# Nakagami-$m$衰落下非正交多址辅助的双可重构智能表面：信道与系统建模

威尔逊·德·索萨·儒尼奥尔·陶菲克·阿布尔~昂电气工程系（*DEEL*） 电气工程系（*DEEL*） 隆德里纳州立大学（*UEL*）。隆德里纳州立大学（*UEL*）。86057-970, 巴西巴拉那州隆德里纳。 wilsoonjr98@gmail.com taufik@uel.br

arXiv:2304.03862v1 [cs.IT] 7 Apr 2023

**摘要**

我们研究了双RIS辅助的非正交多址（NOMA）下行链路中断性能，其中部署了靠近基站和靠近用户的RIS。为实现360度覆盖，我们部署了同时透射和反射可重构智能表面（STAR-RIS）结构，旨在提高室内用户和室外用户的通信可靠性。针对同时考虑传统可重构智能表面和STAR-RIS天线单元特性的Nakagami-$m$ 端到端信道，我们采用矩匹配（MM）技术推导了新的信道统计特性。数值结果表明，当STAR-RIS（$R_S$）和传统可重构智能表面（$R_C$）的单元数量经过适当调整时，双RIS配置的性能优于单RIS配置。此外，当基站与靠近用户的RIS之间的链路状况良好时，单RIS配置的性能优于双RIS配置。最后，所提出的解析方程在不同信道和系统配置下均表现出很高的准确性。

**索引词**

同时透射和反射型可重构智能表面（STAR-RIS）；中断性能；矩匹配（MM）

## I. 引言

The 即将到来的超越5G（B5G）无线网络旨在为各类用户提供高连接性和多样化服务。可重构智能表面已在研究界和工业界获得广泛关注，并被视为满足未来网络严苛需求的有前景的候选方案,

这主要归功于其能够创建可配置的传播环境，从而提升频谱效率（SE） [1],能效（EE） [2],以及服务质量（QoS）等指标。然而，传统可重构智能表面（C-RIS）的安装位置可能导致处于特定位置的用户（盲区）无法获得服务。近期提出了一种名为同时透射和反射可重构智能表面（STAR-RIS）的新型架构，可通过将通信覆盖范围扩展 180° 至 360°来克服这一局限。此外，研究表明，将可重构智能表面安装在接收机附近可获得最佳性能增益[3]; 因此，为充分发挥这项技术的潜力，双可重构智能表面因能够结合在发射机和接收机附近部署可重构智能表面而备受关注。

此外，随着网络中连接设备数量呈指数级增长，亟需能够支持海量连接的方案。因此，非正交多址接入（NOMA）被认为是超越5G（B5G）的一种很有前景的多址接入技术，因为它能够支持更多用户接入，从而提高系统频谱效率。近年来，研究者致力于预测可重构智能表面辅助信道的行为；因此，文献[4], [5], [6], [7]针对不同多址接入系统提出了中断概率（OP）和遍历容量（EC）的解析表达式。这些解析方法有助于评估系统的可靠性，并了解可重构智能表面辅助系统如何随某些参数变化而扩展。文献 [4], 的作者推导了下行链路和上行链路网络中非正交多址（NOMA）与正交多址（OMA）的中断概率和遍历容量解析表达式。文献 [5] 的作者利用统计矩匹配（MM）技术，推导了采用随机和最优相移设计的非正交多址接入辅助单可重构智能表面场景的中断概率解析方程。文献 [6], 的作者提出了一种优化双可重构智能表面辅助多输入多输出通信配置相移的方法，以最大化系统容量。文献 [7] 研究了莱斯衰落信道下STAR-RIS辅助非正交多址接入网络的性能，并推导了中断概率解析方程。

据作者所知，文献尚未研究双RIS（C-RIS + STAR-RIS）辅助非正交多址的解析信道预测特性。因此，针对这一研究空白，我们研究了中断概率和遍历容量的闭式表达式；此外，还刻画了双RIS配置确实能够带来收益的条件。本工作的主要贡献有三点：***i***) 分析了一个下行链路双RIS系统，其中部署了传统可重构智能表面和STAR-RIS，分别为室内用户和室外用户提供服务。通过MM技术，我们静态地刻画了

这一新场景下的端到端信道，其中所有通信链路均服从Nakagami-$m$分布；***ii)*** 推导出中断概率和遍历容量的简洁且精确的闭式表达式，并针对双RIS配置的不同参数设置进行计算，例如每个RIS中的单元数，以及Nakagami分布的 $m$ 参数（视距和非视距的影响）。通过蒙特卡洛模拟（MCs）验证了所建立的解析结果；***iii)*** 阐明了双RIS配置在何种条件和配置下能够优于单RIS配置。

符号说明：标量、向量和矩阵分别用小写字母、粗体小写字母和粗体大写字母表示；$\mathbb{C}^{N\times M}$ 表示 $N\times M$ 复矩阵的空间；$|\cdot|$ 表示绝对值运算符；diag(·)表示对角运算符；$\Gamma(\cdot)$ 表示伽马函数；$\gamma(\cdot)$表示下不完全伽马函数；$\mathbb{E}[\cdot]$ 和 $\mathbb{V}[\cdot]$ 分别表示数学期望和方差运算符；$\mathcal{G}(k,\ \theta)$表示形状参数和尺度参数分别为 $k$和 $\theta$的伽马随机变量分布；$\mathcal{GG}(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ c)$表示服从广义伽马分布的随机变量，其参数为 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$和 $c$；$Nakagami(m,\ \Omega)$表示形状参数和扩展参数分别为 $m$和Ω的Nakagami-$m$ 随机变量分布；

## II. 系统模型

如图1所示，我们考虑一个由双RIS辅助的下行链路双用户通信系统，其中基站（BS）$S$和用户均配备一根单天线。为实现360度覆盖，我们考虑在建筑外墙部署STAR-RIS，以同时增强室内用户（$U_{\mathrm{I}}$）和室外用户（$U_{\mathrm{O}}$）的通信。我们假设 $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 分别是最强用户和最弱用户。RIS分别部署在 $S$ 附近（称为传统可重构智能表面，记为 $R_C$）和用户附近（称为STAR-RIS，记为 $R_S$）。设 $N$ 为两个RIS的无源单元总数，其中 $R_C$ 和 $R_S$ 分别包含 $N_C=|\mathcal{N}_C|$ 和 $N_S=|\mathcal{N}_S|$ 个单元，RIS单元集合定义为 $\mathcal{N}_C=\{1,\dots N_C\}$、$\mathcal{N}_S=\{1,\dots N_S\}$和 $N_C+N_S=N$。我们将分割因子 定义为 $\eta\triangleq\frac{N_C}{N}$。此外，我们考虑将 $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 配对以执行非正交多址（NOMA）。

—

$R_C$ 可通过其相移矩阵进行配置，以改善通信性能，该矩阵表示为 $\mathbf{\Phi}_C=$diag($[\nu_1e^{j\theta_1},\dots,\nu_{N_C}e^{j\theta_{N_C}}]$)，其中 $\theta_n\in[0,2\pi]$ 和 $\nu_n\in(0,1]$ 分别为 $R_C$中第 $n$个单元所采用的相移和幅度系数。这里，我们假设 $\nu_n=1$理想，$\forall n\in\{1,\dots,N_C\}$。此外，对于STAR-RIS（$R_S$），其相

移矩阵可定义为 $\mathbf{\Phi}_S^i = \text{diag}([\xi_{i,1}e^{j\varphi_{i,1}}, \ldots, \xi_{i,N_S}e^{j\varphi_{i,N_S}}])$，其中 $i \in \{I, O\}$，$\xi_{\text{I},\ n}(\varphi_{\text{I},\ n})$和$\xi_{\text{O},\ n}$ $(\varphi_{\text{O},\ n})$分别表示第 $n$个单元用于折射和反射的幅度系数（相移）。

本文聚焦于能量分割（ES）协议，该协议假设 STAR-RIS 通过将总辐射能量分配给折射信号和反射信号，同时工作于透射和反射模式。根据能量守恒定律，透射信号与反射信号的能量之和应等于入射信号的能量，$i.e.$, $\xi_{\text{I},\ n} + \xi_{\text{O},\ n} = 1\ \forall n \in \mathcal{N}_S$。不失一般性，我们采用 $\xi_{i,\ n} = \xi = 0.5, \forall n \in \mathcal{N}_S$ 和$\forall i \in \{I, O\}$。

### *A.* 信道模型

为系统地描述所提出的系统模型，令 $\mathbf{f} = [f_1, \ldots, f_{N_C}] \in \mathbb{C}^{1\times N_C}$、$\mathbf{D} = [\mathbf{d}1, \ldots, \mathbf{d}_{N_S}] \in \mathbb{C}^{N_C\times N_S}$、$\mathbf{u}^i = [u_1^i, \ldots, u_{N_S}^i]^T \in \mathbb{C}^{N_S\times 1}\ \forall i \in \{\text{I}、\text{O}\}$、$\mathbf{g} = [g_1, \ldots, g_{N_C}]^T \in \mathbb{C}^{N_C\times 1}$和 $\mathbf{t} = [t_1, \ldots, t_{N_S}] \in \mathbb{C}^{1\times N_S}$ 分别表示 $S \to R_C$、$R_C \to R_S$、$R_S \to U_i$、$R_C \to U_{\text{O}}$[1] 和 $S \to R_S$ 之间的信道。我们假设 $\mathbf{f}$、$\mathbf{D}$、$\mathbf{u}^i$、$\mathbf{g}$ 和 $\mathbf{t}$ 的所有元素的绝对值均服从 Nakagami-$m$ 分布，其参数分别为 $(m_f, \Omega f)$、$(m_D, \Omega_D)$、$(m_{U_i}, \Omega_{U_i})$、$(m_g, \Omega_g)$ 和 $(m_t, \Omega_t)$。由于信道估计问题不在本文研究范围之内，我们假设 $S$处可获得完美的信道状态信息（CSI）。

## III. New Statistics of the End-to-End Channel

本节旨在推导所提出的双RIS辅助网络的新信道统计特性，以便在后续小节中计算中断概率和遍历容量。

如图1所示，我们考虑从 $S$ 到 $R_S$、经由 $U_{\text{I}}$ 和 $U_{\text{O}}$ 的双反射链路以及单反射链路，以及从 $R_C$ 到 $U_{\text{O}}$的链路，因此，可将两个用户的级联信道写为：

$$h_I = \underbrace{\sqrt{\beta_t\beta_{U_{\text{I}}}}\mathbf{t}\mathbf{\Phi}_S^I\mathbf{u}_I}_{\text{single-reflection}} + \underbrace{\sqrt{\beta_f\beta_D\beta_{U_{\text{I}}}}\mathbf{f}\mathbf{\Phi}_C\mathbf{D}\mathbf{\Phi}_S^I\mathbf{u}_I}_{\text{double-reflection}}, \tag{1}$$

$$h_O = \underbrace{\sqrt{\beta_f\beta_g}\mathbf{f}\mathbf{\Phi}_C\mathbf{g}}_{\text{single-reflection}} + \underbrace{\sqrt{\beta_t\beta_{U_{\text{O}}}}\mathbf{t}\mathbf{\Phi}_S^O\mathbf{u}_O}_{\text{single-reflection}} + \underbrace{\sqrt{\beta_f\beta_D\beta_{U_{\text{O}}}}\mathbf{f}\mathbf{\Phi}_C\mathbf{D}\mathbf{\Phi}_S^O\mathbf{u}_O}_{\text{double-reflection}}, \tag{2}$$

[1]在本研究中，我们不考虑 $R_C \to U_{\text{I}}$之间的链路。

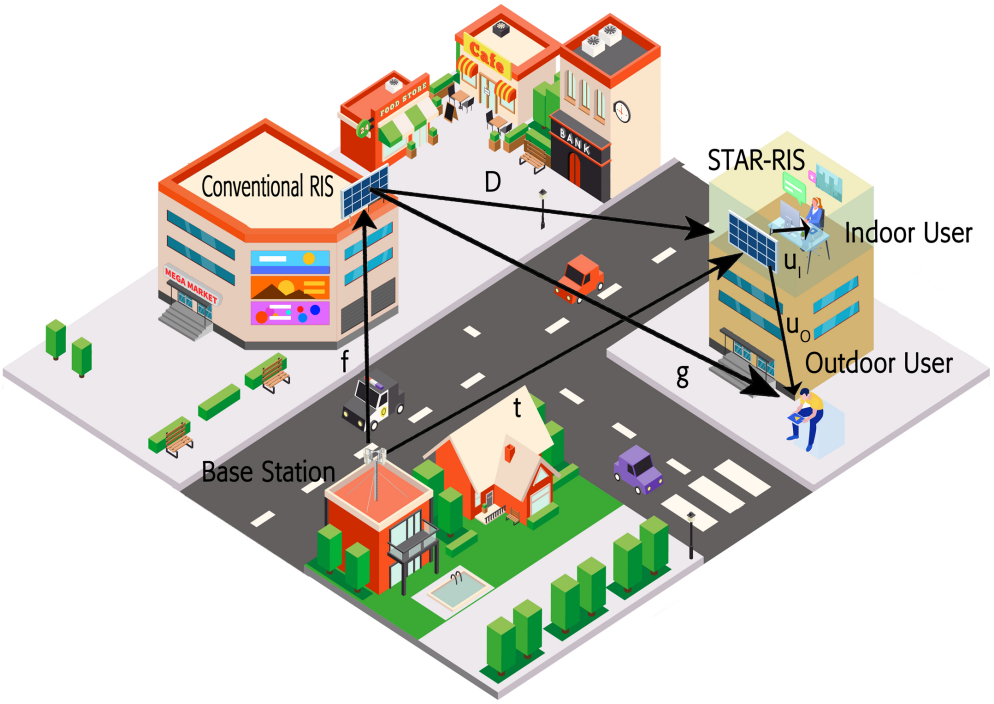



图1. 双可重构智能表面辅助移动通信的应用场景。

其中，$\beta_v = \left(\frac{d_0}{d_v}\right)^{\alpha_v}$ 表示大尺度衰落增益（路径损耗），$d_0$ 为参考距离，$d_v$ 为链路 $v$ 的距离，$\alpha_v$ 为路径损耗系数，$\forall v \in \{f, g, t, D, u_{\mathrm{I}}, u_{\mathrm{O}}\}$。

请注意，为了最大化面向 $U_{\mathrm{O}}$ 用户的单反射链路，可以在 $R_C$ 中设置 $\theta_n = -(\angle f_n + \angle g_n)$ $\forall n \in \mathcal{N}_C$，以实现最优相移；此外，为了探究所部署的 $R_S$ 的潜力，我们考虑将其配置为最大化来自面向两名用户的双反射链路的接收功率，即 $i.e.$，$R_S$ 的相移设置为 $\varphi_{i,\,n} = -(\angle([\mathbf{f}\,\mathbf{\Phi}_C\mathbf{D}]_n) + \angle u_{i,\,n})$ $\forall n \in \mathcal{N}_S$，因此，$U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 的信号将由 $R_S$ 进行相干合并。因此，通过在两个可重构智能表面中设置相干相移设计，提出以下引理。

**引理 1**。 $|h_{\mathrm{I}}| \overset{approx}{\sim} \mathcal{G}\left(k_{h_{\mathrm{I}}}, \sqrt{\beta_{U_{\mathrm{I}}}}\theta_{h_{\mathrm{I}}}\right)$ 其尺度参数和形状参数由式 (3) 给出。此外，分布 $|h_O| \overset{approx}{\sim} \mathcal{G}(k_{h_O}, \theta_{h_O})$ 的尺度参数和形状参数由式 (4) 给出，其中 $\mu_v = \frac{\Gamma(m_v+1/2)\sqrt{\Omega}}{\Gamma(m_v)\sqrt{m_v}}$，$\forall v \in \{f, g, t, D, u_{\mathrm{I}}, u_{\mathrm{O}}\}$.

$$\begin{cases} k_{h_{\mathrm{I}}} = \dfrac{N_S \mu_{U_{\mathrm{I}}}^2 \frac{\pi}{4}}{\left(\Omega_{U_{\mathrm{I}}} - \mu_{U_{\mathrm{I}}}^2 \frac{\pi}{4}\right)}, \\ \theta_{h_{\mathrm{I}}} = \dfrac{\xi\sqrt{\beta_{U_{\mathrm{I}}}}\sqrt{(\beta_t + \beta_f \beta_D N_C)}(\Omega_{U_{\mathrm{I}}} - \mu_{U_{\mathrm{I}}}^2 \frac{\pi}{4})}{\sqrt{\frac{\pi}{4}}\mu_{U_{\mathrm{I}}}}, \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} k_{h_O}=\dfrac{\left(\sqrt{\beta_{U_\mathrm{O}}}\xi N_S\mu_{U_\mathrm{O}}\sqrt{\frac{\pi(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)}{4}}+\sqrt{\beta_f\beta_g}N_C\mu_f\mu_g\right)^2}{\beta_f\beta_g N_C\left(\Omega_f\Omega_g-\mu_f^2\mu_g^2\right)+\xi^2\beta_{U_\mathrm{O}}N_S(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)\left(\frac{4\Omega_{U_\mathrm{O}}-\mu_{U_\mathrm{O}}^2\pi}{4}\right)}, \\ \theta_{h_O}=\dfrac{\sqrt{\beta_{U_\mathrm{O}}}\xi N_S\mu_{U_\mathrm{O}}\sqrt{\frac{\pi(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)}{4}}+\sqrt{\beta_f\beta_g}N_C\mu_f\mu_g}{k_{h_O}}. \end{cases} \tag{4}$$

证明。 证明见附录 A。 ■

备注 1. 如果仅考虑双反射链路，则有 $\beta_t = \beta_g = 0$；此外，如果仅考虑单反射链路，则有 $\beta_D = 0$。

此外， $|h_i|$ 的概率密度函数（PDF）和累积分布函数（CDF）可表示为 [8]

$$f_{h_i}(x) = \frac{1}{\Gamma(k_{h_i})\theta_{h_i}^{k_{h_i}}} x^{k_{h_i}-1} e^{-\frac{x}{\theta_{h_i}}}, \tag{5}$$

$$F_{h_i}(x) = \frac{1}{\Gamma(k_{h_i})} \gamma\left(k_{h_i}, \frac{x}{\theta_{h_i}}\right). \tag{6}$$

IV. 中断概率与遍历容量

我们推导了由STAR-RIS拓扑辅助的双RIS系统的新中断概率闭式表达式。

## A. 功率域下非正交多址的信号模型

对于下行链路通信， $S$ 传输信号 $x = \sqrt{P}\left(\sqrt{\lambda_I}s_I + \sqrt{\lambda_O}s_O\right)$，其中 $P$ 表示 $S$ 的发射功率， $s_I$ 和 $s_O$ 分别表示传输给 $U_\mathrm{I}$ 和 $U_\mathrm{O}$ 的信号， $\lambda_I$ 和 $\lambda_O$ 分别表示分配给 $U_\mathrm{I}$ 和 $U_\mathrm{O}$ 的功率分配系数，其中 $\lambda_I + \lambda_O = 1$，且 $\lambda_I < \lambda_O$。在室内和室外用户侧，接收信号表示为

$$y_i = h_i x + z_i, \qquad i \in \{I, O\}, \tag{7}$$

其中，背景噪声为 $z_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$。

在 $U_\mathrm{I}$ 处，首先检测 $U_\mathrm{O}$ 的信号，相应的信干噪比（SINR）为

$$\gamma_{\mathrm{O}\to\mathrm{I}} = \frac{\rho|h_I|^2\lambda_O}{\rho|h_I|^2\lambda_I + 1}, \tag{8}$$

其中， $\rho = \frac{P}{\sigma^2}$ 是加性高斯白噪声信道下的发射信噪比。此外，假设在串行干扰消除（SIC）步骤中能够完美地进行信号重构和消除，则 $U_{\mathrm{I}}$ 处的信噪比可简单表示为：

$$\gamma_{\mathrm{I}} = \rho |h_{\mathrm{I}}|^2 \lambda_I. \tag{9}$$

在 $U_{\mathrm{O}}$，将 $U_{\mathrm{I}}$ 的信号视为干扰，直接解码其信号，得到以下信干噪比

$$\gamma_{\mathrm{O}} = \frac{\rho |h_{\mathrm{O}}|^2 \lambda_O}{\rho |h_{\mathrm{O}}|^2 \lambda_I + 1}. \tag{10}$$

*B.* 室内用户的中断概率

根据非正交多址原理，当 $U_{\mathrm{I}}$ 无法有效检测用户 $U_{\mathrm{O}}$ 的消息并因此无法解码自身消息，或者成功解码 $U_{\mathrm{O}}$ 的消息，但在通过串行干扰消除过程解码自身消息时发生错误，便会出现中断行为。从数学上讲，该行为可表示为以下事件的并集：

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{out}}^{U_{\mathrm{I}}} &= 1 - \Pr(\gamma_{\mathrm{I}\to\mathrm{O}} > \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}, \gamma_{\mathrm{I}} > \bar{\gamma}_{\mathrm{th_I}}) \\ &= 1 - \Pr\left( |h_{\mathrm{I}}| > \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}}{\rho(\lambda_O - \lambda_I \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}})}}, |h_{\mathrm{I}}| > \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{\mathrm{th_I}}}{\lambda_I \rho}} \right), \end{aligned}$$

其中， $\bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}$ 和 $\bar{\gamma}_{\mathrm{th_I}}$ 分别是 $U_{\mathrm{O}}$ 和 $U_{\mathrm{I}}$ 的信干噪比门限。显然，若 $\lambda_O \le \lambda_I \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}$， $P^{U_{\mathrm{I}}}{}_{\text{中断}} = 1$；否则，利用公式（6）， $U_{\mathrm{I}}$ 的中断概率可表示为

$$P_{\mathrm{out}}^{U_{\mathrm{I}}} = \frac{1}{\Gamma(k_{h_{\mathrm{I}}})} \gamma \left( k_{h_{\mathrm{I}}}, \frac{\max\left\{ \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}}{\rho(\lambda_O - \lambda_I \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}})}}, \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{\mathrm{th_I}}}{\lambda_I \rho}} \right\}}{\theta_{h_{\mathrm{I}}}} \right), \tag{11}$$

其中， $k_{h_{\mathrm{I}}}$ 和 $\theta_{h_{\mathrm{I}}}$ 分别由公式（3）给出。

*C.* 室外用户的中断概率

在这种情况下，由于 $U_{\mathrm{O}}$ 无法有效检测其消息，因此 $U_{\mathrm{O}}$ 会发生中断行为。于是，$U_{\mathrm{O}}$ 的中断概率定义为

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{out}}^{U_{\mathrm{O}}} &= \Pr(\gamma_{\mathrm{O}} < \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}) = \Pr\left( |h_{\mathrm{O}}| < \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}}{\rho(\lambda_O - \lambda_I \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}})}} \right) \\ &= \frac{1}{\Gamma(k_{h_{\mathrm{O}}})} \gamma \left( k_{h_{\mathrm{O}}}, \frac{\sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}}}{\rho(\lambda_O - \lambda_I \bar{\gamma}_{\mathrm{th_O}})}}}{\theta_{h_{\mathrm{O}}}} \right), \end{aligned} \tag{12}$$

其中 $k_{h_{\mathrm{O}}}$ 和 $\theta_{h_{\mathrm{O}}}$ 分别由公式（4）给出。

*D.* 遍历容量

本小节基于定理1推导了非正交多址辅助的传统RIS和STAR-RIS中 $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 的遍历容量。

**定理1.** 在非正交多址辅助的传统*RIS*和*STAR-RIS*网络中， $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 的遍历速率可表示为

$$\begin{cases} \bar{R}_{\mathrm{I}} \approx \log_2\left(1+\rho\lambda_{\mathrm{I}} N_S^2 \mu_{U_{\mathrm{I}}}^2 \pi \xi^2 \beta_{U_{\mathrm{I}}}(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)\right), \\ \bar{R}_{\mathrm{O}} \approx \log_2\left(1+\dfrac{\rho\lambda_O\left(\frac{\xi N_S \mu_{U_{\mathrm{O}}}\sqrt{\beta_{U_{\mathrm{O}}}\pi(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)}+2\sqrt{\beta_f\beta_g}N_C\mu_f\mu_g}{2}\right)^2}{\rho\lambda_I\left(\frac{\xi N_S \mu_{U_{\mathrm{O}}}\sqrt{\beta_{U_{\mathrm{O}}}\pi(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)}+2\sqrt{\beta_f\beta_g}N_C\mu_f\mu_g}{2}\right)^2+1}\right), \end{cases} \tag{13}$$

证明. 证明见附录B。 ■

## V. 仿真结果

本节提供数值结果，以评估所提出解析方程的准确性。我们考虑三种不同的场景：场景**A**：考虑单反射和双反射链路；场景**B**：仅考虑双反射链路；场景**C**：仅考虑单反射链路。

我们展示了反射单元对NOMA辅助的传统系统与STAR-RIS系统性能的影响。移动终端结果取 $10^5$ 次实现的平均值。除非另有说明，所采用的参数值均列于表I中。

图2展示了两位用户的中断概率与分割因子 $\eta = \frac{N_C}{N}$ 之间的关系，其中 $N = N_C + N_S = 200$。可以看出，当 $N_C$ 的值较低时，由于单反射链路 $S \rightarrow R_C \rightarrow U_{\mathrm{O}}$ 和双反射链路 $S \rightarrow R_C \rightarrow R_S \rightarrow U_{\mathrm{O}}$ 的影响微乎其微， $U_{\mathrm{O}}$ 的中断性能较差；此时 $U_{\mathrm{O}}$ 远离 $R_S$ 和 $R_C$。相反，由于 $U_{\mathrm{I}}$ 靠近$R_S$，当 $N_S$ 取较高值时，其性能更好。

图3展示了三种不同场景下的遍历和速率与信噪比（$\rho$）的关系，分别为**A**、**B** 和**C**。可以看出，场景**C**的表现最差，这是由于其路径损耗较低。此外，我们还可以看到场景**B**的巨大潜力，以及它对双RIS配置的直接影响，

表I 采用的仿真参数。

| 参数 | 值 |
|---|---|
| **NOMA辅助的传统系统与STAR-RIS系统** | |
| 发射信噪比 | $\rho \in [0;\ 50]$ [分贝] |
| #总反射超表面 | $N \in \{50, 100, 200\}$ |
| 分割因子 | $\eta = 0.35$ |
| 功率分配系数 | $\lambda_I$ = 0.15, $\lambda_O$ = 0.75 |
| 目标速率 | $R_1 = R_2$ = 0.01 [比特/信道使用] |
| 从 $S$ 到 $R_C$的距离 | 25 [米] |
| 从 $R_S$ 到 $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$的距离 | 5和 20 [米] |
| 从 $R_C$ 和 $R_S$的距离 | 15 [米] |
| 从 $R_C$ 和 $U_{\mathrm{O}}$的距离 | 35 [米] |
| 从 $S$ 到 $R_S$的距离 | 35 [米] |
| **信道参数** | |
| $S$-$R_C$ 链路: **f** | $m_f = 8,\ \Omega_f = 1$ |
| $S$-$R_S$ 链路: **t** | $m_t = 1.5,\ \Omega_t = 1$ |
| $R_C$-$R_S$ 链路: **D** | $m_D = 8,\ \Omega_D = 1$ |
| $R_C$-$U_{\mathrm{O}}$ 链路: **g** | $m_g = 1.8, \Omega_g = 1$ |
| $R_S$-$U_{\mathrm{I}}$ 链路: $\mathbf{u}_I$ | $m_u^I = 15, \Omega_u^I = 1$ |
| $R_S$-$U_{\mathrm{O}}$ 链路: $\mathbf{u}_O$ | $m_u^O = 7.5, \Omega_u^O = 1$ |
| 路径损耗指数 | $\alpha_f = \alpha_D = 2.2$ |
| | $\alpha_{U_{\mathrm{I}}} = \alpha_{U_{\mathrm{O}}} = 2;\quad \alpha_g = 2.8$ |
| | $\alpha_t \in \{2.8,\ 3.1,\ 3.4\}$ |
| 参考距离 | $d_0 = 1$ [米] |

甚至优于单RIS配置。此外，我们可以看到，推导出的解析方程（13）在 $\rho$ 变化时非常准确。

图 4 展示了在 $N = 200$ 时，三个不同路径损耗系数 $\alpha_t = \{2.8, 3.1, 3.4\}$ 下两位用户的遍历和速率随分割因子的变化情况，其中路径损耗 $\beta_t = \left(\frac{d_0}{d_t}\right)^{\alpha_t}$。首先可以看到，对于所考虑的所有场景，公式（13）中总结的解析方程在任意分割因子取值 $\eta$ 下都非常准确。此外，从路径损耗的角度改善 $S$ 与 $R_S$之间直达链路的条件，可以普遍提升系统性能；然而，在这些条件下，双RIS配置的性能可能不及单RIS配置。另一方面，当 $\alpha_t = \{3.1, 3.4\}$ 时，双 RIS 配置能够比单 RIS 配置获得更高的数据速率，这表明它在 $S$ 与 $R_S$ 之间直达链路较差的场景中具有巨大潜力。最后可以看到，在双RIS配置表现良好的场景中，可以策略性地优化超表面单元数量$N_S$ 和 $N_C$ ，以尽可能提升性能。

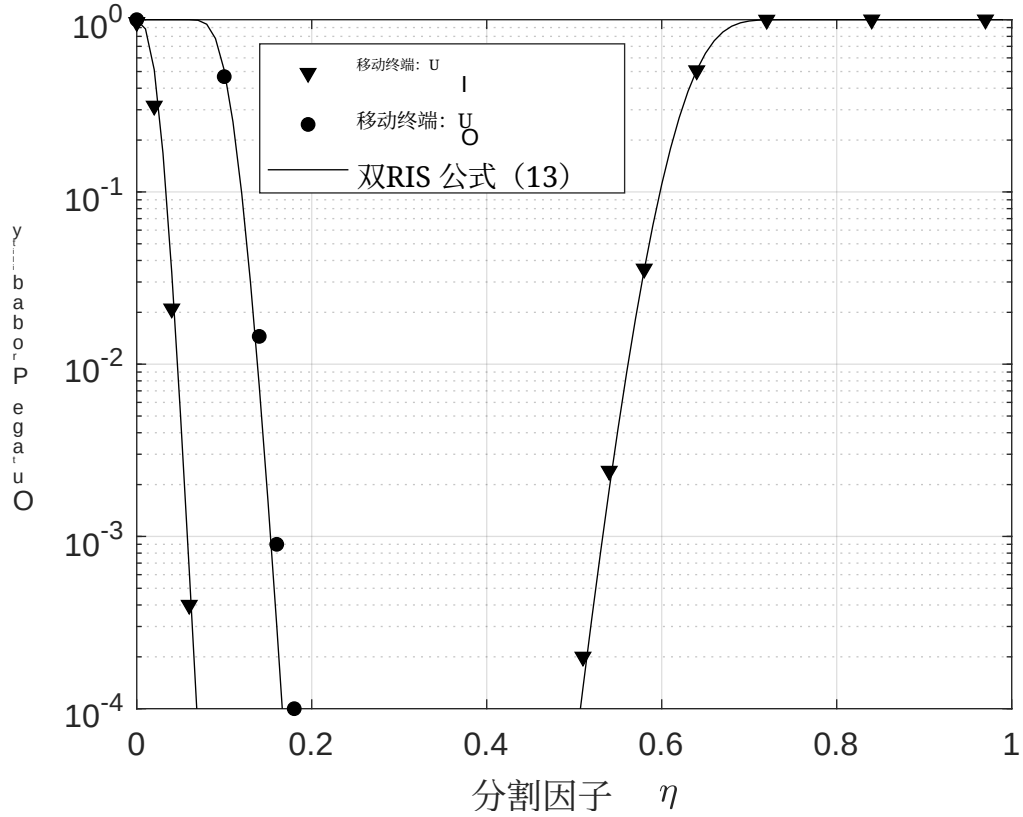


图2. 场景A中 $N = 200$ 和 $\alpha_t = 3.4$ 的中断性能随分割因子（$\eta$）的变化。

图 5 展示了在三个不同的 $N$ 取值下， $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 的中断概率。首先可以看出，所推导的解析表达式 (11) 和 (12) 对所考虑的参数而言非常准确。此外，我们可以注意到，当 $N$ 取值较高时， $U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$用户的性能都会更好。此外，我们还可以看到，了解信道状态信息对于优化 $R_S$ 和 $R_C$ 的相移矩阵至关重要，因为与随机移相矩阵策略相比，这样做能够带来非常显著的性能增益。

## VI. 结论

本文表征了基于非正交多址的传统可重构智能表面和STAR-RIS在Nakagami-$m$ 信道下的系统性能。我们利用中心极限定理（CLT）和MM技术，推导了中断概率和遍历容量的解析方程。数值结果（解析结果和蒙特卡洛仿真）表明，适当调整 $R_S$ 和 $R_C$ 的取值后，双RIS配置的性能可优于单RIS配置。此外，在 $S \to R_S$ 之间的直达链路路径损耗条件较差（ $\alpha_t$较大）的场景下，双RIS可以

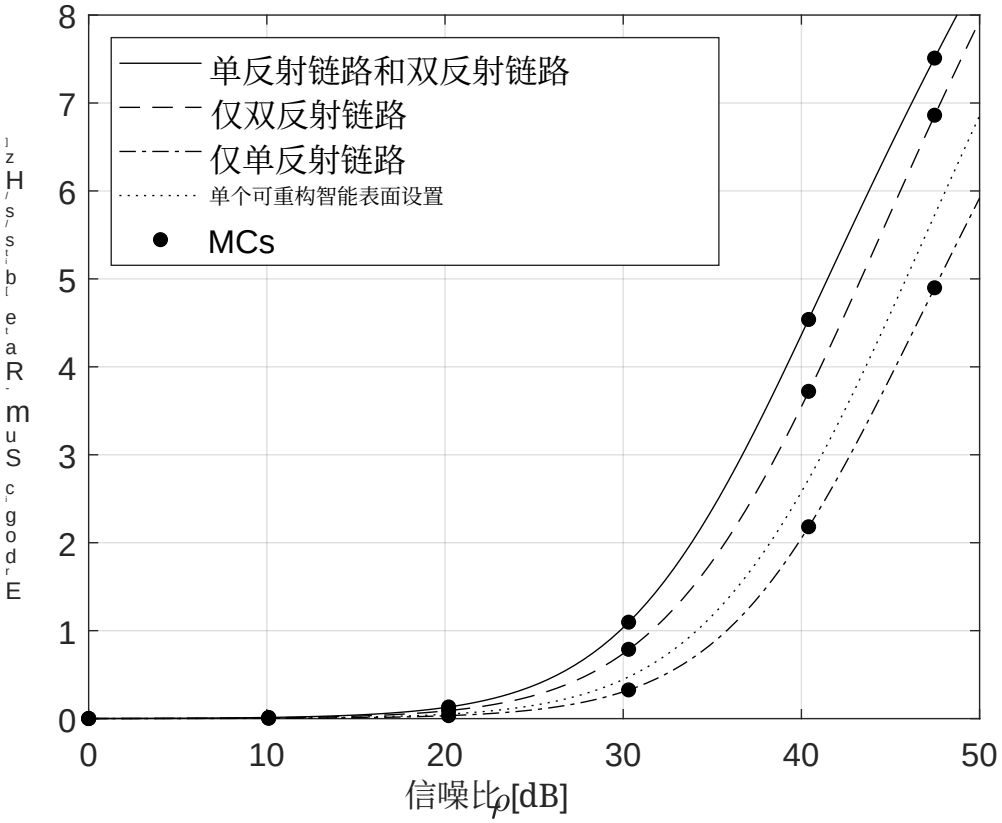



图 3. 遍历和速率（$\bar{R}_{\mathrm{I}}+\bar{R}_{\mathrm{O}}$）与信噪比（$\rho$） $N=200$、 $\eta=0.35$ 和 $\alpha_t=3.4$。

其性能优于单RIS配置。最后，仿真结果表明，在系统参数条件下，所提出的解析方程具有很高的准确性。


致谢

本研究得到巴西国家科学技术发展委员会（CNPq）项目（编号：310681/2019-7）及 CAPES 的资助（财务代码 001）。


## APPENDIX A
## PROOF OF LEMMA 1

根据第 II-A 节，所有链路均服从 Nakagami-$m$ 分布，其均值和方差可表示为

$$\mu_v=\frac{\Gamma(m_v+1/2)\sqrt{\Omega_v}}{\Gamma(m_v)\sqrt{m_v}}, \tag{14}$$

$$\sigma_v^2=\Omega_v-\mu_v^2, \qquad \forall v\in\{f,g,t,D,u_{\mathrm{I}},u_{\mathrm{O}}\}, \tag{15}$$

式（2）中 $U_{\mathrm{O}}$ 的信道可写为

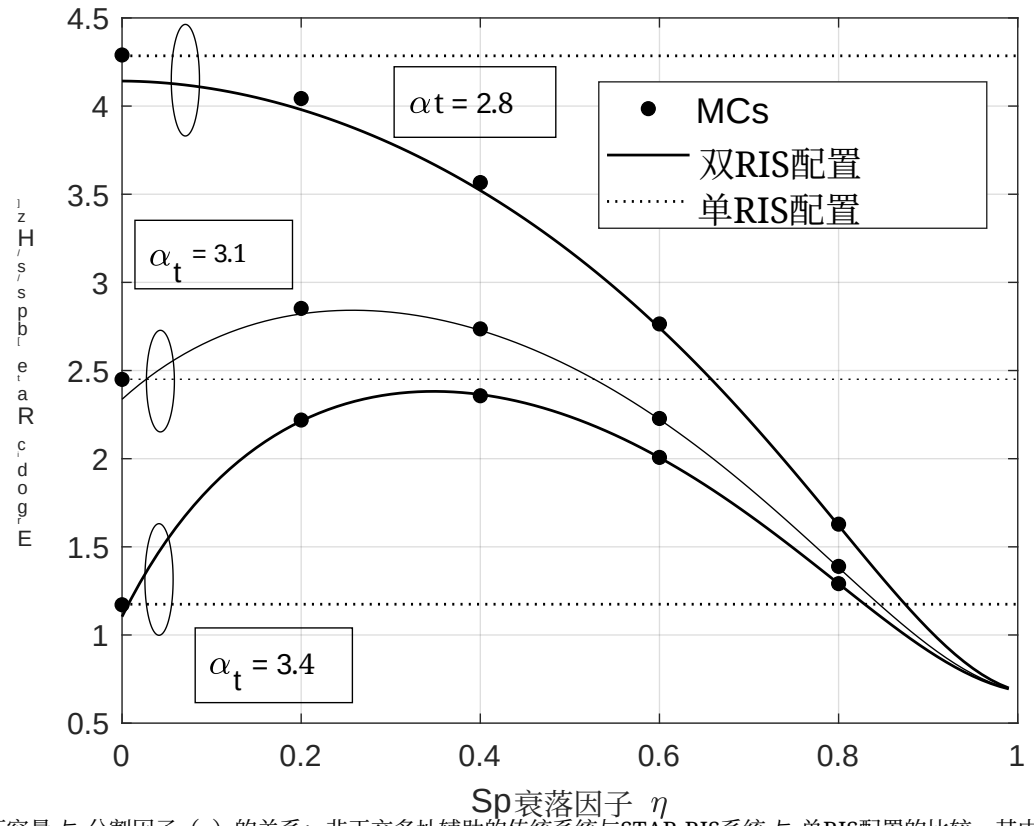



图 4. 遍历容量 与 分割因子（$\eta$）的关系：非正交多址辅助的传统系统与STAR-RIS系统 与 单RIS配置的比较，其中 $N = 200$ 和 $\rho = 35$ dB。

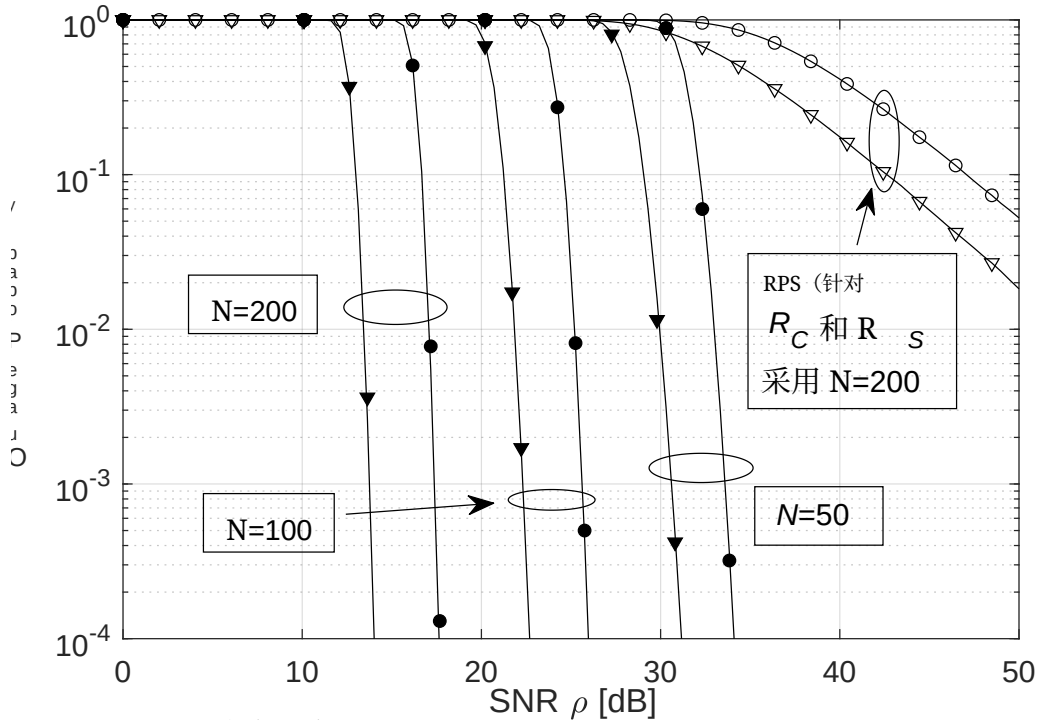



图 5. 中断概率 与 信噪比 ($\rho$) 当 $N = \{50, 100, 200\}$, $\alpha_t = 3.4$ 和 $\bar{\gamma}_{\mathrm{I}} = \bar{\gamma}_{\mathrm{O}} = 0.5$。

$$h_O = \sqrt{\beta_{U_O}} \underbrace{\left( \underbrace{\sqrt{\beta_t}\mathbf{t} + \sqrt{\beta_f \beta_D}\mathbf{f}}_{\mathbf{x}} \underbrace{\mathbf{\Phi}_C \mathbf{D}}_{\mathbf{w}} \right) \mathbf{\Phi}_S^O \mathbf{u}_O + \sqrt{\beta_f \beta_g}\mathbf{f}}_{Z_O} \underbrace{\mathbf{\Phi}_C \mathbf{g}}_{Y},$$
$$= \sqrt{\beta_{U_O}} Z_O + \sqrt{\beta_f \beta_g} Y, \tag{16}$$

通过设置 $\theta_n = -(\angle f_n + \angle g_n) \quad \forall n \in \mathcal{N}_C$，因此， $Y$可以写为

$$Y = \sum_{n=1}^{N_C} |f_n||g_n|, \tag{17}$$

根据 [5],的引理 2， $Y$的分布可近似表示为 $Y \overset{近似}{\sim} \mathcal{G}\begin{pmatrix} \mu_Y^2, & \sigma_Y^2 \\ \sigma_Y^2 & \mu_Y \end{pmatrix}$，其中 $\mu_Y = N_C \mu_f \mu_g$ 和 $\sigma_Y^2 = N_C(\Omega_f \Omega_g - \mu_f^2 \mu_g^2)$。由于 $\mathbf{\Phi}_C$被设置为最大化单反射链路 $S \to R_C \to U_O$的功率，因此其在$\mathbf{w}$ 中的组合将呈现随机性；因此，根据 [5] 的引理 4，我们可以将$\mathbf{w}$ 近似为

$$\mathbf{w} \overset{\text{approx}}{\sim} \mathcal{CN}\left(\mathbf{0}, N_C \mathbf{I}_{N_S}\right), \tag{18}$$

可以注意到， [9] 表明中心极限定理（CLT）为$\mathbf{w}$提供了良好的近似；然而，相关性显然会影响对 $|h_O|$ 的近似，其影响将在小节的数值结果中进行刻画。此外，$\mathbf{x}$ 的分布可表示如下

$$\mathbf{x} \overset{\text{approx}}{\sim} \mathcal{CN}\left(\mathbf{0}, (\beta_t + \beta_f \beta_D N_C)\mathbf{I}_{N_S}\right), \tag{19}$$

由于 $x_n$ 服从复高斯分布，因此 $|x_n|$服从 Rayleigh$\forall n \in \mathcal{N}_S$分布，其均值为 $\mu_x \triangleq \mathbb{E}[|x_n|] = \sqrt{\pi_{(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)\,4}}$，方差可表示为$\sigma_x^2 \triangleq \mathbb{V}[|x_n|] = (4-\pi)(\beta_t+\beta_f\beta_D N_C)\ 4$。

此外，我们设定$\varphi_n^O = -(\angle x_n + \angle u_{O,n}) \quad \forall n \in \mathcal{N}_S$，以最大化 $U_O$ 的接收功率，因此 $Z_O$ 可表示如下

$$Z_O = \xi \sum_{n=1}^{N_S} |x_n||u_{O,n}|, \tag{20}$$

我们应注意 t　　与（17）不同，式（20）表示一个 Rayleigh

和 Nakagami-$m$ 随机变量乘积之和；不过，由于 Rayleigh 可视为 Nakagami-$m$ 随机变量的一种特殊情形，我们也应用了 [5] 的引理 2，将 $Z_{\mathrm{O}}$的概率密度函数近似为 Gamma 随机变量，因此，$Z_{\mathrm{O}}$近似$\sim \mathcal{G}\left(\mu_{Z_{\mathrm{O}}}^2, \xi^2 \sigma_{Z_{\mathrm{O}}}^2 / \mu_{Z_{\mathrm{O}}}\right)$，其中$\mu_{Z_{\mathrm{O}}}=\xi N_S \mu_x \mu_{U_{\mathrm{O}}}$和

$\sigma_{Z_{\mathrm{O}}}^2 \approx \xi^2 N_S\left(\Omega^{\mu_{U_{\mathrm{O}}}^2 \mu_x^2}\right.$ $\left.(\beta_t+\beta_f \beta_D N_C)\right)$，其中

近似是由$\mathbf{x}$中的相关性引起的。

因此，$|h_O|$ 在式（16）中的分布是两个形状参数和尺度参数不同的缩放伽马随机变量之和。由于其概率密度函数（PDF）的精确闭式表达式难以求得，我们根据广为人知的 *Welch-Satterthwaite* [10]，将 $|h_O|$ 的分布近似为如下形式

$$|h_O| \sim \mathcal{G}\left(\frac{\left(\sqrt{\beta_{U_{\mathrm{O}}}} \xi N_S \mu_x \mu_{U_{\mathrm{O}}}+\sqrt{\beta_f \beta_g} N_C \mu_f \mu_g\right)^2}{\xi^2 \beta_{U_{\mathrm{O}}} \sigma_{Z_O}^2+\beta_f \beta_g \sigma_Y^2}, \frac{\xi^2 \beta_{U_{\mathrm{O}}} \sigma_{Z_O}^2+\beta_f \beta_g \sigma_{\mathrm{Y}}^2}{\xi \sqrt{\beta_{U_{\mathrm{O}}}} N_S \mu_x \mu_{U_{\mathrm{O}}}+\sqrt{\beta_f \beta_g} N_C \mu_f \mu_g}\right). \tag{21}$$

按照式（16）中的相同步骤，并在 $\varphi_n^{\mathrm{I}}$中采用最优相移，式（1）中的 $U_{\mathrm{I}}$信道可写为

$$|h_I|=|\sqrt{\beta_{U_{\mathrm{I}}}} \underbrace{\mathbf{x} \mathbf{\Phi}_S^I \mathbf{u}_{\mathrm{I}}}_{Z_{\mathrm{I}}}|=\sqrt{\beta_{U_{\mathrm{I}}}} Z_I, \tag{22}$$

按照上述相同步骤，可得 $Z_{\mathrm{I}}$近似为$\sim \mathcal{G}\left(\mu_{Z_{\mathrm{I}}}^2, \sigma_{Z_{\mathrm{I}}}^2 / \mu_{Z_{\mathrm{I}}}\right)$，其中均值和方差分别为

$\mu_{Z_{\mathrm{I}}}=\xi N_S \mu_x \mu_{U_{\mathrm{I}}}$和 $\sigma_{Z_{\mathrm{I}}}^2 \approx \xi^2 N_S\left(\Omega^{U_{\mathrm{I}}}\left(\beta_t+\beta_f \beta_D N_C\right)-\mu_{U_{\mathrm{I}}}^2 \mu_x^2\right)$，因此

$$|h_{\mathrm{I}}| \sim \mathcal{G}\left(\frac{\mu_{Z_{\mathrm{I}}}^2}{\sigma_{Z_{\mathrm{I}}}^2}, \sqrt{\beta_{U_{\mathrm{I}}}} \frac{\sigma_{Z_{\mathrm{I}}}^2}{\mu_{Z_{\mathrm{I}}}}\right). \tag{23}$$

## 附录B

## 定理1的证明

$U_{\mathrm{I}}$ 和 $U_{\mathrm{O}}$ 的遍历容量可表示为

$$\bar{R}_i=\mathbb{E}\left[\log_2\left(1+\gamma_i\right)\right], \qquad \forall i \in\{\mathrm{I}, \mathrm{O}\}, \tag{24}$$

其中 $\gamma_{\mathrm{I}}$ 和 $\gamma_{\mathrm{O}}$ a 分别由式（9）和式（10）给出。利用 Jensen 不等式，我们可以

obt获得一个基于 $\log_2(1+x)$ 的上界，该函数关于 $x$ 是凹的，因此 re

$$\bar{R}_{\mathrm{I}} \leq \log_2\left(1+\rho\lambda_I\mathbb{E}[|h_{\mathrm{I}}|^2]\right), \tag{25}$$

$$\bar{R}_{\mathrm{O}} \leq \log_2\left(1+\frac{\rho\lambda_O\mathbb{E}[|h_{\mathrm{O}}|^2]}{\rho\lambda_I\mathbb{E}[|h_{\mathrm{O}}|^2]+1}\right). \tag{26}$$

由于 $|h_i| \sim \mathcal{G}(k_{h_i},\ \theta_{h_i})$，我们有

$$f_{|h_i|^2}(x) = f_{|h_i|}(x)\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\theta_i^{k_i}\Gamma(k_i)}x^{\frac{k_i}{2}-1}e^{-\frac{x^{1/2}}{\theta_i}}, \tag{27}$$

因此 $|h_i|^2 \sim \mathcal{GG}(k_i,\ \theta_i^2,\ 0,\ 1/2)$ [11, 式（17）。116], 因此，广义伽马随机变量的均值为 [11, 式（17）。118]

$$\mathbb{E}[|h_i|^2] = \theta_i^2\frac{\Gamma(k_i+2)}{\Gamma(k_i)}, \tag{28}$$

可以注意到，如果 $k_i \to +\infty$, $\Gamma(k_i+2) \approx \Gamma(k_i)\,k_i^2$，那么（28）可近似为

$$\mathbb{E}[|h_i|^2] \approx \theta_i^2 k_i^2, \tag{29}$$

因此，将（ 29）分别代入（25）和（26），即可得到（13）。证明完毕 .

## REFERENCES


[1] J. Zuo、Y. Liu、Z. Ding、L. Song 和 H. V. Poor，“同时透射与反射（STAR）可重构智能表面辅助的非正交多址系统联合设计”，*IEEE*无线通信汇刊，第22卷，第1期，第611–626页，2023年。[2] Q. Zhang、Y. Wang、H. Li、S. Hou 和 Z. Song，“面向能效的 STAR-RIS 辅助移动边缘计算系统的资源分配”，*IEEE*无线通信快报，第1–1页，2023年。[3] X. Gan、C. Zhong、C. Huang 和 Z. Zhang，“利用统计信道状态信息的可重构智能表面辅助多用户多输入单输出通信”，*IEEE Transactions on Communications*，第69卷，第10期，第6781–6792页，2021年。[4] Y. Cheng、K. H. Li、Y. Liu、K. C. Teh 和 H. Vincent Poor，“可重构智能表面辅助网络的下行链路与上行链路：非正交多址与正交多址”，*IEEE*无线通信汇刊，第20卷，第6期，第3988–4000页，2021年。[5] B. Tahir、S. Schwarz 和 M. Rupp，“基于矩匹配分析Nakagami-m衰落下可重构智能表面辅助的非正交多址上行链路”，*IEEE*无线通信快报，第10卷，第3期，第624–628页，2021年。[6] Y. Han、S. Zhang、L. Duan 和 R. Zhang，“视距信道下双可重构智能表面辅助的多输入多输出通信：容量最大化与扩展规律”，*IEEE Transactions on Communications*，第70卷，第4期，第2820–2837页，2022年。[7] X. Yue、J. Xie、Y. Liu、Z. Han、R. Liu 和 Z. Ding，“同时透射与反射可重构智能表面辅助的非正交多址网络”，*IEEE*无线通信汇刊，第22卷，第1期，第189–204页，2023年。[8] A. Papoulis，概率与统计。Prentice-Hall, Inc.，1990年。[9] Z. Ding、R. Schober 和 H. V. Poor，“移相设计对可重构智能表面辅助非正交多址的影响”，*IEEE*无线通信快报，第9卷，第10期，第1596–1600页，2020年。[10] A. T. Abusabah、L. Irio、R. Oliveira 和 D. B. da Costa，“多抽头全双工系统中残余自干扰功率的近似分布”，*IEEE*无线通信快报，第10卷，第4期，第755–759页，2021年。[11] N. L. Johnson、S. Kotz 和 N. Balakrishnan，连续单变量分布。Wiley，1994年，第1卷。