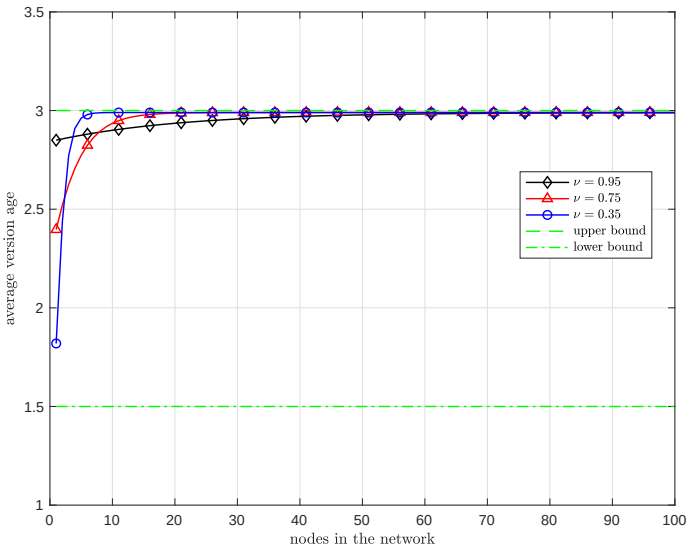


图 11。具有非对称幂律到达的 $n = 100$ 节点全连接网络中节点的平均版本年龄。

由于集群头节点之间缺乏信息传播，非连通集群的渐近平均信息年龄标度最高；而全连接集群由于在两层网络中都采用 ASUMAN 信息传播，因此最低。从图中可以清楚地看出，将所有集群合并为一个全连接的信息传播网络时性能最佳；若要获得更好的信息年龄性能，就应尽可能减少集群划分。

最后，我们以幂律更新率为例，展示一种非对称到达情况。

在本次仿真中，我们考虑以下三种情况： $\nu = 0.95$ 和 $\nu = 0.75$ 和 $\nu = 0.35$ ，针对一个包含 100 个节点且具有$\frac{\lambda_e}{\lambda} = 1$的网络。如图 11 所示，我们观察到，根据定理 6 得出的上界 3 和下界 $_3$ $_2$，所有节点的年龄都被限制在此范围内。还可以观察到，与更频繁接收更新的节点相比，从源节点接收更新频率较低的节点具有更高的平均信息年龄。这一结果与第 VIII 节关于幂律到达的年龄上界的讨论一致。对于接近第 100 个节点的节点，其年龄达到上界 $2\frac{\lambda_e}{\lambda} + 1 = 3$ 这一可能的最大值。

X. 结论与讨论

我们提出了 ASUMAN，这是一种适用于节点网络的信息传播策略，节点会择机而非均匀地进行信息扩散。源节点更新自身后，网络便会同步；随后，年龄较新的节点在经历年龄感知阶段后进入 gossip 阶段。该策略使版本相对较新的节点以较高频率传播信息，而版本较旧的节点则保持沉默。我们证明，在稠密网络中，对于此类系统，节点的平均信息年龄按 $O(1)$ 的量级增长；相比之下，采用均匀速率进行信息传播时，节点的平均版本年龄按 $O(\log n)$ 的量级增长。

我们还将原有设定扩展到具有部分连接的系统模型，即在任意时隙中，仅使用全连接网络中固定比例的边进行通信。我们证明，对于采用 ASUMAN 信息传播方案的此类系统，单个节点的平均信息年龄仍按 $O(1)$ 的量级增长。

接下来，我们重点研究了有限连通度的网络，例如环形网络、二维网格网络等，并证明在这些网络中使用 ASUMAN 会产生 $\Omega(n)$ 的年龄性能，劣于均匀信息扩散的年龄性能，这表明机会式 gossip 要取得良好表现，需要具备足够的连通度。

随后，我们修改了网络结构，采用分层簇集网络，其连通度为 $O(\sqrt{n})$，这是全连接与有限连接设置之间的一种折衷；研究表明，该网络的年龄为 $O(1)$。我们观察到，网络的分层结构使部分节点能够跟踪其领导节点，并在本地使用 ASUMAN 进行信息扩散。这在降低连通度阶数的同时，确保年龄标度的阶数不会退化。

接下来，我们考虑了集群头节点采用环形连接和全连接的簇集网络模型。我们证明，在这两种模型中，集群节点的平均信息年龄上界分别随集群头节点数量 c 和 $\sqrt{c}$ 线性增长。选择 $c = \sqrt{n}$后，平均信息年龄分别按 $O(\sqrt{n})$ 和 $O(n^{1/4})$ 的阶数增长。

最后，我们研究了非对称到达的情况。我们证明，即使源节点对某些节点的更新频率高于其他节点，由于 ASUMAN 方案，网络中的所有节点的年龄仍按 $O(1)$ 进行标度。具体而言，我们讨论了幂律更新到达这一特殊情况，并证明每个节点的平均信息年龄标度都介于两个常数之间。

未来的研究方向之一是，探究在全连接网络以外的拓扑结构（如环形网络、网格网络等）中，性能优于均匀信息传播的分布式信息传播方案，并推广去中心化信息传播的概念。另一个有趣的应用是多源分布式信息传播，以及它在各种优化算法中的应用和这些算法在移动性约束下的性能。

参考文献

[1] P. Mitra 和 S. Ulukus. ASUMAN：网络中基于年龄感知更新的多址接入。载于阿勒顿会议，2022年9月。[2] Y. Minsky. 以低成本、快速且可靠地传播谣言。博士论文，康奈尔大学，2002年3月。[3] D. Shah. 信息传播算法。《网络领域基础与趋势》，3(1)：1–125，2008年。[4] S. Sanghavi、B. Hajek 和 L. Massoulie. 多消息信息传播。《IEEE 信息论汇刊》，53(12)：4640–4654，2007年12月。[5] R. D. Yates. 网络中的信息传播年龄。载于 IEEE ISIT，2021年7月。[6] S. K. Kaul、M. Gruteser、V. Rai 和 J. Kenney. 将车载网络中的信息年龄降至最低。载于 IEEE Infocom，2011年3月。[7] A. Kosta、N. Pappas 和 V. Angelakis. 信息年龄：一种新概念、新度量和新工具。《网络领域基础与趋势》，12(3)：162–259，2017年11月。[8] Y. Sun、I. Kadota、R. Talak 和 E. H. Modiano. 信息年龄：衡量信息新鲜度的新指标。载于《信息年龄》，第12卷，第1–224页，2019年12月。[9] R. D. Yates、Y. Sun、D. Brown、S. K. Kaul、E. Modiano 和 S. Ulukus. 信息年龄：介绍与综述。《IEEE 通信选题领域期刊》，39(5)：1183–1210，2020年5月。[10] J. Cho 和 H. Garcia-Molina. 面向网络爬虫的有效网页刷新策略。《ACM 数据库系统汇刊》，28(4)：390–426，2003年12月。[11] J. Zhong、R. D. Yates 和 E. Soljanin. 本地缓存刷新的两种新鲜度度量。载于 IEEE ISIT，2018年6月。[12] A. Maatouk、S. Kriouile、M. Assaad 和 A. Ephremides. 错误信息年龄：一种衡量状态更新性能的新指标。《IEEE/ACM 网络汇刊》，28(5)：2215–2228，2020年10月。

[13] M. Bastopcu 和 S. Ulukus. Google Scholar 应该更频繁地更新谁？载于 IEEE Infocom，2020年7月。[14] B. Abolhassani、J. Tadrous、A. Eryilmaz 和 E. Yeh. 动态内容的新鲜缓存。载于 IEEE Infocom，2021年5月。[15] M. Wang、W. Chen 和 A. Ephremides. 实时计数过程重构：队列中的信息新鲜度。载于 IEEE ICC，2019年7月。[16] M. Bastopcu 和 S. Ulukus. 缓存更新系统中的信息新鲜度。《IEEE 无线通信汇刊》，20(3)：1861–1874，2021年3月。[17] M. Bastopcu 和 S. Ulukus. 在缓存存储容量有限的系统中最大化信息新鲜度。载于阿西洛马会议，2020年11月。[18] P. Kaswan、M. Bastopcu 和 S. Ulukus. 并行中继网络中基于新鲜度的缓存更新。载于 IEEE ISIT，2021年7月。[19] M. Bastopcu 和 S. Ulukus. 及时追踪人群中个体的感染状态。载于 IEEE Infocom，2021年5月。[20] B. Buyukates、M. Bastopcu 和 S. Ulukus. 具有社区结构的网络中的信息传播年龄。载于 IEEE SPAWC，2021年9月。[21] B. Buyukates、M. Bastopcu 和 S. Ulukus. 集群信息传播网络中的信息版本年龄。《IEEE 信息论选题领域期刊》，3(1)：85–97，2022年3月。[22] P. Kaswan 和 S. Ulukus. 采用文件切片和网络编码的及时信息传播。载于 IEEE ISIT，2022年6月。[23] P. Kaswan 和 S. Ulukus. 存在干扰攻击时环形网络中的信息传播年龄。载于阿西洛马会议，2022年5月。[24] P. Kaswan 和 S. Ulukus. 时间戳篡改对信息传播年龄的影响。《IEEE ITW》，2022年11月。[25] M. Bastopcu、B. Buyukates 和 S. Ulukus. 采用二元新鲜度度量的信息传播。载于 IEEE Globecom，2021年12月。[26] P. Mitra 和 S. Ulukus. 密集网络中的及时机会式信息扩散。载于 IEEE Infocom，2023年5月。[27] P. Kaswan 和 S. Ulukus. 基于年龄的信息传播中的可靠与不可靠源节点。可见 arXiv:2302.03006。[28] M. A. Abd-Elmagid 和 H. S. Dhillon. 网络中信息传播年龄的分布。《Entropy》，25(2)：520–535，2023年2月。[29] E. Delfani 和 N. Pappas. 能量采集传感器信息传播网络中版本年龄最优的缓存状态更新。2022年12月。可见于 10.36227/techrxiv.21696617.v1。[30] Q. Zhao. 在传感器网络中利用信道状态实现节能信息检索。载于 IEEE ICASSP，2005年3月。[31] Q. Zhao 和 L. Tong. 无线传感器网络中的分布式机会式传输。载于 IEEE ICASSP，2004年5月。[32] R. Knopp 和 P. A. Humblet. 单小区多用户通信中的信息容量与功率控制。载于 IEEE ICC，1995年6月。[33] D. N. C. Tse 和 S. V. Hanly. 多址衰落信道。第一部分：多面体结构、最优资源分配与吞吐量容量。《IEEE 信息论汇刊》，44(7)：2796–2815，1998年11月。[34] L. Kleinrock 和 F. Tobagi. 无线信道中的分组交换：第一部分——载波侦听多址模式及其吞吐量—时延特性。《IEEE 通信汇刊》，23(12)：1400–1416，1975年12月。[35] J. Hespanha. 随机混合系统的建模与分析。《IEEE 控制理论与应用学报》，153(5)：520–535，2006年1月。