过滤单向爱因斯坦-波多尔斯基-罗森纠缠引导

郝泽言,[1,2] 王彦,[1,2] 李家坤,[1,2] 向宇,[3,4] 何琼怡,[3,4,5] 刘正浩,[1,2]杨牧,[1,2] 孙凯,[1,2,*] 许金时,[1,2,6,†] 李传锋,[1,2,6,‡] 和郭光灿[1,2,6]
[1] *CAS Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*
[2] *CAS Center for Excellence in Quantum Information and Quantum Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*
[3] *State Key Laboratory for Mesoscopic Physics, School of Physics,Frontiers Science Center for Nano-optoelectronics, and Collaborative Innovation Center of Quantum Matter, Peking University, Beijing 100871, China*
[4] *Collaborative Innovation Center of Extreme Optics,Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China*
[5] *Peking University Yangtze Delta Institute of Optoelectronics, Nantong, Jiangsu 226010, China*
[6] *Hefei National Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230088, China*

arXiv:2304.04210v3 [quant-ph] 3 Jan 2024

爱因斯坦–波多尔斯基–罗森（EPR）导引是量子非定域性的一个基本概念，描述了一名观察者通过局域测量远程影响另一名相距遥远的观察者状态的能力。不同于量子纠缠和贝尔非局域性（两者都与对称的量子关联有关），EPR 导引体现了量子非定域性独特的非对称性质。通过局部滤波操作丢弃某些系统成分，可以蒸馏量子非定域性以增强非局域关联，甚至激活隐藏的非定域性。然而，滤波操作中的非对称量子非定域性仍缺乏全面研究，尤其是考虑到被丢弃的部分中仍可能以一定概率存在量子非局域关联。在此，我们从理论和实验两方面研究了重新利用局域滤波器所丢弃粒子的影响。我们同时观测到了 EPR 导引的所有配置，以及非对称量子非定域性的其他引人关注的演化现象，例如单向 EPR 导引方向的反转。本研究为回答 “ 利用量子导引作为资源的本质作用是什么？ ” 提供了一个视角，并展示了一套用于操控非对称量子系统的实用工具，在量子信息任务中具有巨大的应用潜力。

量子非定域性是量子信息研究的基石，描述的是这样一种现象：观测者之间的测量统计无法由局域因果性确定 [1]。在量子非定域性的早期研究中，人们主要考察纠缠 [2] 和贝尔非局域性 [3–5], 等对称关联，其中系统中的观测者地位对等。EPR导引是一种非对称量子非定域性，最初由薛定谔 [6, 7] 提出，用以论证“超距作用”悖论 [8], ；后来，Wiseman *et al.*在 2007 [9]中对其进行了重新表述。EPR导引描述的是这样一个过程：一位观测者通过实施局域测量，能够影响另一位观测者的量子态。由于其具有非对称量子非定域性这一非凡特征，它受到了广泛关注 [10, 11]。以双体系统为例，设观测者为爱丽丝和鲍勃：若爱丽丝实施局域测量后，鲍勃的条件态组装 $\{\rho_{a|\vec{x}}\}$ 无法用局域隐状态（LHS）模型解释 [9, 10], ，那么这便能证实爱丽丝可以导引鲍勃的量子态，即满足以下方程，

$$\rho_{a|\vec{x}} = \int P(a|\vec{x},\lambda)p_\lambda\rho_\lambda \mathrm{d}\lambda, \tag{1}$$

其中 $\vec{x}$ 是爱丽丝的测量设置，输出为$a \in \{0,1\}$， p_λ 是局域隐状态 ρ_λ 的分布，其参数化方式通过变量 λ，且 $P(a|\vec{x},\lambda)$对应于爱丽丝测量的输出概率分布。根据爱丽丝和鲍勃的不对称地位，EPR导引揭示了可能导致单向非局域性 [12–19]的独特方向性；也就是说，爱丽丝可以导引鲍勃的状态，但鲍勃无法导引爱丽丝的状态。基于这种方向性特征，二部系统中的所有不对称构型包括双向可导引、单向可导引（$A \to B$ 和 $B \to A$）以及双向不可导引的情形 [20]。由于这种独特的方向性，EPR导引已被广泛讨论并应用于许多量子信息协议，例如单侧设备无关的量子密钥分发（QKD） [21–24], 子信道判别 [15, 25], 受单配关系约束的多体EPR导引 [26–29], 以及基于方向性量子关联的量子网络 [30, 31]。

在量子非局域场景的实际协议中，局域滤波器会在局部环境中舍弃系统的某些成分 [32] ，并可表示为 Kraus 算子 [33], 的形式。它被用作一种工具箱，用以恢复原本无法违反贝尔不等式的系统的非局域性。自 Gisin 提出以来 [32], ，局部滤波操作因其在纠缠纯化 [34–36] 和隐藏非局域性激活 [37, 38], 方面的广泛应用而持续受到关注，并已被用于

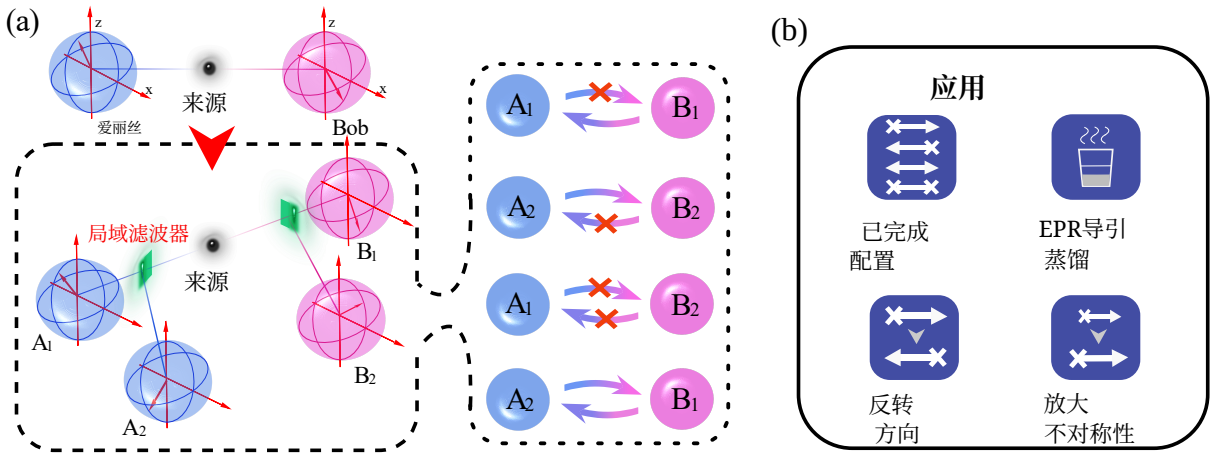


图 1. 局部滤波操作中 EPR 导引的示意图。(a). 爱丽丝和鲍勃两侧各有两个输出端口来执行局域滤波器，即 A_1 和 A_2、 B_1 和 B_2。通过使用精心选择的局域滤波器，我们可以展示 A_i 和 B_j之间共享的量子态所呈现的不同 EPR 导引配置，包括 $A \to B$ 单向导引、$B \to A$ 单向导引、双向导引和双向不可导引关系。(b). 在局部滤波操作的作用下，可以观察到多种 EPR 导引情形，例如展示完整的 EPR 导引配置、EPR 导引蒸馏、单向 EPR 导引方向反转，以及单向 EPR 导引能力增强。

许多量子任务，例如量子中继器 [39] 和量子密钥分发 [40]。近年来，局部滤波操作也被应用于 EPR 导引场景，以提纯 EPR 导引 [41–43]或揭示隐形可导引性 [44]。然而，对于在 EPR 导引上执行滤波的全面研究仍缺乏深入探讨，而这或许能为理解量子不对称性提供新视角。尤其是在包含局部滤波操作的传统过程中，一些被舍弃的部分可能仍具有未能通过滤波的量子非局域关联 [45]，，而这些关联也可能是构建量子网络的重要资源 [30, 31]。

在这里，我们通过使用爱丽丝和鲍勃双方局域滤波操作的所有输出分量，如图所示，对局域滤波操作对 EPR 导引操控的详细影响进行了理论和实验研究。1(a)。通过组合双方的不同输出，可以验证 EPR 导引的基本配置。例如，对于从爱丽丝到鲍勃的原始单向 EPR 导引，即 $A \to B$单向导引，在局域滤波操作的帮助下，我们可以反转单向导引的方向，实现 $B \to A$ 单向导引。除了观察到上述新颖情形之外，在双方都进行局域滤波操作时，我们还实现了 EPR 导引蒸馏，增强了可导引性，并放大了单向 EPR 导引的不对称性：其中 $A \to B$ 单向导引的可导引性变得更强，而 $B \to A$ 不可导引性则变得更加不可导引。这种放大效应可能使单向 EPR 导引的确认更为简单。我们的工作为灵活操控不对称量子非定域性提供了一套实用工具，有助于深入理解量子非定域性，并在安全量子密钥分发 [46] 以及量子互联网 [47]的构建方面具有潜力。

在这项工作中，我们考虑作用于双量子比特系统的局部滤波操作，其可写成以下形式： [32, 35, 44]，

$$F_{A_1} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}, \; F_{B_1} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

对于初始态 ρ_{AB}，局部滤波操作有助于演化（$F_{A_1} \otimes F_{B_1}$）ρ_{AB}（$F_{A_1} \otimes F_{B_1}$）†/Tr（（$F_{A_1} \otimes F_{B_1}$）ρ_{AB}（$F_{A_1} \otimes F_{B_1}$）†）。传输后，系统的许多组成部分会被丢弃，而这些部分仍可能具有量子非局域关联[45]。如图1（a）（反射部分）所示，这里我们利用所有被丢弃的部分，同时揭示EPR导引的其他配置，并拓展局部滤波操作的应用。利用式（2）所述的滤波器以及图1（a）所示的对应反射部分，我们得到一个局部滤波器系综 F_{A_1}， F_{B_1}， F_{A_2}， F_{B_2}，它们满足条件 $F_{A_1}^\dagger F_{A_1} + F_{A_2}^\dagger F_{A_2} = I$ 且 $F_{B_1}^\dagger F_{B_1} + F_{B_2}^\dagger F_{B_2} = I$，其中使用该系综不会造成粒子损失。

[{"id": 0, "output": "我们将非对称双量子比特态作为初始输入，这可以展示 $A \to B$ 单向导引[18],"}]

$$\rho_{AB} = \eta |\Phi(\theta)\rangle\langle\Phi(\theta)| + (1-\eta) I_A/2 \otimes \rho_B^\theta, \tag{3}$$

其中 $|\Phi(\theta)\rangle = \cos\theta|00\rangle + \sin\theta|11\rangle$， I_A 为单位矩阵，且 $\rho_B^\theta = \mathrm{Tr_A}(|\Phi(\theta)\rangle\langle\Phi(\theta)|)$。从 A 到的导引

B 可以在涉及三个测量设置的情形下，于 $1/\sqrt{3} < \eta \leq 1/\sqrt{1+2\sin^2(2\theta)}$ 的范围内观测到。然而，当测量设置的数量趋于无穷时，如果 $\cos^2(2\theta) \geq (2\eta-1)/(2-\eta)\eta^3$，鲍勃将无法导引爱丽丝。经过局域滤波器 $F_{ij} = F_{A_i} \otimes F_{B_j}$ 的演化后，EPR导引来源变为

$$\rho_{A_iB_j} = \frac{F_{ij}\rho_{AB}F_{ij}^\dagger}{\mathrm{Tr}(F_{ij}\rho_{AB}F_{ij}^\dagger)} \tag{4}$$

以概率$\mathrm{Tr}(F_{ij}\rho_{AB}F_{ij}^\dagger)$。如图 1(a) 所示，通过精心选择的局域滤波器，我们可以展示EPR导引的完整配置。此外，如式（4）所示，该过程为探索局域滤波器任务中的各种应用展现了引人入胜的可能性，如图 1（b）所示。

实验装置——我们在光学装置中生成式（3所示的状态，编码偏振为 $|H\rangle$ 表示$|0\rangle$，而 $|V\rangle$ 表示 $|1\rangle$ ($|H\rangle$ 和 $|V\rangle$ 分别对应水平偏振和垂直偏振）。来源的详细信息见附录（A.3）。由于来源具有偏振纠缠，因此采用偏振相关损耗来构造局域滤波器，如图 2(c) 所示。以 F_{A_1} 的局域滤波器为例，使用分束位移器（偏振分束器）将输入光束分成两束偏振方向正交的光束，从而分离偏振分量 $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$。使用半波片 H1 和 H2 调节偏振信息，以决定光束经过偏振分束器后的透射和反射权重。式（2）中局域滤波器的参数由 H1 和 H2 的角度确定。随后，使用另一个分束位移器将两个偏振分量合并到同一路径中。同理，F_{B_1} 由 H3 和 H4 的角度决定（更多详情见附录），其中双量子比特操作 F_{11} 表示为 $F_{A_1} \otimes F_{B_1}$。与先前舍弃经 F_{11}[42, 44], 滤除部分的工作相比，我们的实验过程中没有光子损失，因为构造局域滤波器 F_{A_2}，F_{B_2} 是为了制备完整的局域操作系综。

每位观察者的测量装置均包括一块四分之一波片（QWP）、一块半波片（HWP）和一个偏振分束器（PBS），用于分析光子的偏振。在将信号发送至符合计数装置之前，我们使用两片带宽为 3 nm 的干涉滤光片去除杂散光，并用单光子探测器收集光子。

实验结果——我们利用导引半径$R_{A\to B}$ 和 $R_{B\to A}$ 来量化本文中的EPR导引（见附录）。 $R_{A\to B} > 1$ 表示爱丽丝可以导引鲍勃的态，而 $R_{A\to B} < 1$ 表示在三个投影测量设置下，爱丽丝无法导引鲍勃的态。利用导引半径可以保证此情景下转向验证的充分性和必要性。我们制备初始态 ρ_{AB}，并以

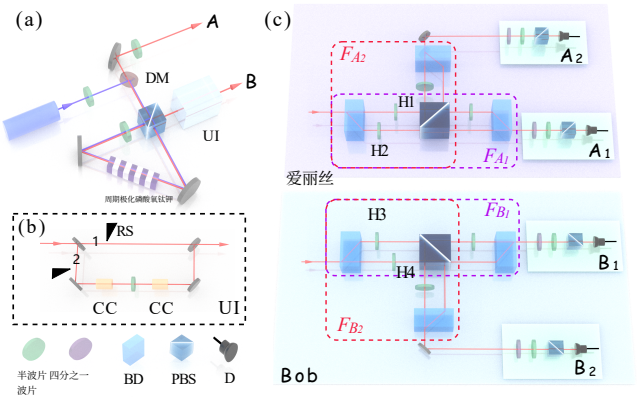


图2. 光学装置中量子态的制备和局域滤波操作。(a). 偏振纠缠态的来源，由自发参量下转换过程产生。(b). 非平衡干涉仪（UI），用于混合不同分量，以生成式（3）中的混合态。(c). 局域滤波操作的光学过程。以爱丽丝一侧为例，入射到滤波器的初始光子经分束位移器（BD）按不同偏振分成两条光路。我们通过半波片（HWP）和偏振分束器（PBS）调节两条路径中偏振态的透射率和反射率，从而构造式（2）中的局域滤波操作。另一个BD用于合并两条路径并消除路径信息。测量装置由偏振分析仪和探测器组成。

参数 $\theta = 0.452(3)$，$\eta = 0.647(3)$ 在方程（3）中，达到保真度 0。9959(6)。通过三种测量设置的判据，我们得到 $R_{A\to B} = 1.091$（4）和$R_{B\to A} = 0.980$（5），揭示了爱丽丝能够导引鲍勃的量子态，而鲍勃无法导引爱丽丝的量子态。为了充分探索被丢弃光子的潜力，我们对局域滤波器操作（F_{A_1}，F_{A_2}，F_{B_1}和 F_{B_2}）的集合进行了过程层析，达到了 0.962(1) 的平均保真度（见图 3（a），更多细节见附录）。应用局域滤波器后得到的量子态展现出完整的 EPR 导引配置，包括 A $\to$ B 单向导引、B $\to$ A 单向导引、两个方向均不可转向性以及双向导引，如图 3（b）所示。

有了上述结果，我们可以注意到，除了展示 EPR导引的完整构型外，还有若干有趣的应用。如图 3 (b) 所示，当过滤 ρ_{AB} 至 $\rho_{A_1B_1}$时，单向导引的方向发生反转，其中 A $\to$ B 的单向导引变为 B $\to$ A 的单向导引。值得注意的是，B $\to$A 的单向导引原本不可能在式（3）所示类型的量子态中被观测到（如图 4(b) 所示）。当过滤 ρ_{AB} 至 $\rho_{A_2B_1}$时，局域操作使两个方向的可导引性都得到提纯。这表明初始态中存在隐藏的 B $\to$ A EPR导引，其中鲍勃无法导引爱丽丝，而这种导引可以被恢复。

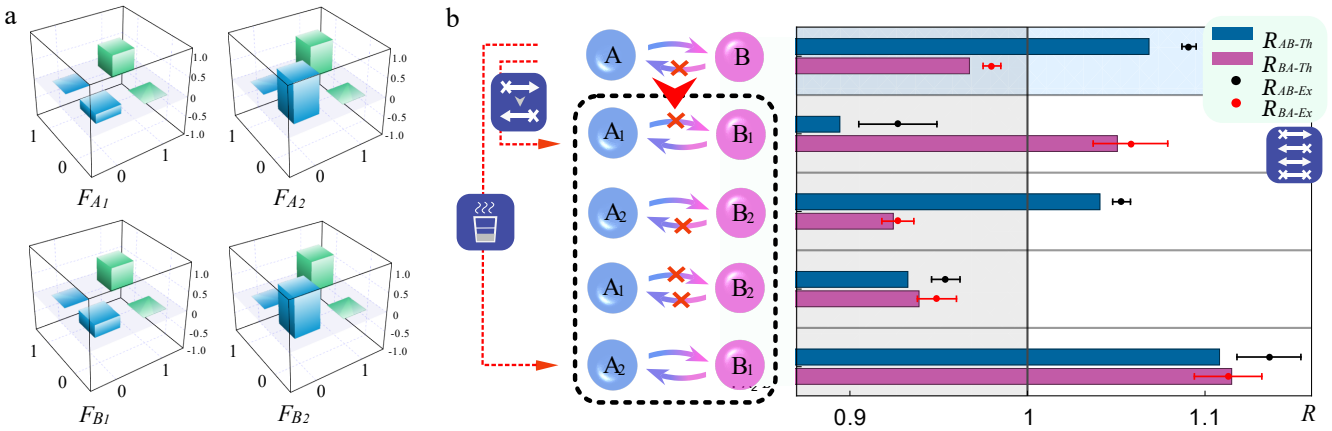


图 3. 单向 EPR 导引的滤波过程。(a) 局部滤波操作系综的过程层析，包括爱丽丝的 F_{A_1}、 F_{A_2} 以及鲍勃的 F_{B_1}、 F_{B_2}。(b) 结果展示了初始不对称态 ρ_{AB}下 EPR 导引的完整配置。我们采用导引半径量化可导引性，白色区域（$R > 1$）表示具有可导引性，灰色区域（$R < 1$）表示不可转向性。蓝色和紫色柱表示 $R_{A\to B}$ 和 $R_{B\to A}$的理论结果，黑色和红色圆点表示实验结果。值得注意的是，将 ρ_{AB} 滤波至 $\rho_{A_1B_1}$时，可以实现单向导引方向的反转。在 $\rho_{A_2B_1}$的演化过程中，两个方向的可导引性均得到提纯。

通过EPR导引蒸馏。图中的误差条由泊松计数统计获得。输出端误差条之间的差异取决于公式（4）所示的概率，该概率反映了不同输出端之间的符合计数检测 A_i和 B_j。

此外，如图 4(a) 所示，我们研究了另一个由以下参数表征的初始态 $\theta = 0.227(2)$， η =0。798(1)，其经过一组具有 $\{a_1, a_2\} = \{0.70, 0.20\}$、$\{b_1, b_2\} = \{0.12, 0.16\}$的局域滤波器后，我们的结果表明，仅通过局部操作即可放大单向导引的不对称性。$A \to B$可导引性得到增强，而 $B \to A$ 可导引性则减弱。这种放大扩大了 A 导引 B 的可导引性与 B 导引 A 的不可转向性之间的差距，从而简化了单向导引的检测。

此外，我们从理论和数值上分析了不同初始态中隐形EPR转向的存在性（更多理论细节见附录）。我们发现，当式（3）中的初始态在两个方向上均不可操控时，隐形EPR转向便会消失。对于十九个初始态，若 η 小于如图 $1/\sqrt{3}$ 所示的双向不可转向性界限 4（b），我们随机选取40000个局域滤波操作，并计算相应末态的最大导引半径。数值结果如图 4（c）所示，其中局域滤波操作后的量子态均无法在任一方向上展现EPR导引。结果表明，式（3）中的这类量子态在双向不可转向时虽是纠缠态，却不存在隐形EPR转向，这说明导引—不可导引边界的优雅定义

纯化区与未纯化区的界线。

结论—总之，在本研究中，我们同时观察到所有 EPR 导引配置，包括双向导引、$A \to B$ 单向 EPR 导引、$B \to A$ 单向 EPR 导引，以及双向不可操控的关联；这些现象分别对应爱丽丝和鲍勃两侧局域滤波操作的不同输出。从量子资源的角度来看，对单向 EPR 导引进行滤波后形成的量子资源配置，可为构建导引网络[31], 和多用户通信网络 [30, 48]提供丰富的实用来源。值得注意的是，通过组合不同输出以高效重用被舍弃的资源，我们发现，除了平衡情形 $F_{A_1} = F_{A_2} = F_{B_1} = F_{B_2}$之外，几乎所有滤波过程本质上都是不对称的。在这一系列不对称过程中，大多数被重用的资源只能通过不对称关联（例如 EPR 导引）来刻画。因此，我们可以回答一个关键问题：“将量子导引用作资源，其核心作用是什么？”答案是：为了最大限度地利用蒸馏过程中被舍弃的组成部分，过程的不对称演化不可避免；而以不对称量子关联为基础来设计任务至关重要。

我们还探讨了 EPR 导引系统中采用的实际操作。通过局域操作可以反转单向导引的方向，这表明 $A \to B$单向 EPR 导引可以转变为 $B \to A$ 单向 EPR 导引，其中 $B \to A$ 单向 EPR 导引对于式（3）中的态而言，原本是不可能出现的关联，如图 4（b）所示。这一结果也直接证实了——

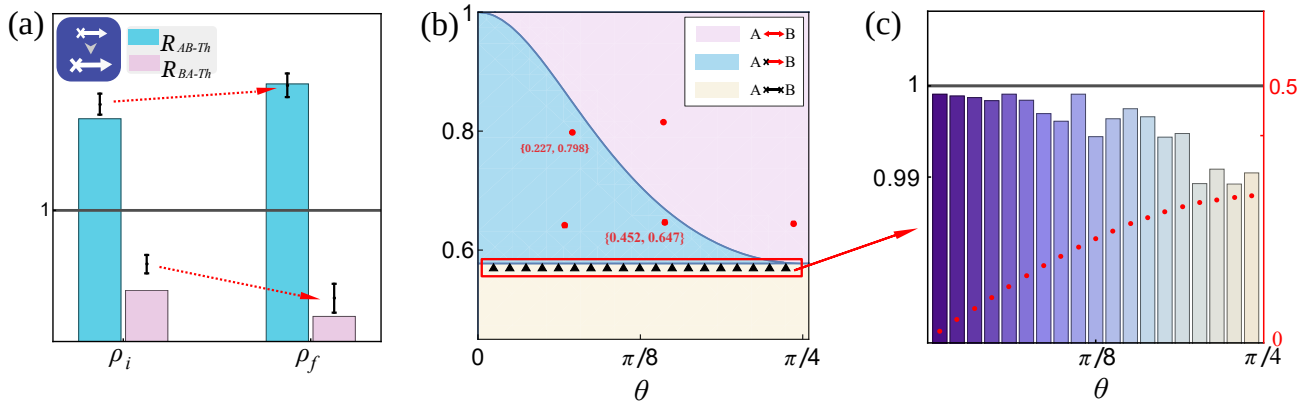


图 4. 单向 EPR 导引不对称性的放大，以及无隐形 EPR 转向纠缠态的演示。(a). 利用局部滤波操作，在初始态 ρ_i 转化为最终态 ρ_f 的演化过程中，可放大单向导引，其中 $A \to B$ 可导引性得到增强，而 $B \to A$ 可导引性减弱。(b). 不同参数下量子态的分布。粉色、蓝色和黄色区域分别表示初始态的双向 EPR 导引、A $\to$ B 单向导引和双向不可导引。红点表示实验初始态（详情见附录），其中，标有参数的量子态对应图 3 和图 4(a) 中的量子态，黑色三角形表示用于数值分析的量子态。(c). 不可导引系统中隐形 EPR 转向的数值模拟结果。柱形和红点分别表示初始态的导引半径和并发度。结果表明，初始态是纠缠的，并发度大于 0（$C > 0$），但无法通过局域滤波操作将其蒸馏为可导引态。

局域滤波器应被视为量子操作，而不仅仅是态制备过程。反转 EPR 导引方向的方法可应用于包含量子服务器的网络 [30]，，量子服务器仅通过滤波操作便可重新配置网络结构。我们还表明，局域滤波器可将单向 EPR 导引蒸馏为双向 EPR 导引，即满足保证安全隐形传态所需的无克隆条件； [49]，此外，EPR 导引蒸馏已被用于提高 QKD 的密钥率 [43, 50]。我们还证明，使用局域滤波器能够放大单向导引的不对称性，从而显著提升单向 EPR 导引的检测效率。这一结果揭示了局域操作对 EPR 导引系统产生的不对称影响：它可以增强一方的可导引性，同时削弱另一方的可导引性。

此外，通过从理论和数值上计算局域滤波器的各种选择，以优化输出态并使其具有最强的可操控性，我们表明，双向不可操控的初始态中不存在隐形EPR转向。这一结论或可为隐形非定域性的研究提供基础视角，因为这一结果有助于探寻隐形非定域性是否能够被激活的界限。回答这一问题对于研究束缚纠缠 [51, 52]，具有重要意义，而束缚纠缠 [53]是量子理论中一个长期悬而未决的问题。将这一框架拓展至多体和高维系统，也将有助于加深对隐形非定域性的理解 [52]。

上述应用为EPR导引提供灵活高效的操作，奠定了基础。在实际应用中操纵量子非定域性的能力。这种筛选探索了在量子信息任务中运用EPR导引完整性质的能力，为理解EPR导引的独特性质提供了全新视角，并可能成为未来量子理论发展中解决EPR导引研究开放问题的有用且强大的工具，成为其中的关键操作 [10, 54]。

本工作得到量子科学与技术创新计划（编号：2021ZD0301200、2021ZD0301400）、国家自然科学基金（编号：11821404、61975195、61725504、U19A2075、12125402、12004011）、安徽省量子信息技术创新计划（编号：AHY060300）、中央高校基本科研业务费专项资金（编号：WK2030380017）以及中国科学技术大学“双一流”建设科研经费（编号：YD2030002024）的支持。

* ksun678@ustc.edu.cn
† jsxu@ustc.edu.cn ‡ cfli@ustc.edu.cn[1] J. S. Bell, 关于爱因斯坦-波多尔斯基-罗森悖论，《物理学》1，195（1964）。[2] R. Horodecki、P. Horodecki、M. Horodecki 和 K. Horodecki，量子纠缠，《现代物理学评论》81，865（2009）。[3] J. F.Clauser、M.A.Horne、A.Shimony 和 R.A. Holt，检验局域隐变量理论的实验方案——

ries，《物理评论快报》23，880（1969）。[4] A. Aspect、P. Grangier 和 G. Roger，通过贝尔定理对实在局域理论进行实验检验，《物理评论快报》47，460（1981）。[5] N. Brunner、D. Cavalcanti、S. Pironio、V. Scarani 和 S. Wehner，贝尔非局域性，《现代物理评论》86，419（2014）。[6] E. Schr¨odinger，分离系统间概率关系的讨论，《剑桥哲学学会数学学报》31，555–563（1935）。[7] E. Schr¨odinger，分离系统间的概率关系，《剑桥哲学学会数学学报》32，446–452（1936）。[8] A. Einstein、B. Podolsky 和 N. Rosen，量子力学对物理实在的描述能否被视为完备？《物理评论》47，777（1935）。[9] H. M. Wiseman、S. J. Jones 和 A. C. Doherty，导引、纠缠、非局域性与爱因斯坦–波多尔斯基–罗森悖论，《物理评论快报》98，140402（2007）。[10] R. Uola、A. C. S. Costa、H. C. Nguyen 和 O. G¨uhne，量子导引，《现代物理评论》92，015001（2020）。[11] O. G¨uhne、E. Haapasalo、T. Kraft、J.-P. Pellonp¨a¨a 和 R. Uola，专题综述：量子信息科学中的不相容测量，《现代物理评论》95，011003（2023）。[12] V. H¨andchen、T. Eberle、S. Steinlechner、A. Samblowski、T. Franz、R. F. Werner 和 R. Schnabel，单向爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引的观测，《自然·光子学》6，596（2012）。[13] J. Bowles、T. V´ertesi、M. T. Quintino 和 N. Brunner，单向爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引，《物理评论快报》112，200402（2014）。[14] I. Kogias、A. R. Lee、S. Ragy 和 G. Adesso，高斯量子导引的量化，《物理评论快报》114，060403（2015）。[15] M. Piani 和 J. Watrous，爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引的量子信息刻画的必要条件与充分条件，《物理评论快报》114，060404（2015）。[16] K. Sun、X.-J. Ye、J.-S. Xu、X.-Y. Xu、J.-S. Tang、Y.-C. Wu、J.-L. Chen、C.-F. Li 和 G.-C. Guo，非对称爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引的实验量化，《物理评论快报》116，160404（2016）。[17] S. Wollmann、N. Walk、A. J. Bennet、H. M. Wiseman 和 G. J. Pryde，真正单向爱因斯坦–波多尔斯基–罗森导引的观测，《物理评论快报》116，160403（2016）。[18] Y. Xiao、X.-J. Ye、K. Sun、J.-S. Xu、C.-F. Li 和 G.-C. Guo，双量子比特系统中多组设置单向爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引的演示，《物理评论快报》118，140404（2017）。[19] N. Tischler、F. Ghafari、T. J. Baker、S. Slussarenko、R. B. Patel、M. M. Weston、S. Wollmann、L. K. Shalm、V. B. Verma、S. W. Nam、 *et al.*，单向爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引的确证性实验演示，《物理评论快报》121，100401（2018）。[20] M. T. Quintino、T. V´ertesi、D. Cavalcanti、R. Augusiak、M. Demianowicz、A. Ac´ın 和 N. Brunner，一般测量下纠缠、导引与贝尔非局域性的不等价性，《物理评论A》92，032107（2015）。[21] C. Branciard、E. G. Cavalcanti、S. P. Walborn、V. Scarani 和 H. M. Wiseman，单边设备无关量子密钥分发：安全性、可行性及其与导引的联系，《物理评论A》85

[22] T. Gehring, V. H¨andchen, J. Duhme, F. Furrer, T. Franz, C. Pacher,R. F. Werner, 和R. Schnabel，《针对相干攻击，具有可组合且单侧设备无关安全性的连续变量量子密钥分发的实现》，Nat. Commun. 6, 8795 (2015)。[23] S. Kocsis, M. J. W. Hall, A. J. Bennet,D.J. Saunders, 和 G. J. Pryde，《量子导引的实验测量设备无关验证》，Nat. Commun. 6,5886 (2015)。[24] R.Gallego和 L. Aolita，《导引的资源理论》，《物理评论X》5,041008(2015)。[25] K. Sun, X.-J.Ye, Y. Xiao, X.-Y. Xu, Y.-C. Wu, J.-S.Xu, J.-L. Chen,C.-F.Li,和G.-C.Guo，《利用增强的子信道判别展示爱因斯坦–波多尔斯基–罗森导引》，NPJQuantumInf. 4, 12 (2018)。[26] C. Zhang, S.Cheng, L.Li, Q.-Y. Liang, B.-H.Liu,Y.-F. Huang, C.-F.Li, G.-C. Guo, M. J. W. Hall, H.M.Wise-man, 和G. J.Pryde，《量子导引椭球的实验验证及体积单配关系检验》，《物理评论快报》122,070402 (2019)。[27] S. Armstrong, M.Wang, R. Y.Teh, Q. Gong, Q. He,J. Janousek, H.-A. Bachor, M.D.Reid,和P.K. Lam，《利用光学网络实现多方爱因斯坦–波多尔斯基–罗森导引和真正的三方纠缠》，Nat. Phys. 11, 167(2015)。[28] P. Kunkel, M. Pr¨ufer,H. Strobel, D. Linnemann,A.Fr¨olian, T.Gasenzer, M. G¨arttner,和 M. K. Oberthaler，《空间分布的多方纠缠使原子云能够实现EPR导引》，Science 360, 4132018( )。[29] Z.-Y.Hao, K. Sun, Y. Wang, Z.-H. Liu, M.Yang, J.-S.Xu,C.-F.Li,和G.-C.Guo，《展示多方爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引的可共享性》，《物理评论快报》128, 120402 (2022)。[30] M.Wang, Y. Xiang, H. Kang, D. Han, Y.Liu, Q. He,Q.Gong,X.Su,和K.Peng，《通过可分离量子态在量子网络中确定性分发多方纠缠和导引》，《物理评论快报》125, 2605062020( )。[31] B. D. M. Jones, I. ˇSupi´c, R. Uola,N.Brunner,和 P.Skrzypczyk，《网络量子导引》，《物理评论快报》127,170405 (2021)。[32] N. Gisin，《局域滤波器揭示的隐藏量子非定域性》，Physics Letters. A210, 151 (1996)。[33] F. Hirsch,M. T. Quintino,J. Bowles,T.V´ertesi, 和 N. Brunner，《无隐藏非定域性的纠缠》，New J.Phys. 18, 113019 (2016)。[34] M. Horodecki, P.Horodecki,和 R.Horodecki，《不可分离的双自旋- 1 2 密度矩阵可以蒸馏为单态形式》，《物理评论快报》78,574 (1997)。[35] P. G. Kwiat, S.Barraza-Lopez, A.Stefanov, 和 N. Gisin，《纠缠蒸馏和“隐藏”非定域性的实验研究》，Nature 409, 1014 (2001)。[36] Z.-W. Wang, X.-F. Zhou,Y.-F. Huang,Y.-S. Zhang,X.-F.Ren,和 G.-C. Guo，《局域操作下双量子比特混合态的实验纠缠蒸馏》，《物理评论快报》96, 220505 (2006)。[37] L. Masanes, Y.-C.Liang, 和A.C.Doherty，《所有双体纠缠态都表现出某种隐藏的非定域性》，《物理评论快报》100,090403 (2008)。[38] D. E.Jones, B. T. Kirby, G. Riccardi,C. Antonelli, 和M. Brodsky，《探索噪声中的经典关联，利用局域滤波恢复量子信息

Phys. 22, 073037 (2020)。[39] Z. Zhao, T. Yang, Y.-A. Chen, A.-N. Zhang 和 J.-W. Pan，纠缠浓缩和量子中继器的实验实现，《物理评论快报》90, 207901 2003( )。[40] M. Mishra、R. Sengupta 和 Arvind，通过局域过滤提高束缚纠缠态的可蒸馏密钥率，Phys. Rev. A 102, 032415 (2020)。[41] R. V. Nery、M. M. Taddei、P. Sahium、S. P. Walborn、L. Aolita 和 G. H. Aguilar，量子导引的蒸馏，《物理评论快报》124, 120402 (2020)。[42] H.-Y. Ku、C.-Y. Hsieh、S.-L. Chen、Y.-N. Chen 和 C. Budroni，局域滤波下可导引性的完整分类及其与测量不相容性的关系，Nat. Commun. 13, 4973 (2022)。[43] Y. Liu、K. Zheng、H. Kang、D. Han、M. Wang、L. Zhang、X. Su 和 K. Peng，利用无噪声线性放大蒸馏高斯爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引，NPJ Quantum Inf. 8, 38 (2022)。[44] T. Pramanik、Y.-W. Cho、S.-W. Han、S.-Y. Lee、Y.-S. Kim 和 S. Moon，利用局域滤波操作揭示隐匿的量子可导引性，Phys. Rev. A 99, 030101 2019( )。[45] L. Zhou、W. Zhong 和 Y.-B. Sheng，剩余纠缠的纯化，Opt. Express 28, 2291 (2020)。[46] H.-K. Lo、M. Curty 和 K. Tamaki，安全量子密钥分发，Nat. Photonics 8, 595 (2014)。[47] H. J. Kimble，量子互联网，Nature 453, 1023 (2008)。[48] G.-J. Fan-Yuan、F.-Y. Lu、S. Wang、Z.-Q. Yin、D.-Y. He、W. Chen、Z. Zhou、Z.-H. Wang、J. Teng、G.-C. Guo, *et al.*，无可信节点的稳健且灵活的量子密钥分发网络，Optica 9, 812 (2022)。[49] Q. He、L. Rosales-Z´arate、G. Adesso 和 M. D. Reid，安全的连续变量隐形传态与爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引，《物理评论快报》115, 180502 (2015)。[50] H. M. Chrzanowski、N. Walk、S. M. Assad、J. Janousek、S. Hosseini、T. C. Ralph、T. Symul 和 P. K. Lam，基于测量的量子通信无噪声线性放大，Nat. P hotonics 8, 333 (2014)。[51] M. Horodecki、P. Horodecki 和 R. Horodecki，混合态纠缠与蒸馏：自然界是否存在“束缚”纠缠？《物理评论快报》80, 5239 (1998)。[52] L. Tendick、H. Kampermann 和 D. Bruß，束缚纠缠中的非定域性激活，《物理评论快报》124, 050401 (2020)。[53] P. Horodecki、 L. Rudnicki 和 K. ˙Zyczkowski，量子信息理论中的五个开放问题，PRX Quantum 3, 010101 (2022)。[54] Y. Xiang、S. Cheng、Q. Gong、Z. Ficek 和 Q. He，量子导引：实际挑战与未来方向，PRX Quantum 3, 030102 (2022)。[55] Y.-Z. Zhen *et al.*，利用局域不确定性原理认证爱因斯坦-波多尔斯基-罗森导引，Phys. Rev. A 93, 012108 (2016)。[56] A. Fedrizzi、T. Herbst、A. Poppe、T. Jennewein 和 A. Zeilinger，一种波长可调的光纤耦合窄带纠缠光子源，Opt. Express 15, 15377 2007( )。[57] J. L. O'Brien、G. J. Pryde、A. Gilchrist、D. F. V. James、N. K. Langford、T. C. Ralph 和 A. G. White，量子受控非门的过程层析，《物理评论快报》**93**, 080502 (2004) 。

附录

A.1 导引半径

为量化EPR导引，我们利用导引半径 $R_{A\to B}$ 和 $R_{B\to A}$ [16, 18]。以爱丽丝到鲍勃为例，在爱丽丝沿测量方向 $\{\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3\}$进行局域测量后，鲍勃可以获得由局域隐状态 $\{p_i\rho_i\}$的组合所解释的若干条件量子态。在 ρ_i 中，布洛赫矢量半径超过1的最大值表明相应局域隐状态的不物理性。因此，我们基于测量方向定义最小半径为 $r_{\{\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3\}} = \min_{\{p_i\rho_i\}}\left\{\max\left\{\left|\vec{R}_i\right|\right\}\right\}$ 其中 >1 表示局域隐状态不存在。考虑最优测量方向，导引半径 $R_{A\to B} = \max_{\{\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3\}}\left\{r_{\{\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3\}}\right\}$ 具备在三种投影测量设置下充分且必要地量化可导引性的能力。

在实验中，要获得$A\to B$的导引半径，鲍勃的条件态组装 $\{p_{a|\vec{n}}\rho_{a|\vec{n}}\}$是必要的。在三种测量设置的情况下，$\{p_{a|\vec{n}}\}$ 和$\rho_{a|\vec{n}}$ 的6个分量包含在可通过实验测量获得的组装中，而包含8条评论 $\{p_i\rho_i\}$的局域隐状态足以构造鲍勃的实验条件态组装 [18]。局域隐状态的非物理性也可以确定为 $\rho_i>1$的布洛赫矢量最大值$\{|\vec{R}_i|\}$，进而揭示可导引性。通过条件态组装的构造方法，可以使用理论见证量分析实验数据，并由此确定代价函数。

$$F_{p_i,\rho_i} = \sum_{a|\vec{n}}((\sum_i p_i\rho_i p(i,a|\vec{n}) - p_{a|\vec{n}}\rho_{a|\vec{n}})^2 + (\sum_i p_i p(i,a|\vec{n}) - p_{a|\vec{n}})^2) \tag{5}$$

因此，一个半定规划（半定规划）可以帮助我们计算局域隐状态模型与实验数据之间的误差。

$$E_{|\vec{R}_\lambda|} = \min_{p_i,\rho_i} F_{p_i,\rho_i} \quad \text{s.t. } Vec(\rho_i) < |\vec{R}_\lambda| \quad \sum_i p_i = 1 \quad \forall i, \tag{6}$$

此外，另一个半定规划可以帮助我们计算导引半径。

$$R_{A\to B} = \max_\lambda |\vec{R}_\lambda| \quad \text{s.t. } E_{|\vec{R}_\lambda|} < err \quad \forall\lambda, \tag{7}$$

其中，err 是导引半径误差的限制。我们将 err 设为 0。000012，以保证平均误差构造半径小于 0.001。 $R_{A\to B}>1$ 表示爱丽丝可以操控鲍勃的状态，而 $R_{A\to B}<1$ 表示在三个测量设置的情况下，爱丽丝无法操控鲍勃的状态。

A.2 无隐形EPR转向的量子态

本节讨论隐形EPR转向的问题，该概念描述了在演化后检测导引性的情况。在正文中，我们展示了数值结果，表明当初始态在两个方向上均为不可操控的时，隐形EPR转向会消失（满足条件 $\eta<\sqrt{3}/3$ [18]）。此处，我们给出上述结论的理论推导。根据 [33], 中对初始态的证明：

$$\rho_{AB} = \eta|\Phi(\theta)\rangle\langle\Phi(\theta)| + (1-\eta)I_A/2\otimes\rho_B^\theta, \tag{8}$$

ρ_{AB} 从鲍勃到爱丽丝是不可操控的，当且仅当该状态：

$$\rho_{F_B} = \frac{I\otimes F_B\rho_W(\eta)I\otimes F_B^\dagger}{\mathrm{Tr}\left(I\otimes F_B\rho_W(\eta)I\otimes F_B^\dagger\right)} \tag{9}$$

对于任意局域滤波器F_B，从鲍勃到爱丽丝是不可操控的，其中 $\rho_W(\eta)$ 是维尔纳态：

$$\rho_W(\eta) = \eta\left|\phi^+\right\rangle\left\langle\phi^+\right| + (1-\eta)I/4, \tag{10}$$

以及 $|\phi^+\rangle = (|00\rangle+|11\rangle)/\sqrt{2}$。在我们关于 ρ_{AB}、ρ_{F_B} 的双向不可转向性情景中，显然 $B\to A$ 是不可操控的（维尔纳量子态在 $\eta<\sqrt{3}/3$ 的三设置测量中是不可操控的）。

因此，在鲍勃应用他的局域操作 F_B' 后，该状态

$$\rho'_{AB} = \frac{I\otimes F_B'\rho_{AB}I\otimes F_B'^\dagger}{\mathrm{Tr}\left(I\otimes F_B'\rho_{AB}I\otimes F_B'^\dagger\right)} \tag{11}$$

仍然是鲍勃无法向爱丽丝实施操控的状态，因为该状态

$$\rho'_{F_B} = \frac{I\otimes(F_BF_B')\rho_W(\eta)I\otimes(F_B'F_B)^\dagger}{\mathrm{Tr}\left(I\otimes(F_BF_B')\rho_W(\eta)I\otimes(F_B'F_B)^\dagger\right)} \tag{12}$$

也采用式（9）。接下来，爱丽丝施加她的局域操作 F_A'，使状态变换为其最终形式：

$$\rho_{AB_f} = \frac{F_A'\otimes F_B'\rho_{AB}F_A'\otimes F_B'^\dagger}{\mathrm{Tr}\left(F_A'\otimes F_B'\rho_{AB}F_A'\otimes F_B'^\dagger\right)}. \tag{13}$$

根据公式 (12)，ρ_{AB_f} 在以下状态下从爱丽丝到鲍勃是不可操控的：

$$\rho'_{F_B} = \frac{F_A'\otimes(F_BF_B')\rho_W(\eta)F_A'\otimes(F_B'F_B)^\dagger}{\mathrm{Tr}\left(F_A'\otimes(F_BF_B')\rho_W(\eta)F_A'\otimes(F_B'F_B)^\dagger\right)} \tag{14}$$

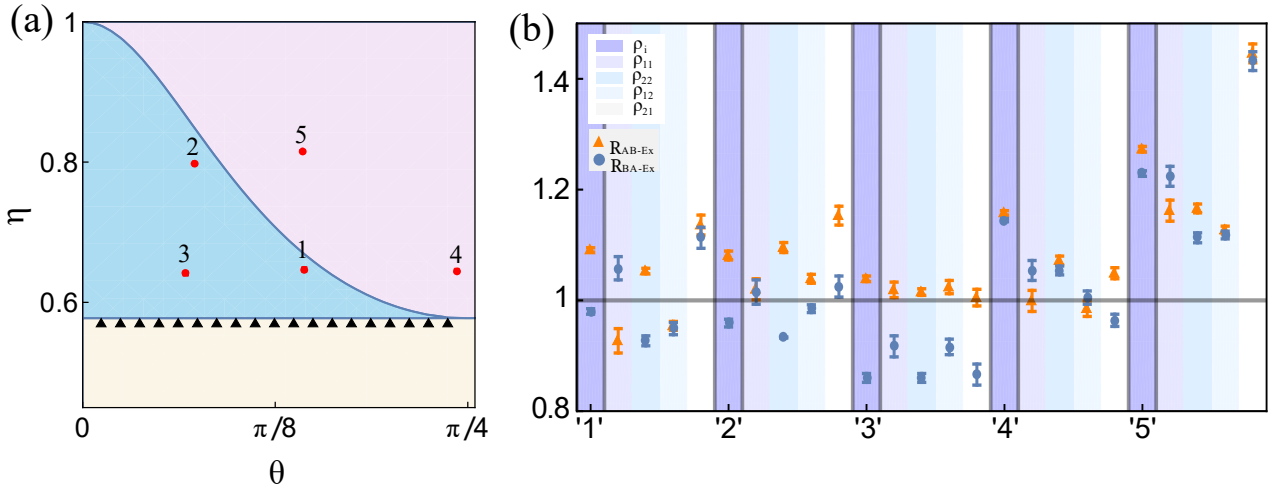


图5. 五种初始态经局域滤波操作后的结果。(a) 不同参数下量子态的位置。(b) 局域滤波操作后对EPR导引的检测，其中橙色三角形表示 $A \to B$ 的导引半径（$R > 1$ 表示EPR导引），蓝色圆点表示 $B \to A$的导引半径。初始态以蓝色列表示。

从鲍勃到爱丽丝是不可操控的 [33]。我们定义运算 $F''_B = F_B F'_B$，公式 (14可写为:

$$\rho'_{F_B} = \frac{F'_A \otimes (F''_B)\rho_W(\eta)F'_A \otimes (F''_B)^\dagger}{\mathrm{Tr}\,(F'_A \otimes (F''_B)\rho_W(\eta)F'_A \otimes (F''_B)^\dagger)}, \tag{15}$$

已证明 [33] 对于任意局域滤波操作， A当量子态 B 的状态$\rho_{AB} = \eta|\Phi(\theta)\rangle\langle\Phi(\theta)| + (1-\eta)\rho_A^\theta \otimes I_B/2$ 在参数 $\eta < \sqrt{3}/3$下不可操控。根据 [20],中的证明可以得出，爱丽丝对鲍勃的量子态实施的任何局域滤波操作，都不能将该态从 $B \to A$ 方向上的不可操控态转化为可导引态。因此，我们得出结论：当初始态ρ_{AB_f} 为双向不可操控态时，该态仍然是双向不可操控的。由此，我们成功证明了式（3）所述的不可操控态不具有隐形EPR转向。

A.3 量子态的制备

如图2(a)所示，采用一台 404 nm 连续波二极管激光器泵浦纠缠源，其光谱半高全宽（FWHM）为 0.05 nm。一块 20 mm 长、II 型切割的周期极化 $KTiOPO_4$（周期极化磷酸氧钛钾）晶体置于偏振萨格纳克干涉仪中 [56], ，自发参量下转换过程使输入光子 $|H\rangle$ 转换为两个输出光子 $|HV\rangle$。注入萨格纳克干涉仪之前，初始态 $\cos\theta|H\rangle + \sin\theta|V\rangle$ 随后转换为偏振纠缠态 $\cos\theta|HV\rangle + \sin\theta|VH\rangle$，其中 θ 由半波片（半波片）决定。放置一块 $45°$ 半波片翻转偏振，从而产生纠缠态 $|\Psi(\theta)\rangle = \cos\theta|HH\rangle + \sin\theta|VV\rangle$。当 $\theta = 45°$ 时，我们获得最大纠缠态，亮度约为 4000 对/(s)，泵浦激光功率为 0.9mW。

为了制备正文式 (3) 中的目标混合态，我们使用图 2(b) 所示由两条路径组成的不平衡干涉仪。在路径-1 中，光子不受任何操作影响，外部态仍为 $|\Psi(\theta)\rangle = \cos\theta|HH\rangle + \sin\theta|VV\rangle$。在路径-2 中，第一个双折射晶体（BC）使 H 与 V 偏振之间发生退相干，使态变为 $\cos^2\theta|HV\rangle\langle HV| + \sin^2\theta|VH\rangle\langle VH|$。一个 $22.5°$ 半波片（HWP）使其演化为 $|H\rangle \to 1/\sqrt{2}(|H\rangle + |V\rangle)$, $|V\rangle \to 1/\sqrt{2}(|H\rangle - |V\rangle)$，经过第二个 BC 后，光子最终变为 $I_A/2 \otimes \rho_B^\theta$。此外，我们使用可移除挡板（RS）精确控制每条路径的光强，从而精确制备正文式 (3) 所述的目标量子态。

我们准备了五种实验量子态，以研究局域滤波操作对它们的影响，结果如图 5所示。实验中需要实现的初始态和局域滤波操作的参数，是通过预先的数值计算确定的。在图 5(a) 中，粉色、蓝色和黄色区域分别对应双向导引、 $A \to B$ 单向导引和双向非导引。红点表示五种实验量子态，其旁边以数字标注。图 5(b) 中的结果展示了局域滤波器对EPR导引的影响，具体表现为实现完整配置、反转单向导引的方向、EPR导引蒸馏以及放大单向导引的不对称性。初始态的层析结果如图 6 所示，其中量子态的标签对应于

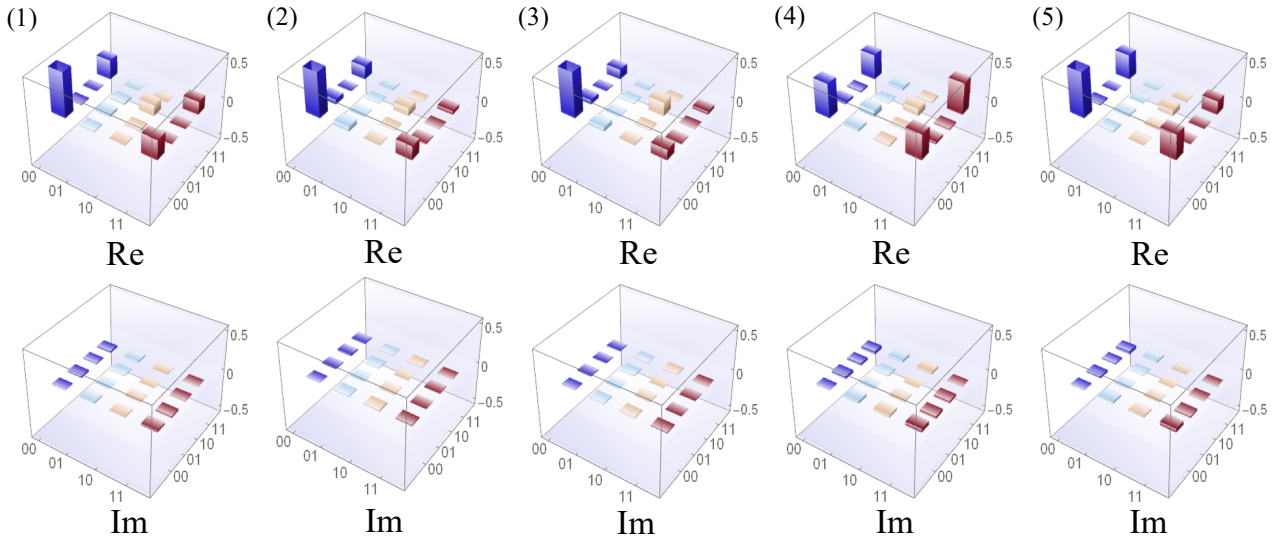


图6. 通过层析重构的量子态的实部和虚部。标记（1）–（5）对应图中量子态的标签编号。5。

图中量子态所标的编号 5（a）。

A.4 局域滤波器参数的控制

在我们的光学系统中，局域滤波器的参数由图2(c)中的半波片H1、H2、H3和H4确定。以 F_{A_1} 为例：首先，使用第一个偏振分束器将偏振分量 $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$分到不同的路径中。将半波片H1旋转至 α_1后，量子态$|V\rangle$ 可调节为$\sin 2\alpha_1|H\rangle - \cos 2\alpha_1|V\rangle$，其中分量$\sin 2\alpha_1|H\rangle$ 可以通过偏振分束器，并经设置为 45°的半波片转换为 $\sin 2\alpha_1|V\rangle$ 。类似地，将半波片H2旋转至 α_2 ，可使 $|H\rangle$ 转换为$\cos 2\alpha_2|H\rangle$。用另一个偏振分束器将两条路径重新合并后，局域滤波器 F_{A_1} 的过程即告完成，可表示为：

$$F_{A_1} = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha_2 & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha_1 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

此外， F_{B_1}、 F_{A_2}和 F_{B_2} 的形式为：

$$\begin{aligned} F_{B_1} &= \begin{pmatrix} \cos 2\alpha_3 & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha_4 \end{pmatrix}, \\ F_{A_2} &= \begin{pmatrix} \sin 2\alpha_2 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha_1 \end{pmatrix}, \\ F_{B_2} &= \begin{pmatrix} \sin 2\alpha_3 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha_4 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{17}$$

其中 α_1、 α_2、 α_3和 α_4 分别表示对应于半波片、半波片、半波片和半波片的旋转角度。

A.5 局部滤波操作的过程层析

在本工作中，我们使用光学装置实验实现了几种局域滤波操作。这些滤波器利用偏振相关损耗进行设计，以控制 H 和 V 偏振的分量。为了更好地操控和观察局域滤波操作的过程，我们采用过程层析。

以爱丽丝的局域滤波器（F_{A_1} 和 F_{A_2}）为例， F_{A_1} 和 F_{A_2} 满足 $F_{A_1}^\dagger F_{A_1} + F_{A_2}^\dagger F_{A_2} = 1$。 F_{A_1} 和 F_{A_2} 的组合确定了一个完全正映射 $\mathcal{E}$，其中输入态 ρ 具有以下输出形式：

$$F_{A_1}\rho F_{A_1}^\dagger + F_{A_2}\rho F_{A_2}^\dagger = \mathcal{E}(\rho) = \sum_{m,n=0}^{3} \chi_{mn}\hat{\sigma}_m \rho \hat{\sigma}_n^\dagger, \tag{18}$$

其中，$\hat{}\sigma_m$ 是我们双量子比特情形下的泡利基，而 χ_{mn} 则完整描述了该过程。式（18）中的正映射可通过采用[57]中描述的方法轻松实现。

在使用投影算符 $|x\rangle$ 进行特定测量且注入状态为 ρ 时，对输出 A_1 和 A_2 的测量计数确定了此过程中的归一化参数：

$$\begin{cases} N_x(A_1) = N\langle x|F_{A_1}\rho F_{A_1}^\dagger|x\rangle \\ N_x(A_2) = N\langle x|F_{A_2}\rho F_{A_2}^\dagger|x\rangle \\ N_x(A_1) + N_x(A_2) = N\langle x|\mathcal{E}(\rho)|x\rangle, \end{cases} \tag{19}$$

其中， N 是光子的总数，而 $N_x(A_1)$和$N_x(A_2)$分别是输出端口 A_1 和A_2的计数。

我们将局域滤波操作 F_{A_1} 和 F_{A_2} 用泡利基表示如下:

$$F_{A_1} = \sum_{m=0}^{3} a_{1m}\hat{\sigma}_m,\ F_{A_2} = \sum_{m=0}^{3} a_{2m}\hat{\sigma}_m. \tag{20}$$

最终，根据以下方程，我们可以推导出正文中图3(a)所示的局域滤波操作的具体形式:

$$\begin{cases} \sum_{m,n=0}^{3} (a_{1m}a_{1n} + a_{2m}a_{2n})\hat{\sigma}_m\rho\hat{\sigma}_n^\dagger = \sum_{m,n=0}^{3} \chi_{mn}\hat{\sigma}_m\rho\hat{\sigma}_n^\dagger \\ \mathrm{Tr}(F_1^\dagger F_1) = N_t(A_1)/N, \quad \mathrm{Tr}(F_2^\dagger F_2) = N_t(A_2)/N, \end{cases} \tag{21}$$

其中， $N_t(A_1)$ 和 $N_t(A_2)$ 分别是端口 A_1 和 A_2中的光子总数。求解式 (21) 的过程采用半定规划（SDP）。

$$\begin{aligned} &\min_{a_1,a_2} \sum_{m,n=0}^{3} (a_{1m}a_{1n} + a_{2m}a_{2n} - \chi_{mn})^2 \\ &\text{s.t. } \mathrm{Tr}(F_1^\dagger F_1) = N_t(A_1)/N \mathrm{Tr}(F_2^\dagger F_2) = N_t(A_2)/N \\ &\forall a_1, a_2. \end{aligned} \tag{22}$$

工作中的误差是根据泊松计数统计得出的。