数学与伦理学：面向未来教师的思考

安德拉什·巴特凯

数学建模应用于我们生活的每个领域。当借助这些模型对人的生命和命运作出决定时，自然会引发伦理问题。我们在这里列出一份可能问题的简要清单，其中一些也可以在学校教学中加以讨论。我们曾在研讨课中与数学专业学生一起对所列主题进行试验并讨论。

关键词： 数学伦理学, 跨学科- 教学, 学生项目

引言

伦理学将在奥地利学校作为必修课引入，未来的以及在职的数学教师也应思考其学科的伦理影响。

正如我们在过去几年中所经历的那样，数学和统计论证在政治和社会讨论中越来越频繁地被采用，有时甚至被滥用（例如气候变化、新冠危机等）。数学教师是我们社会中受过数学教育的成员，他们肩负着这样的责任：一方面指出错误的论证，另一方面改善科学传播（Ernest，2021a）。

近年来，数学伦理学领域开展了许多研究-努力，直到今天，许多令人兴奋的问题仍未得到充分讨论。我们的目标是阐明，在数学教学中可以探讨伦理学的哪些主题。这样一方面可以为跨学科教学提供一种途径，另- 一方面也展现了课程大纲所要求的数学的社会相关性。

接下来，我们将探讨教师教育中应涉及哪些主题，以便未来的教师能够将这些内容融入教学，同时也能意识到数学教师对整个社会所负有的责任。

为实现这一目标，我们将先简要概述与学校相关的伦理主题，然后总结数学哲学的要点。接着，我们将按照哲学复杂程度由低到高，列出我们认为对讨论至关重要的数学主题。过去几年里，我们曾在一门关于数学史与数学哲学的研讨课上讨论这一主题。对于因斯布鲁克大学和福拉尔贝格师范大学的学生所进行的热烈讨论和提出的建设性建议，我深表感谢。福拉尔贝格师范大学的各位同事提出的建议也非常宝贵。

学校教学中的伦理学

伦理学课程在奥地利学校中不断扩展，因此也是学校哲学教育的重要组成部分。我们在此总结与数学最相关的要点（Pfister 与 Zimmermann，2016年）。伦理问题对于一般哲学也很重要，因为它们能够很好地引发形而上学、认识论等方面的思考。早在柏拉图的著作中，苏格拉底的讨论就常常从公正等伦理问题开始，并延伸至更一般的主题。伦理问题具有直接的社会相关性，既关乎个人，也关乎政治。教学的目的在于培养作出道德判断的能力。

应当涉及的主要理论是亚里士多德的美德伦理学，

康德的义务论、功利主义、话语伦理学和同情伦理学。领域伦理学及其相关的具体问题也很重要，数学也可以与之衔接。道德论证也需要学习，其中包括前提和结论等逻辑基础、三段论以及常见的谬误。

实践伦理学应以问题为导向进行教学。最重要的教学考量包括：

- 内容应当有趣且具有现实意义，
- 应当能够获取适合进行探讨的材料，并且
- 学生应当具备相关的专业知识。

我们对主题的选择力求遵循这些教学考量。

数学实践

由于伦理学与人们的行为密切相关，我们首先应了解数学活动有哪些类型。Ernest（2021a）借鉴 McIntyre 的德性理论（Ernest，2021b），归纳出以下数学实践：

1. 以数学为明确目标的纯数学实践。理论数学研究属于这一类。2. 以数学为明确目标的应用数学实践。例如应用数学研究。3. 数学作为隐含目标的应用与理论实践。例如，其他科学领域中以数学为基础的理论研究，像理论物理学。4. 以数学为明确目标的纯实践活动。例如，教学和教学材料的开发都属于这一类。数学学习也以数学为明确目标。5. 数学作为隐含目标的纯理论工作与应用理论工作。应用程序和计算机应用的开发，在可应用于各种不同的生活领域，是这一点的一个例子。6. 应用与实践活动，明确运用数学。经济数学、金融统计学等都是这方面的例子。这类活动着重于开发新的应用。7. 纯粹与应用型实践工作，隐含运用数学。这包括日常数学，例如税务、工资计算等。更广泛地说，数据处理及其在日常生活中的运用也可以归入这一类。

这里的各个要点都可以讨论，例如要点1和2是否不应合并，但这份列表相当好地总结了如今数学是如何以及在哪里开展的。我们可以思考一下，当我们按照教学大纲的要求，将数学呈现为一门充满活力的科学时，教学中会涉及其中哪些要点。下面我们将聚焦于数学建模的伦理层面，并对与实践伦理最相关的要点，即第5至第7点，进行更详细的讨论。在此过程中，我们始终会关注学校教学情境。

主题

下面我们将借助许多可在教学中探讨的例子，考察那些会引发伦理相关问题的数学主题领域。这里不做分类；有些例子完全可能同时出现在多个类别中，而且各个数学主题之间也并非彼此孤立。这些问题领域是根据教学考量，按哲学复杂性由浅入深呈现的。

计算错误

最明显的情况是，我们可以看看简单的计算错误可能导致什么后果。我们必须意识到，在数学的应用中，计算错误可能造成灾难性的

可能导致这些情况。尽管错误属于学校日常教学的一部分，并能发挥重要的教学作用，甚至在探究式学习中具有核心功能，但我们不应在教学中忽视这一点。

- 火星气候探测器（Grossman，2010）于1999年损坏，原因是在准备过程中，一家供应商没有使用国际单位制单位进行尺寸换算，导致零部件无法兼容。

- 瓦萨号（Hocker，2011）是一艘皇家海军战舰，在1628年首次出航时出现稳定性问题并沉没。调查发现，多名工匠使用了不同的计量单位进行计算（瑞典英尺和阿姆斯特丹英尺），因此船上的一些部件并未真正匹配。沉船事故造成约50人死亡。

- 莱茵河大桥（《明镜》，2004）从两侧同时施工，旨在连接德国和瑞士。然而，由于符号错误，两侧桥体出现了56厘米的高度差，桥梁不得不拆除重建。由此产生了数百万规模的费用。

合理性

日常生活中的许多决定，取决于某些可能发生在未来或过去的事件在我们看来是否可信。法庭上的罪责问题通常取决于被告确实实施了该行为这一说法是否可信（Buchanan, 2007）。由于这里涉及公正和人的命运，因此与伦理学的关系显而易见。为了提高客观性，人们很容易在此将可信度与（数学）概率混为一谈，或试图用概率来建模。也就是说，如果某一事件的数学概率很高，人们就会认为它可信。日常语言也暗示了这一做法：我们把“可能”当作“可信”的同义词。Pólya（1975）在其著名的教学著作中也试图用概率来解释可信度，而奈曼-皮尔逊检验在统计学也建立在用概率取代合理性判断的基础上。

使用概率进行推理时，可能会出现论证错误。以下示例探讨了条件概率的错误用法，其中大多数展示了所谓的“检察官谬误”或“检察官混淆”（prosecutor’s fallacy），这一说法已载入文献（Krämer，2015年）。另见（Schneps & Colmez，2013）。

- 莎莉·克拉克（Byard，2004）于1999年被控杀害她的两个新生儿，而医生最初的诊断是婴儿猝死。控方的主要证人是一名医生，他的论证如下：婴儿猝死的概率是1:8500，而两个孩子都发生这种情况的概率是其平方。因此，两个孩子都死于婴儿猝死的可能性非常低，所以克拉克女士一定杀害了自己的孩子。莎莉·克拉克被判有罪，并经过三年的上诉程序才证明了自己的清白。遗憾的是，她此后再也没有恢复过来，后来死于酒精中毒。她的案件尤其令人震惊，表明错误的数学论证和不准确的概率计算可能造成多么严重的伤害。

- Lucia de Berk（Buchanan，2007）曾担任护士，并被怀疑杀害了她的几名患者。整个案件过程中令人惊讶的是，从未提出过任何一项针对 Lucia de Berk 过失的具体证据。为此，调查人员进行了概率计算，试图证明这名护士偶然出现在这些可疑死亡事件现场的可能性实际上为不可能。相关论据属于统计学性质，而审判过程中所犯的统计错误，在 Meester 等人（2007）的研究中得到了非常好的梳理，其中部分内容也可用于学校教学。其中一个错误论据是：她出现在这些事件现场的可能性极低，以至于

她在所有这些死亡事件中都只是偶然在-场，因此她一定造-成了这些死亡。直到经过多年的诉讼-程序，她才被宣判无罪。

- O.J.辛普森被宣判无罪，罪名是谋杀自己的妻子（Krämer，2015年），尽管公众坚信他有罪。这在审判中并不是关键，但他的辩护方提出了一些错误的论点，并试图辩称：仅仅因为辛普森殴打过妻子，并不意味着他一定谋杀了她，因为许多男人会殴打自己的妻子，但只有少数人会杀害她们。然而，如果当时提出这样的问题：在那些被丈夫殴打后遭杀害的女性中，有多少人也是被自己的丈夫杀害的，那么呈现出的将会是完全不同的图景。

错误的模型或对模型的误解

由于这些模型通常复杂且数学要求较高，因此这个主题一般不太适合在学校课堂上讲授。不过，如果我们意识到这类现象在公共讨论中越来越常见，那么探讨这个主题仍然很重要。

- 2009年的金融危机震撼了世界，许多人将其归咎于（错误应用的）数学模型。探讨其伦理影响的文献十分丰富，例如参见 Ippoliti（2021年）或 Johnson（2012年）。

- 借助统计数据进行操纵是一个重要主题，参见（Krämer，2015年），这一主题在政治讨论中经常伴随着我们。只需想想新冠疫情期间对不同指标的各种解读。

- 新冠疫情也提供了许多数学预测遭到误读的例子，比如发病率、检测的可靠性或疫苗接种的有效性。数学模型运行效果不佳（Ioannidis 等，2022年），是因为我们对病毒了解不足，这也加剧了不确定性。

文字题目

- 只要学校作业纯粹是数学题，就可以认为题目文本不会引发重大伦理讨论。然而，教学中也会涉及许多与日常生活相关的题目，而这类文字题在伦理上绝非中立，参见（Shulman, 2002）。它们常常传递一套价值观，并暗示某些态度。这里以纳粹时期的极端情境为例；在学校教材中可以找到大量相关例子（Heske, 2021），其中要求计算

- 犹太人在不同社会阶层中的占比。

- 用国家拨给精神病患者的钱，能让多少个家庭买得起房子?

- 防空地下室里能容纳多少人，一架飞机能装载多少炸弹。
- 在萨尔公投中投票支持德国的百分比。

不过，教师在布置每项任务时，都应思考其中传递了哪些价值观，以及对该任务进行伦理讨论是否也恰当。气候变化、环境、健康和贫困等主题甚至很适合展开此类讨论。

值得商榷的应用程序

数学自诞生之初起，就一直被用于军事目的，并受到军事应用的推动。早在古巴比伦的楔形文字文献中，就能找到要求计算围城堤坝体积的题目；而在数学史的每个时代，数学与军事应用之间的密切关系都远不止是显而易见，人们只需想想阿基米德便可知晓。这本书（Booß-Bavnbek & Hoyrup，2003）很好地概述了数学曾如何在战争的各个方面得到运用。

自动化决策

如果需要在不同选项之间做出选择，许多人希望有算法能够自动完成这一选择。人们希望

从而提高客观性和公正性。自动化决策的一个问题是，算法要么不公开（商业机密），因此无法确保决策过程透明；要么在公开后，往往会形成反馈循环，从而扭曲系统。人们还经常观察到，自动化决策会加剧不平等和刻板印象，因为数据处理得出的不是因果关系，而是相关性。

• 在体外受精中选择胚胎时，算法的使用越来越频繁（Afnan 等，2021年）。这个主题在数学上很复杂，在伦理上也颇具争议。通常会计算概率，并选择具有最-佳生存机会的胚胎。这种功利主义方法引发的问题多于它提供的答案。

• 为了预防犯罪，越来越多地采用算法（Brings-jord 等，2021年）。在这里，通常还会通过大数据分析计算概率。例如，如果某个地区迄今为止的入室盗窃较多是由某个族群的成员实施的，那么仅仅属于该族群就会被评估为风险因素，从而强化偏见。

• 自动驾驶在技术伦理领域具有特殊地位，相关文献也相当丰富。关于汽车应如何应对危险情况，目前仍远未形成充分讨论，参见（Funk，2022年）。

• 标准化测试是教学领域中一个棘手的话题。它们虽然提供了可比性和客观性，但也会对教学产生反馈效应，而这种影响并不总是受欢迎。例如，有许多报告指出，课程大纲中虽然列出、但很可能不会在中央高中毕业考试中考查的主题，在教学中几乎不会被涉及。标准化与个性化之间的张力也不应被忽视（Brügelmann，2019年）。

• 搜索引擎算法常被用来

被视为漂亮的数学例子，例如在线性代数中，但也因其对阴谋论传播的贡献而受到猛烈批评（Ghezzi等，2020）。人们还强化了关于某些职业更适合由男性还是女性从事的刻板印象（Kay 等，2015年），而且总的来说，搜索结果的可操纵性（Epstein 与 Robertson，2015年）是一个严重问题。

• 一般而言，关于排名的讨论已拥有大量文献，尤其涉及其伦理影响时更是如此。大学排名、雇主排名等各自都有自己的问题领域（O'Neil，2017）。

建模

对我们周围现象进行数学化和数学建模，其历史几乎与人类文化一样悠久。其背后的哲学基本立场，即我们的世界是（近似）可知的（Nickel，2007），在此我不打算讨论；但建模过程会引发伦理问题，这些问题也应在教学中加以探讨。对数学模型的错误认识无疑会助长对科学的怀疑，尽管问题要复杂得多（Kollosche，2021年）。

我想通过 Andreas Vohns（2010）的论述来探讨建模过程。这是一个数学上较为简单的例子，其中数学的作用仅限于使用数字。但正因如此，我们可以更清楚地识别各个建模步骤。

• 人们希望对住宅区内谨慎且负责任的驾驶行为进行建模，旨在促使驾驶员采取这种行为，并惩罚不负责任的驾驶员。

• 在我们的文化圈中，通常会用速度来衡量前面的行为。完全不开车，就代表绝对安全；而如果开得飞快，那就是不负责任。

- 现在的问题是限速。如果让汽车通行，那么限速为0就不可行，因为人们希望继续前进。因此，限速将成为安全与前进之间的一种折中。尽管有许多论据支持某些特定的限速，但没有哪一种限速具有与生俱来的必然性。人们可以提出20、30或40，或者其他数值作为限速。

- 一旦确定一个数字，例如 30，它就对所有人都具有强制性。有人开得更快，就可能受到处罚；即使你能更好地论证另一个限值，也必须缴纳罚款。

因此，建模是在任意性与强制之间的辩证法中进行的。之所以采用数学建模，是因为其结果客观且可验证，也因为借此能够实现高度的纪律约束。

- 在新冠疫情期间，人们也曾尝试对重症监护病房的使用率进行建模。起初，人们（基于西班牙流感的经验）采用发病率进行建模，参见 Cao & Liu（2022）。人们试图在安全防护（即全面封锁）与完全自由之间划定一条界线，既保障一定程度的安全，又能维持经济正常运转。由于这种共识在不同国家导致了不同的措施，政治方面并不总能很好地传达建模中具有强制性的部分。

- 人的尊严应在大多数西欧国家得到尊重和保护。我们文化圈中的大多数人也相信，国家在这方面负有照护职能，应当帮助有需要的人。在建模时，人们很快会想到用收入来界定有尊严的生活，而国家援助则通过社会救助来实现，参见 Vohns（2010）。从没有社会救助到为所有人提供基本收入，其间的范围很大。根据政治论述，可以选择商品篮子模型或统计模型，以便在讨论中界定有尊严的

定义最低生活标准。

- 通常，决策者需要针对特定指标设定一维阈值，以便轻松说明决策依据，并避免再引发讨论。在此过程中，不应忽视建模过程中带有任意性的决策，同时也应为个别例外决策留出空间。

结论

人们常引用康德的话：“我主张，在每一门特殊的自然学中，只有其中包含多少数学，才有多少真正的科学”（康德，1786年）。这句话似乎已开始自成一体，而我们正经历着前所未有的世界的数学化（Nickel，2007年；2022年），它早已超越康德最初的意图。我们生活的每个领域都被数字所刻画，人们希望借此实现客观与公正。然而，正如我们从这些例子中看到的，结果往往适得其反：差异被加剧，不公也进一步扩大。因此，未来的数学教师深入探讨数学建模中的伦理问题至关重要。在我们的研讨课上，学生深入研究了这一主题以及杰利蝾螈选区划分、分诊等诸多议题，并在工作坊中展开了批判性讨论。他们思考了这些主题适合融入哪些教学环节，也设计了相应的教学单元。

数学与伦理学之间的其他关系，即职业伦理（剽窃、优先性、少数群体等），或者究竟什么是好的（以及不好的）数学这一问题，我们在这里无法加以讨论。后一个问题与“数学是什么”这一问题密切相关，对学校教学具有重要作用。它决定了我们要教什么，以及如何开展教学（Ernest，2018年；Maaß和Götz，2022年）。不过，这些是另一部出版物要讨论的主题。

参考文献

Afnan, M. A. M., Rudin, C., Conitzer, V., Savulescu,J., Mishra, A., Liu,Y. &Afnan,M. (2021年). 人工智能在体外受精中选择胚胎的伦理实-施。AIES,2, 316–326.https://doi.org/10.1145/3461702.3462589

Booß-Bavnbek,B. & Hoyrup, J. (2003). 数学与战争。施普林格 Basel AG。https://ebookcentral.proquest.com/lib/kxp/detail.action?docID=6386405 https://doi. org/10.1007/978-3-0348-8093-0

Bringsjord, S.,Govindarajulu, N.S. &Giancola, M.（2021年）。人工智能可以阻止大规模枪击事件，以及更多。arXiv 电子预印本，arXiv:2102.09343。

Brügelmann,H.(2019).通过标准- 化实现个性化？走出被测量学校的教育学矛盾。载于G.Müller &A. Sloot（编），启- 蒙、勇气与激情！为民主-的学校辩护：德国教育与科学工会吕讷堡地区协会第74届教育周的记录。（第 55–74 页）。德国教育与科学工会吕讷堡地区协会。https://doi.org/10.25656/01:16816

Buchanan, M.（2007）。统计学：以数字定罪。《自然》，445(7125)，254–255。https://doi.org/10.1038/445254a

Byard, R. W. (2004). 婴儿意外死亡：Sally Clark 案的教训。《澳大利亚医学杂志》, 181(1), 52–54. https://doi.org/10.5694/j.1326-5377.2004. tb06162.x

Cao, L. & Liu, Q. (2022年). COVID-19 建模：一篇综述。medRxiv, 2022.08.22.22279022. https://doi.org/10.110 1/2022.08.22.22279022

Epstein, R. & Robertson, R. E. (2015年). 搜索引擎操纵效应（SEME）及其对选举结果可能产生的影响。《美国国家科学院院刊》, 112(33), E4512-21. https://doi.org/10.1073/pnas.1419828112

Ernest, P.（编）。（2018）。《当今数学教育哲学》。施普林格，Cham。https://doi.org/10.1007/978-3-319-77760-3

Ernest, P.（2021a）。《数学实践伦理学：拒绝、实现与责任》。《数学教育哲学期刊》，2021年（38），1–33。https://doi.org/10.1007/978-3-030-19071-2_9-1

Ernest, P.（2021b）。数学、伦理学与纯粹主义：麦金太尔的德性理论的一项应用。《综合》，199（1-2），3137–3167。https://doi.org/10.1007/s11229-020-02928-1

Funk, M.（2022年）。《机器人与人工智能伦理学：方法论导论》。《技术伦理学基础：第1卷》。施普林格·维格，施普林格威斯巴登专业媒体有限公司。https://doi.org/10.1007/978-3-658-34666-9

Ghezzi, P., Bannister, P. G., Casino, G., Catalani, A., Goldman, M., Morley, J., Neunez, M., Prados-Bo, A., Smees- ters, P. R., Taddeo, M., Vanzolini, T. & Floridi, L. (2020). 在线疫苗信息：信息质量，而不仅是隐私，是搜索引擎的伦理责任。《医学前沿》，7，400。https://doi.org/10.3389/ fmed.2020.00400

Grossman, L.（2010年11月10日）。1999年11月10日：公制数学错误搞砸了火星气象任务。《WIRED》。https://www.wired.com/2010/11/1110mars-climate- observer-report/

Heske, H.（2021年）。国家社会主义时期的数学教学。《数学学期报告》，68(1)，119–142。https://doi.org/10.1007/s00591-020-00291-3

Hocker, F.（2011年）。瓦萨号：一艘瑞典战舰。Medströme Bokforlag。

Ioannidis, J. P. A.、Cripps, S. 和 Tanner, M. A.（2022年）。新冠肺炎预测已经失败。《国际预测学期刊》，38(2)，423–438。https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2020.08.004

Ippoliti, E.（2021年）。数学与金融：一些哲学思考。《Topoi》，40(4)，771–781。https://doi.org/10.1007/s11245-020-09706-1

Johnson, T. C.（2012年10月19日）。伦理学与金融：数学的作用。https://arxiv.org/pdf/1210.5390

康德, I. (1786年). 自然科学的形而上学基础. Hartknoch. https://opacplus.bsb-muenchen. de/search?id=887337&View=default&db=100

Kay, M., Matuszek, C. & Munson, S. A. (2015年). 职业图像搜索结果中的代表性不平等与性别刻板印象. 收录于 B. Begole（编），ACM数字图书馆，《第33届ACM计算机系统中的人为因素年度会议论文集》（第3819–3828页）. ACM. https://doi.org/10.1145/2702123.2702520

Kollosche, D. (2021年). 后事实主义如何为数学认识论带来新的需求. 收录于 D. Kollosche（编），《数学教育与社会》第2卷：探索建立联系的新途径：第十一届国际数学教育与社会会议论文集：第2卷（第1版，第575–584页）. tredition. https://doi.org/10.5281/zenodo.5415054

Krämer, W.（2015年）。《统计学如何说谎》[新版]。Campus出版社；Ciando。http://ebooks.ciando.com/book/ index.cfm/bok_id/1984045

Maaß, J. & Götz, S.（2022年）。关于面向现实的数学教育的哲学问题与教学法考量。《数学教育哲学期刊》，2022年（39），1–36。

Meester，R., Collins,M., Gill, R. & van Lambalgen,M.（2007）。论护士LuciadeB.法律案件中统计学的（滥）用。《法律、概率与风险》，5(3-4)，233– 250。https://doi.org/10.1093/lpr/mgm003

Nickel, G. (2007). 数学与科学的数学化。伦理思考。载于 J. Beren- des（编），《通过责任实现自治》（第 319– 346 页）。Brill mentis。https://brill.com/view/book/edcoll/9783969750360/BP000014.xml

Nickel, G.（2022年）。伦理学与数学——五十年后的几点观察。《人文主义数学期刊》，12（2），7–27。https://doi.org/10.5642/jhummath. PXMY2159

O’Neil, C.（2017）。《数学毁灭性武器：大数据如何加剧不平等并威胁民主》（平装本第一版）。企鹅兰登书屋。

Pfister, J. & Zimmermann,P.（编）。（2016）。utb-studi-e-book：第4514卷。哲学教学新手册。UTB GmbH。https://doi. org/10.36198/9783838545141

波利亚，G.（1975）。数学与合理推理：第2卷：合理推论的类型与结构。《科学与文化》：第15卷。比克豪瑟出版社，巴塞尔。

Schneps, L. & Colmez, C.（2013）。《数学受审：数字如何在法庭上被使用和滥用》。基础图书出版社。

Shulman, B. (2002). 毒气是否足以杀死整座城市？《数学课堂中的伦理教学》。《大学数学期刊》，33(2)，118–125。https://doi. org/10.1080/07468342.2002.11921929

《明镜》。（2004年1月14日）。规划失误：莱茵河大桥设楼梯——高低差54厘米。《明镜》。https://www.spiegel.de/panorama/planungs-panne-rheinbruecke-mit-treppe-54-zentimeter-hoehe-nunterschied-a-281837.html

Vohns, A.（2010）。人的尊严的数学化。关于德国联邦宪法法院“哈茨四号方案”判决的数学教育学评论。《数学教育学学会通讯》，36(89)，4–12。https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php?jour-nal=mgdm&page=article&op=view&path%5B%5D=557&pa th%5B%5D=548