排版后的文章将在此处显示与文章类型相符的横幅

arXiv:2304.03429v1 [physics.flu-dyn] 7 Apr 2023

曲面压缩斜坡流的双稳态

Yan-Chao Hu[1,2]†、Wen-Feng Zhou[1,2], Ming-Zhi Tang[1,2],Gang Wang[1,2], Ming Fang[1,2], Yan-Guang Yang[1,3]‡，以及 Zhi-Gong Tang[3]

[1]多流动状态空气动力学实验室，中国空气动力研究与发展中心（CARDC），绵阳 621000，中国[2]高超声速空气动力学研究所，CARDC，绵阳 621000，中国[3]CARDC，绵阳 621000，中国

（收稿日期：xx；修回日期：xx；录用日期：xx）

本文研究曲面压缩斜坡（CCR）流的双稳态。研究表明，即使边界条件相同，分离状态和附着状态也都能够稳定形成，这揭示了 CCR 流的最终稳定状态还取决于初始条件及其演化历史。首先，我们设计了一个涉及 CCR 流两种形成路径的思想实验，分别构建出两种不同的稳定状态。随后，我们进行了细致的三维直接数值模拟，以实现该思想实验，并验证了双稳态的存在。最后，我们比较了两种稳定状态下的压力、壁面摩擦和热流分布。作为激波-边界层相互作用的一种典型形式，局部 CCR 流常见于飞行器上，因此，双稳态必将显著改变整体气动热力学特性，而这正是超声速/高超声速飞行必须应对的问题。

关键词：

1. 引言

在激波-边界层相互作用（SBLI）流动中，边界层分离和附着是两种最典型的状态（Babinsky & Harvey 2011年）。对于给定的来流参数和壁面几何形状（即边界条件），人们普遍认为特定 SBLI 流动的最终稳定状态是唯一的。尽管这种认识基于经验，但在大多数情况下仍然正确。然而，原则上不能忽视初始条件和 SBLI 演化历史的影响，尤其是考虑到激波（SW）形态与边界层行为之间的相互因果关系。由这些依赖过程的影响引出的一个极端问题是：“在纯 SBLI 流动中，对于相同的边界条件，是否可能同时存在稳定的分离状态和附着态？”“纯”表示流动由自组织的 SBLI 主导，而非其他多稳态相互作用，例如激波反射（Ben-Dor *et al.* 2001年；Tao *et al.* 2014年）。如果答案

† 通讯邮箱：huyanchao@cardc.cn ‡ 通讯邮箱：yangyanguang@cardc.cn

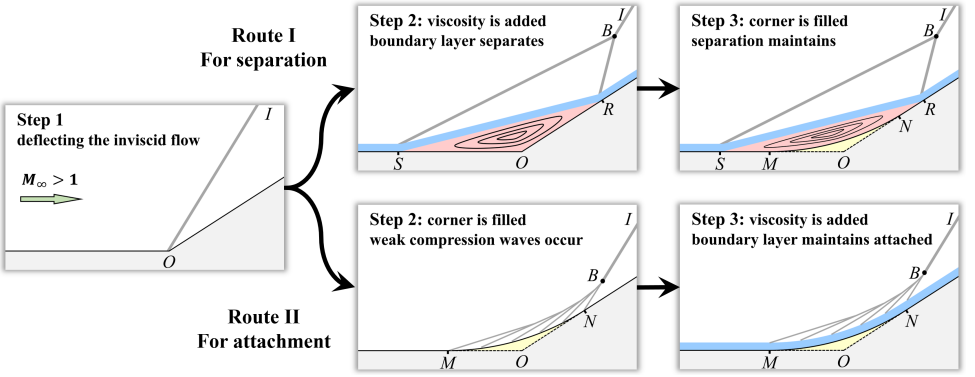


图1：通过路径I和II构建的两种可能的、彼此不同（分离和附着）的稳定弯曲压缩斜坡流。

是“是”，相应的双稳态必然会给气动热力学特性带来显著差异，而这对于超/高超声速飞行来说是不可避免的。本文选取一类纯SBLI流，即典型的压缩斜坡（CR）流，来研究过程依赖效应，并报道其双稳态。

大型分离压缩斜坡流被 Edney（1968）归类为 SW 相互作用的 VI 型，由大型分离泡和 λ-激波构型组成。作为一种典型的壁面几何形状，直接压缩斜坡（DCR，即以一个顶点将平板与斜坡直接连接的倾斜斜坡）得到了广泛研究，研究内容包括分离附近边界层变形时的相互作用过程（Chapman等 1958；Stewartson & Williams 1969；Neiland 1969）、气动特性（Gumand 1959；Hung 1973；Simeonides & Haase 1995；Tang等 2021）、分离泡内部（Gai & Khraibut 2019；Cao 等 2021）和发展中的边界层内的涡结构（Fu 等 2021；Hu 等 2017），以及激波/边界层相互作用（SBLIs）的非定常性（Ganapathisubramani等 2009；Helm 等 2021；Cao 等2021）。另一方面，由于曲面压缩斜坡（CCR，即以曲壁连接平板与斜坡的倾斜斜坡）流有望减弱分离，因此逐渐引起了研究者的关注（Tong 等 2017；Wang 等 2019；Hu 等 2020）。然而，据我们所知，关于压缩斜坡流中纯 SBLIs 多稳态的报道很少。

本文其余部分安排如下。第2 节介绍一种思想实验，用以构造在相同边界条件下两种不同的稳定弯曲压缩斜坡流。第3节介绍用于实现该思想实验并验证弯曲压缩斜坡流双稳态的三维（3D）直接数值模拟（DNS）。结论见第5节。

2. 思想实验

本节设计一种思想实验，分别通过路径I和路径II构造两种不同的稳定弯曲压缩斜坡流：分离流和附着流，如图1所示。

首先，一 p种可能的分p离弯曲压缩斜坡流通过路径I分三个步骤构造 ps.

- **步骤 1：使无黏流发生偏转**。将初始流场设为受 DCR几何构型偏转的无黏超音速流，其斜坡角为 α。形成一道斜激波 OI，并从斜坡顶点 O发出；

- **步骤2：加入黏度**。 在某一时刻，流体中突然加入黏度。随后形成附着边界层，并与激波 OI 相互作用。对于足够大的 α，附着边界层无法抵抗激波 OI 诱导的强逆压梯度，随后从壁面分离。逆流逐渐形成

封闭分离泡 SRO，使附着边界层和外部无黏流发生偏转，并诱导出两个新的激波 SB 和 RB。随着时间推移，分离泡停止增长并趋于稳定，即分离点 S 和再附着点 R 几乎固定不动，或仅轻微振荡；

• **步骤3：将角隅填充成一段圆弧**。填充的关键在于缓慢、轻柔且在宏观上连续，确保充填过程中流动始终处于稳定状态。因此，我们将角隅 O 用一台能够逐原子生成固体壁面材料的“想象机器”填充起来。为了尽量减小扰动，两次填充之间的时间间隔要长于流动达到稳定状态所需的弛豫时间。最终，角隅 O被填充成一段圆弧 MN （黄色区域），位于空间 SRO内，开由此获得稳定分离的 CCR 流动，如图1中路径I末尾所示。

Sec其次，通过路径II，分三步构造一种可能的附着 CCR 流动。

• **步骤1：使无黏流偏转**。此步骤与路径I中的步骤1相同 ；

• **步骤2：将角隅填充成一段圆弧**。此步骤与路径I中的步骤3类似，即将角隅填充成一段圆弧（黄色区域）。唯一的区别是，在路径II中，先填充角隅，再加入流体黏度。由于曲壁 MN，从点 O 发出的激波 OI减弱为一系列在 MN上传播的压缩波； ——

• **步骤3：加入黏度**。与路径I中的步骤2类似，在此步骤中，无黏流稳定地流过CCR后，突然向流体中加入黏度。在MN处受到压缩波产生的较弱逆压梯度影响，逐渐形成的边界层很可能会稳定在附着状态，如路径II的末尾所示。

比较路径I和路径II。从操作上看，只需交换最后两个步骤的顺序，通过三个步骤即可获得稳定分离和附着的CCR流。然而，从本质上说，最终稳定状态呈现不同的原因在于流动要素（包括边界层、SW和压缩波）的形成历史。在第3节中，我们进行了三维直接数值模拟，以检验这一思想实验的真实性。

3. 数值实验

本节通过三维直接数值模拟，对图1 所示的思想实验进行数值实现。步骤1的流场可通过经典的Rankine–Hugoniot关系获得。因此，只需模拟四个步骤：路径I和路径II中的步骤2和步骤3。直接数值模拟的细节见第3.1节。路径I和路径II分别在第3.2.2 节和3.2.3节中实现。双稳态的对比见第3.3节。

3.1. *DCR*流动的直接数值模拟详情

3.1.1. 控制方程与数值方法

所求解的控制方程是曲线坐标系下非定常可压缩流动的无量纲三维 Navier–Stokes 方程，

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}+\frac{\partial\left(\mathbf{F}_c+\mathbf{F}_v\right)}{\partial \xi}+\frac{\partial\left(\mathbf{G}_c+\mathbf{G}_v\right)}{\partial \eta}+\frac{\partial\left(\mathbf{H}_c+\mathbf{H}_v\right)}{\partial \zeta}=0, \tag{3.1}$$

其中$\mathbf{Q}$ 是守恒矢量通量，$\mathbf{F}_c$、$\mathbf{G}_c$ 和$\mathbf{H}_c$ 是无黏对流通量，$\mathbf{F}_v$、$\mathbf{G}_v$ 和$\mathbf{H}_v$ 是黏性通量。这里，$\mathbf{Q}$、$\mathbf{F}_c$ 和$\mathbf{F}_v$ 定义为

$$\mathbf{Q}=J\begin{pmatrix}\rho^* \\ \rho^*\mathbf{U} \\ \rho^* e^*\end{pmatrix}, \mathbf{F}_c=J\begin{pmatrix}\rho^*\mathbf{U}^T\mathbf{J}_\xi \\ \rho^*\mathbf{U}^T\mathbf{J}_\xi\mathbf{U}+p^*\mathbf{J}_\xi \\ \left(\rho^* e^*+p^*\right)\mathbf{U}^T\mathbf{J}_\xi\end{pmatrix}, \mathbf{F}_v=J\begin{pmatrix}0 \\ \frac{1}{\mathrm{Re}_\infty}\boldsymbol{\tau}\mathbf{J}_\xi \\ \left(\frac{1}{\mathrm{Re}_\infty}\mathbf{U}^T\boldsymbol{\tau}-\frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2\,\mathrm{Pr}}\mathbf{q}^{\mathbf{T}}\right)\mathbf{J}_\xi\end{pmatrix}, \tag{3.2}$$

M_∞	Re_∞ (毫米$^{-1}$)	h_0 (兆焦耳 千克$^{-1}$)	u_∞ (米 秒$^{-1}$)	ρ_∞ 千克 米$^{-3}$	T_∞ (K)	p_∞ (Pa)	T_w (K)
7.7	4.2×10^6	1.7	1726	0.021	125	760	293

表1：基于激波风洞 TH2 的流动条件（Roghelia等 2017年*b*）。

其中，$\mathbf{J}\xi = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)^T$ 为度量系数， J 为将笛卡尔坐标 (x, y, z)变换为计算坐标 (ξ, η, ζ)的雅可比矩阵的行列式。速度矢量 $\mathbf{U}$、热流矢量 $\mathbf{q}$ 和应力张量 $\boldsymbol{\tau}$ 定义为

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u^* \\ v^* \\ w^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} q^*_\xi \\ q^*_\eta \\ q^*_\zeta \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau^*_{\xi\xi}, \tau^*_{\xi\eta}, \tau^*_{\xi\zeta} \\ \tau^*_{\eta\xi}, \tau^*_{\eta\eta}, \tau^*_{\eta\zeta} \\ \tau^*_{\zeta\xi}, \tau^*_{\zeta\eta}, \tau^*_{\zeta\zeta} \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

总能量 e^* 定义为

$$e^* = \frac{u^{*2} + v^{*2} + w^{*2}}{2} + \frac{1}{\gamma - 1}\frac{p^*}{\rho^*}. \tag{3.4}$$

其余四个通量项形式相似：$\mathbf{G}_c$ 和$\mathbf{H}_c$ 的形式与$\mathbf{F}_c$相似；$\mathbf{G}_v$和$\mathbf{H}_v$ 的形式与$\mathbf{F}_v$相似。黏度 μ 由萨瑟兰定律确定，并采用完全气体方程将压力 p、密度 ρ 和温度 T联系起来，以封闭方程组。模拟中选取普朗特数 $Pr = 0.7$ 和比热比 $\gamma = 1.4$。无量纲变量采用来流参数进行归一化： $\rho^* = \rho/\rho_\infty$、 $u^* = u/u_\infty$、 $v^* = v/u_\infty$、 $w^* = w/u_\infty$、 $T^* = T/T_\infty$、 $e^* = e/u_\infty^2$ 和$p^* = \rho^* T^*/(\gamma Ma_\infty^2)$。参考长度取为 1 mm。

在数值方法方面，时间积分采用三阶 TVD 型 Runge–Kutta 方法；无黏通量采用五阶 WENO 方法离散（Jiang & Shu 1996）；黏性通量采用六阶中心差分格式离散。直接数值模拟采用自主开发的 OPENCFD-SC 代码进行，该代码的能力已得到充分检验（Hu 等 2017年；Xu 等 2021年），尤其适用于研究压缩斜坡流动。

3.1.2. 壁面几何形状、流动参数、网格间距以及初始条件和边界条件

压缩斜坡的几何形状（DCR）和流动参数的选择基于近期的激波风洞实验（Roghelia 等，2017年a、b；Chuvakhov 等，2017年）。如图 2 所示，DCR构型主要由两部分组成：平板和斜坡，两者的长度均为 $L = 100$mm，宽度均为 $W = 30$ mm。斜坡角为 $\alpha = 15°$。流动参数见表 1，包括马赫数 $Ma_\infty = 7.7$、雷诺数 $Re_\infty = 4.2\times10^6$、速度 $u_\infty = 1726$m s^{-1}、密度 $\rho_\infty = 0.021$kg m^{-3}、温度 $T_\infty = 125$ K 和压力 $p_\infty = 760$Pa。由于激波风洞的运行时间非常短，因此采用等温壁面条件，壁面温度为 $T_w = 293$K。

计算域，即网格区域，如图 3所示。流向区域为 -4毫米 $\leqslant x \leqslant 196$。6毫米（前缘位于 $x = 0$ 毫米处）；壁面法向高度为25 毫米；展向宽度为 30 毫米。为进行时间和网格收敛性研究，考虑了两种网格分辨率 $1020\times250\times200$ （M1）和$1420\times250\times300$ （M2）。M1 和 M2 均在壁面附近进行网格加密，首层壁面法向网格高度固定为 $\Delta y_w = 0$。008 毫米，对应的无量纲高度为 $\Delta y_w^+ \approx 0$。3 毫米，位于 $x/L \approx 0$。5。

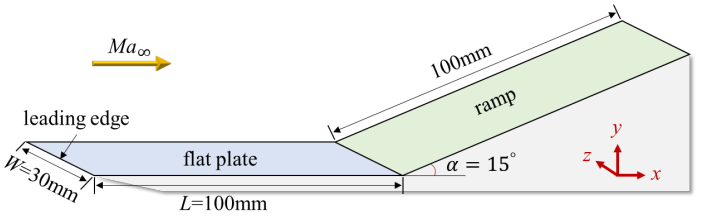


图 2：DCR构型示意图。

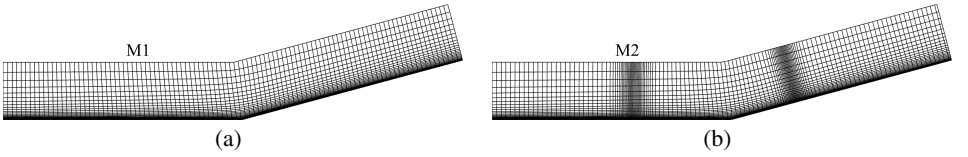


图 3： $x-y$ 平面内的网格分布。（a）M1；（b）M2。

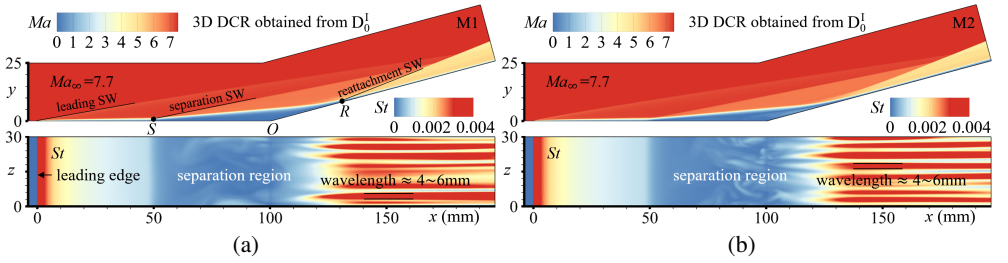


图 4： $x-y$ 平面内按局部马赫数着色的 DNS 结果，以及 $x-z$ 平面内按斯坦顿数 St 着色的结果。（a）M1；（b）M2。

M1 和 M2 的展向网格间距均匀，分别为 $\Delta z = 0$。15 毫米（M1）和0。1 毫米（M2）。M1 中流向网格间距均匀，为 $\Delta x_\xi = 0$。2 毫米。为研究压力梯度的影响，在 M2 中分离点 $x_S/L \approx 0$。55 和再附着点$x_R/L \approx 1$。28 附近（亦见图 4），对 Δx_ξ 间距分别进行局部加密，沿流向布置 200个网格点。

对于初始条件，M1 和 M2 的初始流场均沿展向拉伸（或延伸）自二维模拟结果（记为 D_0^I），该流场中的分离点为 $x_S/L \approx 0$。55，再附着点为 $x_R/L \approx 1$。28。对于边界条件，数值入口边界（$x = -4$mm）和上边界均设为自由来流；壁面上 $T_w = 293$K 范围内设为无滑移、等温条件；出口边界设为外推条件。

3.1.3. 验证与确认

图中展示了 M1 和 M2 的三维瞬时流场。4。在中央 $x-y$平面上，可以清楚地看到，激波系构型包括前缘激波、分离激波和再附着激波。在第一个 $x-z$ 平面（壁面上），可以发现，斜坡上由斯坦顿数 St（定义见式 3.5）着色的展向条带波长约为 4 ~ 6毫米，这与先前的实验观测结果（Roghelia 等 2017年a，b；Chuvakhov 等 2017年）以及数值结果（Cao等 2021年）一致。气动热力学特性用于验证和确认直接数值模拟的

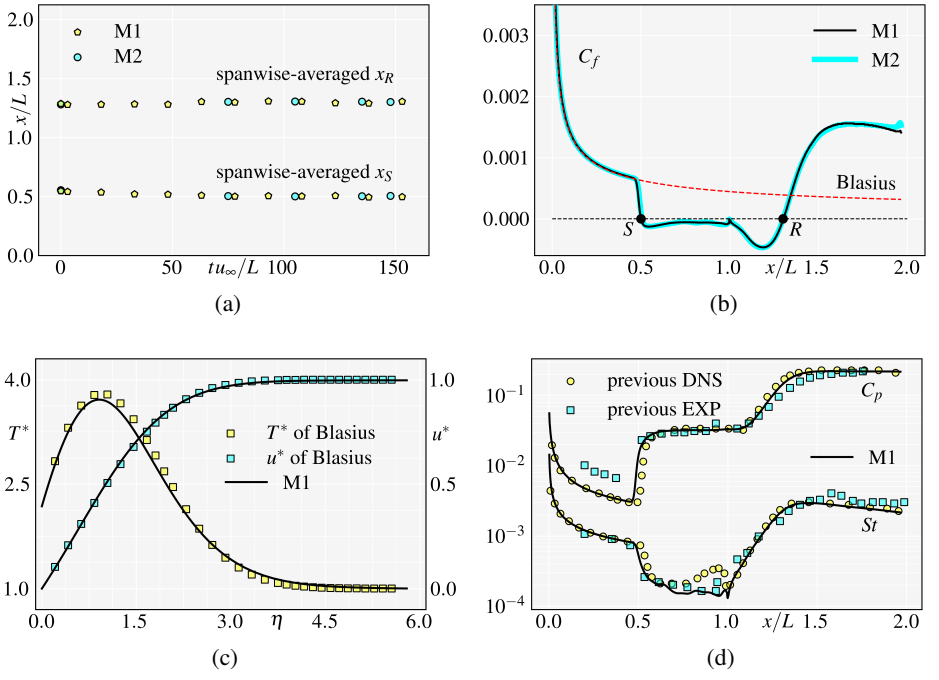


图5：（a）随 x_S 和 x_R变化的时间收敛性验证；（b）利用 C_f分布进行的网格收敛性验证，以及在平板区域利用 C_f进行的验证；（c）利用 u 和 T的理论法向剖面进行的验证；（d）利用先前研究中的 C_p 和 St 分布进行的验证。

结果，包括壁面摩擦系数 C_f、表面压力系数 C_p 和斯坦顿数 St，其定义为

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2}, \quad C_p = \frac{p_w - p_\infty}{\frac{1}{2}\gamma M a_\infty^2 p_\infty}, \quad St = \frac{q_w}{\rho_\infty u_\infty c_p (T_{aw} - T_w)} \tag{3.5}$$

其中，τ_w、p_w和 q_w分别为壁面摩擦力、压力和热流。c_p和 T_{aw} 分别为定压比热容和绝热壁面温度。

验证包括时间收敛性和网格收敛性。对于时间收敛性，如图 5(a)所示，M1和M2的无量纲模拟时间 tu_∞/L 均长于 145。这表明，分离点和再附着点的展向平均位置仅在 $x_S/L \approx 0.5$ 和 $x_R/L \approx 1.3$ 之后 $tu_\infty/L > 70$附近轻微振荡，说明M1和M2中的分离DCR流动均已稳定。对于网格收敛性，如图 5(b)所示，M1和M2的 C_f 分布仅存在微小差异，说明M1的网格分辨率适用于本研究的模拟。

验证包括将本文的 C_f、C_p、S_t分布以及 u^*、T^* 剖面与公认的理论、数值和实验结果进行比较。分离前的层流边界层具有自相似性，符合 Blasius 理论解（White & Majdalani 2006年）。图 5(b) 展示了理论 C_f 分布，图 5(c) 展示了在 $x/L = 0.36$处 u^* 和 T^* 的理论法向剖面。值得注意的是，本文的 C_f 分布和法向剖面均与理论解吻合良好，验证了模拟的准确性。此外，如图 5(d) 所示，本文的 C_p和 St 分布还与先前的实验结果（Roghelia 等，2017年；

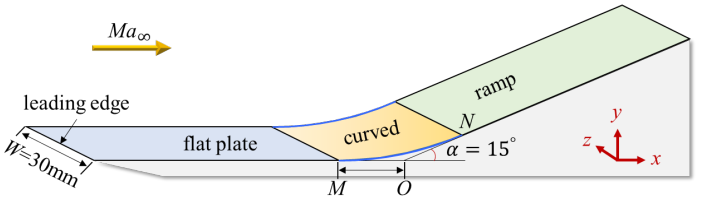


图6：DCR构型示意图。

Chuvakhov 等2017年）和直接数值模拟（Cao 等2021年）的结果进行了比较，吻合良好，验证了本文直接数值模拟的准确性。

3.2. *CCR*流双稳态的直接数值模拟

3.2.1. 实现思想实验的数值策略

如第2节所述，“添加黏度”和“填充拐角”是实现思想实验的关键操作。对于“添加黏度”，实现方法是将控制方程从欧拉方程改为纳维–斯托克斯方程。对于“填充拐角”，由于需要在宏观上连续地填充拐角（在微观上逐个原子地填充），严格来说，需要通过大量步骤操控流场；步骤数的数量级与阿伏伽德罗常数相当。显然，这在数值模拟中是不可能实现的，因此等效的实现方法是将填充方式从“宏观连续”改为“宏观离散”。具体策略如下。

对于路径*I*（“添加黏度” → “填充拐角”），模拟过程可表示为 $\mathrm{D}_0^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_1^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_2^{\mathrm{I}} \rightarrow \ldots \rightarrow \mathrm{C}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{I}}$，其中上标“I”表示路径I，下标“N”表示离散步数。因此，$\mathrm{D}_0^{\mathrm{I}}$ 表示步骤2中的稳定分离DCR流，而$\mathrm{C}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{I}}$ 表示步骤3中经过N次拐角填充后的稳定CCR流。

对于路径*II*（“填充拐角” → “加入黏度”），模拟过程记为 $\mathrm{C}^{\mathrm{II},\mathrm{inv}}\,\mathrm{N} \rightarrow \mathrm{C}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{II}}$，其中 $\mathrm{C}^{\mathrm{II},\mathrm{inv}}\,\mathrm{N}$ 是步骤2中的无黏 CCR 流动，而 $\mathrm{C}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{II}}$ 是步骤3中的陈旧黏性流动，预期其保持附着状态。

3.2.2. 路径*I*的模拟

对于 $\mathrm{D}_0^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_1^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_2^{\mathrm{I}} \rightarrow \ldots \rightarrow \mathrm{C}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{I}}$（路径I），我们设置 $\mathrm{N} = 4$，而 C_1, C_2, C_3, C_4 是四种 CCR 构型，其曲率半径分别为 $R \approx 174.7$、189.9、220.3、227.9 mm（MO =23、25、29、30 mm）。四种构型的网格均采用与 M1 ($1020 \times 250 \times 200$) 相同的分辨率。选取三个特征位置 x_S、x_R 和 $x_{C_f,\,min}$，以量化流动状态的变化，其中 $x_{C_f,\,min}$ 表示附着状态下 C_f 值最小的位置。在 $\mathrm{D}_0^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_1^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_2^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_3^{\mathrm{I}} \rightarrow \mathrm{C}_4^{\mathrm{I}}$ 过程中，C_1,C_1,C_3, 和 C_4 中展向平均 x_S 和 x_R（红色虚线）的演化历程分别见图7(a)、7(b)、7(c) 和 7(d)，并给出了所有算例的无量纲时间 $tu_\infty/L > 100$（见上方红色 x 轴）。显然，在 C_1, C_2, 和 C_3 中，x_S 和 x_R 在 $tu_\infty/L > 200$ 内始终保持为两条分支，这表明 $\mathrm{C}_1^{\mathrm{I}}$、$\mathrm{C}_2^{\mathrm{I}}$ 和 $\mathrm{C}_3^{\mathrm{I}}$ 均可稳定在分离状态。然而，对于 C_4（曲率半径最大），x_S 和 x_R 最终在 $tu_\infty/L \approx 100$ 时合并为一条分支（$x_{C_f,\,min}$ 分支，即蓝色实线），这表明 $\mathrm{C}_4^{\mathrm{I}}$ 最终处于附着状态。$\mathrm{C}_1^{\mathrm{I}}$、$\mathrm{C}_2^{\mathrm{I}}$、$\mathrm{C}_3^{\mathrm{I}}$ 和 $\mathrm{C}_4^{\mathrm{I}}$ 的流场也分别见图9(a)、9(c)、9(e) 和 9(b)。值得注意的是，在斜坡上，CCR 中的条纹弱于 DCR 中的条纹。

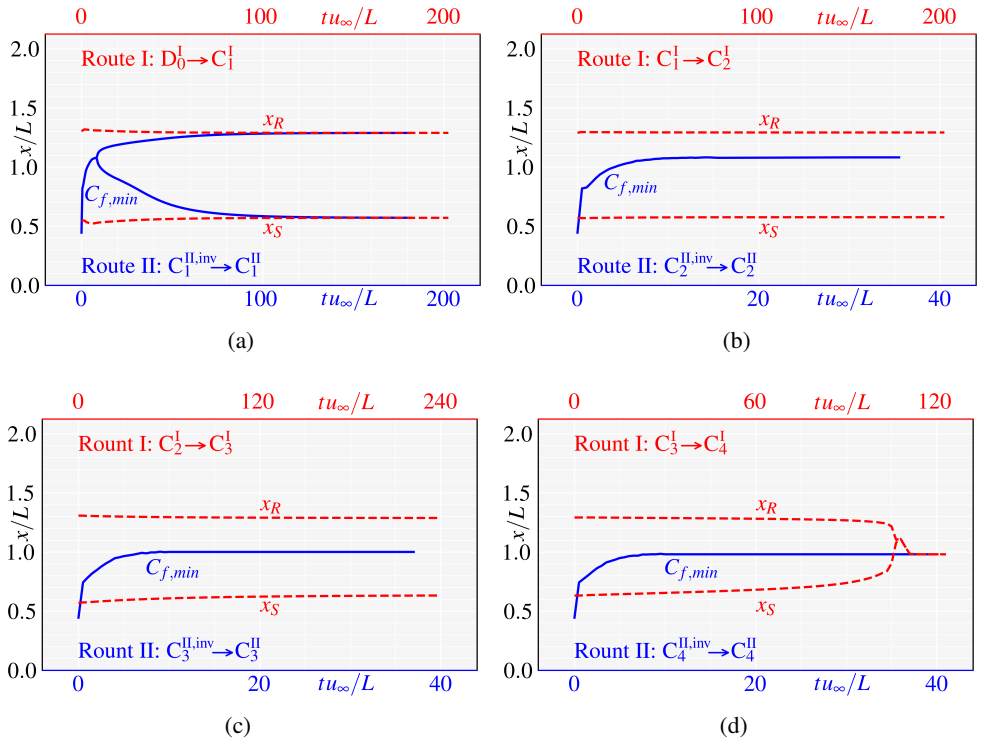


图7：路径I和II中 x_S、 x_R和$^{x}C_{f,\ min}$ 的收敛轨迹。(a) CI1 和CII1；(b) CI2 和CII2；(c) CI3 和CII3；(d) CI4 和CII4。

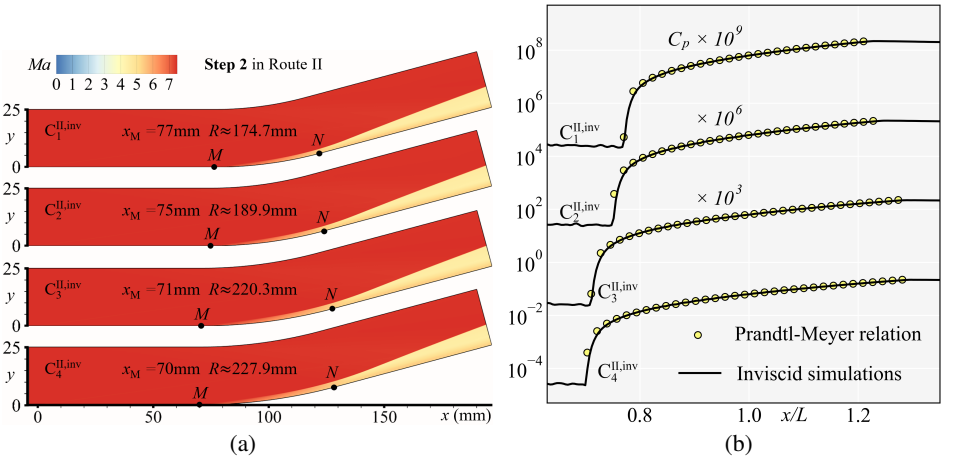


图8：通过模拟CII,inv 1、CII,inv 2、CII,inv 3和CII,inv 4，在路径II中重现步骤2。(a) $x-y$ 平面上按局部马赫数着色的流场；(b) 与 C_p的普朗特-迈耶关系进行验证。

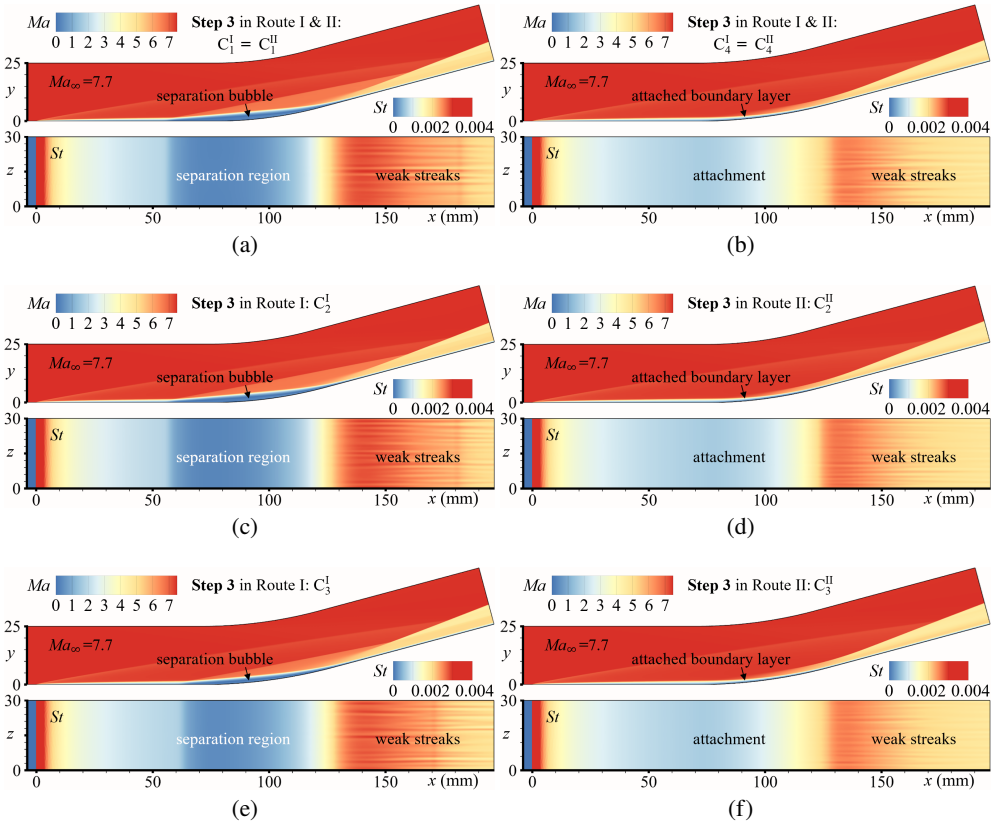


图9：路径I和II的终点。(a) CI$_1$ 和 CII$_1$ -分离；(b) CI$_4$ 和 CII$_4$-附着；(c) CI$_2$-分离；(d) CII$_2$ -附着；(e) CI$_3$-分离；(f) CII$_3$-附着。

3.2.3. 路径*II*的模拟

对于 $C_N^{II,\ inv\ N} \rightarrow C_N^{II}$ （路径II），采用欧拉方程对步骤2中的流动（C_N和 N=4中的无黏流）进行模拟，如图 8(a) 所示，并分别记为 $C_1^{II\ inv}$，，$_2^{II\ inv}$，$C_3^{II\ inv}$，，和 $C_4^{II\ inv}$。一系列压缩波分布在曲壁 MN 区域，C_p 其在 MN 上的分布满足普朗特-迈耶关系，如图 8(b)所示，从而验证了本文的模拟结果。

为完成路径II中的步骤3（加入黏度），将欧拉方程替换为纳维–斯托克斯形式，期望获得稳定的附着态。各过程记为 $C_1^{II\ inv} \rightarrow$、$C_1^{II}$、$C_2^{II\ inv} \rightarrow$、$C_2^{II}$、$C_3^{II\ inv} \rightarrow$、$C_3^{II}$，以及 $C_4^{II\ inv} \rightarrow$、$C_4^{II}$，其 x_{C_f}、$_{min}$ 的演化历程分别如图7(a)、7(b)、7(c)和7(d)所示（所有算例的无量纲时间均为 $tu_\infty/L > 35$，见下方蓝色的 x 轴）。C_2,C_3, 和 C_4 中的 x_{C_f}、$_{min}$ 变化相似：都只有一条分支，先向下游移动，随后在约 $tu_\infty/L \approx 10$ 后趋于稳定。这一行为表明，C_2^{II}、C_3^{II} 和 C_4^{II} 最终均稳定在附着状态。然而，在 C_1（曲率半径最小）中，x_{C_f}、$_{min}$ 在 $tu_\infty/L \approx 3$ 时分岔为两条分支。下方和上方分支分别收敛到 $D_0^I \rightarrow C_1^I$ 中得到的 x_S 和 x_R 分支，这表明 C_1^{II} 最终稳定在分离状态。C_1^{II}、C_2^{II}、C_3^{II} 和 C_4^{II} 的流场也分别如图9(a)、9(d)、9(f)和9(b)所示。

C_1^{I}	C_1^{II}	C_2^{I}	C_2^{II}	C_3^{I}	C_3^{II}	C_4^{I}	C_4^{II}
分离态	分离态	分离态	附着态	分离态	附着态	附着态	附着态

表2：不同构型下两条路径的最终状态

3.3. 双稳态对比

路径I和路径II的最终状态列于表2。对于构型C_1，，最终状态C_1^{I}和C_1^{II}均为分离状态，如图7(a)所示；对于构型C_4，，最终状态C_4^{I}和C_4^{II}均为附着状态，如图7(c)所示。需要强调的是，对于构型C_2和C_3（图7(b)和图7(c)），在相同边界条件下，分离态（图9(c)和图9(e)中的C_2^{I}和C_3^{I}）以及附着态（图9(c)和图9(d)中的C_2^{II}和C_3^{II}）均可稳定建立，这验证了CCR流中双稳态的存在。路径I和路径II的最终状态列于表2。另请注意，下游出现了弱条带，这表明双稳态能够抵抗一定强度的扰动。

根据最终状态，流场的解空间可由两个临界曲率半径划分为三个区域，R^{A}和R^{S}，如图10(a)所示：当$R > R^{\mathrm{A}}$时，仅存在稳定的附着态（整体附着区域）；当$R < R^{\mathrm{S}}$时，仅存在稳定的分离态（整体分离区域——黄色区域$\mathcal{A}_{\mathrm{S}}$）；当$R^{\mathrm{A}} \leqslant R \leqslant R^{\mathrm{S}}$时，稳定的分离态和附着态在物理上均有可能存在（双解区域——绿色区域$\mathcal{A}_{\mathrm{D}}$）。填充面积比η用于表征双解区域的相对占比，其定义为

$$\eta = \frac{\mathcal{A}_{\mathrm{D}}}{\mathcal{A}_{\mathrm{D}} + \mathcal{A}_{\mathrm{S}}} = \frac{(R^A)^2[\tan(\frac{\alpha}{2}) - \alpha] - (R^S)^2[\tan(\frac{\alpha}{2}) - \alpha]}{(R^A)^2[\tan(\frac{\alpha}{2}) - \alpha]} = 1 - (\frac{R^{\mathrm{S}}}{R^{\mathrm{A}}})^2. \tag{3.6}$$

在本研究的案例中，$\eta \geqslant 25。69\%$（对应$R^{\mathrm{S}} \leqslant R_2 = 189。9\mathrm{mm}$和$R^{\mathrm{A}} \geqslant R_3 = 220。3\mathrm{mm}$）。换言之，在充填过程中，超过四分之一的材料打破了从构型几何到流动状态的一一对应关系。

此外，图10展示了C_2和C_3上展向平均C_f、C_p和St的分布等气动热力学特性。对于C_2和C_3，的分离状态（C_2^{I}和C_3^{I}）以及附着状态（C_2^{II}和C_3^{II}），平板上游部分的C_f分布均重合，C_p和St也如此。然而，在下游，这些分布明显不同。如图10(b)所示，对于C_f分布，C_2^{I}和C_3^{I}在分离后迅速降至负值，并在再附着后急剧升至正值，且二者在分离区均有两个最小值；而C_2^{II}和C_3^{II}始终为正，且各自只有一个最小值。如图10(c)所示，对于C_p分布，C_2^{I}和C_3^{I}在分离区呈现平台区，在再附着后急剧上升并分别达到峰值；而C_2^{II}和C_3^{II}均持续下降，直至曲壁的起始点M，随后以等熵压缩的形式上升。如图10(d)所示，对于St分布，C_2^{I}和C_3^{I}在分离后迅速降至接近零（$\mathrm{O}(10^{-4})$），随后迅速升至峰值；而C_2^{II}和C_3^{II}则缓慢下降，直至起始点M，随后逐渐上升。此外，在斜坡下游，分离状态下的C_f、C_p和St均大于附着状态下的对应值。

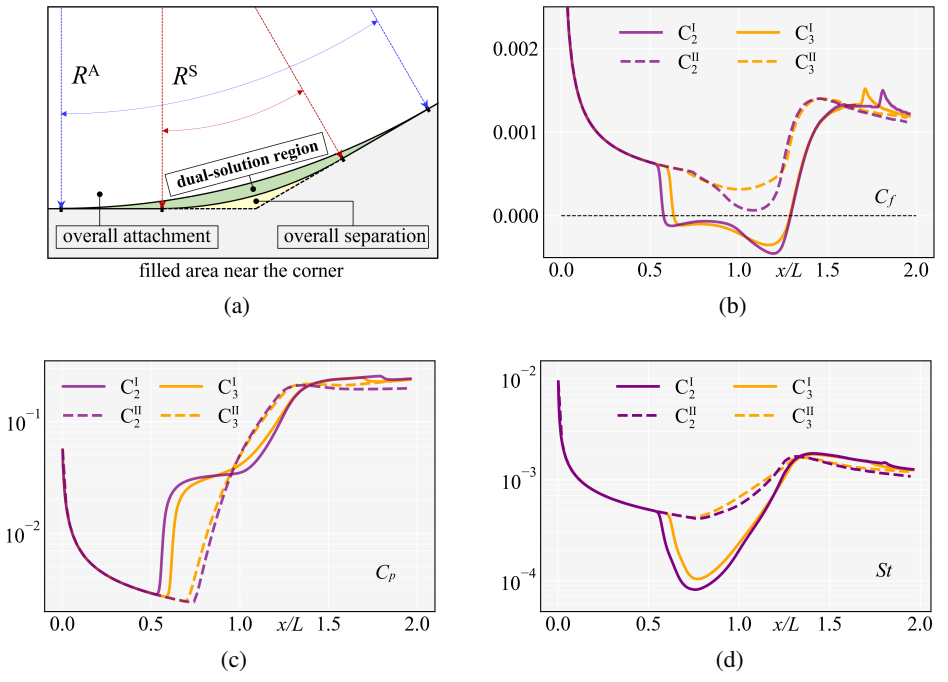


图10：（a）解区域示意图；（b） C_f；（c） C_p和（d）St的分布。

4. 鲁棒性研究

双稳态现象有些违反直觉，即在当前案例中，分离态和附着态都能在 C2 或 C3 中稳定存在，如 2 所示。为了确认这一现象在存在扰动的真实物理世界中的存在性，我们进一步研究了该现象的鲁棒性。具体而言，我们对上游流施加一些扰动，研究附着态 $\mathrm{C}_2^{\mathrm{II}}$和 $\mathrm{C}_3^{\mathrm{II}}$。

扰动具有以下形式：一片稳定吹吸区域，参照 Pirozzoli 等人（2004年），

$$v(x,z,t) = Au_\infty f(x)g(z)h(t), \quad x_a \leqslant x \leqslant x_b, \tag{4.1}$$

其中 A 为扰动幅值， u_∞ 为自由来流速度，且

$$\begin{aligned} &f(x) = 4\sin\theta(1-\cos\theta)/\sqrt{27}, \quad \theta = 2\pi\left(x-x_a\right)/\left(x_b-x_a\right), \\ &g(z) = \sum_{l=1}^{l_{\max}} Z_l \sin\left[2\pi l\left(z/L_z+\phi_l\right)\right], \quad \sum_{l=1}^{l_{\max}} Z_l = 1, \quad Z_l = 1.25Z_{l+1}, \\ &h(t) = 1. \end{aligned} \tag{4.2}$$

$x_a = 15\mathrm{mm}$ 和 $x_b = 20\mathrm{mm}$ 分别表示扰动区域的起点和终点。选取两种振幅（ $A = 1\%$ 和 2%）来研究扰动强度的影响。 $L_z = 30\mathrm{mm}$ 为计算域的展向宽度。 ϕ_l 是一个介于 0 和 1 之间的随机数。考虑了三种情况，即 $\mathrm{C}_2^{\mathrm{II}}$ 的 $A = 1\%$ 和 2%，以及 $\mathrm{C}_3^{\mathrm{II}}$ 的 $A = 2\%$，它们均模拟至 $tu_\infty/L \geqslant 15$；下方所示结果均为 $tu_\infty/L = 15$ 时的结果。

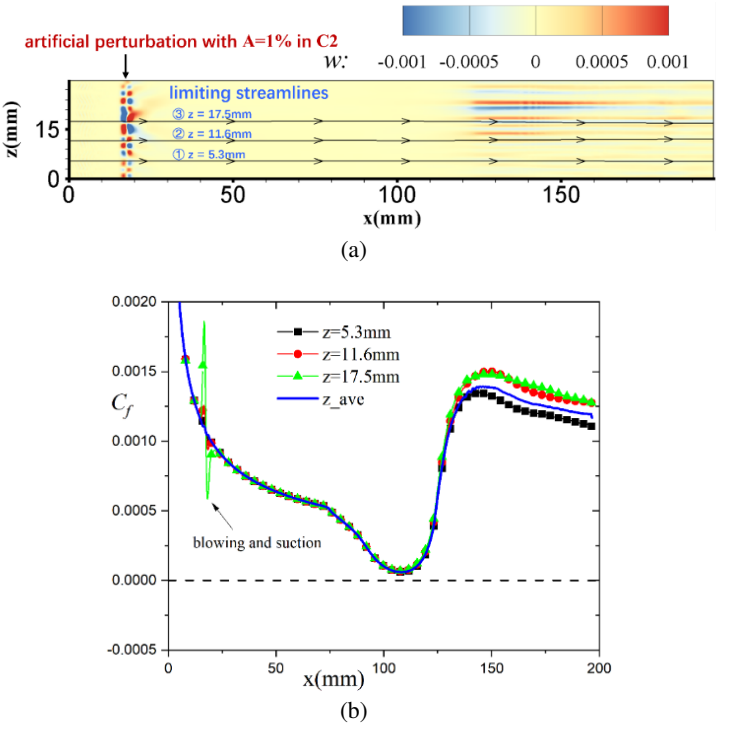


图11：模拟 CII,inv 1、CII,inv 2、CII,inv 3 和 CII,inv 4，以重现路径II中的步骤2。(a) $x-y$ 平面上以局部马赫数着色的流场；(b) 使用 C_p的普朗特-迈耶关系进行验证。

对于 C_2^{II}（较小的曲率半径 R≈ 189。9毫米），较弱的扰动（A = 1%）无法将附着状态扰动为分离状态，如图11所示；而较强的扰动（A = 2%）会使下游边界在100毫米 ⩽ x ⩽125毫米处发生局部分离，如图12所示。这表明，C2 中稳定的附着状态至少能够抵抗幅值为 1%u_∞的扰动；对于固定形状，扰动越弱，附着状态就越不容易被破坏。

对于 C_3^{II}(较大的曲率半径R≈ 220。3毫米），即使更强的扰动（A = 2%）也无法使附着状态转变为分离状态，如图13所示。事实上，可以看出，C_f在 C 中的曲壁上$_3$比 C 的更大（与 C_f = 0的距离更远），因此能够抵御更强的扰动。这表明，对于给定的扰动，曲率半径越大，附着状态越稳健。

上述结果表明，双稳态能够抵御一定强度的扰动；曲率半径越大，附着状态越稳健；曲率半径越小，分离状态越稳健。

5. 结论

通过思想实验推测了CCR流的双稳态，并利用三维直接数值模拟予以验证。在当前情形中，双解区域占总填充区域的比例超过25%。本文比较了双稳态气动热力学特性的差异。作为一种内在属性，CCR流的双稳态源于Navier-Stokes方程的分岔特性，其具体表现过程可能多种多样，对应于不同参数变化所引起的滞回现象，例如 Ma_∞、α和 T_w变化；已有研究报道了一些二维情形（Hu 等，2020；Zhou 等2021）。

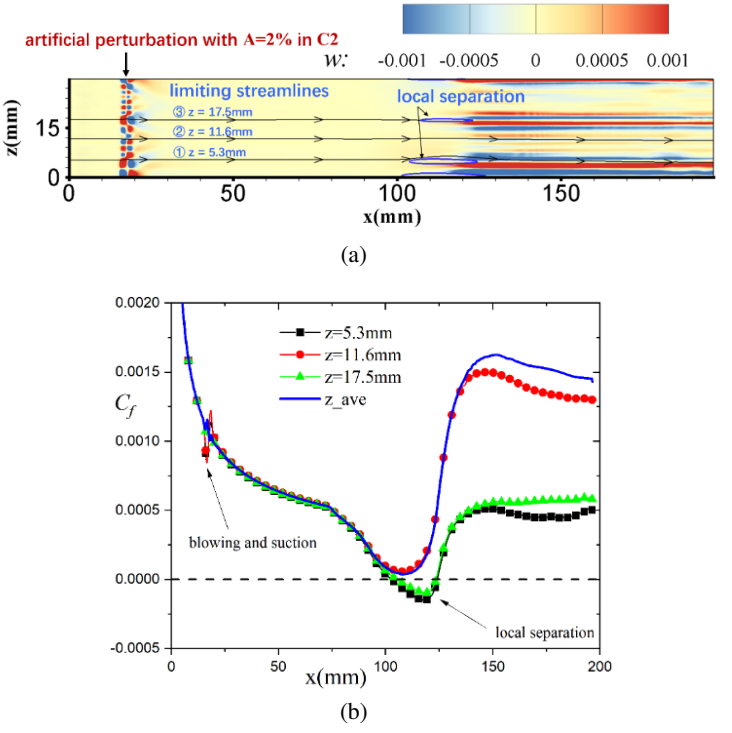


图12：用于重现路径II中步骤2的 CII,inv 1、CII,inv 2、CII,inv 3 和 CII,inv 4 的模拟。（a） $x-y$ 平面内按局部马赫数着色的流场；（b）利用普朗特-迈耶关系对 C_P进行验证。

接下来，我们将设计风洞实验，以展示CCR流的双稳态，这更令人感兴趣，也更具挑战性。毕竟，从Mach发现两种SW反射模式（Mach 1878年）到在风洞中观测到其双稳态（Chpoun & Ben-Dor 1995年），历时一百多年。从某种意义上说，CCR流与SW反射之间存在系统性的相似之处：在整体超声速/高超声速流动中存在局部亚声速区（CCR流中的分离气泡，以及SW反射中马赫杆后的亚声速区），使流动系统兼具双曲和椭圆特性。因此，几何参数——曲率半径 R 和楔角θ_w——分别在CCR流和SW反射的双稳态中发挥相似作用。

由CCR流表示的激波/边界层相互作用（SBLIs）和由SW反射表示的激波-激波相互作用（SSIs）（Ben-Dor 等2001年）通常共同主导超声速/高超声速飞行中的复杂流动。因此，当SBLIs和SSIs的多稳态相互作用时，将形成更复杂的多稳态激波模式，未来需要更加关注由此产生的复杂气动热力学特性。

致谢

本研究得到中国国家重点研发计划（项目编号：2019YFA0405300）的支持。我们期待收到审稿人的宝贵意见。

利益声明。作者声明不存在利益冲突。

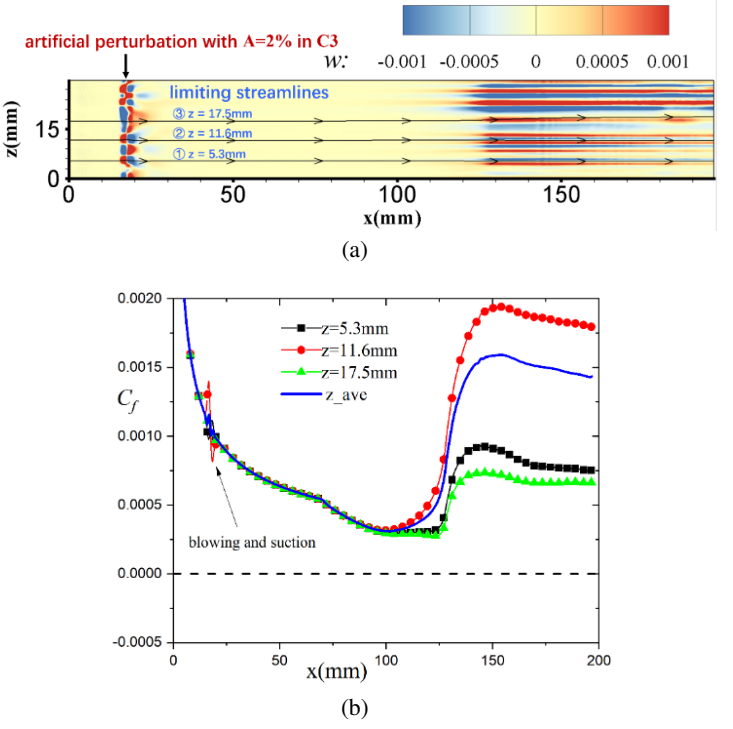


图13：对 CII,inv 1 、CII,inv 2 、CII,inv 3 和 CII,inv 4 进行模拟，以重现路径II中的步骤2。(a) $x-y$ 平面内按局部马赫数着色的流场；(b) 与 C_p的普朗特-迈耶关系进行验证。

参考文献

Babinsky, H. & Harvey, J. K. 2011 激波与边界层相互作用. Ben-Dor, G., Vasiliev EI., Elperin, T. & Chpoun, A. 2001 圆锥激波相互作用过程中的滞后现象：实验与数值研究。《流体力学杂志》**448**. Cao, S. B., Hao, J., Klioutchnikov, I., Olivier, H. & Wen, C. Y. 2021 具有层流分离的高超声速压缩斜坡流动中的非定常效应。《流体力学杂志》**912**. Chapman, D. R., Kuehn, D. M. & Larson, H. K. 1958 超音速流和亚声速流中分离流的研究，重点考察转捩的影响。 Chpoun, A., Passerel D. Li H. & Ben-Dor, G. 1995 定常流中的斜激波反射再研究。第一部分：实验研究。《流体力学杂志》**301**, 19–35. Chuvakhov, P. V., Borovoy, V. Ya., Egorov, I. V., Radchenko, V. N., Olivier, H. & Roghelia, A. 2017 微小钝度对超声速压缩拐角流中戈特勒涡形成的影响。《应用力学与技术物理杂志》**第58卷** (6), 975–989. Edney, B. 1968 入射激波存在时高超声速钝体上的异常热传递和压力分布。 Fu, L., Karp, M., Bose, S. T., Moin, P. & Urzay, J. 2021 高超声速边界层中的激波诱导加热与湍流转捩。《流体力学杂志》**909**. Gai, S. L. & Khraibut, A. 2019 具有大分离区的高超声速压缩拐角流动。《流体力学杂志》**877**, 471–494. Ganapathisubramani, B., Clemens, N. T. & Dolling, D. S. 2009 压缩斜坡相互作用中激波诱导分离的低频动力学。《流体力学杂志》**636**, 397–425. Gumand, W. J. 1959 二维超声速流中纯层流分离区和完全湍流分离区的平台压力与峰值压力。《航空航天科学杂志》**26** (1), 56–56. Helm, C. M., Martín, M. P. & Williams, O. J.H. 2021 激波与湍流边界层相互作用中分离剪切层的特征分析。《流体力学杂志》**912**.

Hu, Y. C., Bi, W. T., Li, S. Y. & She, Z. S. 2017 用贝塔分布描述压缩斜坡松弛湍流边界层中的雷诺应力和湍流热通量。中国科学：物理学、力学、天文学 **60**(12), 124711. Hu, Y. C., Zhou, W. F., Wang, G., Yang, Y. G. & Tang, Z. G. 2020 曲面压缩斜坡流中的双稳态与分离迟滞。《物理流体》 **32** (11), 113601. Hung, F. T. 1973 层流边界层受到激波冲击所引起的干扰加热。载于第六届流体与等离子体动力学会议。Jiang, Guang-Shan & Shu, Chi-Wang 1996 加权ENO格式的高效实现。《计算物理学杂志》 **126** (1), 202–228页。Mach, E. 1878 平面和空间中火花波的传播。维也纳科学院会议报告 **第78卷**, 819–838页。Neiland, V. Y. 1969 超音速流中层流边界层分离理论。《流体动力学》 **4**(4)。Pirozzoli, Sergio, Grasso, F & Gatski, TB 2004 马赫数为m= 2.25时空间发展超音速湍流边界层的直接数值模拟与分析。《流体物理学》 **16** (3), 530–545页。Roghelia, A., Chuvakhov, P. V., Olivier, H. & Egorov, I. 2017*a* 尖锐和钝头前缘后高超声速斜坡流中戈特勒涡的实验研究。*AIAA*论文第3463页。Roghelia, A., Olivier, H., Egorov, I. V. & Chuvakhov, P. V. 2017*b* 高超声速斜坡流中戈特勒涡的实验研究。《实验流体力学》 **第58卷**, 1–15页。Simeonides, G. & Haase, W. 1995 压缩斜坡周围高超声速流动的实验与计算研究。《流体力学杂志》 **第283卷** (-1), 17–42页。Stewartson, K. & Williams, P. G. 1969 自诱导分离。《伦敦皇家学会会刊*A*辑》 **312** (1509)。Tang, M. Z., Wang, G., Hu, Y. C., Zhou, W. F., Xie, Z. X. & Yang, Y. G. 2021 双稳态曲面高超声速压缩斜坡流的气动热力学特性。《物理流体》 **33** (12), 126106。Tao, Y., Fan, X. Q. & Zhao, Y. L. 2014 定常超音速流动中激波反射迟滞的黏性效应。《流体力学杂志》 **第759卷**, 134–148页。Tong, F. L., Li, X. L., Duan, Y.H. & Yu, C. P. 2017 曲面压缩斜坡作用下超音速湍流边界层的直接数值模拟。《物理流体》 **29** (12), 125101。Wang, Q. C., Wang, Z. G., Sun, M. B., R.Yang, Zhao, Y.X. & Hu, Z. W. 2019 超音速凹壁湍流边界层中大尺度运动的增强及其对平均与统计特性的影响。《流体力学杂志》 **第863卷**, 454–493页。White, F.M. & Majdalani, J. 2006 黏性流体流动，第3卷。麦格劳-希尔出版社，纽约。Xu, D. H., Wang, J. C., Wan, M. P., Yu, C. P., Li, X. L. & Chen, S. Y. 2021 壁面温度对高超声速湍流边界层动能传递的影响。《流体力学杂志》 **第929卷**。Zhou, W. F., Hu, Y. C., Tang, M. Z., Wang, G., Fang, M. & Yang, Y. G. 2021 曲面压缩斜坡中分离迟滞的机制。《物理流体》 **33** (10), 106108。