多孔介质中盐指对流的溶质输运与流动强度的增强和减弱

张先飞(张先飞) [a,b], 王玲玲(王玲玲) [c], 黄仕迪(黄仕迪) [a,b,*a] 南方科技大学力学与航空航天工程系及复杂流动与软物质研究中心，中国深圳*518055*[b] 南方科技大学广东省湍流研究与应用重点实验室，中国深圳*518055*[c] 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室，中国南京*210098**通讯作者。电子邮箱：huangsd@sustech.edu.cn

摘要

我们报告了一项关于多孔介质中盐指对流的孔隙尺度数值研究，重点关注非达西区间孔隙率的影响，而这一问题在以往研究中鲜有关注。数值模型基于采用多松弛时间格式的格子玻尔兹曼方法，并使用浸入边界法描述流固相互作用。模拟在长宽比为4的二维水平周期域中进行，孔隙率 ϕ 在0.7至1之间变化，而溶质瑞利数 Ra_S 的范围为4×10^6 至 4×10^9。结果表明，在所有考察的 Ra_S下，随着 ϕ降低，溶质输运会先意外增强；当 ϕ 低于一个依赖于 Ra_S 的临界值时，溶质输运随后减弱。另一方面，在低 Ra_S时，流动强度随 ϕ 降低而显著减弱；但在高Ra_S 时，流动强度随 ϕ 降低仅发生微弱变化，甚至在中等 Ra_S 下，对于某些孔隙率还会出现反直觉的增强。对盐度场和速度场的详细分析表明，多孔结构会阻挡指状结构；当其宽度大于孔隙尺度时，指状结构甚至会被破坏，但多孔介质的存在也使其排列更加有序、结构更加连贯。这两种相反作用共同解释了溶质输运和流动强度对孔隙率的复杂依赖关系。研究还考察了多孔结构排列的影响，发现其在 ϕ 较小、Ra_S 较高时作用更强。这些发现对工程应用中质量/溶质输运的被动控制具有重要意义。

一、引言

当温暖、含盐的流体覆盖在寒冷、淡水流体之上时，许多自然和工业过程中都会出现盐指对流现象。其例子包括海洋环流、恒星内部、岩浆和化学工程。[1–4] 鉴于其基础和实际意义，这种对流已得到广泛研究，研究重点包括其起始和演化

机制、特征尺度和输运性质。[5–11] 另有研究探讨了盐指对流与其他类型流动的耦合，例如内波、[12] 湍流羽流和射流、[13] 沉降驱动流、[14] 以及剪切流，[15–17]这些研究拓展了我们对不同情境下盐指对流的认识。

另一个重要的研究领域是多孔介质中的盐指对流，这与地下水流、金属凝固和二氧化碳封存有关。[18–20] 理论分析表明，多孔介质中发生对流时存在两种不同的流动区间[21]：孔隙率较小时，由于黏性阻尼，流动遵循达西定律；而随着孔隙率增大，流动则进入非达西区间。尽管早在至少半个世纪前，便已有关于多孔介质中指状对流的开创性研究，[22] 但现有相关研究仍然有限。据我们所知，以往关于多孔介质中盐指对流的研究主要集中在达西区间。[23–27] 非达西情形鲜少受到关注，而这正是本研究的重点。

要全面了解多孔介质对盐指对流的影响，需要详细掌握盐度、温度和速度场的信息。然而，获取这些信息在实验上颇具挑战，尤其是考虑到多孔介质的存在及其与对流之间复杂的相互作用。[28] 不过，数值模拟已成为解决这一问题的有力工具。

此前关于多孔介质中盐指对流的数值研究是在代表性体积尺度上进行的，将多孔介质视为由固体结构和孔隙流体组成的虚拟连续介质。[28–29] 这种处理方式使宏观物理量能够处于可接受的统计变化范围内，并将所有变量与给定的空间滤波器进行卷积。[30–32] 然而，多孔介质中的流动也会受到多孔介质详细结构的显著影响。[33] 如果缺乏对孔隙尺度流动动力学及其与多孔结构相互作用的微观尺度描述，就无法获得有关流动结构及其相关输运性质的精确信息。

在本研究中，我们开发了一种孔隙尺度数值模型，用于研究多孔介质中的盐指对流。该模型基于采用多松弛时间格式的格子玻尔兹曼方法。与其他用于研究孔隙尺度多孔介质流动的数值方法（例如直接数值模拟和孔隙网络法）相比，[34] 格子玻尔兹曼方法因其具有内在并行性、易于实现以及能够处理复杂几何结构等优点而广受欢迎。[35–38] 此外，我们采用迭代源项修正浸入边界法来描述指状流与多孔结构之间的相互作用，其准确性已在我们之前的研究中得到验证。[39]

利用这一数值模型，我们首次对非达西区间多孔介质中的盐指对流进行了系统研究。结果表明，多孔介质的存在既可能增强，也可能削弱盐指对流中的溶质输运和流动

强度。这与近期一项关于多孔介质中瑞利–贝纳德对流的研究形成对比：该研究发现，尽管热输运效率有所提升，但由于多孔结构的阻碍，流动强度始终降低。正如本文将要展示的，非达西盐指对流的复杂行为可以通过流动结构的变化得到一致解释。

本文其余部分的组织如下：第二节详细介绍所采用的数值模型和方法。第三节介绍并讨论多孔结构对盐指对流的垂向输运性质和流动结构的影响，同时考察多孔结构排列的影响。最后，在第四节总结本研究的主要发现。

II. 数值模型与方法

A. 问题陈述

在本研究中，我们考察了一个充满多孔介质的二维流体层（见图1）。计算域的高度和长度分别为 H 和 $L = 4H$，其长宽比为4。即使对于所研究的溶质瑞利数（Ra_S）的最小值，该长宽比也能使至少四对指状对流柱形成，从而使统计结果具有稳健性。[41]

流体层的顶部和底部边界由不透水的固定板界定，板的速度为 $\boldsymbol{U} = 0$。边界条件为无滑移，温度和盐度恒定。顶部边界设为 $T = 1,\ S = 1$，底部边界设为 $T = 0,\ S = 0$。温度（T）和盐度（S）均为无量纲量（无量纲化方法见第II.B 节）。水平方向采用周期性边界条件。

多孔介质由许多直径为$0.036H$、固定在计算域内的相同实心球构成。多孔介质的孔隙率（ϕ）定义为 $\phi = 1 - A_s/A$，其中 A_s 和 A 分别为固体骨架的总面积和整个计算域的面积。在本研究中，通过改变实心球的数量，将孔隙率从0.7 调整至 1，主要考察多孔介质流动的非达西区间。

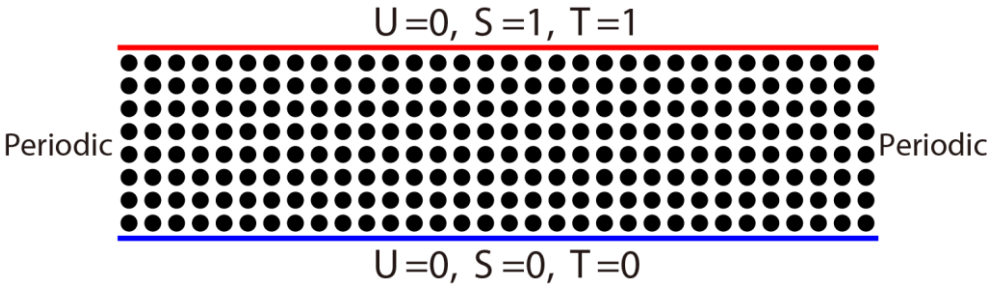


图1. 数值构型示意图。详细说明请参见正文。

需要注意的是，尽管现实情境中的盐指对流是三维的，但以往数值研究表明，二维和三维系统中的流动演化过程以及流动结构的特征尺度相似，只有溶质通量存在一个恒定差异。[42] Yang等人最近的一项研究也发现，二维和三维模拟呈现出相似的流动演化和输运性质，因此得出结论：二维模拟能够捕捉三维系统的基本动力学特征。[43] 在多孔介质存在的情况下，直观来看，其主要影响在于指状结构的水平尺度以及垂向输运性质。因此，二维模拟能够有效揭示主要影响和物理机制。由于三维模拟仍然计算量大且难以开展，先进行二维模拟可以定量了解多孔介质如何影响盐指对流。未来的工作将通过开发更高效的数值方法，致力于研究三维情形。

B. 控制方程和控制参数

本研究中的流体为不可压缩牛顿流体。应用 Boussinesq 近似后，流体密度 ρ_f 满足以下公式:

$$\rho_f = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_0) + \beta_S(S - S_0)] \tag{1}$$

其中，β_T 为热膨胀系数，β_S 为盐度收缩系数；ρ_0 、 T_0 和 S_0 分别为参考密度、温度和盐度。需要注意的是，密度变化仅在动量方程的体力项中予以考虑。此外，由于所研究的系统以对流为主，因此可以忽略 Soret 效应和 Dufour 效应。[44]

基于上述假设，流体相中的质量、动量、温度和盐度场以及固体相中的温度场的控制方程如下:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} = -\nabla p + \nu_f \nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{G} + Q_{\rho \boldsymbol{u}} \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla T = \frac{\kappa_f}{(\rho_f c_f)} \nabla^2 T + Q_T \tag{4}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla S = D_f \nabla^2 S + Q_S \tag{5}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa_s}{(\rho_s c_s)} \nabla^2 T + Q_T \tag{6}$$

这里，$\boldsymbol{u} = （u，\ w）$是速度矢量，其中 u 在水平方向，w 在垂直方向；t 表示时间；p 表示压力；以及 $\boldsymbol{G} = （\rho_0 - \rho）\boldsymbol{g}$ 是浮力，其中 $\boldsymbol{g}$ 为重力加速度矢量。物理性质包括分子黏度 υ、热导率 κ、比

热容 c 和盐度扩散率 D_f。请注意，下标 $*_f$ 和 $*_s$ 分别表示流体相和固体相的性质。

固体多孔结构与流动之间的相互作用采用浸入边界法进行描述，该方法要求在控制方程中加入附加项。这些项分别称为体力 $\boldsymbol{Q}_{\rho \boldsymbol{u}}$、热源$Q_T$和盐度源项 Q_S。固体多孔结构表面的边界条件由以下数学表达式定义：无滑移 [Eq. (7a)], 、无盐度通量 [Eq. (7b)], 以及流固共轭传热 [Eqs. (7c) and (7d)],。

$$\boldsymbol{u} = 0 \tag{7a}$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = 0 \tag{7b}$$

$$T_f = T_s \tag{7c}$$

$$\kappa_f \frac{\partial T_f}{\partial n} = \kappa_s \frac{\partial T_s}{\partial n} \tag{7d}$$

为对控制方程进行无量纲化，采用系统高度 H 和热扩散时间 $\frac{H^2}{\kappa_f}$ 分别作为特征长度和特征时间。特征温度和特征盐度定义为顶部和底部边界之间的温度差和盐度差，即 $\Delta_T = T_{\text{top}} - T_{\text{bottom}}$ 和 $\Delta_S = S_{\text{top}} - S_{\text{bottom}}$。由此得到以下四个控制参数：普朗特数 $Pr = \frac{\nu_f}{\kappa_f}$、刘易斯数 $Le = \frac{\kappa_f}{D_f}$、密度比$N = \frac{\beta_S \Delta_S}{\beta_T \Delta_T}$以及溶质瑞利数 $Ra_S = \frac{g \beta_S \Delta_S H^3}{(\rho c)_f \nu D_f}$。在本研究中，$Pr = 7$、$Le = 100$和 $N = 2$ 保持不变，而 Ra_S 数在 4×10^6 至4×10^9之间变化。值得注意的是，所研究的 Ra_S 范围与孔隙率范围（$0.7 \leq \phi \leq 0.1$）相耦合，因为研究重点是非达西区间。正如本文将展示的，当 $Ra_S < 4 \times 10^6$ 和 $\phi < 0.7$时，流动强度会急剧下降，这表明系统向达西区间过渡，而该区间不在本文研究范围之内。

[{"id":0,"output":"C. 数值方法和网格无关性检验"}]

本研究采用浸入边界格子玻尔兹曼方法，求解充满多孔介质的流体层。研究表明，该方法在模拟多孔介质流动时具有高效、准确且稳定的特点。[44] 为确保求解溶质输运方程的稳定性，采用多松弛时间格式。[45]采用迭代源项修正浸入边界法描述流固相互作用。有关数值方法的更多信息，请参阅先前发表的文献，[39] 该文献验证了该模型模拟多孔介质中盐指对流的准确性。

为确保数值结果的准确性，在 $Ra_S = 4 \times 10^9$ and $\phi = 0.87$ 条件下采用三种不同的网格分辨率进行了网格无关性检验：802×201 （低分辨率）、1602×401 （中等分辨率）和 2402×601（高分辨率）。低分辨率算例未能得到稳定解。然而，中等分辨率和高分辨率算例的溶质努塞尔数（$Nu_S(t)$）时间序列及流动结构差异很小，如图 2 所示。

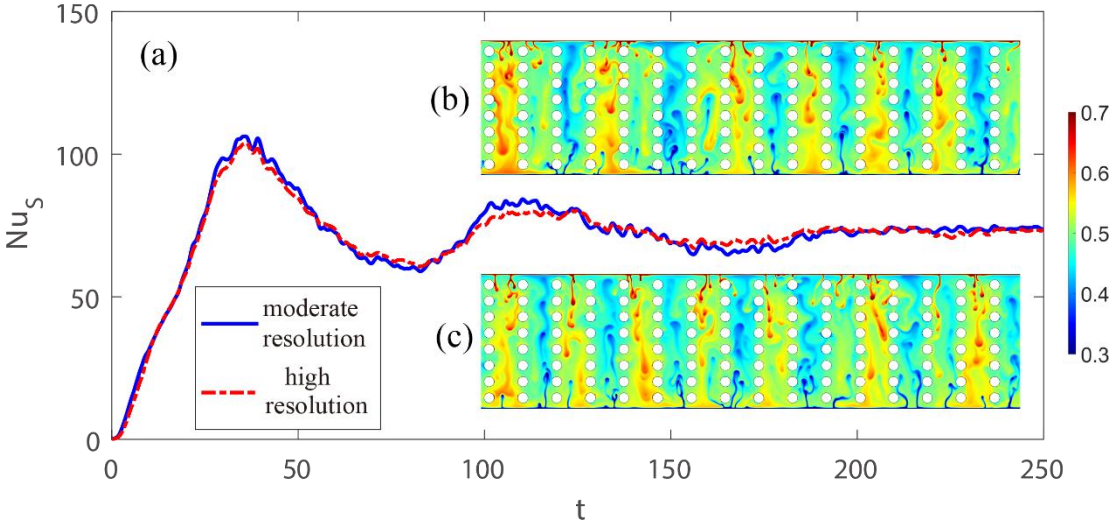


图2.(a)在 $Ra_S = 4 \times 10^9$ 和 $\phi = 0.87$处，不同网格数量下溶质努塞尔数 $Nu_S(t)$的时间序列。插图展示了准稳态阶段盐度场的典型快照：(b) 中等分辨率；(c) 高分辨率。

我们评估了本研究中的两个最重要参数：达到准稳态阶段后的时间平均溶质努塞尔数 Nu_S 和流动强度 Re_z 。其中， Nu_S 定义为 $Nu_S = -\langle wS \rangle v/(D_f \Delta_S H^{-1})$，其中 $\langle \cdot \rangle_V$ 表示对整个计算域进行空间平均； $Re_z = w_{rms} H/\nu_f$，其中w_{rms} 为垂直速度的均方根值。结果表明，中等分辨率算例的Nu_S 和 Re_z 分别为 73.8 和 12.7，高分辨率算例的相应数值分别为 73.3 和 12.5，相对误差分别为 0.7% 和 1.6%。这些结果表明，中等分辨率足以求解当前问题，因此本研究采用了总计包含 1602×401 个网格的中等分辨率解。

III. 结果与讨论

A. 流动演化

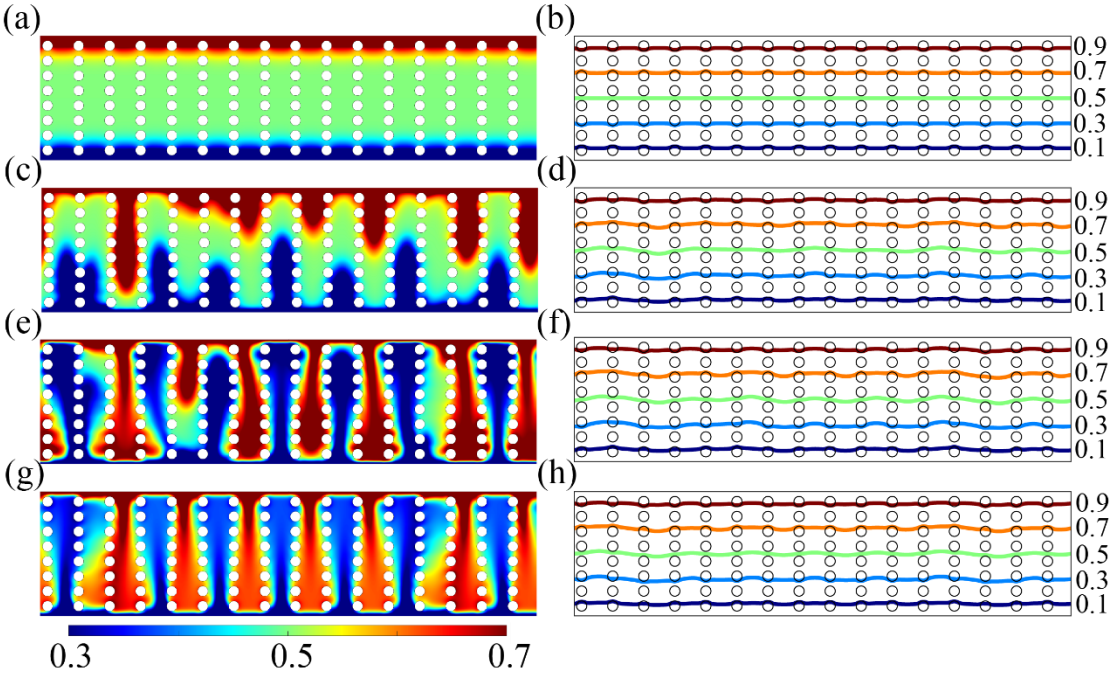


图 3. 多孔介质中盐指对流在 $\phi = 0.87$ 和 $Ra_S = 4 \times 10^6$ 下四个时刻的盐度分布（左图）及等温线（右图）典型快照：(a, b) $t = 200$、(c, d) $t = 500$、(e, f) $t = 600$ 和 (g, h) $t = 2000$。左图中的色标表示盐度大小，右图中的等温线以对应数值标示。

图 3 展示了 $\phi = 0.87$ 和 $Ra_S = 4 \times 10^6$ 条件下多孔介质中盐指对流的盐度场和等温线。图中给出了演化过程中不同阶段的四个快照，包括扩散主导阶段、指状结构发展阶段、相互混合阶段和准稳态阶段。在扩散主导阶段 [图 3(a)], , 指状柱体尚未开始形成，输运性质主要由分子扩散驱动。在指状结构发展阶段 [图 3(c)], , 上、下边界附近的流体变得不稳定，并开始形成指状结构；这些结构沿孔隙移动时受到多孔介质固体结构的限制。随着时间推移，上升柱和下沉柱彼此接触，系统进入相互混合阶段 [图 3(e)], , 此时各柱体相互作用，产生扭曲和摆动。最后，在准稳态阶段 [图 3(g)], 形成充分发展的指状柱体。值得注意的是，在整个演化过程中，温度场在垂直方向上始终近似呈线性分布，如图 3 右图所示。

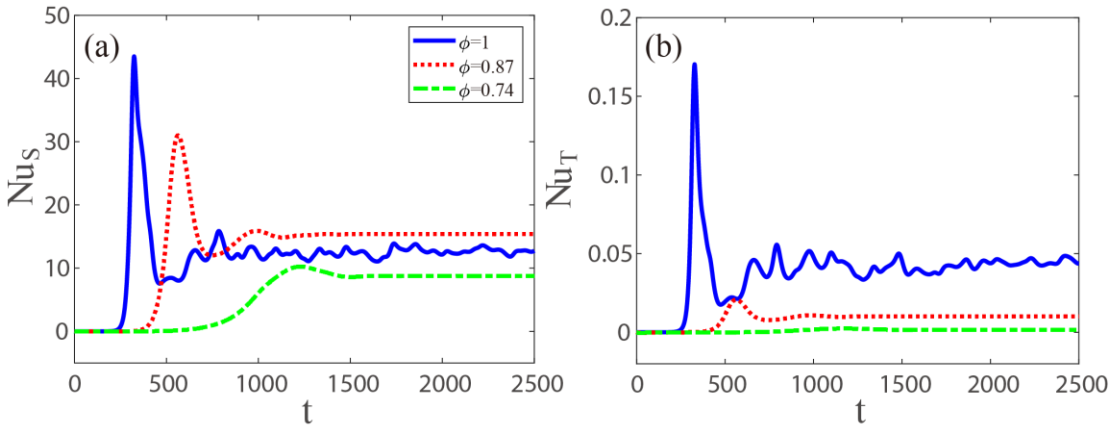


图 4. $Ra_S = 4 \times 10^6$ 时不同孔隙率下(a)溶质努塞尔数 $Nu_S(t)$ 和 (b) 热努塞尔数 $Nu_T(t)$ 的时间序列。

盐指对流的演化也可以在图4中观察到，该图显示了不同 ϕ 值在 $Ra_S = 4 \times 10^6$时的无量纲盐度通量 $Nu_S(t)$和热通量 $Nu_T(t)$的时间序列。其中，$Nu_S(t)$和 $Nu_T(t)$分别定义为$Nu_S = -\langle wS \rangle v/(D_f \Delta_S H^{-1})$和 $Nu_T = -\langle wT \rangle v/[\kappa_f/(\rho_f c_f)\Delta_T H^{-1}]$，其中 $\langle \cdot \rangle_V$ 表示整个计算域上的空间平均。如图4(a)所示，不同孔隙率下的盐度通量曲线遵循相似的演化趋势。盐度通量在一段有限时间内保持为零，随后开始增加并达到最大值，然后下降并最终达到准稳态值。在图4(b)所示的无量纲热通量$Nu_T(t)$中也可以看到类似的模式。这些输运性质的变化与图3中描述的盐指演化的四个阶段相一致。

从图4 中还可以观察到，在存在多孔介质的情况下，盐指发展会延迟，并且随着孔隙率降低，这种延迟会更加明显。此外，当孔隙率小于1时， $Nu_S(t)$和 $Nu_T(t)$ 中的波动会消失。这是因为在不存在多孔介质时，指状结构可以自由地进行扭曲和摆动运动。同时，上升柱和下沉柱可以直接相互作用。这两个动力过程共同导致了盐度和热通量的小幅波动，如图4 所示。在存在多孔介质的情况下，由于受到多孔介质的限制，流动不再自由，从而在孔隙之间形成更加有序的结构。因此，对于 Ra_S 数较小（驱动力较弱）和孔隙率较小（阻碍效应较强）的情况，波动会减弱或受到抑制。对于 Ra_S 数较大的情况，即使孔隙率小于 1，仍然可以观察到 $Nu_S(t)$ 和 $Nu_T(t)$ 中的波动（见图 2）。

图4中最有趣的发现是，随着 ϕ减小，尽管热输运单调减小，盐度输运却呈现出出人意料的行为。如图4(a)所示，当流动达到准稳态时， ϕ =处的盐度通量

0.87 大于在 $\phi = 1$时的数值。鉴于该系统中的热输运与盐度输运相比可以忽略不计（至少小两个数量级），以下讨论将聚焦于盐度输运，以理解这一出乎意料的行为。

B. 溶质输运和流动强度

图 5(a) 显示了达到准稳态阶段后，不同孔隙率 ϕ 下 Nu_S 的时间平均值随 Ra_S 的变化。对于无多孔介质的盐指对流（即 $\phi = 1$），Nu_S 随 Ra_S 增大而增大，并遵循幂律 $Nu_S \sim Ra_S^{0.22}$，这与三维系统中的既有研究结果吻合良好。[46] 然而，当 $\phi < 1$ 时，无法发现简单的幂律关系。与 $\phi = 1$ 的情况相比，大多数结果显示 Nu_S 增强，只有少数结果显示减弱。为更好地了解孔隙率对 Nu_S 的影响，我们以 $\phi = 1$ 时的数值为参考对数据进行归一化。图 5(b) 展示了结果随 ϕ 的变化，对于所有考察的 Ra_S，结果呈现相似趋势。随着 ϕ 减小，数据首先增大，增强幅度最高可达 40%。随后，随着 ϕ 进一步减小，数据开始降低，但在大多数情况下，Nu_S（ϕ）的幅值仍大于 Nu_S（$\phi = 1$）。

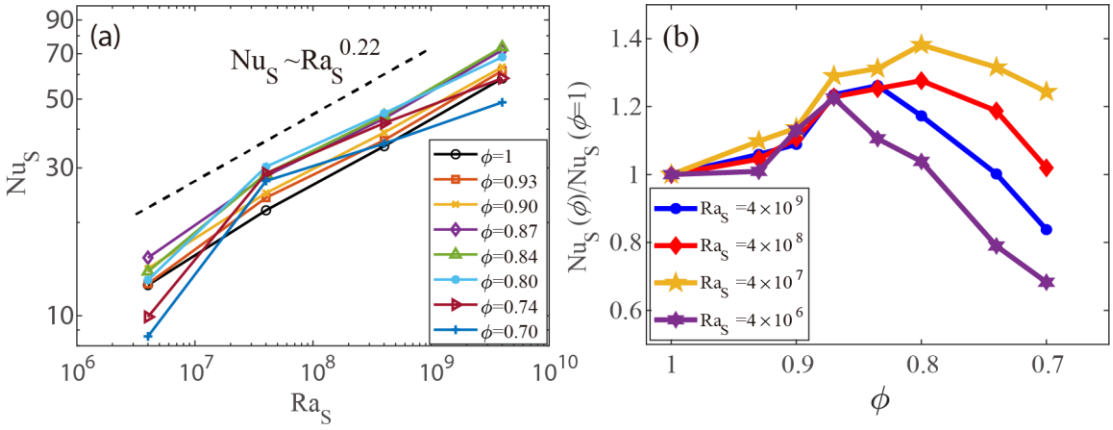


图 5. (a) 不同 ϕ 下 Nu_S 随 Ra_S 的变化。(b) 不同 Ra_S 下 $Nu_S(\phi)/Nu_S(\phi = 1)$ 随 ϕ 的变化。(a) 中的虚线表示幂律 $Nu_S \sim Ra_S^{0.22}$，用于引导视线。

$Nu_S(\phi)$的这种非单调行为与在多孔介质中的瑞利–贝纳德对流以及其他受稳定化机制（例如空间限制和旋转）影响的对流系统中观察到的现象相似，[40, 47–55]（详见近期的一篇综述[56]）。在文献中，这些系统被称为稳定化–失稳化（S-D）流，[50] 尽管稳定化机制会降低流动强度，但仍可观察到显著的热输运增强，且这种增强通常随Rayleigh数单调增加。然而，在本研究中，

由多孔结构诱导的盐度输运增强（这里所研究系统的稳定化机制）及其对应的盐度输运增强最优孔隙率，均依赖于 Ra_S 且呈非单调变化。具体而言，盐度输运的最大增强出现在 $Ra_S = 4 \times 10^7$，在本研究中既不是最高的 Ra_S ，也不是最低的 Ra_S 。此外， ϕ 达到最大 Nu_S 增强时的数值会随着 Ra_S 从4×10^6 增加到 4×10^7 和 4×10^8 而由0.87降至0.80，随后在 $Ra_S = 4 \times 10^9$ 时回升至0.84。这些结果表明，多孔介质中的盐指对流并不是简单的S-D流。

以雷诺数 $Re_z = w_{rms}H/\nu$ 表征的流动强度对孔隙率呈现出更加复杂的依赖关系。在本研究中，准稳态阶段垂直速度的均方根值（ w_{rms} ）被用作特征速度，因为研究重点是垂向输运性质，且不存在定义明确的平均流。需要注意的是，使用速度大小 $|\boldsymbol{U}| = \sqrt{u^2 + w^2}$ 计算雷诺数时也可得到类似结果。图6(a)显示了不同孔隙率下 Re_z 对 Ra_S 的依赖关系。对于没有多孔介质的情况， Re_z（Ra_S）遵循 $Re_z \sim Ra_S^{0.38}$的幂律关系，这与此前一项关于三维盐指对流的研究结果非常吻合。[46] 可以观察到，当 $\phi < 1$时， $Ra_S = 4 \times 10^6$ 处的 Re_z 随着孔隙率降低而大幅减小，如图6(b)所示，其中$\phi = 1$ 处的数据被用作参考。然而，与 $Ra_S = 4 \times 10^6$处的显著下降相比， $Ra_S = 4 \times 10^9$ 处的 Re_z 仅随 ϕ发生微弱变化，并且在中间 Ra_S 下，某些孔隙率对应的数值甚至显著增加。 Re_z（ϕ）中的这些趋势不同于此前对S-D流的研究结果，后者表明流动强度总是随着稳定化程度的增加而降低。[56] 为理解 Re_z（ϕ）和 Nu_S（ϕ）中的这些复杂趋势，我们详细考察盐度场和速度场。

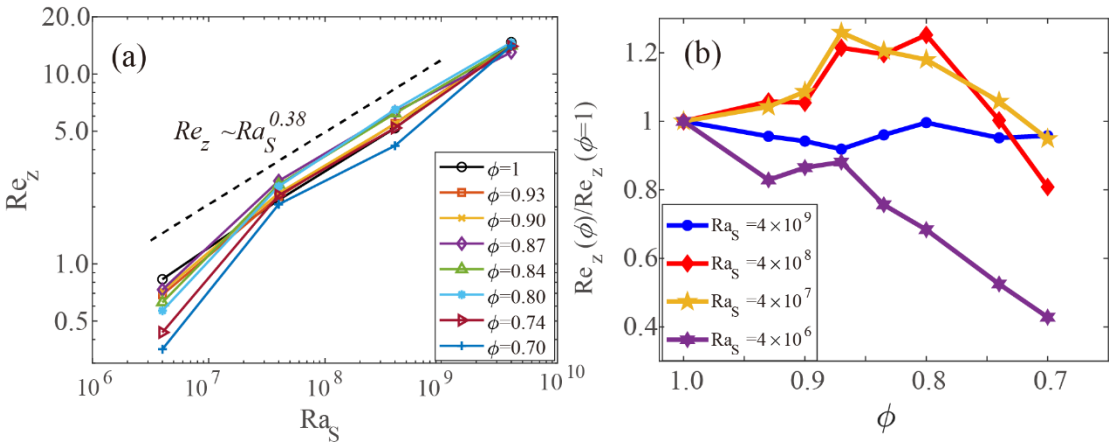


图 6. (a) Re_z 随 Ra_S 的变化，不同 ϕ对应不同曲线。(b) $Re_z(\phi)/Re_z(\phi = 1)$随 ϕ 的变化，不同 Ra_S 对应不同曲线。(a) 中的虚线表示$Re_z \sim Ra_S^{0.38}$ 的幂律，用于引导视线。

C. 流动结构与流动相干性

盐度差驱动盐指对流；因此，我们首先考察多孔介质如何影响盐度场。图7展示了准稳态阶段三种孔隙率和两个 Ra_S数下盐度场的典型快照。对于 $Ra_S = 4 \times 10^9$，可以明显看出，没有多孔介质的域中充满了不规则且扭曲的指状结构。然而，多孔介质限制了流体运动，使孔隙之间形成了更加有序且沿垂直方向延伸的结构。这表明，在多孔介质存在的情况下，盐指在上下运动过程中保留了更多盐度，并变得更加相干。多孔介质阻碍了流体运动，但减弱了上升和下降盐指之间的相互作用以及它们与背景流体之间的卷吸，从而提高了流动相干性。因此，部分指状结构变得更具能量，并径直穿过整个域，但多孔结构减少了这些结构的数量，尤其是在 $\phi = 0.74$的情况下。

对于 $Ra_S = 4 \times 10^6$，也可以发现类似的变化；然而，两者存在两点差异。首先，与 $Ra_S = 4 \times 10^9$处的指状结构相比，$\phi = 1$ 处的指状结构要少得多，但排列更加有序。此外，当 ϕ从 1减小到0.87时，其数量先增加，随后随着 ϕ 进一步减小而减少，呈现出非单调行为。其次，与 $Ra_S = 4 \times 10^9$处的情况相反，在后者中，盐指始终小于多孔介质的孔隙尺度，而 $Ra_S = 4 \times 10^6$ 处的指状结构与孔隙尺寸相当，甚至更大。这表明，多孔介质在 Ra_S =4×10^6对流动具有很强的阻塞效应。

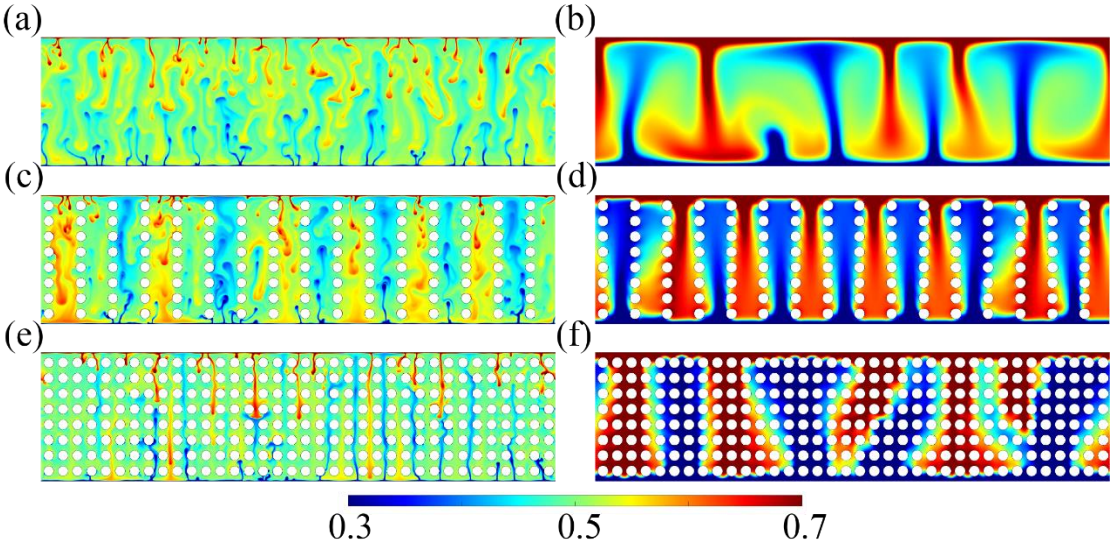


图 7. 不同 ϕ 下准稳态阶段盐度场的典型快照：(a、b) $\phi = 1$，(c、d) $\phi = 0.87$，以及 (e、f) $\phi = 0.74$。左图：$Ra_S = 4 \times 10^9$；右图：$Ra_S = 4 \times 10^6$。颜色表示盐度大小。

为展示多孔介质对指状结构的影响，图 8 将流线叠加在图 7 所示的相应盐度场上。为便于观察，图中仅显示域的中间部分。可以看到，随着孔隙率降低，$Ra_S = 4 \times 10^9$ 处的流线变得更加规则且沿垂直方向排列，这与盐度场的变化一致。这些垂直排列的流线最终形成笔直的上升流和下降流通道，直接连接顶部和底部边界。另一方面，多孔介质会阻碍部分流动，在孔隙率较低时，孔隙之间会形成小涡旋。在$Ra_S = 4 \times 10^6$ 处，这种阻碍效应更强。当存在多孔结构时，$\phi = 1$ 处与域尺度相当的涡旋会分解为许多孔隙尺度涡旋。此外，虽然在 $\phi = 0.87$ 时上升流和下降流通道十分明显，但当孔隙率进一步降低至 0.74 时，这些通道会受到多孔结构的干扰。因此，通道中的一些流线变得倾斜，表明垂直运动的效率有所降低。这些结果表明，多孔介质对盐指对流的影响有两个方面：它既能阻碍甚至破坏流动结构，也能增强流动相干性并促进流动。上述相反效应之间的相互作用决定了流动强度如何随孔隙率变化。

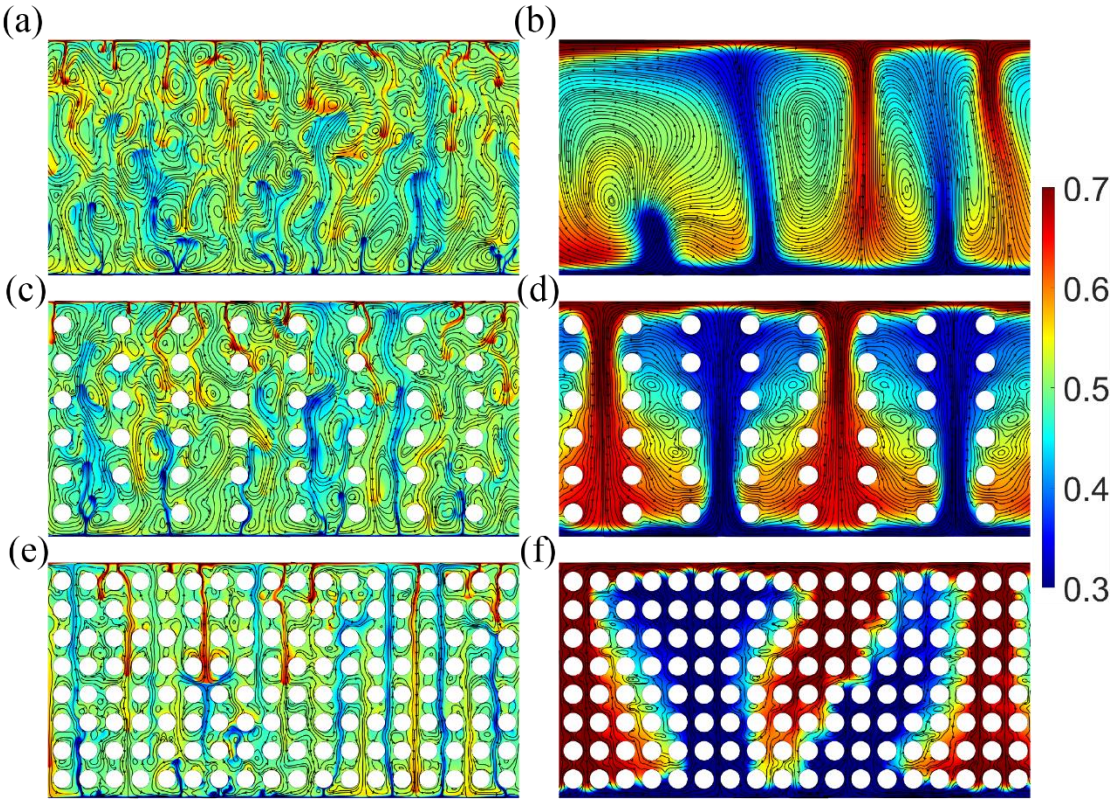


图 8. 不同 ϕ 下准稳态阶段流线叠加于盐度场上的典型快照：(a, b) $\phi = 1$，(c, d) $\phi = 0.87$，以及 (e, f) $\phi = 0.74$。左图：$Ra_S = 4 \times 10^9$；右图：$Ra_S = 4 \times 10^6$。背景颜色表示盐度大小。

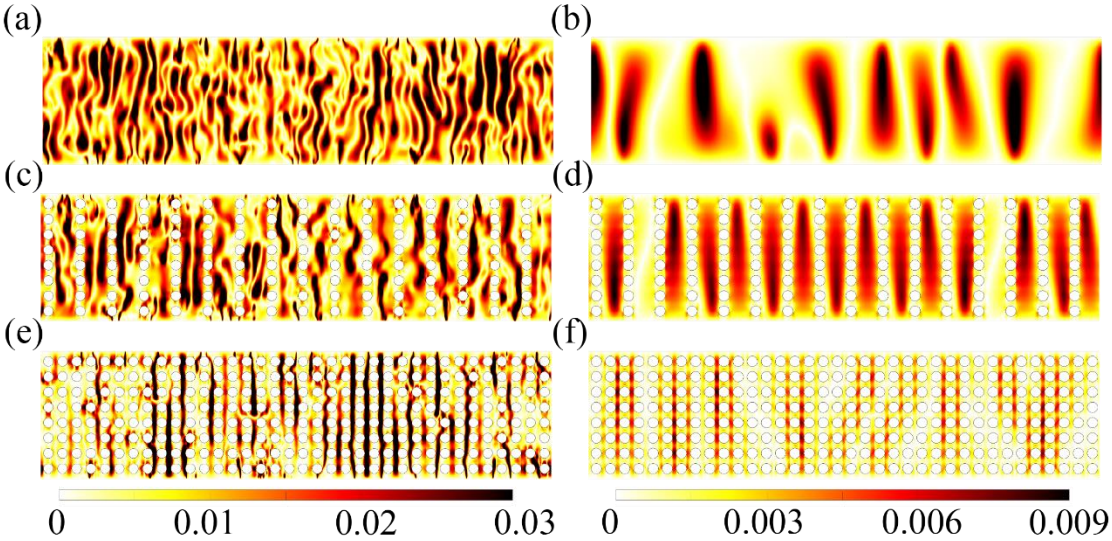


图 9. 不同 ϕ 下准稳态阶段垂直速度场的典型快照：(a、b) $\phi = 1$，(c、d) $\phi = 0.87$，以及 (e、f) $\phi = 0.74$。左图： Ra_S =4×10^9；右图：$Ra_S = 4 \times 10^6$。速度大小以颜色表示。

为了更好地理解图 6(b)], 中不同 Ra_S [下 $Re_z(\phi)$ 变化趋势的影响因素，我们可以查看图 9 所示的垂直速度场组合图（对应图 7 中的盐度场）。对于 Ra_S =4×10^9 ，流动中充满了指状结构；因此，存在多孔介质时，指状结构的数量会立即减少。然而，这种阻塞效应被流动相干性的增强所抵消。因此，在 $Ra_S = 4 \times 10^9$ 下，垂直速度大小随 ϕ 仅略有变化。对于 $Ra_S = 4 \times 10^6$，指状结构的尺寸大致与孔隙尺度相同，甚至更大；因此，阻塞效应占据主导地位。如图 9(f) 所示，在 $\phi = 0.74$ 下，多孔介质对流动的阻塞非常强，以至于只有一小部分流体在垂直方向上运动。因此，在此 Ra_S 下，随着 ϕ 减小，流动强度显著下降。值得注意的是， $Ra_S = 4 \times 10^6$ 下的指状对流柱数量先随 ϕ 增加而增加，随后减少，这可能是 $\phi = 0.87$ [处观察到 Re_z 局部最大值的原因，如图 6(b)] 所示。

多孔介质的两种相互矛盾的作用，也可以解释在中等 Ra_S下 $Re_z(\phi)$反直觉地增加。以 $Ra_S = 4 \times 10^7$ 为例，图10显示，在多孔介质的作用下，指状结构变得更加有序且连贯。当 ϕ 从1变为0.87时，指状结构变得足够连贯，能够直接连接顶部和底部边界，但其数量保持不变。因此，连贯性增强使流动强度增大。当 ϕ 进一步降低至0.74时，阻塞效应变得更加显著，导致流动减慢。基于多孔介质对盐指对流的这两种影响，$Re_z(\phi)$的复杂行为便得到了合理解释。

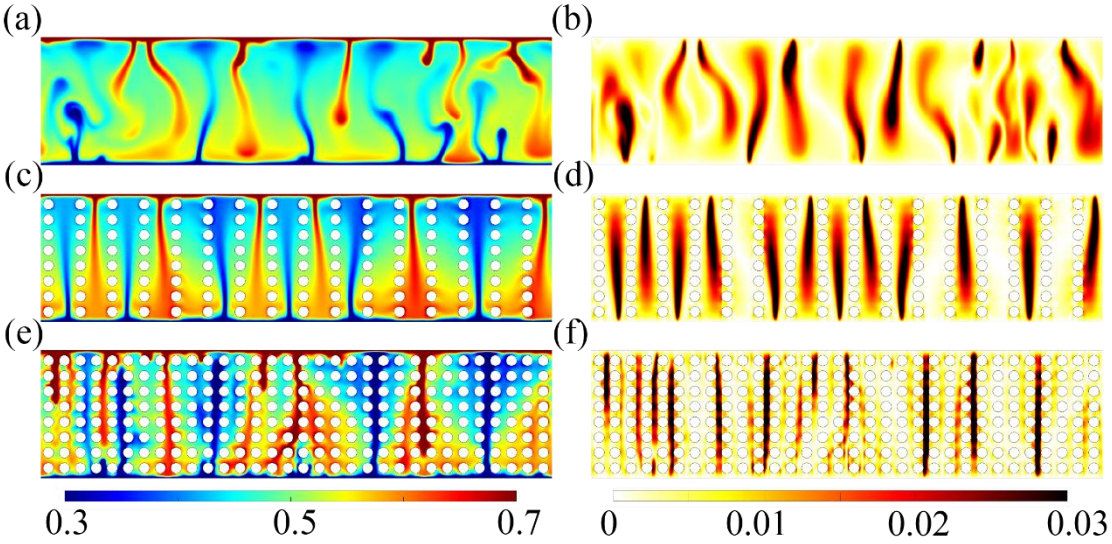


图10.准稳态阶段 $Ra_S = 4 \times 10^7$ 具有不同 ϕ时盐度场（左图）和垂直速度场（右图）的典型快照：（a、b） ϕ =1，（c、d）$\phi = 0.87$，以及（e、f）$\phi = 0.74$。盐度和速度大小分别由相应的色条表示。

在下文中，我们分析图 5 所示的 $Nu_S(\phi)$ 的非单调行为。为理解这一行为，我们考察局部盐度差 S' 与垂直速度 w 之间的相关性。图 11 显示了不同 ϕ 和 Ra_S 条件下 S' 与 w 的联合概率密度函数（PDF），这些函数是对整个域取平均得到的。$P(w, S')$ 的分布主要位于第二和第四象限，这反映了盐指对流的基本特征：盐度较高的柱体向下运动，而盐度较低的柱体向上运动。在较低的 Ra_S 下，流动更加有序且相干，正如图 7–9 所示；$P(w, S')$ 的分布也更加集中。在多孔介质的存在下，大垂直速度所占比例降低，而大盐度差所占比例增加，尤其是在 $Ra_S = 4 \times 10^6$ 时。这表明，尽管多孔介质阻碍了垂直流动，但它们削弱了上升和下降的指状结构与背景流体之间的相互作用和卷吸，从而减弱了盐度场中的混合。这些结果表明，S' 与 w 之间的相关性是流动相干性变化的有效指标。

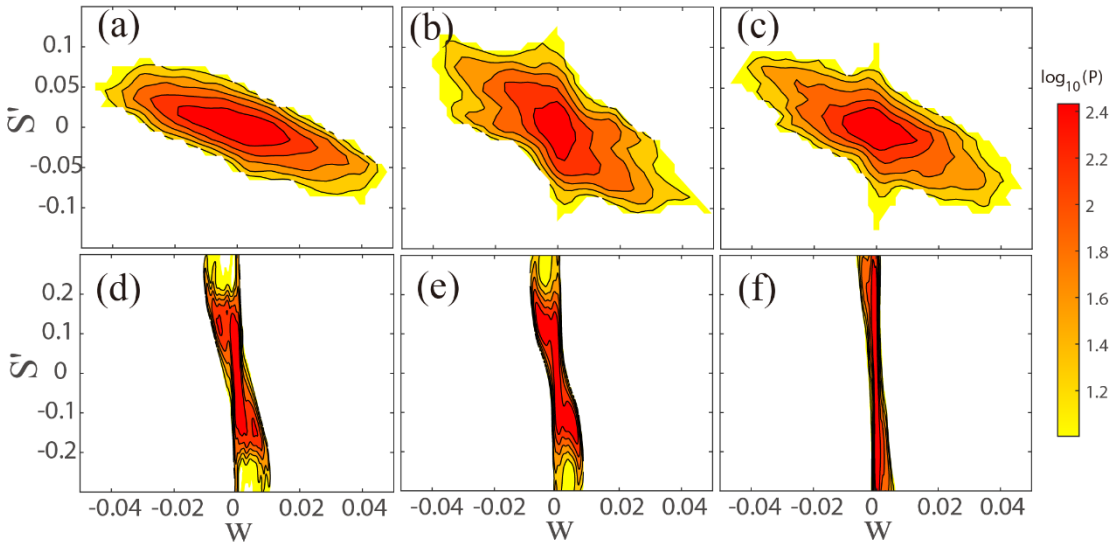


图 11. 不同 ϕ 条件下垂直速度 w 与局部盐度差 $S' = S - \overline{S}$ 的联合概率密度函数：(a, b) $\phi = 1$，(c, d) $\phi = 0.87$，以及 (e, f) $\phi = 0.74$。上图：$Ra_S = 4 \times 10^9$；下图：$Ra_S = 4 \times 10^6$。

为量化流动相干性，我们通过 $C \equiv \langle \varphi(S') \cdot \varphi(w) \rangle$ 计算 S' 与 w 之间的相关性，其中 $\varphi(X) \equiv [X - \langle X \rangle]/\sigma_X$，$X$ 为相应变量。C 值较高表明垂直速度与盐度差高度相关，这意味着流动相干性增强通常有助于盐度输运，而流动相干性减弱则会降低盐度输运。为直接反映多孔介质的影响，取 $\phi = 1$ 处的数据作为参考。归一化相关值 $|C(\phi)|/|C(\phi = 1)|$ 绘于图 12(a)，结果显示，对于所有 Ra_S，随着 ϕ 减小，流动相干性先增强后减弱，其中在 $Ra_S = 4 \times 10^6$ 处增强最显著。这为存在多孔介质时盐指对流变得更加相干提供了直接的定量证据。

然而，相关性数值并未反映流动强度的变化，而流动强度同样会显著影响溶质输运。（请注意，流动相干性高并不一定意味着流动更强。）为兼顾流动强度和相干性，我们进一步将 $F = Re_Z \cdot |C|$ 定义为有效输运系数。F 的大小量化了盐度输运能力；以 $\phi = 1$ 处的数据为参照，$F(\phi)/F(\phi = 1)$的归一化值表示与无多孔介质的情况相比，溶质输运是增加还是减少。图 12(b) 显示，归一化有效输运系数 $F(\phi)/F(\phi = 1)$ 在很大程度上捕捉了图 5(b) 中 $Nu_S(\phi)/Nu_S(\phi = 1)$ 的整体变化趋势。$F(\phi)/F(\phi = 1)$与 $Nu_S(\phi)/Nu_S(\phi = 1)$的变化表现相似，据此我们可以对多孔介质中盐指对流的盐度输运得出以下认识。

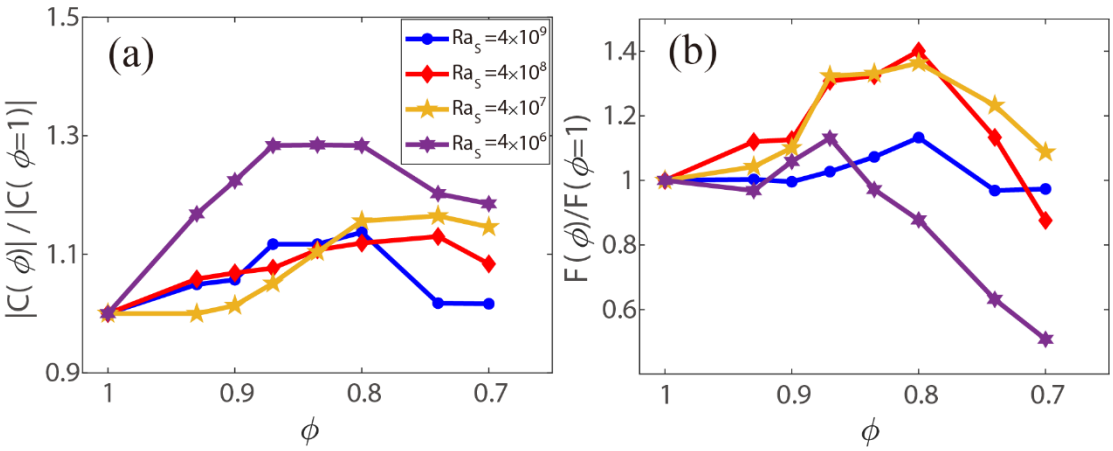


图 12. (a) 归一化相关值 $\frac{|C\ \phi\ |}{|C\ \phi=1}$（）（）| 和 (b) 有效输运系数 ^{F}（$\phi$）$_{F}$（$\phi$=1）随 ϕ 的变化，针对不同的 Ra_S。

对于较低的溶质瑞利数 Ra_S，多孔介质会扰乱盐指对流的主导流动结构，导致流动变慢。然而，由于流动波动和混合减弱，流动相干性显著提高。因此，当阻塞效应并非流动的主导因素时，某些孔隙率下的盐度输运 Nu_S 会增强；这一发现与多孔介质中瑞利–贝纳德对流的情况相似。[40]

在 Ra_S 处于中等水平时，指状结构变得纤细，在所考察的孔隙率范围内不会受到多孔结构的显著阻碍。因此，流动相干性的增强成为主导因素，从而提高了流动强度和盐度输运。流动强度的增加进一步增强了盐度输运。这就是为什么 Nu_S的最大增强出现在中等 Ra_S 下，而非最高或最低的 Ra_S ，这与先前关于 S-D流的研究结果一致。[56]

对于较高的 Ra_S 值，如前所述，流动强度随孔隙率的变化较弱（ϕ）。因此， Nu_S 的增强主要归因于流动相干性的提高。简言之，多孔介质中的盐指对流与 S-D流的区别在于系统中主导流动结构的特征，这些特征决定了流动对不同稳定机制的响应方式。

D. 多孔结构排列的影响

在前面的章节中，多孔介质在域内呈规则排列。在本节中，我们将深入探讨多孔结构排列的影响。我们考虑三种常见的排列方式：晶格排列、交错排列和随机排列（如图13所示）。随机排列具有满足 $d_{\min}$ ≥0.02H的最小孔隙尺度 $d_{\min}$ ，至少需要用八个网格进行解析，以确保流动动力学的准确性。我们针对 Ra_S range of$4 \times 10^6 \leq Ra_S \leq 4 \times 10^9$范围内的三种代表性孔隙率开展模拟。

图13展示了多孔结构排列如何影响 $Ra_S = 4 \times 10^7$处的流动结构。当孔隙率相对较高（$\phi = 0.93$）时，所有排列方式下的流动模式都相似，其特征是指状结构上下起伏，几乎不受多孔介质干扰。然而，在 $\phi = 0.87$时，多孔结构排列的影响变得显著。当多孔结构从晶格排列变为交错排列或随机排列时，规则的垂直对流通道会变为之字形，甚至形成多分叉的树状结构。对于 $\phi = 0.74$，不同多孔结构排列所引起的流动模式变化与 $\phi = 0.87$时的情况相似。然而，由于在 $\phi = 0.74$时孔隙尺度小于指状结构的宽度，采用晶格排列时，垂直通道已经受到多孔介质的阻碍。在 $Ra_S = 4 \times 10^9$处也可以观察到类似现象，但随着孔隙率降低，流动结构的差异会大得多（参见图14）。

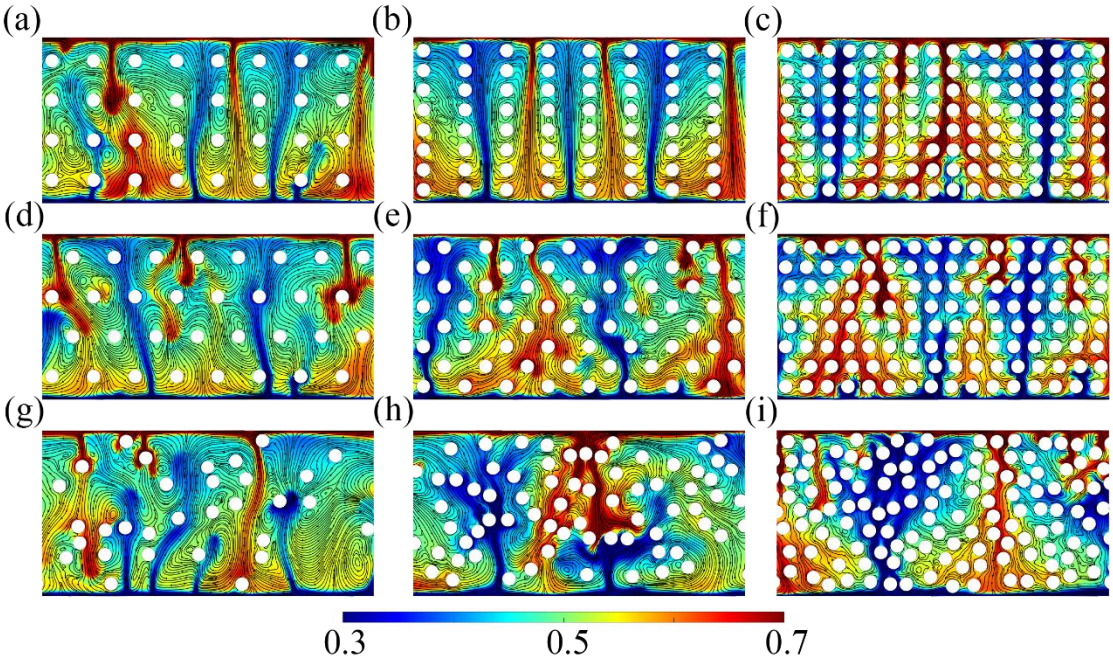


图 13. $Ra_S = 4 \times 10^7$ 下，在准稳态阶段，不同多孔结构排列（上：晶格排列；中：交错排列；下：随机排列）和三种不同的 ϕ 条件下，叠加在盐度场上的典型流线快照：(a、d、g) $\phi = 0.93$；(b、e、h)：$\phi = 0.87$；(c、f、i)：$\phi = 0.74$。为清晰展示流动的细节特征，仅显示域的中间部分。背景颜色表示盐度大小。

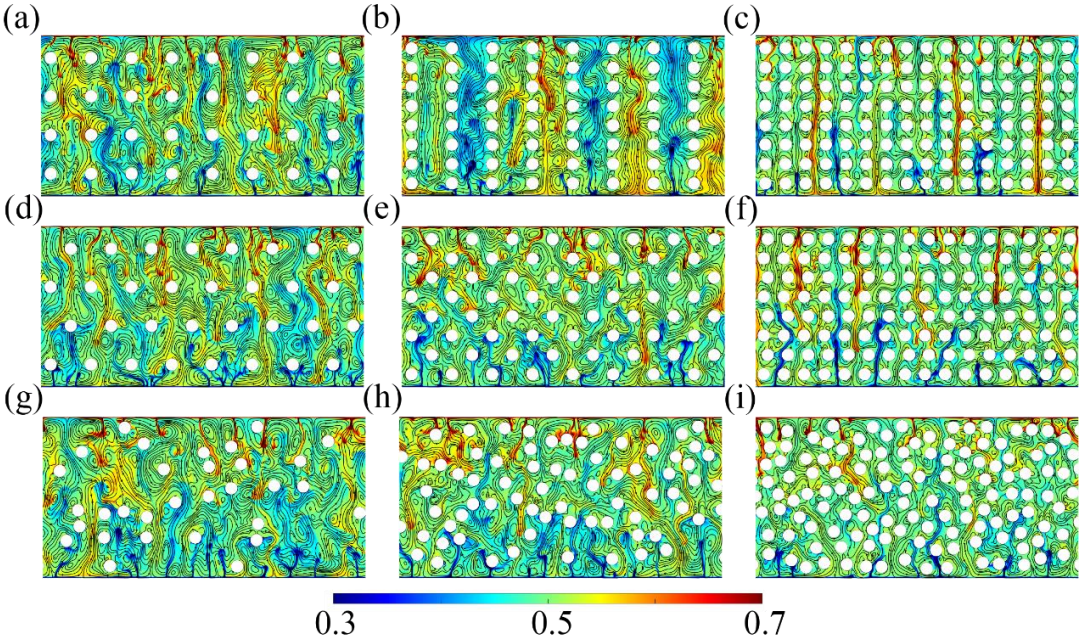


图14. $Ra_S = 4 \times 10^9$ 在准稳态阶段三种不同多孔结构排列（上：晶格排列；中：交错排列；下：随机排列）和三种不同 ϕ下盐度场上叠加流线的典型快照：(a、d、g) $\phi = 0.93$；(b、e、h)：$\phi = 0.87$；(c、f、i)：$\phi = 0.74$。为清晰展示详细的流动特征，仅显示域的中间部分。背景颜色表示盐度大小。

Nu_S 和 Re_z的结果如图15所示，揭示了多孔结构排列对流动结构的影响。当孔隙率相对较高（ϕ =0.93）时，不同排列方式之间的流动模式相似。然而，随着孔隙率降至0.87，多孔结构排列的影响变得更加明显。虽然流动强度基本保持不变，但晶格排列中的盐度输运比其他两种排列方式更强，尤其是在 $Ra_S = 4 \times 10^9$时。这证实了，对于中等孔隙率，垂直对流通道在盐度输运中发挥着关键作用。

在更低的孔隙率（ϕ=0.74）下，随着 Ra_S 增加，多孔结构排列对和 Re_z 的影响变得更加显著。对于较低的 Ra_S，多孔介质已破坏垂直通道；因此，输运性质对排列方式并不敏感。然而，随着 Ra_S 增加，指状结构的水平尺度减小，若多孔结构排列得当，便能形成垂直通道。多孔结构排列得越有序，越有利于形成垂直通道。因此，如图15(c)和15(f)所示，在 $Ra_S = 4 \times 10^9$ 下，晶格排列的盐度输运和流动强度最大，其次是交错排列，随机排列最小。这些结果凸显了主导流动结构的特征尺度及其与多孔结构的相互作用如何决定

系统中的输运性质。

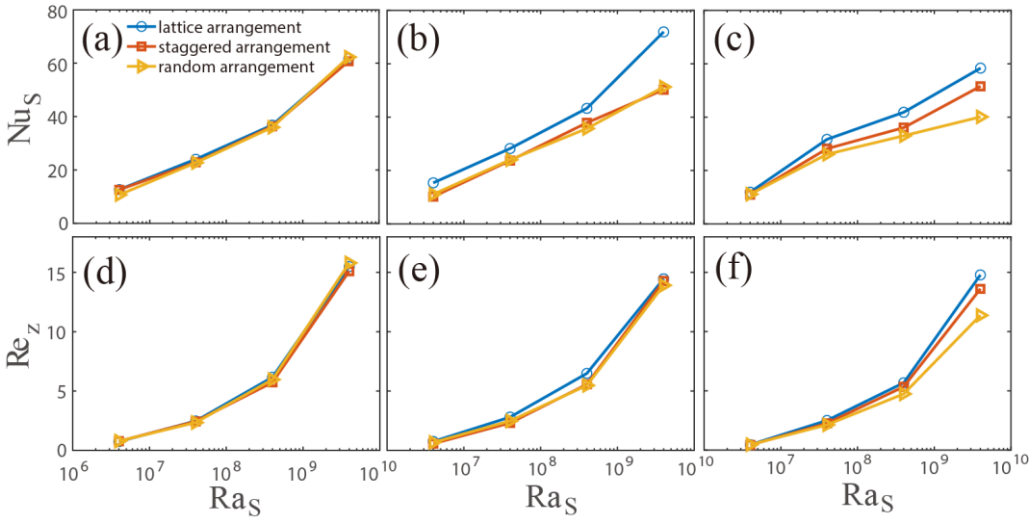


图15. 在相同孔隙率 ϕ下，不同多孔结构排列的 Nu_S 和 Re_z 对比：(a, d) $\phi = 0.93$，(b, e) $\phi = 0.87$，以及(c, f) $\phi = 0.74$。

IV. 结论

我们对非达西区间多孔介质中的盐指对流行为进行了全面研究。本研究采用基于格子玻尔兹曼方法和浸入边界法的数值模型，首次得以模拟孔隙尺度上的流动动力学及其与 通过一系 $7 \le \phi \le 1$）和溶质瑞利数（$4 \times 10^6 \le Ra_S \le 4 \times 10^9$）的模拟，我们详细考察了多孔介质如何影响盐指对流行为。主要发现如下：

多孔介质的存在会延迟盐指对流的发展，且孔隙率越低，延迟越明显。溶质输运和流动强度对孔隙率的依赖关系并不简单。具体而言，随着孔隙率降低，溶质输运先增强；当孔隙率低于一个依赖于 Ra_S 的数值时，溶质输运则会减弱。另一方面，在低 Ra_S 下，流动强度会随孔隙率降低而显著减弱；在高 Ra_S 下，流动强度随孔隙率变化不大；而在中等 Ra_S 下，某些孔隙率条件下的流动强度甚至会出乎意料地增强。

这些复杂的依赖关系可通过流动结构的变化来解释。多孔介质会阻碍流体运动，甚至在孔隙尺寸小于盐指宽度时破坏主导流动结构。然而，它也会减弱流动中的混合和卷吸，从而形成更有序、相干性更强的指状结构，并形成有助于垂直运动和溶质输运的上升流/下沉流通道。流动相干性的增强可以抵消这种影响。

对流动产生阻塞效应，甚至增强输运性质。多孔介质这两种相互竞争效应之间的相互作用，决定了盐度输运和流动强度随孔隙率的变化。

我们的研究结果同样适用于不同的多孔结构排列。我们发现，由于指状结构与多孔介质之间的相互作用更强，多孔结构排列的影响通常在较小的孔隙率和较高的 Ra_S 下更为显著。

这些发现不仅加深了我们对多孔介质中的对流输运现象的理解，也在金属加工、农业水资源分配和石油采收技术等领域具有实际应用价值。[19–20,57–58]

在本研究中，我们聚焦于多孔介质中的盐指对流的非达西区间。然而，图5(a)和图6(a)所示的数据表明，当溶质瑞利数（Ra_S）小于 4×10^7 时，在某些低孔隙率条件下会迅速下降，这是向达西区间过渡的典型特征。为了准确确定过渡点，并深入了解这一过渡是如何发生的，有必要进一步探究更广泛范围的 Ra_S 值和孔隙率。此外，当前设置假设多孔介质处于饱和状态。盐指对流常见于流体层位于多孔介质层之上的情形，例如沉积物-水界面处。目前有两项正在进行的研究正致力于解决这些问题，相关结果将在未来报告。

利益冲突声明

作者声明不存在利益冲突。

致谢

我们感谢 Yantao Yang 就本研究开展的有益讨论。本研究得到国家自然科学基金委员会（项目编号：11988102、11961160719 和 51879086）以及广东省科学技术厅（项目编号：2019B21203001）的资助。作者还感谢南方科技大学计算科学与工程中心提供的计算支持。

数据可用性

支持本研究发现的数据可根据合理请求向通讯作者获取。

参考文献

[1] Schmitt R W、Ledwell J R、Montgomery E T 等，《热带大西洋温跃层中盐指增强的跨密度面混合》，《科学》308（5722），685–688

（2005）。[2] R. W. Schmitt, 《包括恒星内部、液态金属、海洋和岩浆在内的各种流体系统中的盐指特性》, Phys Fluids。26（9）, 2373–2377（1983）。 Almarcha C、R'Honi Y、De Decker Y 等, 《酸碱反应诱导的对流混合》, 《物理化学杂志B》。115（32）, 9739–9744（2011）。[4] Maruyama S、Yabuki T、Sato T 等, 《Stommel 永续盐泉导致海洋初级生产增加的证据》, 《深海研究》第一辑。58（5）, 567–574（2012）。[5] Whitfield, D.W.A.、Holloway, G. 和 Holyer, J.Y, 《二维有限振幅双扩散不稳定性的谱变换模拟》, 《海洋研究杂志》。47（2）, 241–265（1989）。[6] Shen, C.Y. 和 Veronis, G, 《二维盐指的数值模拟》, 《地球物理研究杂志》。102（C10）, 23131–23143（1997）。[7] Özgökmen, T.M.、Esenkov, O.E. 和 Olson, D.B, 《垂直边界区域内双扩散对流中由盐指引起的层化形成数值研究》, 《海洋研究杂志》。56, 463–487（1998）。[8] O. P. Singh 和 J. Srinivasan, 《瑞利数对双扩散盐指演化的影响》, Phys Fluids。26（6）, 062104（2014）。[9] Yang Y、Verzicco R、Lohse D, 《指状区间内的垂直边界双扩散对流：无滑移与自由滑移边界条件的比较》, 《物理评论快报》。117（18）, 184501（2016）。[10] Yang Y、Verzicco R、Lohse D, 《指状区间内双扩散对流的标度律和流动结构》, 《流体力学杂志》。802, 667–689（2016）。[11] Yang Y、Chen W、Verzicco R 等, 《双扩散对流湍流的多重状态和输运性质》, 《美国国家科学院院刊》。117（26）, 14676–14681（2020）。[12] Stern M E、Simeonov J A, 《盐指产生的内波翻转》, 《物理海洋学杂志》。32（12）, 3638–3656（2002）。[13] Dadonau M, 《双扩散对湍流羽流和射流动力学的影响》, 剑桥大学（2020）。[14] Ouillon R、Edel P、Garaud P 等, 《双扩散对流中的沉降驱动的大尺度不稳定性》, 《流体力学杂志》。901, （2020）。[15] Zhang X、Wang L L、Lin C 等, 《层流剪切流中倾斜盐指的数值研究》, Phys Fluids。30（2）, 022110（2018）。[16] Garaud P、Kumar A、Sridhar J, 《剪切与指状（热盐）对流之间的相互作用》, 《天体物理学杂志》。879（1）, 60（2019）。[17] Li J、Yang Y, 《背景剪切下倾斜盐指的流动结构和垂直输运》, 《物理评论：流体》。7（5）, 053501（2022）。[18] Green、Theodore, 《多孔介质中双扩散指状对流的尺度》, 《水》

《资源研究》20 (9), 1225-1229 (1984).[19] Nishimura T, Kunishige M, “单向二元凝固过程中产生的盐指对流速度场”, 《热工程会议论文集》, 289-290 (2003).[20] Corapcioglu M Y, Baehr A L, “石油产品造成地下水污染的组分多相模型：1. 理论分析”, 《水资源研究》23 (1), 191- 200 (1987).[21] Katto Y, Masuoka T, “多孔介质中流体对流流动起始的判据”, 《国际传热传质》10 (3), 297-309 (1967).[22] Taunton J W, Lightfoot E N, Green T, “多孔介质中的温盐不稳定性和盐指”, Phys Fluids. 15 (5), 748-753 (1972).[23] Imhoff P T, Green T, “双扩散地下水指状流的实验研究”, 《流体力学杂志》188, 363-382 (1988).[24] Taylor J, Veronis G, “Hele-Shaw池中的盐指实验”, Sci. 231 (4733), 39-41 (1986).[25] Cooper C A, Glass R J, Tyler S W, “浮力比对Hele-Shaw池中双扩散指状对流发展的影响”, 《水资源研究》37 (9), 2323-2332(2001).[26] Werner C L, “多孔介质中的双扩散指状对流”, Dissertations & Theses - Gradworks (2007).[27] Imhoff P T, Green T, “双扩散地下水指状流的实验研究”. 《流体力学杂志》188, 363-382 (1988).[28] Murray B T, “多孔介质水平层中双扩散对流的实验与数值研究”, 博士论文，亚利桑那大学 (1986).[29] Luo Y Y, Zhan J M, Li Y S. “多孔介质中的盐指对流数值模拟”. 《物理学报》，57(4), 2306-2313 (2008).[30] Firdaouss M, Guermond J L, Le Quéré P, “低雷诺数下达西定律的非线性修正”, 《流体力学杂志》343, 331-350 (1997).[31] Ahmad F, Rahimi A, Tsotsas E, 等，“从微观到宏观尺度的干燥毛细多孔介质中溶质输运建模”, 《国际传热传质》165, 120722 (2021).[32] Chen F, Chen C F, “多孔介质中的双扩散指状对流”, 《国际传热传质》36 (3), 793-807 (1993).[33] Wood B D, He X, Apte S V, “多孔介质中的湍流建模”, 《流体力学年度评论》52, 171-203 (2020).[34] Wang Z, Chen L, Wei H, 等，“格子玻尔兹曼方法中用于多孔介质流动模拟的边界格式比较”, 《国际数值方法：流体》92 (12), 2009-2029 (2020).[35] Wang Z, Chen L, Wei H, 等，“矿物溶解的孔隙尺度研究在线不卡

异质结构和渗透率的深度学习预测”，PhysFluids.34 (11), 116609 (2022).[36] JuL,Shan B, Liu P, 等，“多孔介质中可混溶密度驱动混合流的孔隙尺度研究”，PhysFluids. 33 (3), 034113(2021).[37] Gu Q,ZhuL,ZhangY, 等，“使用格子玻尔兹曼方法对强水湿裂隙多孔介质中逆流自吸的孔隙尺度研究”，PhysFluids. 31 (8), 086602 (2019).[38] PandaD,PaliwalS, SouryaDP,等，“热梯度对多孔介质干燥过程中侵入模式的影响：一种格子玻尔兹曼方法”，PhysFluids. 32(12), 122116 (2020).[39] ZhangX,WangL,ZhuH,等，“使用耦合迭代源项修正浸入边界-格子玻尔兹曼求解器对多孔介质中盐指的孔隙尺度模拟”，《应用数学建模》. 94, 656-675(2021).[40] LiuS,JiangL,Chong KL,等，“从瑞利–贝纳德对流到多孔介质对流：孔隙率如何影响热传递和流动结构”，《流体力学杂志》. 895, (2020)[41] Yoshida, J.,&Nagashima, H. “ 盐指对流的数值实验 ”，《海洋学进展》. 56(3-4), 435-459(2003).[42] Stern, M.E.，“无限延伸温跃层中的三维盐指”，J.Mar. Res. 59,355–390(2001).[43] Yang,Yantao,等。“扩散区间内剪切双扩散对流中的分层和垂直输运。”《流体力学杂志》. 933, A30(2022)[44] HanY,Cundall P A，“理想化多孔介质中孔隙尺度流体流动的格子玻尔兹曼建模”，《国际数值方法：流体》.67 (11), 1720-1734 (2011).[45] Khozeymeh-NezhadH,NiazmandH，“高佩克莱数流动中带旋转振荡搅拌器的主动式微混合器内混合的双MRT-LBM模拟”，《国际传热传质》. 122,913-921(2018).[46] YangY，“不同普朗特数和施密特数下指状区间的双扩散对流”，《力学学报》. 36 (4), 797-804 (2020).[47] HuangSD,KaczorowskiM, NiR,等，“湍流热对流中的限域诱导的热输运增强”，《物理评论快报》. 111 (10), 104501 (2013). Zhong J Q, StevensRJAM,ClercxHJH,等，“湍流旋转瑞利–贝纳德对流中热输运对普朗特数、瑞利数和罗斯贝数的依赖性”，《物理评论快报》. 102 (4), 044502 (2009).[49] HuY B,HuangSD,Xie YC,等，“湍流热对流中的离心力诱导的流动分岔”，《物理评论快报》. 127 (24), 244501 (2021).[50] ChongKL,YangY,HuangSD, 等，“受限瑞利–贝纳德对流、旋转瑞利–贝纳德对流和双扩散对流：通过相干结构调控实现湍流输运增强的统一观点”，《物理评论快报》. 119 (6), 064501 (2017)。

[51] Wang F, Huang S D, Xia K Q.《表面热强迫对海洋混合的贡献》, J Geophys Res-Oceans. 123(2), 855-863 (2018). Wang F, Huang S D, Zhou S Q, 等.《地热加热对海洋翻转环流的影响实验室模拟》, J Geophys Res-Oceans. 121(10), 7589-7598 (2016).[53] Rosenthal, Axel, Kevin Lüdemann, and Andreas Tilgner.《不稳定分层双扩散指状对流中的阶梯结构形成》, Phys Fluids. 34 (11), 116605 (2022).[54] Garai, Susmita, and Swarandeep Sahoo.《具有稳定分层层和热异质边界的旋转流体中的对流不稳定性》, Phys Fluids. 34 (12), 124101 (2022).[55] Singh, Mahesh, 等.《利用机器学习技术预测惯性、旋转和磁场对双分散多孔介质中对流起始的影响》, Phys Fluids. 35 (3), 034103 (2023).[56] Xia K Q, Huang S D, Xie Y C, 等.《通过相干结构调控调节热输运：热湍流的最新进展》, Natl Sci Rev. (2023).[57] Kefayati G.《多孔腔体中黏塑性流体双扩散自然对流的格子玻尔兹曼模拟》, Phys Fluids. 31(1), 013105 (2019).[58] Kefayati, Gholamreza, 等.《幂律流体通过多孔介质时热-溶质问题的介观模型》, Phys Fluids. 33(3), 033114 (2021).