《皇家天文学会月报》000, 1–11 (2023)　　预印本 2023 年 4 月 10 日　　使用《皇家天文学会月报》LATEX 样式文件 v3.0 编译

# 对等离子体中丝化不稳定性的动力学数值模拟

岩本正典，[1,2]⋆ Emanuele Sobacchi，[3] 和 Lorenzo Sironi[2]
[1] Faculty of Engineering Sciences, Kyushu University, 6-1, Kasuga-koen, Kasuga, Fukuoka, 816-8580, Japan
[2] Department of Astronomy and Columbia Astrophysics Laboratory, Columbia University, New York, NY 10027, USA
[3] Racah Institute for Physics, The Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

已接受 XXX。已收到 YYY；原始形式 ZZZ

arXiv:2304.03577v1 [astro-ph.HE] 7 Apr 2023

**摘要**
电磁波与等离子体之间的非线性相互作用在天体物理学中受到广泛关注，因为它会影响快速射电暴（FRB）的传播——快速射电暴是在射电频段探测到的、持续数毫秒的明亮脉冲。丝化不稳定性（FI）是一种非线性波-等离子体相互作用，被认为在快速射电暴源附近占主导地位，其非线性发展也可能影响对快速射电暴色散量的推断。本文对无磁场对等离子体中的丝化不稳定性开展了全动力学粒子网格数值模拟。模拟结果表明，丝化不稳定性会产生横向密度丝，电磁波则像在波导中一样，在这些密度丝之间近似真空的区域传播。密度丝持续合并，直至波的有质动力与等离子体压力梯度之间达到力平衡。我们估算了合并时间尺度，并讨论丝状结构合并对快速射电暴观测的影响。

**关键词：** 等离子体 – 不稳定性 – 相对论过程 – 快速射电暴

## 1 引言

电磁波与等离子体之间的非线性相互作用已在实验室等离子体中得到广泛研究。众所周知，非线性相互作用会引发多种等离子体不稳定性，例如受激/诱导布里渊散射（SBS）、受激/诱导拉曼散射、丝化不稳定性（FI）、调制不稳定性、双等离子体衰变不稳定性以及振荡双流不稳定性（例如，Kaw 等，1973；Max，1973b；Max 等（1974）；Drake等人，1974；Forslund等人，1975；Mima和Nishikawa，1975，1984；Cohen和Max，1979；Kruer，1988）。当动力学效应不可忽略时，SBS也称为诱导康普顿散射。这些非线性现象在各种激光等离子体实验中发挥着关键作用，例如尾场加速（Tajima和Dawson，1979）以及惯性约束聚变的快点火（Tabak等，1994；Deutsch等，1996）。

近年来，在快速射电暴（FRB）的背景下，非线性波-等离子体相互作用引起了天体物理学界的广泛关注。FRB 是射电频段极其明亮、持续数毫秒的脉冲，通常具有很高的线偏振度（例如，Lorimer 等人，2007；Michilli 等人，2018；Day 等人，2020；Luo 等人，2020；Nimmo 等人，2021）。磁星已成为 FRB 的主要候选起源之一（例如，Andersen 等人，2020；Bochenek 等人，2020；Lyubarsky，2021）。在磁星模型中，FRB 射电脉冲会穿过磁星风传播，而磁星风由对等离子体（电子-正电子）构成。受激/诱导拉曼散射、双等离子体衰变不稳定性——、振荡双流不稳定性以及调制不稳定性不会在对等离子体中传播的线偏振泵浦波中发生，因为缺少静电等离子体波（参见，Matsukiyo 和 Hada，2003）。因此，只有受激布里渊散射和丝化不稳定性能够在 FRB 起源附近发生。近期，Ghosh 等人（2022）证明，对于具有宽频谱的实际泵浦波，受激布里渊散射会受到抑制，此时丝化不稳定性成为主导过程。另一方面，丝化不稳定性的发展会深刻影响波的传播。Sobacchi 等人（2023）指出，丝化不稳定性会产生横向密度丝，这些密度丝之间由近真空区域隔开。FRB 波在近真空区域中传播，方式类似于在波导中传播，这会显著影响 FRB 色散量的推断。研究 FRB 射电脉冲的传播时，必须考虑丝化不稳定性。

相对论磁化激波的粒子网格（PIC）数值模拟证实了丝化不稳定性（FI）的激发（Iwamoto 等，2017，2022；Plotnikov 等，2018；Babul 和 Sironi，2020；Sironi 等，2021），在这些模拟中，电磁波在激波过渡区内自洽地激发。相对论磁化激波通常被视为相干快速射电暴（FRB）辐射起源的候选机制之一（例如，Lyubarsky，2014；Beloborodov，2017，2020；Metzger 等，2019；Plotnikov 和 Sironi，2019；Margalit 等，2020a，b）。激波前沿的波辐射非常强，其波强度参数远大于 1，$a_0 = eE_0/m_e c\omega_0 \gg 1$（Iwamoto 等，2017），其中 $E_0$ 为波振幅，$\omega_0$ 为波频率，这表明在 FRB 前身天体附近，射电脉冲满足 $a_0 \gg 1$（参见例如Beloborodov，2020）。尽管波振幅会随距源距离的增加而急剧减小，先前的研究（Sobacchi 等（2022）；Sobacchi

⋆ 电子邮件：iwamoto@esst.kyushu-u.ac.jp

© 2023 作者们

等，2023）表明，即使在 $a_0 \ll 1$的情况下，丝化不稳定性（FI）仍会显著影响射电脉冲的传播过程。本文关注的是 $a_0 \ll 1$ 这一情况，此时射电脉冲远离辐射源。

FI 是由有质动力引起的，它会将粒子从波强度较高的区域排出。在低密度区域，折射率会增大，电磁波继而在此聚集，波强度进一步增强，从而形成反馈循环。由于绝热加热，最终形成的高密度区域中的等离子体温度逐渐升高，导致该循环终止——也就是说，不稳定性达到饱和——此时波的有质动力与等离子体压力梯度之间达到力平衡（Kaw 等，1973；Sobacchi 等，2023）。当初始粒子热能 $m_e c^2 \beta_{th0}^2$ 远小于泵浦波的有质动力势 $m_e c^2 a_0^2/4$，

$$\beta_{th0} \ll a_0, \tag{1}$$

力平衡需要高密度压缩，因此密度涨落会达到相当大的幅度。此处，$\beta_{th0}$ 为以光速归一化的热速度 $c$。因此，对于 $\beta_{th0} \ll a_0$，丝化不稳定性会导致显著的密度反差；在快速射电暴环境中，这一条件可以满足（Sobacchi 等人，2023）。

等离子体温度对丝化不稳定性的线性演化同样发挥着重要作用。众所周知，线性增长率会从弱耦合过渡到强耦合（例如 Drake等人 1974；Forslund等人 1975；Cohen和Max 1979；Kruer 1988）。在强耦合机制中，非线性效应相当显著，密度涨落不再是等离子体的正常模。考虑冷等离子体条件（方程 1），我们分别得到了弱耦合和强耦合机制的阈值（详细推导见第2 节），

$$\sqrt{a_0 \frac{\omega_{pe}}{\omega_0}} \ll \beta_s \ll a_0 \text{ (weak coupling)}, \tag{2}$$

$$\beta_s \ll \sqrt{a_0 \frac{\omega_{pe}}{\omega_0}} \text{ (strong coupling)}, \tag{3}$$

其中 $\beta_s$ 是以光速归一化的声速，而 $\omega_{pe}$ 是等离子体频率。此处我们假设泵浦波频率较高的极限，即 $\omega_0 \gg \omega_{pe}/a_0$，这适用于 FRB 环境（Sobacchi 等，2023）。在强（分别为弱）耦合状态下，丝化不稳定性的 e 折叠时间短于（分别长于）密度丝的声波穿越时间，详见第 2 节。我们将研究这两种情况下的丝化不稳定性。

本文中，我们对对等离子体进行粒子网格（PIC）模拟，并研究其中的丝化不稳定性（FI）。由于实验室等离子体通常由离子和电子组成，对等离子体的研究仍不充分。尽管 Ghosh 等人（2022）对对等离子体中的丝化不稳定性进行了粒子网格（PIC）模拟，但他们重点研究的是线性阶段。我们追踪丝化不稳定性的长期演化，并更详细地讨论其饱和机制。本文结构如下：第 2 节为完整起见，重现丝化不稳定性的线性分析。第 3 节介绍我们的模拟结果。我们将其与线性分析进行比较，并阐述丝化不稳定性的饱和机制。第 4 节总结本研究，并讨论其对快速射电暴（FRB）的意义。

## 2 线性分析

为完整起见，我们在此重现丝化不稳定性（FI）的线性增长率。该线性分析基于先前的研究（Edwards 等（2016）；Schluck 等（2017）；Sobacchi 等（2021）；Sobacchi 等（2022）；Ghosh 等（2022））。

### 2.1 流体近似

线偏振电磁泵浦波由波动方程描述，

$$\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] \boldsymbol{A} = -\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J}, \tag{4}$$

其中应用了库仑规范条件 $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$。设想一种由流体方程描述的无磁场对等离子体，

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_j n_j) + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\gamma_j n_j \boldsymbol{v_j}) = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_j \boldsymbol{v_j}) + (\boldsymbol{v_j} \cdot \boldsymbol{\nabla})\gamma_j \boldsymbol{v_j} = -c_s^2 \frac{\boldsymbol{\nabla} n_j}{\gamma_j n_j} + \frac{q_j}{m_j c}\left[-\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \boldsymbol{v_j} \times (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A})\right], \tag{6}$$

$$\boldsymbol{J} = \sum_j q_j n_j \boldsymbol{v_j}, \tag{7}$$

其中下标 $j = e, p$ 表示粒子种类（即电子和正电子），而 $\gamma_j$ 为洛伦兹因子。我们假设电子温度等于正电子温度，且为非相对论的 $c_s \ll c$。泵浦波的矢势 $\boldsymbol{A_0}$ 表示为

$$\boldsymbol{A_0} = (0, A_0 \sin\phi_0, 0) \tag{8}$$

其中 $\phi_0 = k_0 x - \omega_0 t$。我们假设波频率 $\omega_0 \simeq c k_0$ 远高于 $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m_e}$，$n_0$ 为电子等离子体频率（即，）的未扰动电子密度，且 $n_e = n_p = n_0$ 最初满足。波振幅较小，具体而言，波强度参数 $a_0$ 远小于 1，

$$a_0 = \frac{eA_0}{m_e c} \ll 1. \tag{9}$$

将 $\boldsymbol{A_0}$ 代入基本方程，我们得到零阶三维速度 $\boldsymbol{v_0}$ 和密度 $n_0 + \delta n_0$，

$$v_{0jx} = \frac{1}{4} c a_0^2 (1 - \cos 2\phi_0), \tag{10}$$

$$v_{0jy} = \pm c a_0 \sin\phi_0 \left(1 - \frac{1}{4}a_0^2 + \frac{1}{4}a_0^2 \cos 2\phi_0\right), \tag{11}$$

$$\delta n_0 = -\frac{1}{4} n_0 a_0^2 \cos 2\phi_0, \tag{12}$$

其中正（负）号对应电子（正电子）。包含最低阶非线性修正的色散关系为（例如，Sluijter 与 Montgomery（1965）；Max 等（1974））

$$\omega_0^2 - c^2 k_0^2 - 2\omega_{pe}^2 \left(1 - \frac{1}{4}a_0^2\right) = 0. \tag{13}$$

尽管零阶解仅适用于弱高频电磁波，且并不代表精确的稳态解（后者无法通过解析方法推导，参见Kaw 与 Dawson（1970）；Max（1973a）），

我们现在对这一准平衡态进行微扰，并研究泵浦波与非磁化对等离子体之间的非线性相互作用。仅考虑最低阶耦合（$\omega_\pm$, $\boldsymbol{k}_\pm$）=（$\omega_0 \pm \omega$, $\boldsymbol{k_0} \pm \boldsymbol{k}$），其适用于 $a_0 \ll 1$，微扰量可写为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A_0} + \boldsymbol{\delta A}_+ e^{i\phi_+} + \boldsymbol{\delta A}_- e^{i\phi_-} + c.c. \tag{14}$$

$$\boldsymbol{v_e} = \boldsymbol{v_{0e}} + \boldsymbol{\delta v} e^{i\phi} + \boldsymbol{\delta v}_+ e^{i\phi_+} + \boldsymbol{\delta v}_- e^{i\phi_-} + c.c., \tag{15}$$

$$\boldsymbol{v_p} = \boldsymbol{v_{0p}} + \boldsymbol{\delta v} e^{i\phi} - \boldsymbol{\delta v}_+ e^{i\phi_+} - \boldsymbol{\delta v}_- e^{i\phi_-} + c.c., \tag{16}$$

$$n_e = n_0 + \delta n_0 + \delta n e^{i\phi} + c.c., \tag{17}$$

$$n_p = n_0 + \delta n_0 + \delta n e^{i\phi} + c.c.. \tag{18}$$

其中 $c.c.$ 表示复共轭，$\phi = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x} - \omega t$, $|\omega| \ll \omega_0$，以及 $\phi_\pm = \boldsymbol{k}_\pm \cdot \boldsymbol{x} - \omega_\pm t = \phi_0 \pm \phi$。我们假设没有激发电荷分离，这对于线偏振泵浦波是成立的（参见 Matsukiyo 和 Hada 2003）。将这些代入线性化方程，并忽略非共振项 $\propto e^{i(2\phi_0 \pm \phi)}$ $e^{i(3\phi_0 \pm \phi)}$后，最终得到色散关系：

$$\frac{1}{2} a_0^2 \omega_{pe}^2 (Q_{fluid} - 1) \left( \frac{\cos^2\theta_+}{D_+} + \frac{\cos^2\theta_-}{D_-} \right) = 1, \tag{19}$$

其中

$$\cos\theta_\pm = \frac{\boldsymbol{A_0} \cdot \boldsymbol{\delta A}_\pm}{|\boldsymbol{A_0}||\boldsymbol{\delta A}_\pm|}, \tag{20}$$

$$Q_{fluid} = \frac{c^2 k^2}{D_a}, \tag{21}$$

$$D_\pm = \omega_\pm^2 - c^2 k_\pm^2 - 2\omega_{pe}^2 \left(1 - \frac{1}{4} a_0^2\right), \tag{22}$$

$$D_a = \omega^2 - c_s^2 k^2. \tag{23}$$

$D_\pm = 0$ 和 $D_a = 0$ 分别描述散射电磁波和声波的色散关系。这里我们假设散射仅发生在$x-y$ 平面内（即，$\boldsymbol{\delta A}_\pm$ 位于 $x-y$ 平面内）。考虑到$\boldsymbol{k_0} \perp \boldsymbol{A_0}$ 和 $\boldsymbol{k}_\pm \perp \boldsymbol{\delta A}_\pm$，$\cos\theta_\pm$ 满足

$$\cos\theta_\pm = \frac{\boldsymbol{k_0} \cdot \boldsymbol{k}_\pm}{|\boldsymbol{k_0}||\boldsymbol{k}_\pm|}. \tag{24}$$

丝化不稳定性（FI）可解释为四波耦合（例如，Drake等人 1974；Kruer 1988），

$$D_+ = D_- = 0. \tag{25}$$

方程 25 仅在 $k \ll k_0$时才成立，这表明丝化不稳定性源于两个前向散射的电磁波。丝化不稳定性的波矢几何关系如图 1所示。我们可以根据方程 25计算丝化不稳定性的实频率，

$$\mathrm{Re}(\omega) = \frac{c^2 \boldsymbol{k_0} \cdot \boldsymbol{k}}{\omega_0}, \tag{26}$$

其中，$c^2 \boldsymbol{k_0}/\omega_0$ 是泵浦波的群速度。由于对于 $\boldsymbol{k_0} \cdot \boldsymbol{k} \sim 0$, $\mathrm{Re}(\omega) \sim 0$ 成立，因此丝化不稳定性是纯增长模。

现在我们估算丝化不稳定性的最大增长率。对于丝化不稳定性，我们可以放心地假设 $\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{k_0} \sim 0$ 且 $\cos\theta_\pm \sim 1$。对于$|\omega| \ll ck$，公式 19 可简化为

$$(\omega^2 - c_s^2 k^2) \left(\omega^2 - \frac{c^4 k^4}{4\omega_0^2}\right) = \frac{a_0^2 \omega_{pe}^2 c^4 k^4}{4\omega_0^2}. \tag{27}$$

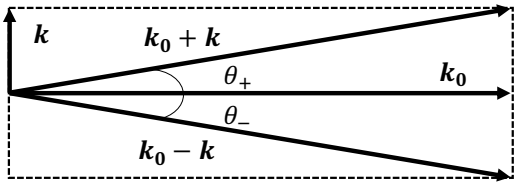



**图 1.** 丝化不稳定性的波矢图。

代入 $\omega = i\Gamma$，其中 $\Gamma \ll c_s k$，代入方程27，可得

$$\Gamma^2 + \frac{c^4 k^4}{4\omega_0^2} = \frac{a_0^2 \omega_{pe}^2 c^2 k^2}{4\omega_0^2 \beta_s^2}. \tag{28}$$

条件 $\Gamma \ll c_s k$ 通常称为弱耦合区间（例如，Drake等人 1974；Forslund等人 1975；Cohen和Max 1979；Kruer 1988）。我们可以求得最大增长率及其对应的波矢，

$$\Gamma_{max} = \frac{a_0^2 \omega_{pe}^2}{4\beta_s^2 \omega_0} \text{ (weak coupling)}, \tag{29}$$

$$k_y = \frac{a_0 \omega_{pe}}{\sqrt{2} c \beta_s} \text{ (weak coupling)}. \tag{30}$$

有效性条件 $\Gamma \ll c_s k$ 是

$$\beta_s \gg \sqrt{a_0 \frac{\omega_{pe}}{\omega_0}} \text{ (weak coupling)}. \tag{31}$$

对于 $\Gamma \gg c_s k$，即所谓的强耦合机制，方程27化简为

$$\Gamma^4 + \frac{c^4 k^4}{4\omega_0^2} \Gamma^2 = \frac{a_0^2 \omega_{pe}^2 c^4 k^4}{4\omega_0^2}. \tag{32}$$

增长率随 $k$ 增大，其渐近解写作

$$\Gamma_{max} = a_0 \omega_{pe} \text{ (strong coupling)}. \tag{33}$$

$\Gamma$ 随后在 $k$ 较大时展开，

$$\Gamma = \left(1 - \frac{4 a_0^2 \omega_0^2 \omega_{pe}^2}{c^4 k^4}\right) \Gamma_{max}. \tag{34}$$

因此 $\Gamma$ 渐近地趋近于.....的最大值

$$k \gg \frac{\sqrt{a_0 \omega_0 \omega_{pe}}}{c}. \tag{35}$$

我们忽略了数量级为 1 的因子。其有效性条件为。

$$\frac{\sqrt{a_0 \omega_0 \omega_{pe}}}{c} \ll k_y \ll \frac{a_0 \omega_{pe}}{c \beta_s} \text{ (strong coupling)}, \tag{36}$$

$$\beta_s \ll \sqrt{a_0 \frac{\omega_{pe}}{\omega_0}} \text{ (strong coupling)}. \tag{37}$$

这一条件和最大增长率表明，FI 的 e-folding 时间 $\tau_{grow} \sim 1/\Gamma_{max} \sim 1/a_0 \omega_{pe}$ 远短于强耦合机制下密度丝的声波穿越时间$\tau_{cross} \sim 1/c_s k_y \gg 1/a_0 \omega_{pe}$。另一方面，$\tau_{cross}/\tau_{grow} \sim a_0 \omega_{pe}/\beta_s^2 \omega_0 \ll 1$ 在弱耦合区间内得到满足。这种差异会影响 FI 在线性和非线性演化过程中的加热物理（见第3.3节）。

### 2.2 完全动力学表述

我们在此假设一种由 Vlasov 方程描述的无磁场对等离子体，

$$\frac{\partial f_j}{\partial t}+\boldsymbol{v_j}\cdot\frac{\partial f_j}{\partial \boldsymbol{x}}+\frac{q_j}{m_j c}\left[-\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}+\boldsymbol{v_j}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A})\right]\cdot\frac{\partial f_j}{\partial \boldsymbol{u}}=0, \tag{38}$$

$$\boldsymbol{J}=\sum_j q_j\int \boldsymbol{v} f_j \mathrm{d}\boldsymbol{u}, \tag{39}$$

其中 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{\gamma v}$ 是粒子的四维速度。假设零阶分布函数 $f_{0j}$ 满足

$$\int f_{0j}\mathrm{d}\boldsymbol{u}=n_0\left(1-\frac{1}{4}a_0^2\cos 2\phi_0\right), \tag{40}$$

其依据是方程 12中的流体近似。 $f_{0j}$ 于是可写为

$$f_{0j}=n_0\left(1-\frac{1}{4}a_0^2\cos 2\phi_0\right)F_0(\boldsymbol{u_{j\perp}})\delta\left(\boldsymbol{u_{j\parallel}}+\frac{q_j\boldsymbol{A}}{m_j}\right), \tag{41}$$

其中，$\boldsymbol{u_{j\parallel}}$ 和 $\boldsymbol{u_{j\perp}}$ 分别是沿矢势 $\boldsymbol{A}$平行和垂直方向的四维速度分量。 $\delta$ 是狄拉克δ函数，该项源自正则动量守恒。对于 $a_0\ll 1$， $F_0$由非相对论的一维麦克斯韦分布给出，

$$F_0=\frac{1}{\sqrt{2\pi}v_{th0}}\exp\left[-\frac{v_x^2}{2v_{th0}^2}\right], \tag{42}$$

其中 $v_{th0}=\sqrt{k_B T_e/m_e}$是热速度，电子温度 $T_e$ 等于正电子温度 $T_p$。将 $\boldsymbol{A_0}$ 和 $f_{0j}$ 代入 Vlasov 方程和波动方程，可得色散关系

$$\omega_0^2-c^2k_0^2-2\omega_{pe}^2\left(1-\frac{1}{4}a_0^2\right)=0, \tag{43}$$

这与流体近似完全相同。仅考虑最低阶耦合（该近似对 $a_0\ll 1$有效）时，扰动量可表示为

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A_0}+\boldsymbol{\delta A}_+e^{i\phi_+}+\boldsymbol{\delta A}_-e^{i\phi_-}+c.c., \tag{44}$$

$$f_j=n_0\left(1-\frac{1}{4}a_0^2\cos 2\phi_0\right)(F_0+\delta F e^{i\phi})\delta\left(\boldsymbol{u_{j\parallel}}+\frac{q_j\boldsymbol{A}}{m_j}\right)+c.c., \tag{45}$$

其中 $\delta F$ 与 $\boldsymbol{u_{j\parallel}}$无关。将基本方程线性化后，我们最终得到完全动力学色散关系：

$$\frac{1}{2}a_0^2\omega_{pe}^2(Q_{kin}-1)\left(\frac{\cos^2\theta_+}{D_+}+\frac{\cos^2\theta_-}{D_-}\right)=1, \tag{46}$$

其中

$$Q_{kin}=\frac{c^2}{2v_{th0}^2}\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}\zeta}, \tag{47}$$

$$\zeta=\frac{\omega}{\sqrt{2}v_{th0}k}. \tag{48}$$

$Z(\zeta)$ 是等离子体色散函数，定义为

$$Z(\zeta)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-z^2}}{z-\zeta}\mathrm{d}z, \tag{49}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}\zeta}=-2(1+\zeta Z). \tag{50}$$

与流体近似的不同之处在于，公式 19 中的声波色散关系被动力学色散关系所取代。

我们通过数值计算得出丝化不稳定性的线性增长率，并将其展示在图2 中，针对参数组合（$a_0$， $\omega_0/\omega_{pe}$， $\beta_{th0}$）=（0.3，30，0.01）（左图）和（0.3，30，0.1）（右图）。我们的数值模拟针对这两种情况进行。图2 中的黑色实线表示动理学增长率。我们还用红色和蓝色虚线分别表示绝热指数为 $\gamma_{ad}=1$ （等温）和 $\gamma_{ad}=3$ （一维气体）时的流体增长率。左图对应强耦合机制 $|\omega|\gg c_s k$。由于流体计算与动力学计算的结果具有可比性（下文将进一步讨论），因此我们可以放心地采用流体近似的解析估算。对于强耦合机制，方程33 和36给出

$$\frac{\Gamma_{max}}{\omega_0}\sim 1.0\times 10^{-2}, \tag{51}$$

$$0.1\ll\frac{k_y}{k_0}\ll 1. \tag{52}$$

相较之下，对于弱耦合区间 $|\omega|\ll c_s k$ 右侧面板中的最大增长率及其对应的波矢由方程估算得出29 和30，

$$\frac{\Gamma_{max}}{\omega_0}\sim 2.5\times 10^{-3}, \tag{53}$$

$$\frac{k_y}{k_0}\sim 0.07. \tag{54}$$

这里我们假设 $\beta_s\sim\beta_{th0}$。这些解析估算与数值结果大致一致。

现在我们来说明为什么流体和动力学计算会得到相近的结果。这并不令人意外，因为密度涨落是一种非传播模式，而且正如 Cohen和Max (1979) 已经讨论过，丝化不稳定性几乎不受朗道阻尼的影响。等离子体色散函数的导数可通过以下展开式表示（例如参见 Fried和Conte 1961），适用于 $|\zeta|\gg 1$ (即强耦合机制 $|\omega|\gg c_s k$)，

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}\zeta}=\frac{1}{\zeta^2}+\frac{3}{2}\frac{1}{\zeta^4}+\frac{15}{4}\frac{1}{\zeta^6}+\cdots, \tag{55}$$

以及当 $|\zeta|\ll 1$时，

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}\zeta}=-2\sqrt{\pi}i\zeta e^{-\zeta^2}-2+4\zeta^2-\frac{8}{3}\zeta^4+\cdots. \tag{56}$$

这里我们使用了 $\mathrm{Im}(\zeta)>0$。 $Q_{kin}$ 因此，对于强耦合机制 $|\omega|\gg c_s k$，可近似表示为，

$$Q_{kin}\simeq\frac{c^2k^2}{\omega^2}\left(1+\frac{3v_{th0}^2k^2}{\omega^2}\right). \tag{57}$$

对于弱耦合区间 $|\omega|\ll c_s k$，

$$Q_{kin}\simeq-\frac{c^2}{v_{th0}^2}. \tag{58}$$

$Q_{fluid}$ 对于 $|\omega|\gg c_s k$ 表示为，

$$Q_{fluid}\simeq\frac{c^2k^2}{\omega^2}\left(1+\frac{c_s^2k^2}{\omega^2}\right). \tag{59}$$

对于 $|\omega|\ll c_s k$，

$$Q_{fluid}\simeq-\frac{c^2}{c_s^2}. \tag{60}$$

如果我们假设绝热指数 $\gamma_{ad}=3$ 对于 $|\omega|\gg c_s k$ 以及

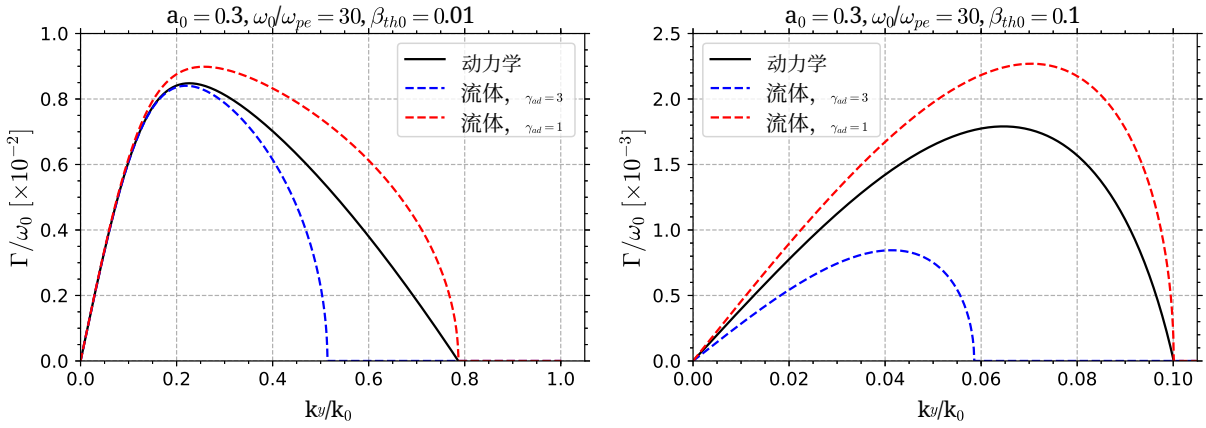



**图 2.** 强耦合（左）和弱耦合（右）情况下丝化不稳定性的线性增长率。

$\gamma_{ad} = 1$ 对于 $|\omega| \ll c_s k$， $Q_{kin}$ 与 $Q_{fluid}$相同。因此，丝化不稳定性的流体近似是合理的。

另一方面，朗道阻尼对受激布里渊散射的影响不可忽略，因为受激布里渊散射会激发类声波，而这些波会受到强烈阻尼，除非电子和正电子之间存在较大的温差。因此，受激布里渊散射的流体近似仅在强耦合机制下才成立（见附录A）。

## 3 数值模拟

### 3.1 设置

我们使用全动力学粒子网格（PIC）代码（Matsumoto 等人 2015、2017），该代码采用不带任何数字滤波器的隐式麦克斯韦求解器（Ikeya 和 Matsumoto 2015）、用于电流沉积的电荷守恒方案（Esirkepov 2001），并为计算宏粒子采用二阶形状函数。我们考虑一个位于 $x$-$y$ 平面内的矩形模拟盒，所有方向上的边界条件对于场和粒子均为周期性。我们的数值模拟跟踪场和速度的全部三个分量。初始条件基于Ghosh 等人 (2022)。初始时引入平面单色泵浦波，

$$\boldsymbol{E_0} = (0, E_0 \cos k_0 x, 0), \tag{61}$$

$$\boldsymbol{B_0} = \left(0, 0, \frac{ck_0}{\omega_0} E_0 \cos k_0 x\right). \tag{62}$$

我们还研究泵浦波矢势垂直于模拟平面的情形（见附录B）。该泵浦波在具有麦克斯韦分布的均匀无磁场对等离子体中传播。我们计算共动参考系中的初始热展宽 $\beta_{th0}$。初始整体四速度满足

$$\bar{u}_{0jx} = \frac{1}{2} c a_0^2 \sin^2 k_0 x, \tag{63}$$

$$\bar{u}_{0jy} = \pm c a_0 \sin k_0 x, \tag{64}$$

$$\bar{u}_{0jz} = 0, \tag{65}$$

其中，正（负）号对应电子（正电子）。对于单色泵浦波，受激布里渊散射通常比丝化不稳定性增长得更快（Ghosh 等（2022））。在 $x$ 方向上的模拟区域仅为一个波长泵浦波 $L_x = \lambda_0$，其中 $\lambda_0$ 是泵浦波的波长。由于后向受激布里渊散射最不稳定，且后向散射波的波数可估算为 $\boldsymbol{k_s} = \boldsymbol{k_0} - \boldsymbol{k} \simeq -(1 - 2\beta_s) k_0 \hat{\boldsymbol{x}}$ (例如，Kruer 1988)，因此可以通过较小的模拟盒抑制受激布里渊散射，正如 Ghosh 等人已讨论的那样（Ghosh 等人 (2022)）。弱耦合情形下是如此；然而，在强耦合情形下，受激布里渊散射会增长到较大的振幅（见附录 A）。模拟域在 $y$ 方向上的长度为 $L_y = 120\lambda_0 = 8\pi c/\omega_{pe}$，以追踪丝状结构合并。网格尺寸和时间步长分别设为 $\Delta x/\lambda_0 = 0.005$ 和 $\omega_0 \Delta t = 0.0314$。每个物种每个网格单元的粒子数为 $n_0 \Delta x^2 = 32$。数值收敛性测试见附录 C。

在本研究中，我们固定泵浦波频率 $\omega_0/\omega_{pe} = 30$ 和波强度参数 $a_0 = 0.3$。我们针对强耦合和弱耦合情形开展数值模拟：$\beta_{th0} = 0.01$ 和 0。1，二者均满足条件1。

### 3.2 数值模拟结果

图3 展示横向电子密度涨落 $\delta n_e(y) = \sqrt{\langle n_e - n_0 \rangle_x^2}$ 在 $\beta_{th0} = 0.01$ (左)和 0。1 (右)时的时间演化，其中 $\langle\rangle_x$ 表示沿 $x$ (泵浦波传播)方向取平均的物理量。我们计算 $\delta n_e(y)$的功率谱，并在图3中取其平方根。请注意，以 $\omega_0$ 为单位的横轴范围有所不同。最不稳定模态以蓝色表示。所有模态的总和（即频谱积分信号）以红色表示；在线性阶段 $\Gamma_{max} t \lesssim 10$，它主要由最不稳定模态支配，其中$\Gamma_{max}$ 是根据线性理论（方程46，针对 $k_x = 0$）数值确定的最大增长率。在两种情形下，密度丝均呈指数增长，直至 $\Gamma_{max} t \sim 10$，随后趋于饱和。根据线性理论确定的最大增长率$\Gamma_{max}$ （黑色虚线）与数值模拟结果吻合良好。在非线性阶段 $\Gamma_{max} t \gtrsim 10$，最不稳定模态的时间演化逐渐偏离总和，这是因为丝状结构开始合并，且功率最高模态的波数逐渐减小，后文将进一步讨论。

以绿色显示整个模拟区域内平均电子热速度 $\langle \beta_{th} \rangle$ 的时间演化。

(每个面板右侧的坐标轴）。对于每个物种，热速度均在流体静止系中计算。注意，$\langle\beta_{th}\rangle$ 的纵轴采用线性刻度。对于强耦合区间（图3左侧），$\langle\beta_{th}\rangle$ 因 $\omega_0 t \lesssim 200$ 受激布里渊散射而增加（见附录A）。然而，大部分加热发生在丝化不稳定性的非线性演化过程中，因此我们认为，受激布里渊散射对丝化不稳定性的增长影响很小。$\langle\beta_{th}\rangle$ 在早期的增加在弱耦合区间（图3右侧）中并未出现，这表明对于 $\beta_{th0}=0.1$，受激布里渊散射得到了很好的抑制。

图 4显示了 $x$平均电子密度 $\langle n_e\rangle_x$ （上排各图）和 $x$ 分量的坡印廷通量 $\langle S_x\rangle_x$ （下排各图）随时间的演化，其中 $\beta_{th0}=0.01$ （左列）和 0.1（右列），这里 $\langle S_x\rangle_x$ 以初始平均通量 $S_0=E_0^2/8\pi$归一化。在线性阶段 $\Gamma_{max}t \lesssim 10$，当 $\beta_{th0}=0.01$ 时，密度丝的振幅大于 $\beta_{th0}=0.1$时的振幅，这是因为较冷的等离子体所受压力梯度较弱，更容易被波的有质动力压缩。在数值模拟的最终状态下，两种情况下的密度振幅相当，这是因为在丝化不稳定性的非线性演化过程中，等离子体被加热，两种情况下的温度变得相近，如图 3 中的灰线所示，详见第 3.3节。对于 $\Gamma_{max}t \gtrsim 10$ ，密度丝逐渐合并，且这种丝状结构合并持续进行，直到丝状结构的波长达到 $\sim 2\pi c/\omega_{pe}$，即与电子惯性长度相当。我们将在第 3.3节讨论丝状结构合并的饱和。波的坡印廷通量在低密度区域达到峰值，即波功率聚集在密度空腔中。随后，电磁波在密度丝之间传播，形成波导。

图5 显示了 $x$ -平均 $\beta_{th0}$ = 0.01 和 0.1 电子密度涨落的功率谱时间演化，分别对应（左）和（右）。蓝线对应理论最快增长模的波数：$k_y/k_0\sim 0.2$ 对应于 $\beta_{th0}=0.01$ 以及 $k_y/k_0\sim 0.07$ 对应于 $\beta_{th0}=0.1$，见图 2。在线性阶段观察到的峰值 $\Gamma_{max}t\lesssim 10$ 与理论估计一致。最不稳定的波数逐渐降低至 $\sim\omega_{pe}/c$。

### 3.3 丝状结构合并的饱和机制

当压力梯度与有质动力之间达到力平衡时，FI 达到饱和（Kaw 等，1973；Sobacchi 等，2023）。电磁波施加的有质动力会将粒子排斥出高强度区域。压力梯度因压缩而逐渐增强，最终与有质动力平衡。图 6 展示了我们数值模拟最终状态下的 $x$平均有质动力（蓝色）和等离子体压力（红色），二者均已归一化为$eE_0$ 的快照 $\omega_0 t=157254$ ，对应于$\beta_{th0}=0.01$ （左）和 0.1（右）。压力梯度 $\nabla p_e$是 $y$ 压力张量中 $yy$ 分量的导数，并沿 $x$ 方向取平均。有质动力按定义为在波周期内取平均后的平流力与非线性洛伦兹力之和。我们根据沿 $y$ 方向取平均的快照，确定电子的有质动力 $F_{pond}$ 分量，其平均范围为一个 $x$ 方向（即：泵浦波的一个波长），

$$F_{pond}=\left\langle -(\boldsymbol{v_e}\cdot\boldsymbol{\nabla})v_{ey}-\frac{e}{m_e c}(v_{ez}B_x-v_{ex}B_z)\right\rangle_x \tag{66}$$

绿色线表示 $x$-平均电子密度。电磁波从较高密度区域逸出，如图底部面板所示4，因此有质动力在那里消失。压力梯度与有质动力之间的力平衡在整个横向方向上都清晰地实现了。

Sobacchi 等人（2023）基于以下假设讨论了丝化不稳定性的饱和机制：在稳态下，绝热压缩的密度丝由有质动力支撑。他们指出，在强耦合状态下，非绝热加热可能十分重要，并且会提高等离子体温度，因为有质动力与压力梯度之间的力平衡来不及建立，条件是$\tau_{grow}\ll\tau_{cross}$，其中 $\tau_{grow}$ 是丝化不稳定性的增长时间，$\tau_{cross}$ 是密度丝的声波穿越时间。为研究非绝热加热的影响，我们测量了数值模拟中的热速度。图7 显示了数值模拟最终状态下的电子热速度（黑色） $\omega_0 t=157254$，该时刻与图6相同；对于 $\beta_{th0}=0.01$ （左图）和 0。1（右图）。绿色线表示 $x$平均的电子密度。如果只有绝热压缩对等离子体加热起作用，则热速度满足

$$\frac{\beta_{th}^2}{n_e^{\gamma_{ad}-1}}=const., \tag{67}$$

绝热热速度根据测得的密度分布，并采用 $\gamma_{ad}=3$ 确定，结果以蓝色显示。对于弱耦合情况 $\beta_{th0}=0.1$ （图7右侧），高密度区域中的热速度可以由绝热加热很好地解释。非绝热加热发生在密度空腔中，并与丝状结构合并有关。对于强耦合机制 $\beta_{th0}=0.01$（图7左侧），最终时刻的热速度远高于绝热加热所能达到的水平，表明非绝热加热占主导地位。

当达到有质动力势与总（电子 + 正电子）热能之间的能量均分时，非绝热加热可能会饱和。由于初始有质动力势为 $m_e c^2 a_0^2/4$，能量均分时的热能为 $m_e c^2 a_0^2/8$ ，因此热速度为

$$\beta_{th}\sim\frac{a_0}{2\sqrt{2}}, \tag{68}$$

如图7中红色所示。这个估算值与最终时刻测得的热速度大致一致。丝状结构合并持续进行，直到丝状结构的波长达到 $\sim 2\pi c/\omega_{pe}$ ，如前所示。饱和波长或许也可以通过基于饱和热速度的论证来解释。如果线性分析在饱和阶段仍然成立，那么在弱耦合情形下，方程30 对于$\beta_s\sim a_0/2\sqrt{2}$ 可化简为 $k_y\sim\omega_{pe}/c$。在强耦合情形下，方程36可化简为

$$\frac{\omega_{pe}}{c}<k_y<\frac{2\sqrt{2}\omega_{pe}}{c}, \tag{69}$$

其中应用了 $\omega_0\gg\omega_{pe}/a_0$ 。由于非绝热加热，最不稳定模态的波数可能逐渐趋近于皮肤深度的倒数。

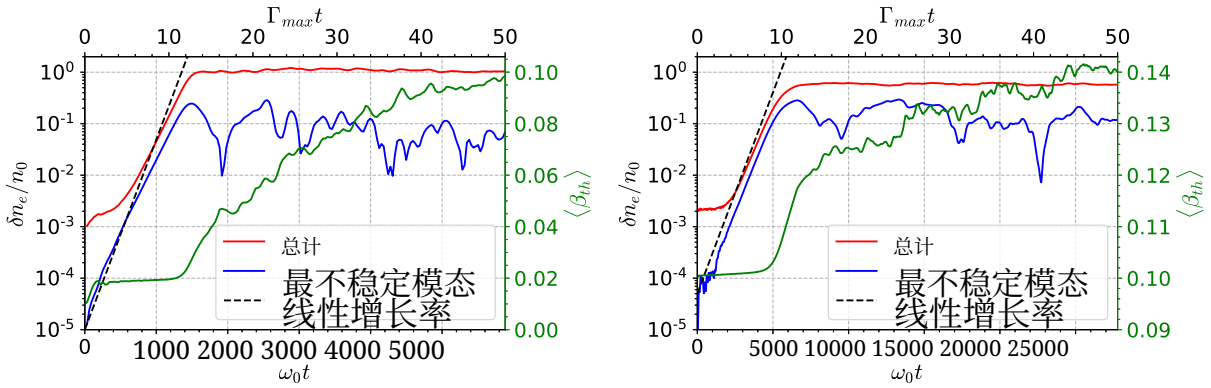



**图 3**。 横向电子密度涨落幅度的时间演化 $\delta n_e$ 对于 $\beta_{th0} = 0.01$ （左）和 0。1（右）。图中显示了最不稳定模态（蓝色）和所有傅里叶模之和（红色）。黑色虚线表示 $\propto e^{\Gamma_{max}t}$，其中 $\Gamma_{max}$ 是根据线性理论（方程46，适用于 $k_x = 0$）确定的最大增长率。盒内平均热速度$\langle\beta_{th}\rangle$ 的时间历程以绿色显示（各面板右侧的坐标轴）。

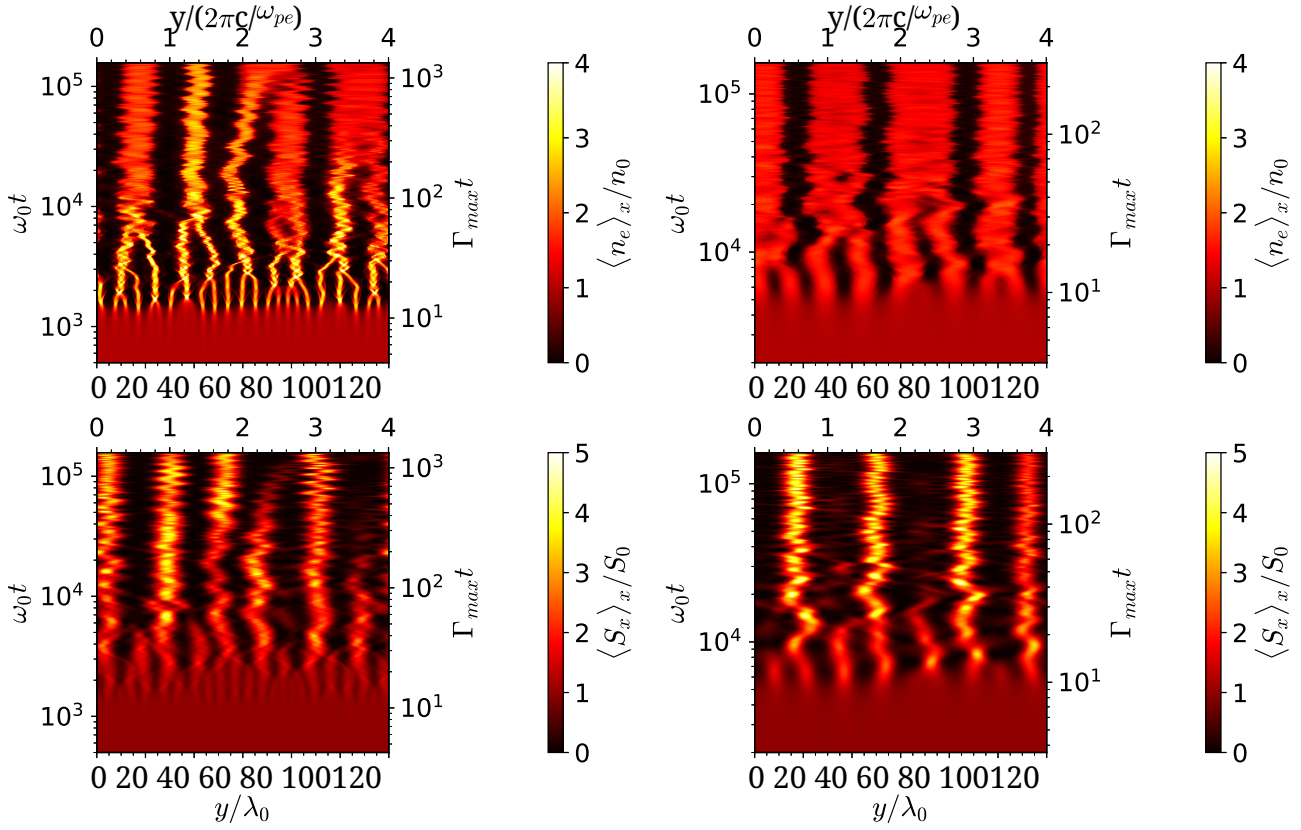



**图4.** $x$平均电子密度（上排面板）和 $x$平均坡印廷通量的 $x$ 分量（下排面板）的时间演化，其中 $\beta_{th0} = 0.01$ 对应左列，0.1对应右列。

## 4 总结与讨论

我们使用二维粒子网格（PIC）数值模拟，研究对等离子体中强电磁波的丝化不稳定性（丝化不稳定性）的非线性演化。我们的数值模拟表明，丝化不稳定性会产生横向密度丝，并且电磁波会像在波导中一样，在密度丝之间近似真空地传播。我们发现，密-

密度丝状结构合并，直至丝状结构的波长达到电子惯性长度。当有质动力与压力梯度之间建立力平衡时，丝状结构合并便会停止。丝化不稳定性的演化过程中会发生非绝热加热，尤其在强耦合机制下可能十分重要，即丝化不稳定性的增长时间短于声波穿过丝状结构所需的时间。能量均分时，非绝热加热可能达到饱和——

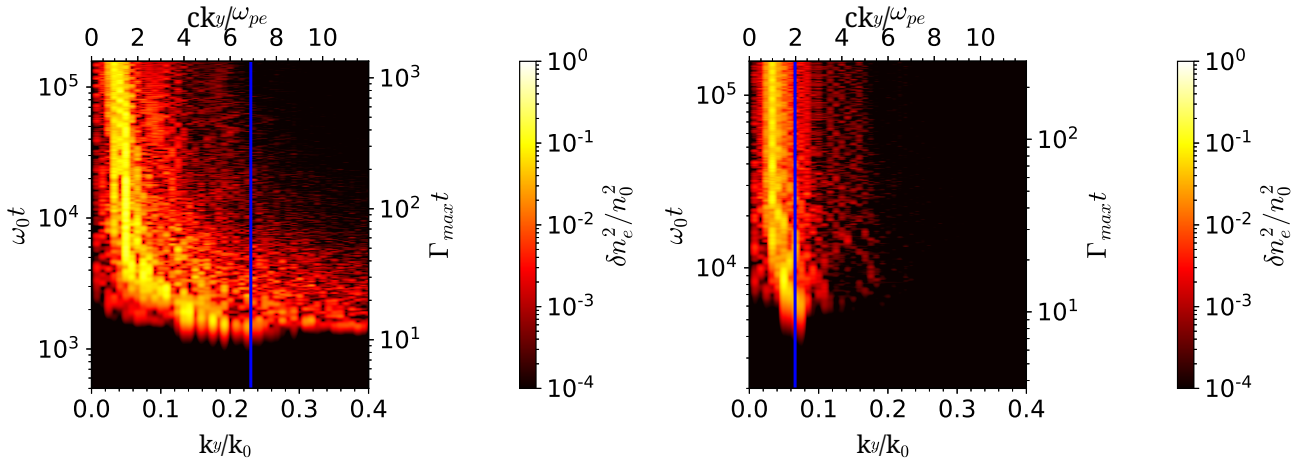



**图5。** $x$平均电子密度涨落功率谱的时间演化，分别对应 $\beta_{th0} = 0.01$ （左）和 0.1（右）。蓝线表示理论最快增长模。

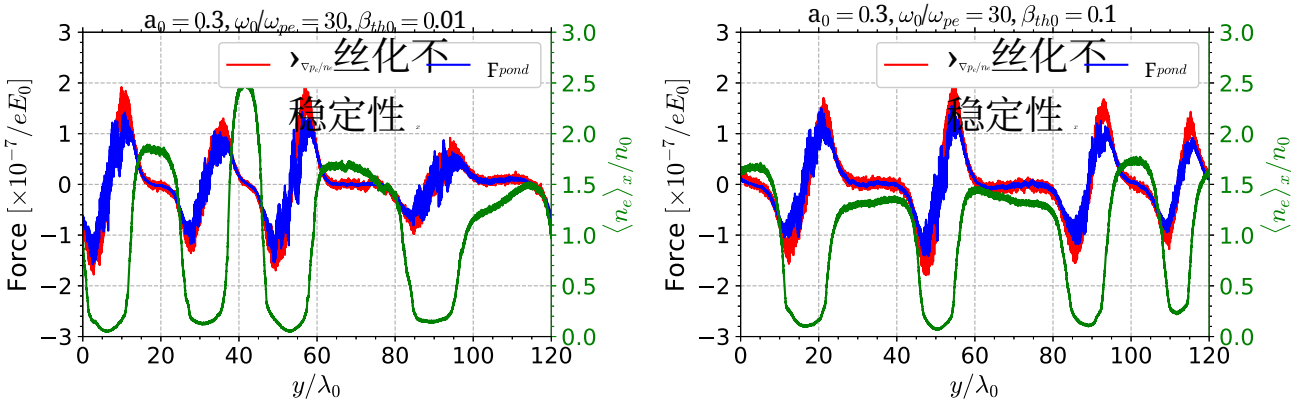



**图 6。** ponder 的快照 最终状态下的运动电动势（蓝色）和压力梯度（红色） $\omega_0 t = 157254$ ，对应 $\beta_{th0} = 0.01$ （le ft）以及0。1（右）。其中的绿色线条 表示 $x$平均电子密度。

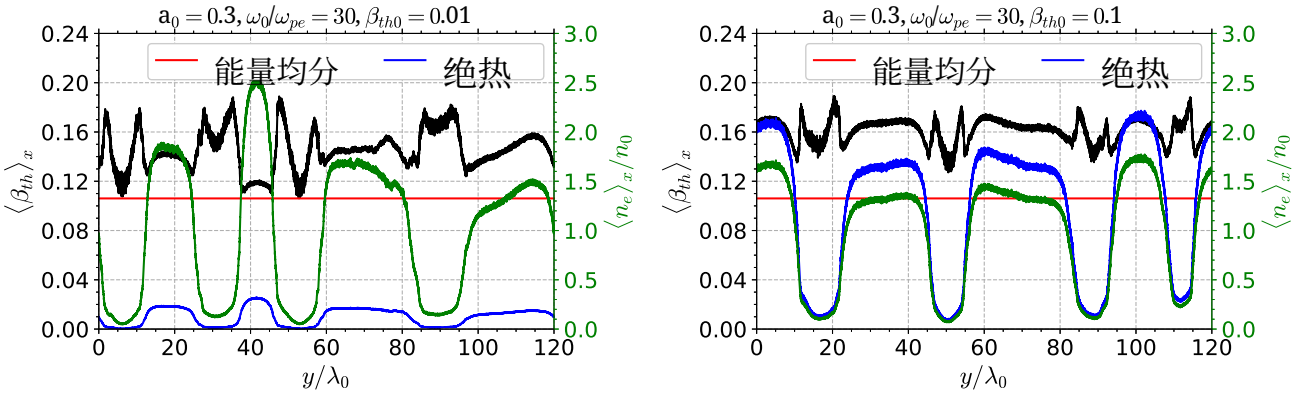



**图 7。** 最终状态下电子热速度（黑色）的快照 $\omega_0 t = 157254$ ，对应 $\beta_{th0} = 0.01$ （左）和 0.1（右）。$x$ 平均的电子密度以绿色显示。由绝热关系 $\beta_{th}^2/n_e^2 = const.$ 确定的热速度以蓝色显示。红线表示能量均分对应的热速度。

在有质动力势与等离子体热能之间实现平衡。

现在我们讨论研究结果对快速射电暴（FRB）的意义。FRB 传播涉及四个重要的时间尺度：（i）丝化不稳定性（FI）指数增长的时间尺度，$\tau_{FI}$；（ii）丝状结构合并的时间尺度 $\tau_{merge}$；（iii）脉冲持续时间 $\tau_{pulse}$；以及（iv）波前的膨胀时间 $\tau_{exp}$。我们根据强耦合机制下的数值模拟估算 $\tau_{merge}$，这适用于 FRB（Sobacchi 等，2023）。图 8 展示了功率谱峰值波数的时间演化（取自图 5左图）。蓝色实线表示线性理论预测的增长最快模，这与线性阶段的数值模拟结果一致 $t \lesssim \tau_{FI} \sim 10/\Gamma_{max}$。由于峰值波数呈指数下降，直至 $\Gamma_{max}t \sim 40$，我们将合并时间定义为 $\tau_{merge} \sim 4\tau_{FI} \sim 40/\Gamma_{max}$。利用线性理论计算 $\Gamma_{max}$，即可估算磁星风静止系中的合并时间 $\tau_{merge}$ 为

$$\tau_{merge} \sim 80\,\mathrm{ms}\left(\frac{L}{10^{42}\ \mathrm{erg\ s^{-1}}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\dot{N}}{10^{39}\ \mathrm{s^{-1}}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times\left(\frac{\gamma_w}{10^2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu_{obs}}{1\ \mathrm{GHz}}\right)\left(\frac{R}{10^{14}\ \mathrm{cm}}\right)^{2}, \quad (70)$$

其中，$L$ 是观测到的射电光度，$\dot{N}$ 是粒子流出率，$\gamma_w$ 是风的整体洛伦兹因子，$\nu_{obs}$ 是观测到的射电频率，且 $R$ 是距源的距离（Beloborodov 2020；Sobacchi 等人 2023。风静止系中的射电脉冲持续时间 $\tau_{pulse}$ 为

$$\tau_{pulse} = 2\gamma_w\tau_{obs} \sim 200\,\mathrm{ms}\left(\frac{\gamma_w}{10^2}\right)\left(\frac{\tau_{obs}}{1\ \mathrm{ms}}\right), \quad (71)$$

其中，$\tau_{obs}$ 为观测到的脉冲持续时间。风参考系中波前的膨胀时间为

$$\tau_{exp} = \frac{R}{2\gamma_w c} \sim 20\,\mathrm{s}\left(\frac{R}{10^{14}\ \mathrm{cm}}\right)\left(\frac{\gamma_w}{10^2}\right)^{-1}. \quad (72)$$

自 $\tau_{FI} \lesssim \tau_{merge} \lesssim \tau_{pulse} \ll \tau_{exp}$以来，无线电波形成丝状结构，而这些丝状结构在无线电脉冲能够穿过波前前方未受扰动的等离子体传播之前就发生了合并。

在更为现实的情况下，线性阶段的峰值波数为 $\gg \omega_{pe}/c$，合并时间可能会变长；由于计算能力的限制，我们无法实现这种情况。此时，丝化不稳定性可能会在合并时间长于射电脉冲持续时间的状态下发展，即 $\tau_{FI} \lesssim \tau_{pulse} \lesssim \tau_{merge} \ll \tau_{exp}$。在此状态下，丝状结构在时间尺度 $\tau_{merge}$ 上的演化尚不清楚。我们的数值模拟在波传播方向采用周期性边界条件，因此射电脉冲会持续与密度丝相互作用。相比之下，对于真实的

在 FRB 条件下，密度丝是不传播的，并在时间尺度 $\tau_{pulse}$ 后停止与射电脉冲相互作用。随后，脉冲应穿过波前前方未受扰动的等离子体。我们将在未来的出版物中研究更现实的边界条件的影响，包括对波传播的自洽描述。

在本研究中，我们假设初始速度分布是各向同性的。当等离子体高度磁化时——磁星风正是如此——通常会预期存在温度各向异性。Sobacchi 等(2022)

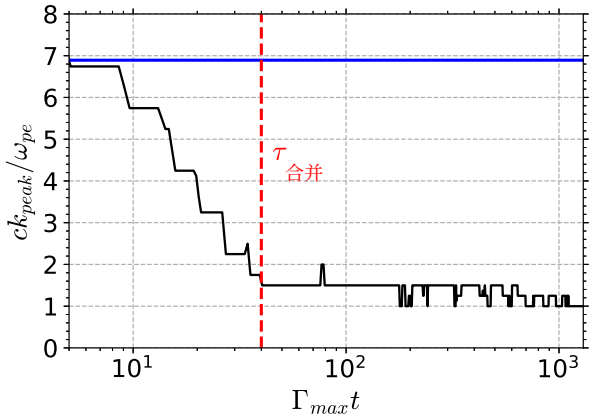



**图8**。强耦合机制下峰值波数的时间演化 $\beta_{th0} = 0.01$ 图 5左侧面板中的蓝色实线表示线性理论中的增长最快的模。

讨论了环境磁场的影响，并- 证明了垂直于环境磁场方向的丝化不稳定性与热速度无关，因为有质动力优先将粒子推向平行方向。因此，我们预计，对于各向异性速度分布，丝化不稳定性主要受平行温度的影响。

我们的结果适用于泵浦波较弱的条件$a_0 \ll 1$，在这种条件下，波场中的粒子振荡速度远小于光速。射电脉冲在快速射电暴（FRB）前身天体附近强得多，并且$a_0 \gtrsim 1$ 对于 $R \lesssim 10^{13}$厘米（Luan & Goldreich 2014；Beloborodov 2020）可以满足。在这一相对论状态下，高阶耦合（ $\omega_n$ = $n$ = ±2 ±3 ±4 … , $\boldsymbol{k_n}$）（$\omega + n\omega_0$, $\boldsymbol{k} + n\boldsymbol{k_0}$）不再可以忽略，其中、 、 、为整数。我们将在未来的论文中 $a_0 \gtrsim 1$探讨相对论状态。

**致谢**

MI感谢RichardSydora和Shuichi Matsukiyo富有成效的讨论。MI感谢JSPSKAKENHI项目编号20J00280和20KK0064的支持。LS感谢NASA80NSSC18K1104项目的支持。本研究得到了多信使等离子体物理中心（MPPC）和NSF项目PHY-2206607的支持。本文使用了名古屋大学信息技术中心通过HPCI系统研究项目（项目编号：hp220041）提供的HPCI系统计算资源。数值计算部分在日本国家天文台计算天体物理学中心的Cray XC50上完成。

**数据可用性**

模拟代码可应要求提供。

**参考文献**

Andersen B. C.，等，2020，自然，587，54

Babul A.-N., Sironi L., 2020, 《皇家天文学会月报》, 499, 2884 Beloborodov A. M., 2017, 《天体物理学杂志》, 843, L26 Beloborodov A. M., 2020, 《天体物理学杂志》, 896, 142 Bochenek C. D., Ravi V., Belov K. V., Hallinan G., Kocz J., Kulkarni S. R., McKenna D. L., 2020, 自然, 587, 59 Cohen B. I., Max C. E., 1979, 《流体物理》, 22, 1115 Cohen B. I., Divol L., Langdon A. B., Williams E. A., 2005, 《等离子体物理》, 12, 1 Day C. K., 等, 2020, 《皇家天文学会月报》, 497, 3335 Deutsch C., Furukawa H., Mima K., Murakami M., Nishihara K., 1996, 《物理评论快报》, 77, 2483 Drake J. F., Kaw P. K., Lee Y. C., Schmid G., Liu C. S., Rosen- bluth M. N., 1974, 《流体物理》, 14, 778 Edwards M. R., Fisch N. J., Mikhailova J. M., 2016, 《物理评论快报》, 116, 015004 Esirkepov T., 2001, 《计算物理通讯》, 135, 144 Forslund D. W., Kindel J. M., Lindman E. L., 1975, 《流体物理》, 18, 1002 Fried B. D., Conte S. D., 1961, 等离子体色散函数：高斯函数的希尔伯特变换。学术出版社，纽约 Ghosh A., Kagan D., Keshet U., Lyubarsky Y., 2022, 《天体物理学杂志》, 930, 106 Ikeya N., Matsumoto Y., 2015, 日本天文学会出版物, 67, 64 Iwamoto M., Amano T., Hoshino M., Matsumoto Y., 2017, 《天体物理学杂志》, 840, 52 Iwamoto M., Amano T., Matsumoto Y., Matsukiyo S., Hoshino M., 2022, 《天体物理学杂志》, 924, 108 Kaw P., Dawson J., 1970, 《流体物理》, 13, 472 Kaw P. K., Schmid G., Wilcox T., 1973, 《流体物理》, 16, 1522 Kruer W. L., 1988, 激光等离子体相互作用物理学。艾迪生-韦斯利出版社，波士顿 Lorimer D. R., Bailes M., McLaughlin M. A., Narkevic D.J., Craw- ford F., 2007, 《科学》, 318, 777 Luan J., Goldreich P., 2014, 《天体物理学杂志》, 785, L26 Luo R., 等, 2020, 自然, 586, 693 Lyubarsky Y., 2014, 《皇家天文学会月报》, 442, L9 Lyubarsky Y., 2021, 《宇宙》, 7, 56 Margalit B., Metzger B. D., Sironi L., 2020a, 《皇家天文学会月报》, 494, 4627 Margalit B., Beniamini P., Sridhar N., Metzger B. D., 2020b, 《天体物理学杂志》, 899, L27 Matsukiyo S., Hada T., 2003, 《物理评论E》, 67, 046406 Matsumoto Y., Amano T., Kato T. N., Hoshino M., 2015, 《科学》, 347, 974 Matsumoto Y., Amano T., Kato T. N., Hoshino M., 2017, 《物理评论快报》, 119, 105101 Max C. E., 1973a, 《流体物理》, 16, 1277 Max C. E., 1973b, 《流体物理》, 16, 1480 Max C. E., Arons J., Langdon A. B., 1974, 《物理评论快报》, 33, 209 Metzger B. D., Margalit B., Sironi L., 2019, 《皇家天文学会月报》, 485, 4091 Michilli D., 等, 2018, 自然, 553, 182 Mima K., Nishikawa K., 1975, 《日本物理学会志》, 38, 1742 Mima K., Nishikawa K., 1984, 基础等离子体物理学。北荷兰出版公司，阿姆斯特丹 Nimmo K., 等, 2021, 《自然·天文学》, 5, 594 Plotnikov I., Sironi L., 2019, 《皇家天文学会月报》, 485, 3816 Plotnikov I., Grassi A., Grech M., 2018, 《皇家天文学会月报》, 477, 5238 Schluck F., Lehmann G., Spatschek K. H., 2017, 《物理评论E》, 96, 053204 Sironi L., Plotnikov I., N¨attil¨a J., Beloborodov A. M., 2021, 《物理评论快报》, 127, 035101 Sluijter F. W., Montgomery D., 1965, 《流体物理》, 8, 551 Sobacchi E., Lyubarsky Y., Beloborodov A. M., Sironi L., 2021, 《皇家天文学会月报》, 500, 272 Sobacchi E., Lyubarsky Y., Beloborodov A. M., Sironi L., 2022, 《皇家天文学会月报》, 511, 4766 Sobacchi E., LyubarskyY., BeloborodovA. M., Sironi L., Iwamoto M., 2023, 《天体物理学杂志》, 943, L21 Tabak M.,等,1994, 《等离子体物理》, 1, 1626 Tajima T., Dawson J. M., 1979, 《物理评论快报》, 43, 267

## 附录 A：受激布里渊散射

SBS 的最大增长率可以从与 FI 相同的色散关系推导得出。$\cos\theta_{\pm} = -1$ 满足后向散射条件，而 $D_+$ 对于 SBS 是非共振的。色散关系19简化为

$$(\omega^2 - c_s^2k^2)\left[\omega + \frac{c^2}{2\omega_0}(k-2k_0)k\right] = -\frac{a_0^2\omega_{pe}^2c^2k^2}{4\omega_0} \tag{A1}$$

代入 $\omega = c_sk + i\Gamma$，其中 $\Gamma \ll c_sk$ 表示弱耦合，我们得到

$$\Gamma^2 - \frac{a_0^2\omega_{pe}^2c^2k}{8c_s\omega_0} - \frac{i\Gamma c^2}{2\omega_0}\left[k - 2\left(k_0 - \frac{c_s\omega_0}{c^2}\right)\right]k = 0. \tag{A2}$$

最大增长率及其对应的波矢写作

$$\Gamma_{max}^{SBS} = \frac{a_0\omega_{pe}}{2\sqrt{\beta_s}}, \tag{A3}$$

$$k_x^{SBS} = 2(1-\beta_s)k_0. \tag{A4}$$

有效性条件 $\Gamma \ll c_sk$ 现在变为

$$\beta_s \gg \left(a_0\frac{\omega_{pe}}{\omega_0}\right)^{\frac{2}{3}}. \tag{A5}$$

这里我们忽略了数量级为 1 的因子。对于强耦合 $\Gamma \gg c_sk$，我们得到

$$\omega^3 + \frac{c^2}{2\omega_0}(k-2k_0)k\omega^2 + \frac{a_0^2\omega_{pe}^2c^2k^2}{4\omega_0} = 0 \tag{A6}$$

增长率在 $k = 2k_0$ 附近达到最大值，我们得到

$$\omega = (a_0^2\omega_{pe}^2\omega_0)^{\frac{1}{3}}e^{\frac{\pi i}{3}}. \tag{A7}$$

最终得到

$$\Gamma_{max}^{SBS} = \frac{\sqrt{3}}{2}(a_0^2\omega_{pe}^2\omega_0)^{\frac{1}{3}}, \tag{A8}$$

$$k_x^{SBS} = 2k_0, \tag{A9}$$

有效性条件为

$$\beta_s \ll \left(a_0\frac{\omega_{pe}}{\omega_0}\right)^{\frac{2}{3}}. \tag{A10}$$

我们的参数（$a_0$、$\omega_0/\omega_{pe}$、$\beta_{th0}$）=（0。3、30、0。1）和（0。3、30、0。01）分别满足 SBS的弱耦合（方程 A5）和强耦合（方程 A10）条件。我们数值推导了 SBS 的线性增长率，并在图A1中展示了强耦合（左）和弱耦合（右）情况下的结果。两种情况下，SBS的增长速度都快于丝化不稳定性。在弱耦合情况下，由于缺少朗道阻尼，流体增长率总是被高估，因此动理学增长率远小于流体增长率。不稳定波矢小于 $2k_0$，这表明沿 $-x$ 方向传播的反向散射波在我们的模拟盒中无法得到解析 $L_x \times L_y = \lambda_0 \times 120\lambda_0$，这有助于抑制 SBS，正如 Ghosh 等人。

(2022)。事实上，对于热等离子体，当 $\beta_{th0}=0.1$时，我们发现，受激布里渊散射产生的密度涨落的振幅非常小（$\delta n_e/n_0\sim10^{-2}$），即受激布里渊散射受到抑制。

相比之下，在强耦合情形下，不稳定波矢可以超过 $2k_0$，因此即使在我们的模拟设置下，受激布里渊散射（SBS）也会发生。图 A2 展示了在 $\omega_0 t=629$ 时 $\beta_{th0}=0.01$（左图）的电子密度快照。波数 $k_x\sim2k_0$ 处的密度涨落清晰可见，表明在强耦合机制下确实发生了受激布里渊散射。右图展示了 $y$平均电子密度的时间演化，见图 A2。白色虚线表示以声速$c_s$传播的涨落，其中假定绝热指数 $\gamma_{ad}=3$，这表明 $k_x\sim2k_0$ 处的密度涨落沿 $+\boldsymbol{x}$ 方向以声速传播。由于受激布里渊散射预期会产生向前传播的类声波，因此这清楚地证明了受激布里渊散射的存在。

图 A3展示了 $y$-平均密度涨落在强耦合情形下的时间演化 $\beta_{th0}=0.01$。黑色虚线表示 $\Gamma_{max}$ 根据线性理论确定的受激布里渊散射的最大增长率（方程 46，对应于 $k_y=0$），与我们的模拟结果吻合良好。基于上述分析，我们得出结论，具有 $k_x\sim2k_0$的纵向密度涨落源于受激布里渊散射，并且在强耦合情形下，受激布里渊散射并未被我们的数值设置完全抑制。

## 附录 DIX B：面外矢量势 NTIAL

在正文中，我们聚焦于位于 $y$ 方向的泵浦波矢势。可以选择面外矢势（在我们的坐标中为$z$ 方向），相应的波场为

$$\boldsymbol{E_0}=(0,0,E_0\cos k_0x), \tag{B1}$$

$$\boldsymbol{B_0}=\left(0,\frac{ck_0}{\omega_0}E_0\cos k_0x,0\right). \tag{B2}$$

在这种情况下，无论散射方向如何，$\boldsymbol{A_0}\parallel\boldsymbol{\delta A_\pm}$（即 $\cos\theta_\pm=1$）始终成立，因此与面内构型不同，侧向散射（$\boldsymbol{k_0}\perp\boldsymbol{k_\pm}$）依然存在。

图 B1 展示了面外构型下 $x$ 的时间演化及其平均功率谱，其中 $\beta_{th0}=0.01$。数值参数与正文中的面内构型完全相同，只有初始矢势的方向不同。在 FI 的理论最不稳定模态附近，不再能看到明显的峰值（图 B1中的蓝线）。丝状结构的合并比面内构型早得多。此外，$k_y\sim2k_0$ 模态似乎比其他模态增长得更快，这在面内构型中并未观察到。我们认为侧向散射波起到了泵浦波的作用，而 $k_y\sim2k_0$ 处的峰值可归因于侧向散射波的次级受激布里渊散射。事实上，绿线表示次级受激布里渊散射的最不稳定模态，与观测到的峰值吻合良好。尽管次级受激布里渊散射可能再次产生侧向散射波，但其波矢与泵浦波几乎相同，因此无法区分这些波。我们在此假设，作为次级受激布里渊散射泵浦波的侧向散射波，其波数满足 $\boldsymbol{k_s}\simeq\pm k_0\hat{\boldsymbol{y}}$。我们在 $\beta_{th0}=0.1$ 情况下对此进行了验证，且次级受激布里渊散射在两种情况下均能发生。

强耦合和弱耦合情形。请注意，我们的数值模拟设置只能抑制后向散射，而后向散射是受激布里渊散射的主导模式（Ghosh等（2022））。即使在后向受激布里渊散射得到良好抑制的弱耦合区间内，侧向散射仍然存在。

图 B2 展示了 $y$ 分量的 $x$平均坡印廷通量 $\langle S_y\rangle_x$ 在 $\beta_{th0}=0.01$时的时间演化，其中 $\langle S_y\rangle_x$ 以初始平均通量 $S_0=E_0^2/8\pi$为归一化值。除 FI 产生的横向丝状结构外，还清晰地看到了网格状结构。黑色虚线表示沿$y$ 方向传播的电磁波，这表明网格状结构源自沿 $\pm y$ 方向传播的侧向散射波。研究认为，由于 $y$ 方向上的周期性边界条件，面外矢势的侧向散射会在数值上增强（例如，Cohen 等（2005））。我们发现，对于面外矢势，侧向散射更易发生，且其作用超过了 FI。

## 附录 C：数值收敛性

在此，我们展示增长率和饱和水平随每个物种每个网格单元的粒子数 $n_0\Delta x^2$ 的收敛性。

图 C1 展示了以下对象的频谱积分信号的时间演化：$\delta n_e$（$y$）对于 $\beta_{th0}=0.1$ 对于 $n_0\Delta x^2=8$（红色）、16（绿色）、32（蓝色）和 64（紫色）。黑色虚线表示线性理论中的最快增长模。随着 $n_0\Delta x^2$增加，初始噪声水平自然应当降低。对于 $n_0\Delta x^2\geqslant32$，增长率和饱和水平均趋于收敛。基于这一结果，我们在正文中选择 $n_0\Delta x^2=32$。事实上，图 C1 中所示的蓝线与图 3右图中的红线相同。

本文由作者准备的 TEX/LATEX 文件排版而成。

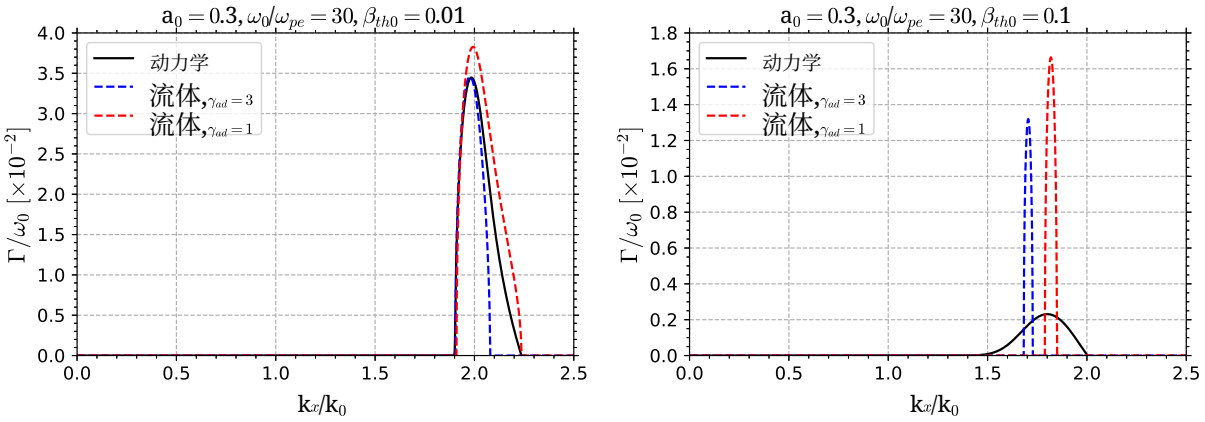



**图 A1.** 强耦合（左）和弱耦合（右）情况下，受激布里渊散射的线性增长率。

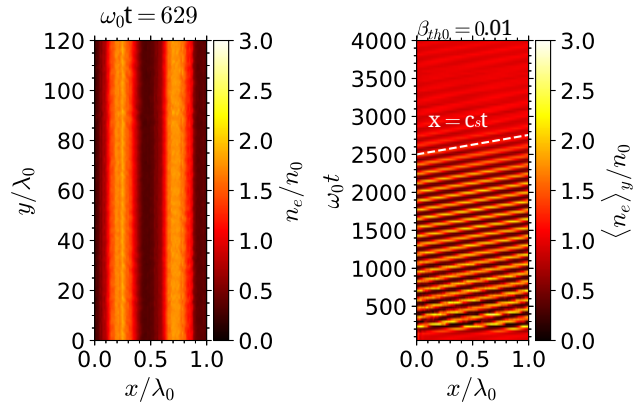
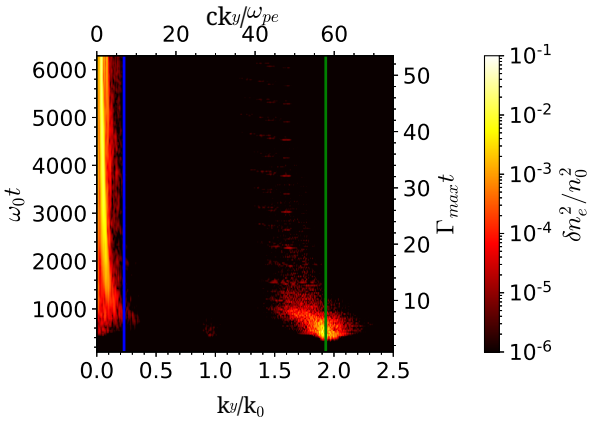



**图 A2.** 左： $\omega_0 t = 629$时的电子密度快照。右： $y$平均电子密度的时间演化。白色虚线表示以声速 $c_s$传播的涨落。




**图B1.** 带有面外矢势时， $x$平均电子密度涨落功率谱的时间演化，适用于 $\beta_{th0} = 0.01$ 。蓝线和绿线分别对应丝化不稳定性和受激布里渊散射的最不稳定模态。

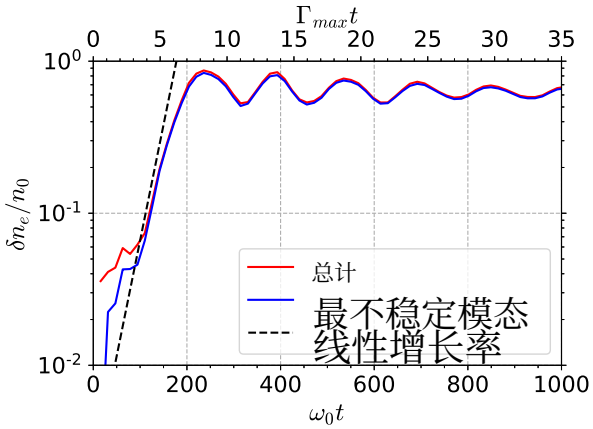
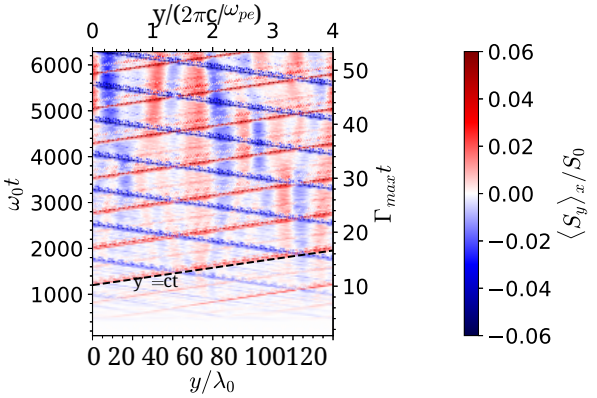



**图 A3.** 受激布里渊散射的时间演化。振幅根据以下量的傅里叶分量计算： $y$平均密度涨落（适用于 $\beta_{th0} = 0.01$）。图中显示了最不稳定模态（蓝色）以及所有模态的积分（红色）。黑色虚线对应于 $\propto e^{\Gamma_{max} t}$，其中 $\Gamma_{max}$ 由线性理论确定（方程46 ，适用于 $k_y = 0$）。




**图B2。** $\beta_{th0} = 0.01$ 中 $x$平均坡印廷通量的 $y$ 分量的时间演化，其中包含面外矢势。黑色虚线表示沿 $y$ 方向传播的电磁波。

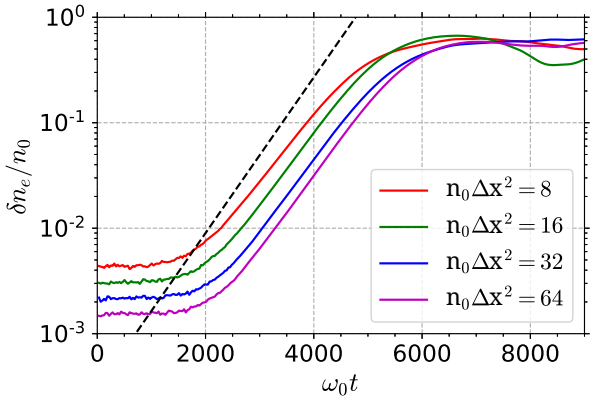



**图 C1.** 对于 $\beta_{th0} = 0.1$，每个物种每个网格单元的粒子数对应的数值收敛性。图中显示了横向电子密度涨落 $\delta n_e$ 的所有傅里叶模总和，分别对应 $n_0\Delta x^2 = 8$ （红色）、16（绿色）、32（蓝色）和 64（紫色）。黑色虚线表示 $\propto e^{\Gamma_{max}t}$。