具有超高磁场（ 3.2×10^{16} G）的超慢速 PSR J0901-4046

D. N.Sob'yanin*P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow 119991, Russia

近期发现的射电辐射中子星 PSR J0901-4046，自转周期长达 76 s，这引出了一个根本问题：如此缓慢旋转的磁化天体为何能在射电波段保持活跃？根据脉冲星周期及其变化率估算出的典型磁场为 1.3×10^{14} G，这对 PSR J0901-4046 的活动而言远远不够。考虑由脉冲宽度估算出的磁倾角 10°，可得更高的磁场 1.5×10^{15} G；然而，这仍比磁场超过临界值 4.4×10^{13} G 的射电脉冲星依据死亡线所需的最低磁场 2.5×10^{16} G 低一个数量级。我们表明，若单个脉冲中观测到的微结构反映了相对论性束射，则推得的表面磁场为 3.2×10^{16} G；即使不作此假设，表面磁场也不低于 2.7×10^{16} G，这解释了 PSR J0901-4046 为何存在射电辐射。这一估算使 PSR J0901-4046 成为已知磁场最强的射电脉冲星，也表明 PSR J0901-4046 的自转减慢并非由磁偶极辐射造成，而是由 56 MA 的电流导致；在此过程中，旋转能被用于加速极冠上方的带电粒子。

arXiv:2304.03702v1 [astro-ph.HE] 7 Apr 2023

PSR J0901-4046 的周期为 $P \approx 75.9$s，周期导数为 $\dot{P} \approx 2.25 \times 10^{-13}$ s s^{-1}。2020 年 9 月 27 日，研究人员利用 MeerKAT 射电望远镜在 1284 MHz 频率下发现了它，并将其与一颗超慢速自转的磁化中子星联系起来 [1]。根据表面磁场的经典估计值 1.3×10^{14} G，可以将 PSR J0901-4046 归类为高磁场射电脉冲星，其磁场超过临界值 $B_{\rm cr} = m_e^2 c^3/e\hbar \approx 4.4 \times 10^{13}$ G。由于估计的 0.5–10 keV X 射线光度上限 $L_{\rm X} \lesssim 3.2 \times 10^{30}$ erg s^{-1} 高于旋转能损失 $\dot{E} \approx 2.0 \times 10^{28}$ erg s^{-1}，因此不能排除 PSR J0901-4046 是一颗磁星的可能性；此外，其单个脉冲表现出准周期性，在某种意义上类似于磁星的准周期振荡 [2–4]。PSR J0901-4046 的自转速度比此前的纪录保持者 PSR J0250+5854慢 3 倍以上，后者的周期为 $P = 23.5$ s [5, 6]；根据其自转特征，它应当位于中子星在 $P-P$ 或 $P-B$ 参数空间中的"墓地"，因而不应发射任何无线电波 [7–10]。本文探讨了表面上已经"死亡"的 PSR J0901-4046 产生射电辐射的起源问题。我们避开磁偶极辐射模型，仅利用强磁化旋转中子星极冠上方等离子体倍增过程中的能量转化，证明 PSR J0901-4046 的实际表面磁场比传统估计值高两个数量级。这使 PSR J0901-4046 脱离了"墓地"，并允许其在射电波段保持活跃。

观测到的偏振位置角对旋转相位呈现的 S 形依赖关系，在旋转矢量模型框架下约束了冲击参数 $\beta \lesssim 0.2^\circ$，这表明视线近距离掠过磁轴 [11, 12],；然而，即使考虑真空中倾斜磁偶极子旋转的标准模型，磁倾角 α 仍未受到约束，而该角度对于准确估计中子星的磁场至关重要 [1]。为估计 α，我们使用有关脉冲星周期和脉冲宽度的数据。

Rankin [13] 研究了具有双脉冲的射电脉冲星（它们是具有 $\alpha \approx 90^\circ$的正交转子）的核心分量半功率宽度的周期依赖关系，并据此提出了一个表达式，用于描述一般倾斜脉冲星的脉冲轮廓中 1 GHz 处核心分量的半功率宽度，

$$W_{50}^{1\ \rm GHz} = \frac{2.45^\circ P^{-0.5}}{\sin\alpha}. \qquad (1)$$

对于 PSR J0901-4046，我们可能观测到Rankin分类中的单核心轮廓（S_t） [14]。此类轮廓的一个典型特征是，随着观测频率的增加，它们会转变为三峰轮廓（T）。在L波段和UHF（超高频）波段观测到的轮廓中（见参考文献 [1] 的补充数据图2），我们可能会注意到脉冲中心两侧有小凸起的迹象，它们各自距脉冲中心 ~ 0.15秒，这可能是开始发生$S_t \to$T转变的征兆。对PSR J0901-4046 开展更高频率的射电观测后，或许就能明确是否确实如此。

幸运的是，我们无需确定所观测剖面的确切类型，便有资格使用公式 (1)，因为在具有核心和锥形分量的脉冲星中，在 1 GHz $W_{50} = 2.45^\circ P^{-0.5}$发现了相同的下边界线，该边界线对应于 $\alpha = 90^\circ$，因此 [15], 可将其视为整个剖面的半功率宽度，而不论其类型如何。除此之外，Mitra 等人 W_{50} 通过研究 333 和 618 MHz 下的脉冲星剖面，发现了下边界线 [16]；该边界线主要由 618-MHz 测量值决定，并且根据作者观测到的频率依赖性 $W_{50} = 2.7^\circ P^{-0.5}$映射到 1 GHz 后，对应于上述边界 $W \propto \nu^{-0.19}$。

* sobyanin@lpi.ru

© 2023 美国物理学会

PSR J0901-4046 在 UHF 和 L 波段具有相同的脉冲宽度 W_{50} ≈0.3 s $\approx 1.4^\circ$，没有半径-频率映射的迹象，因此公式 (1) 表明 $\alpha \approx 11^\circ$。半功率点恰好位于平均脉冲轮廓中的后随特征附近 [1], , 因此，如果我们将该特征解释为三峰脉冲轮廓中正在出现的侧峰，那么使用W_{50} 可能并不完全可靠，因为在这种情况下，该宽度既不包含唯一的核心分量，也不包含由核心和锥形分量组成的完整脉冲轮廓。为克服这一可能的困难，我们改用十分之一功率宽度 W_{10}，它包含脉冲轮廓的所有分量。Mitra 等人 [16] 研究了W_{10} 的周期依赖关系，并发现了下边界线 $W_{10} = 5.7^\circ P^{-0.5}$。利用上述依赖关系 $W \propto \nu^{-0.19}$将其从 618 MHz 映射到 1 GHz 后，我们得到

$$\sin\alpha = \frac{5.2^\circ P^{-0.5}}{W_{10}^{1\ \mathrm{GHz}}}. \tag{2}$$

由于 $W_{10} \approx 0.7\mathrm{s} \approx 3.3^\circ$ 对于 PSR J0901-4046（见参考文献 [1] 中的补充数据图 2），旋转轴与磁轴之间的夹角估计为

$$\alpha \approx 10^\circ. \tag{3}$$

这一数值（下文将采用）似乎与来自 W_{50}的数值几乎相同。

在 PSR J0901-4046 的单个脉冲中，我们观测到一种准周期性，其特征周期为$P_\mu \sim 76$ ms（完整范围为 29–183 ms）；整个脉冲由一组连续且彼此分明的微脉冲构成，其中位宽度为 $w_\mu \sim 49$ ms（完整范围为 13–120 ms）（见参考文献 [1] 中的补充数据图 6）。观测到的关系 $P_\mu \sim 2w_\mu$ 是普通脉冲星微结构的典型特征 [17], , 而观测到的 w_μ 和P_μ 的数值与先前针对正常脉冲星和毫秒脉冲星发现的经验周期依赖关系一致: $w_\mu = 10^{-3}P \sim 76$ 6 ± 1 ms [18] $w_\mu = \times 10^{-4}P^{1.1\pm0.2} \sim$, () ms, () 70 [19] $P_\mu = 10^{-3}$ $1.1P + 0.08$ ~ 84 [20], ms 和 $P_\mu = (1.06 \pm 0.62) \times 10^{-6}(P/1\,\mathrm{ms})^{0.96\pm0.09} \sim 51\,\mathrm{ms}$ [21]。

通常，整个脉冲由子脉冲组成，这些子脉冲通常被认为是由中子星极冠上方内间隙中旋转火花轮产生的等离子体束流束 [22], , 而子脉冲又由微脉冲组成。在我们的情况下，可以通过旋转周期估计子脉冲宽度，即 $w_\mathrm{s} = 7 \times 10^{-3}P \sim$0.53 秒 [18], , 其似乎与脉冲宽度处于同一量级，这意味着整个脉冲可能就是一个子脉冲。在近期为 PSR J2144-3933 [23], 开发的单火花模型框架下，这并不罕见；PSR J0901-4046 的空隙区中仅存在一个火花也可以类似地解释，即由于旋转极其缓慢，形成了极窄的极冠，其半径为 $R_\mathrm{pc} = R_\mathrm{ns}^{1.5}/R_\mathrm{lc}^{0.5} \approx 17$ 米，其中 $R_\mathrm{ns} = 10$ 千米是中子星的典型半径，而 $R_\mathrm{lc} = cP/2\pi \approx 3.6 \times 10^6$ 千米是光柱半径；对于 PSR J2144-3933，该半径甚至小于 $R_\mathrm{pc} \approx 50$ 米。

Gil [24, 25] 认为，观测到的微脉冲宽度由沿着.....运动的带电粒子所发出的曲率辐射的相对论性束射决定这些粒子以接近光速的速度沿弯曲的磁力线运动。根据这一关系，可以估算具有微结构的脉冲星中相对论性粒子的洛伦兹因子，其范围似乎为 610–23000 [26, 27]。在此，我们采用相同的思路确定 PSR J0901-4046 中次级粒子的洛伦兹因子 γ，这对于求得其磁场是必要的。辐射张角为 $\phi_\mu = 2/\gamma$ [28]，观测到的微脉冲宽度为 w_μ（rad）$= \phi_\mu / \sin\alpha$ for$\beta \ll \alpha$；因此，

$$\gamma = \frac{P}{\pi w_\mu \sin\alpha} \approx 2700. \tag{4}$$

这个数值与此前在普通脉冲星中发现的上述数值相当。

与此同时，关于脉冲星微结构 [29–33], 还有其他解释，因此有必要以独立的方式估算洛伦兹因子，不依赖于微结构起源模型，以便进行比较。在此之前，我们需要回顾超强磁场中等离子体产生理论的一些必要事实（详情见参考文献 [8] ）。洛伦兹因子（4）表征了高能光子在磁场中经单光子吸收后转化为电子-正电子对所产生的次级电子和正电子的能量；而这些光子又是由极冠上方加速间隙中的初级粒子通过曲率机制产生的。所产生电子-正电子对中粒子的能量与光子吸收点处光子波矢方向和磁力线方向之间的夹角 χ 有关，关系式为 $\gamma = 1/\chi$。初级粒子发射曲率光子后，光子沿发射点处磁力线的切线方向传播，且 $\chi = l/\rho_0(1 + l/R_\mathrm{ns})$随着传播距离 l 的增加而先线性增大（其中 $l \ll R_\mathrm{ns}$），随后趋近于最大值 $\chi_\mathrm{max} = R_\mathrm{ns}/\rho_0$, 其中$\rho_0 = (4/3)(R_\mathrm{ns}R)^{0.5}$ 是发射点处磁力线的曲率半径，$R \geqslant R_\mathrm{lc}$是这条偶极磁力线穿过磁赤道面的距离。

如果辐射点距磁轴 sR_pc，其中 $0 \leqslant s \leqslant 1$，那么 $R = s^{-2}R_\mathrm{lc}$ 和 $\rho_0 = (4/3s)\ (R_\mathrm{ns}R_\mathrm{lc})^{0.5}$。Mitra 和 Rankin [34]通过对观测结果的分析表明，在利用锥形波束半径估算脉冲星辐射高度时，$s \approx 0.5$最为合适，因此我们采用 s这一数值。因此，次级粒子的最小洛伦兹因子$\gamma_\mathrm{min} = 1/\chi_\mathrm{max}$ 为

$$\gamma_\mathrm{min} = \frac{4}{3s}\left(\frac{R_\mathrm{lc}}{R_\mathrm{ns}}\right)^{0.5} \approx 1600. \tag{5}$$

根据微结构特征得到的洛伦兹因子（4）大于但接近数值（5）；后者与微观结构形成机制的假设无关，仅基于几何考量。因此，估计值（4）似乎

这一设定更为现实，尤其是考虑到 PSR J0901-4046 极端的自转特性，其运行机制本身就不同寻常，而且次级粒子的洛伦兹因子不可能显著超过最小可能值（5）。

现在，我们可以估算产生次级电子和正电子的光子的能量，这些次级粒子的洛伦兹因子正是我们刚刚求得的。我们考虑强磁场 $B \gg B_{\rm cr}$ 的情形，其中 $B_{\rm cr} = m_e^2c^3/e\hbar \approx 4.4\times10^{13}$ G 为临界磁场。此时，由在空隙区中加速的初级粒子发射、能量为 $\varepsilon_{\rm ph}$ 的光子，在传播阈值距离 $l_{\rm t} = 2\rho_0 m_e c^2/\varepsilon_{\rm ph}$ 后，即接近阈值角 $\chi_{\rm t} = 2m_e c^2/\varepsilon_{\rm ph}$ 时，便会被磁场吸收。这意味着 $\varepsilon_{\rm ph} = 2\gamma m_e c^2$ ，且光子的能量完全转化为所产生粒子的能量；这些粒子不会发射同步辐射光子，这与 $B \ll B_{\rm cr}$[8, 35, 36]的普通脉冲星情形相反。初级粒子沿曲率半径为 ρ_0 的磁力线运动、洛伦兹因子为γ_0 时，其曲率辐射的特征能量为 $\varepsilon_{\rm ph} =(3/2)\hbar c\gamma_0^3/\rho_0$，因此初级粒子的洛伦兹因子变为

$$\gamma_0 = \left(\frac{4}{3}\frac{\gamma\rho_0}{\lambda\!\!\!^{-}}\right)^{1/3} \approx 5.3\times10^7, \tag{6}$$

其中 $\lambda\!\!\!^{-} = \hbar/m_e c$ 为康普顿波长，且使用了公式（4）。将公式（5）代入公式（6），即可求出不考虑微结构特征的初级粒子洛伦兹因子的下限：

$$\gamma_{0\,\rm min} = \frac{4}{3}s^{-2/3}\left(\frac{R_{\rm lc}}{\lambda\!\!\!^{-}}\right)^{1/3} \approx 4.5\times10^7. \tag{7}$$

显然，$\gamma_0 \gtrsim \gamma_{0\,\rm min}$。

现在，我们可以通过将 γ_0 与中子星 [8], 内间隙中的加速电势 $U(s) = U(1-s^2)(1-i_0)\cos\alpha$ 的绝对值联系起来，估算恒星表面的磁场，其中 $i_0 = \rho/\rho_{\rm GJ}$ 是电荷密度 $\rho = e(n_+ - n_-)$与 Goldreich-Julian 密度 $\rho_{\rm GJ} = -B\cos\alpha/cP$之比，$n_+$ 和 n_- 分别为正电子和电子的数密度，而

$$U = \frac{BR_{\rm ns}^3}{2R_{\rm lc}^2} \tag{8}$$

是磁极处的标准电势 [22]。请注意，该电势不受磁场强度限制，可直接通过求解泊松方程得到。从恒星表面的零值开始，电势逐渐增大，最终在高度 h 处形成，该高度大于特征横向距离；在本例中，这一距离为极冠半径 $h > R_{\rm pc}$。要使电势 (8) 适用，在达到这些高度之前，次级电子对不应对其进行屏蔽。这给出了光子的平均自由程 $l_{\rm t} = \rho_0\chi_{\rm t} = \rho_0/\gamma$ 所须满足的相应不等式由初级粒子发射， $l_{\rm t} > R_{\rm pc}$。因此我们得到 $\gamma < \rho_0/R_{\rm pc} = (4/3s)R_{\rm lc}/R_{\rm ns} \approx 9.7\times10^5$，其条件 [见式 (4)]。由于仅有的 $l_{\rm t}$ 似乎超过了$R_{\rm pc}$，我们无需按照参考文献 [37] 的思路，进一步考虑粒子加速长度和辐射形成长度，因为这些因素只会增大 h。由此可见，PSR J0901-4046 不同于通常建模的具有薄极隙的脉冲星，对这类脉冲星而言， $h \ll R_{\rm pc}$[36, 38]。

由于 $|n_+ - n_-| \leqslant n_+ + n_-$，我们有 $|i_0| \leqslant i = j/j_{\rm GJ}$，其中 i 是实际电流密度 j的绝对值与形式密度 $j_{\rm GJ} = B\cos\alpha/P$之比。我们将在下文验证，对于 PSR J 0901-4046， $i \ll 1$ ，因此可以忽略i_0 ，于是极冠上洛伦兹因子的径向分布为

$$\gamma_0(s) = \frac{eU}{m_e c^2}(1-s^2)\cos\alpha. \tag{9}$$

结合方程（8）和（9），并代入 $s = 0.5$，最终可得 PSR J0901-4046 磁极处的表面磁场：

$$B = \frac{8}{3}\frac{\gamma_0 m_e c^2 R_{\rm lc}^2}{eR_{\rm ns}^3\cos\alpha} \approx 3.2\times10^{16}\ {\rm G}, \tag{10}$$

其中使用了数值（6）。

推得的磁场 $B = 3.2\times10^{16}$G [方程（10）]似乎比标准磁偶极估算给出的磁场 $B_{\rm st} = 3.2\times10^{19}\,(P\dot{P})^{0.5} \approx 1.3\times10^{14}$ G 高两个数量级。这样的磁场并非不可能存在；磁星 4U 0142+61、1E 1547.0- 5408 和 SGR 1900+14 [39–41], 内部磁场可能高达 10^{16} G，便是一个迹象，尽管标准估算给出的 PSR J0901-4046 磁场仅为 $B_{\rm st}$ 。人们曾认为，表面磁场超过 $B_{\rm cr}$ 的中子星不可能在射电波段产生活动，这是因为光子裂变[42]。这种效应会使一个光子裂变为两个能量较低的光子。如前所述，一个能量为 $\varepsilon_{\rm ph}$ 的光子在接近阈值角 $\chi_{\rm t} \propto \varepsilon_{\rm ph}^{-1}$ 时会产生正负电子对；光子裂变会导致 $\varepsilon_{\rm ph}$ 减小，并相应地使 $\chi_{\rm t}$ 增大。当 $\chi_{\rm t}$ 大于 $\chi_{\rm max}$ 时，不会产生次级电子对，等离子体倍增及随之而来的射电辐射也就不可能发生。

在这一背景下，发现能够发射射电波的磁星颇令人意外 [43–45]。Istomin 和 Sob'yanin [8] 从理论上研究了磁星磁层中的等离子体产生，并考虑了光子裂变动力学。他们通过指出光子裂变确实会发生，但由于不同偏振光子的裂变特性，并不会抑制等离子体产生，从而解释了射电辐射。高磁场中子星的 $P-B$ 图中的死亡线 $B \gtrsim B_{\rm cr}$形式为 [我们采用参考文献 [8] 中的公式（64），并取

$R_{\rm ns} = 10$ 千米和 $i \ll 1$]

$$B \gtrsim \frac{P^{7/3}}{\cos\alpha} 10^{12}\ \mathrm{G}. \tag{11}$$

对于 PSR J0901-4046，不等式 (11) 给出了条件

$$B \gtrsim B_{\rm death} \approx 2.5 \times 10^{16}\ \mathrm{G}. \tag{12}$$

标准估算 $B_{\rm st} = 1.3 \times 10^{14}$ G与 PSRJ0901-4046的运行情况不一致。考虑倾角（3）以及从赤道磁场过渡到极向磁场时的2倍因子后，旋转磁偶极模型所能给出的最大值为 $B_{\rm d} = 2B_{\rm st}/\sin\alpha \approx 1.5 \times 10^{15}$ G，仍比 $B_{\rm death}$低一个数量级，且不足以解释在射电波段观测到的活动。同时，由上述PSR J0901-4046的微结构特征推导出的表面磁场 $B = 3.2 \times 10^{16}$ G [式（10）] 满足不等式（12），这解释了等离子体倍增和观测到的射电辐射的存在。

$B_{\rm d}$ 与 B 之间的差异表明，PSR J0901-4046 并非因磁偶极辐射而减速。旋转极其缓慢的 PSR J0901-4046 的极冠半径极小，只有 $R_{\rm pc} \approx$17 m，因此其非真空闭合磁层极其庞大，等离子体会在其中积聚，并屏蔽磁偶极辐射。如果倾斜磁矩在真空中旋转这一标准图景不适用于 PSR J0901-4046，我们该如何解释这颗脉冲星的减速? 电动力学系统释放的总功率通常等于电压乘以电流，这一观点已应用于其他系统[46, 47]。我们将极冠分成以磁极为中心的同心环，并考虑半径为 r、厚度为 dr的一个圆环。对应于该圆环的电压为 $V = U[1-(r/R_{\rm pc})^2]\cos\alpha$，而电流为 $dI = 2Irdr/R_{\rm pc}^2$，其中假设极冠上的电流分布均匀。该圆环对应的功率为 $dW = VdI = 2UI\cos\alpha(1-s^2)sds$，其中$s = r/R_{\rm pc}$，因此整个极冠对应的功率为$W = \int dW = (1/2)UI\cos\alpha$。由于中子星有两个极冠，总能量损失为

$$\dot{E} = UI\cos\alpha, \tag{13}$$

其中，U 由公式（8）给出。该关系与这样一种观点一致：脉冲星自转减慢是由电流 [48]引起的。由于观测到的 $E \approx 2.0 \times 10^{28}$ erg s^{-1}，流经极冠的电流为

$$I = \frac{3}{4}\frac{e\dot{E}}{\gamma_0 m_e c^2} \approx 56\ \mathrm{MA}, \tag{14}$$

因此，归一化电流为 $i = I/I_{\rm GJ} \approx 4.6 \times 10^{-5} \ll 1$，其中

$$I_{\rm GJ} = j_{\rm GJ}\pi R_{\rm pc}^2 = \frac{4}{3}\frac{\gamma_0 m_e c^3}{e} \approx 1.2\ \mathrm{TA} \tag{15}$$

是形式上的 Goldreich–Julian电流。在这种脉冲星减速模型中，中子星的旋转能完全转化为加速间隙中初级粒子的能量，而非磁偶极辐射的能量。

如果我们只考虑偶极磁场，为什么标准磁偶极估算不成立? 脉冲星自转减慢的物理原因是作用于旋转中子星上的洛伦兹力，而不是磁场的形式。如果没有流动的电流 [49], ，脉冲星就不会减慢；因此，如果某颗脉冲星具有偶极或准偶极磁场但不存在电流，其自转就不会减慢。这种观点并不与真空中的脉冲星自转减慢相矛盾: 在真空中虽然不存在磁层电流，但由于恒星表面场不连续性所产生的表面电荷和电流，会产生非零的洛伦兹力，从而在物理上导致通常的磁偶极减慢。对于我们的情况，即具有低无量纲电流 $i \ll 1$的非真空、等离子体填充磁层，脉冲星必然会减慢，但速度远低于真空中的情况 [49], ；这就是为什么将标准 $P\dot{-}P$ 估算形式上应用于 PSR J0901-4046，会低估其表面磁场。只有在大电流 $i \sim 1$情况下，标准估算才足够准确；此时能量损失（13）的形式几乎与简单磁偶极模型中的形式相同$\propto B^2\Omega^4 R_{\rm ns}^6$ 。

我们看到，PSR J0901-4046 位于死亡线附近，这似乎合乎情理，因为如此强的磁场应该极为罕见。由于我们对初级粒子的洛伦兹因子有一个独立的下限，将数值（7）代入式（10），我们还可以给出表面磁场的一个下限估计，而这一估计并不基于脉冲的微结构特征，

$$B_{\rm min} \approx 2.7 \times 10^{16}\ \mathrm{G}. \tag{16}$$

此下限几乎与死亡值（12）重合。

到目前为止，我们通常假设 PSR J0901-4046 具有偶极磁场，但在中子星物理学的某些方面也讨论了存在非偶极场的可能性 [50–52], 因此，如果脉冲星磁场为多极场，那么情况会发生怎样的变化，这是很有趣的。这里我们仅考虑形如$B_r = 3D(3\cos^2\theta - 1)/4r^4$ 以及 $B_\theta = 3D\sin\theta\cos\theta/2r^4$的轴对称四极磁场情形，其中 r 为径向坐标，θ 为相对于对称轴的极角，D 为四极矩 [，参见文献 [53]]中的图 1(b)。我们可以得到四极磁力线的形式，其方程为 $r^2 = C\sin^2\theta\cos\theta$，其中常数 C 对磁力线进行编号；对于最后一条接触光柱的闭合磁力线，则有 $C_{\rm lc} = (25\sqrt{5}/16)R_{\rm lc}^2$。如果曲率辐射的发射点距轴的距离为 $sR_{\rm pc\,q}$，其中 $R_{\rm pc\,q} = (4/5^{1.25})R_{\rm ns}^2/R_{\rm lc}$为四极极冠半径，则 $s = 0.5$ 的曲率半径为

($\rho_{0\,\mathrm{q}}$ =)$R_{\mathrm{lc}} \approx 1.9R_{\mathrm{lc}}$，结合公式 (6) 可得四极情形下初级粒子的洛伦兹因子，该数值比偶极情形高一个数量级，$\gamma_{0\,\mathrm{q}} \approx 4.0\times10^{8}$。将公式 (9) 中的 U 替换为四极势$U_{\mathrm{q}} = B_{\mathrm{q}}R_{\mathrm{pc\,q}}^{2}/2R_{\mathrm{lc}}$后，我们得到一个不现实的超强磁场 $B_{\mathrm{q}} \approx 3.1\times10^{23}$ G，这表明 PSR J0901-4046 中不可能存在全局四极磁场结构。

我们之所以得到如此强的四极磁场，是因为极冠区域内磁力线的曲率较小；更重要的是，极冠半径仅为 $R_{\mathrm{pc\,q}} \approx 1.5$ cm，极冠过小，无法在合理的磁场强度下提供所需的加速。然而，相对论性导电等离子体流能够使磁场发生形变，并在闭合磁层与开放磁层的边界附近打开部分闭合磁力线，从而提高加速电势。我们来估算一下能够产生与偶极磁场相同磁场强度的四极场几何参数。这样的四极场应位于半径为 $R_{\mathrm{q}} = \alpha R_{\mathrm{lc}}$ 的圆柱内，其中$\alpha < 1$。由于磁力线的曲率半径和极冠半径按照方程$\rho_{0\,\mathrm{q}}^{*} = \alpha\rho_{0\,\mathrm{q}}$和 $R_{\mathrm{pc\,q}}^{*} = \alpha^{-1}R_{\mathrm{pc\,q}}$进行修正，因此，四极磁层中初级粒子的洛伦兹因子为$\gamma_{0}^{*} = \alpha^{1/3}\gamma_{0}$ ，极区的磁场为 $B_{\mathrm{q}}^{*} = \alpha^{7/3}B_{\mathrm{q}}$ 。根据条件 $B_{\mathrm{q}}^{*} = B$ ，可得 $\alpha =$ (B/B_{q})$^{3/7} \approx 10^{-3}$，因此，所产生的四极场仅能延伸至$R_{\mathrm{q}} \approx 10^{-3}R_{\mathrm{lc}} \approx 370R_{\mathrm{ns}}$的距离。初级电子和正电子的洛伦兹因子 $\gamma_{0\,\mathrm{q}}^{*} \approx 4.0\times10^{7}$ 以及极冠半径 $R_{\mathrm{pc}}^{*} \approx 14$ m 似乎与上述纯偶极场所得结果相近。

在边界 $r \sim R_{\mathrm{q}}$ 之外，四极磁场失去重要性，我们可以预期存在某种类似偶极子的磁场。假设在这一边界处，偶极磁场和四极磁场的强度相当-ble，在该区域占主导地位的第一 $B_{\mathrm{d}}^{*}(r) \sim B_{\mathrm{d}}^{*}(r/R_{\mathrm{ns}})^{-3}$ 项和在该区域占主导地位的第二 $B_{\mathrm{q}}^{*}(r) \sim B(r/R_{\mathrm{ns}})^{-4}$ 项 $r < R_{\mathrm{q}}$ 的情况下，我们可以定性地估计恒星表面处与偶极部分相对应的有效磁场，即 $B_{\mathrm{d}}^{*} \sim BR_{\mathrm{ns}}/R_{\mathrm{q}} \sim 8.7\times10^{13}$ G。有趣的是，这一磁场似乎与真空中磁偶极损耗模型所推断出的磁场 B_{st} 相当。因此，如果我们将推测范围拓展到经典偶极场之外，那么以下看法似乎是合理的：标-准 $P-P$ 估计刻画了远处的磁层磁场，而近处磁场则很强且呈多极结构。

总之，我们探讨了一个问题：具有独特自转特征的 PSR J0901-4046 是否可能产生射电辐射。其超慢自转意味着表面磁场应超过死亡值 $B_{\mathrm{death}} = 2.5\times10^{16}$ G，才能有效地通过级联增殖产生用于射电辐射的电子-正电子等离子体。标准估算 $B_{\mathrm{st}} = 3.2\times10^{19}(P\dot{P})^{0.5} = 1.3\times10^{14}$ G 排除了这种可能性，但其依据并不充分。我们考察了等离子体倍增过程中的能量转化，并确定了表面磁场与初级、次级电子和正电子能量之间的联系。PSR J0901-4046 的单个脉冲具有微结构；相对论性束射模型将微脉冲宽度与次级粒子的洛伦兹因子联系起来，其数值似乎为 $\gamma = 2700$。这些因子由曲率辐射的能量决定；曲率辐射来自在极冠上方加速、洛伦兹因子为 $\gamma_{0} = 5.3\times10^{7}$ 的初级粒子。初级粒子的能量由加速间隙中的电势决定，而该电势与磁极处的表面磁场成正比；磁极处的表面磁场似乎为 $B = 3.2\times10^{16}$ G。即使不采用相对论性束射模型，我们也无法得到低于 $B_{\mathrm{min}} = 2.7\times10^{16}$ G 的磁场。这一事实解释了 PSR J0901-4046 射电辐射的存在，并使其成为已知磁化程度最高的射电脉冲星。

[1] M. Caleb *et al.*, Nat. Astron. 6, 828（2022）。[2] J. Bretz、C. A. van Eysden 和 B. Link，Mon. Not. R. Astron. Soc. 504, 5880（2021）。[3] A. J. Castro-Tirado *et al.*, Nature（伦敦）600, 621（2021）。[4] X. Li *et al.*, Astrophys. J. 931, 56（2022）。[5] C. M. Tan *et al.*, Astrophys. J. 866, 54（2018）。[6] C. H. Agar *et al.*, Mon. Not. R. Astron. Soc. 508, 1102（2021）。[7] K. Chen 和 M. Ruderman，Astrophys. J. 402, 264（1993）。[8] Ya. N. Istomin 和 D. N. Sob'yanin，Astron. Lett. 33, 660 2007( )。[9] V. S. Morozova、B. J. Ahmedov 和 O. Zanotti，Mon. Not. R. Astron. Soc. 419, 2147（2012）。[10] X. Zhou、H. Tong、C. Zhu 和 N. Wang，Mon. Not. R. Astron. Soc. 472, 2403（2017）。[11] V. Radhakrishnan 和 D. J. Cooke，Astrophys. Lett. 3, 225 1969( ). [12] M. M. Komesaroff，Nature（伦敦）225, 612 (1970). [13] J. M. Rankin，Astrophys. J. 352, 247 (1990). [14] J. M. Rankin，Astrophys. J. 274, 333 (1983). [15] K. Maciesiak、J. Gil 和 G. Melikidze，Mon. Not. R. Astron. Soc. 424, 1762 (2012). [16] D. Mitra、R. Basu、K. Maciesiak、A. Skrzypczak、G. I. Melikidze、A. Szary 和 K. Krzeszowski，Astrophys. J. 833, 28 (2016). [17] M. V. Popov、T. V. Smirnova 和 V. A. Soglasnov，Sov. Astron. 31, 529 (1987). [18] J. M. Cordes, Aust. J. Phys. 32, 9 (1979). [19] M. Kramer、S. Johnston 和 W. van Straten，Mon. Not. R. Astron. Soc. 334, 523 (2002). [20] D. Mitra、M. Arjunwadkar 和 J. M. Rankin，Astrophys. J. 806, 236 (2015).

[21] K. De、Y. Gupta 和 P. Sharma，Astrophys. J. 833, L10 (2016). [22] M. A. Ruderman 和 P. G. Sutherland, Astrophys. J. 196, 51 (1975). [23] D. Mitra、R. Basu、G. I. Melikidze 和 M. Arjunwadkar，Mon. Not. R. Astron. Soc. 492, 2468 (2020). [24] J. Gil，Astron. Astrophys. 115, 270 (1982). [25] J. Gil，Astrophys. J. 308, 691 (1986). [26] Ch. Lange、M. Kramer、R. Wielebinski 和 A. Jessner, Astron. Astrophys. 332, 111 (1998). [27] M. V. Popov、N. Bartel、W. H. Cannon、A. Yu. Novikov、V. I. Kondratiev 和 V. I. Altunin，Astron. Astrophys. 396, 171 (2002). [28] V. A. Bordovitsyn，编，*Synchrotron Radiation Theory and Its Development* 1999 （World Scientific，新加坡，）。[29] U. A. Mofiz、U. de Angelis 和 A. Forlani，Phys. Rev. A 31, 951 (1985). [30] J. M. Cordes、J. M. Weisberg 和 T. H. Hankins，Astron. J. 100, 1882 (1990). [31] T. E. Strohmayer、J. M. Cordes 和 H. M. Van Horn，Astrophys. J. 389, 685 (1992). [32] G. Machabeli、D. Khechinashvili、G. Melikidze 和 D. Shapakidze，Mon. Not. R. Astron. Soc. 327, 984 (2001). [33] E. Asseo 和 A. Porzio，Mon. Not. R. Astron. Soc. 369, 1469 2006( ). [34] D. Mitra 和 J. M. Rankin，Astrophys. J. 577, 322 (2002). [35] A. N. Timokhin，Mon. Not. R. Astron. Soc. 408, 2092 (2010). [36] A. N. Timokhin 和 A. K. Harding，Astrophys. J. 810, 144 2015( ). [37] Ya. N. Istomin 和 D. N. Sob'yanin，J. Exp. Theor. Phys. 113, 592 (2011). [38] A. N. Timokhin 和 A. K. Harding，Astrophys. J. 871, 12 2019( ). [39] K. Makishima、T. Enoto、J. S. Hiraga、T. Nakano、K. Nakazawa、S. Sakurai、M. Sasano 和 H. Murakami，《物理评论快报》112，171102（2014）。[40] K. Makishima、T. Enoto、H. Yoneda 和 H. Odaka，Mon. Not. R. Astron. Soc. 502，2266（2021）。[41] K. Makishima、T. Tamba、Y. Aizawa、H. Odaka、H. Yoneda、T. Enoto 和 H. Suzuki, Astrophys. J. 923，63（2021）。[42] M. G. Baring 和 A. K. Harding，Astrophys. J. 507，L55（1998）。[43] V. M. Malofeev、O. I. Malov、D. A. Teplykh、S. A. Tyul'bashev 和 G. E. Tyul'basheva，Astron. Rep. 49，242（2005）。[44] F. Camilo、S. M. Ransom、J. P. Halpern、J. Reynolds、D. J. Helfand、N. Zimmerman 和 J. Sarkissian，Nature（伦敦）442，892（2006）。[45] F. Camilo、S. M. Ransom、J. P. Halpern 和 J. Reynolds，Astrophys. J. 666，L93（2007）。[46] D. N. Sob'yanin，Mon. Not. R. Astron. Soc. 471，4121（2017）。[47] Ya. N. Istomin、D. O. Chernyshov 和 D. N. Sob' yanin，Mon. Not. R. Astron. Soc. 498，2089（2020）。[48] V. S. Beskin、A. V. Gurevich 和 Ya. N. Istomin，Astro- phys. Space Sci. 102，301（1984）。[49] V. S. Beskin、A. V. Gurevich 和 Ya. N. Istomin，Sov. Phys. JETP 58，235（1983）。[50] D. P. Barsukov 和 A. I. Tsygan，Mon. Not. R. Astron. Soc. 409，1077（2010）。[51] A. P. Igoshev、J. G. Elfritz 和 S. B. Popov，Mon. Not. R. Astron. Soc. 462，3689（2016）。[52] C. Kalapotharakos、Z. Wadiasingh、A. K. Harding 和 D. Kazanas，Astrophys. J. 907，63（2021）。[53] M. Long、M. M. Romanova 和 R. V. E. Lovelace，Mon. Not. R. Astron. Soc. 374，436（2007）。