arXiv:2304.04223v1 [quant-ph] 9 Apr 2023

非马尔可夫压缩浴对开放系统动力学的影响

Arapat Ablimit[1], Feng-Hua Ren[2], Run-Hong He[1], Yang-Yang Xie[1], Zhao-Ming Wang[1*]
[1] *College of Physics and Optoelectronic Engineering,Ocean University of China, Qingdao 266100, China*[2] *School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China*（日期：2023年4月11日）

控制开放量子系统的动力学对量子信息处理至关重要。基本上有两种方法：一种是控制系统本身，另一种是调节浴参数。本文采用后一种方法来分析开放系统的非马尔可夫动力学。模型设定为系统浸没在非马尔可夫压缩浴中。对于系统-浴耦合较弱的情形，我们利用量子态扩散（QSD）方程技术推导出非马尔可夫主方程。我们以绝热演化或量子态传输为例，分析浴参数的影响：非马尔可夫性 γ、压缩方向 θ 和压缩强度 r。对于绝热演化或态传输的保真度，计算结果表明，较小的 γ 或较大的 p-正交分量都能提升保真度。有趣的是，当 $0<\theta<\pi/2$ 时，压缩象限由 r 和 θ 的组合决定；通过数值模拟，我们发现保真度峰值出现在 $r=1-2\theta/\pi$。当 $r\in(0,1-2\theta/\pi]$ 时，保真度随 r 增大而提高。当 $\theta\geq\pi/2$ 时，由于压缩浴的作用，保真度较低。我们的结果表明，可以通过储库工程有效控制开放系统的动力学。

PACS编号:

I. 引言。

开放量子系统由系统和环境组成，其动力学是量子信息与量子计算领域的一项基础研究课题 [1–5]。通常，由于系统-浴耦合，系统会发生耗散或退相干，这是量子器件操控中亟待解决的主要问题之一。根据环境的记忆效应，开放量子系统的动力学可定义为马尔可夫或非马尔可夫 [6]。对于无记忆的马尔可夫过程，动力学通常由具有半群性质的Lindblad主方程描述。在不能忽略记忆效应的非马尔可夫过程中，信息从环境回流至系统，导致系统动力学偏离动力半群的演化；此时，Lindblad主方程不再适用。人们已开发出许多处理非马尔可夫动力学的方法，例如非马尔可夫量子跳跃 [7], Feynman-Vernon影响泛函路径积分 [8, 9], 时间演化矩阵乘积算符 [10] 以及QSD方程方法 [11]。

对于非马尔可夫环境，通常假设环境处于玻色或费米相干态 [9, 12, 13]。它是正交分量中不确定性最小的状态，并且相干态在相空间中的量子涨落在正交分量 x 和 p 的方向上相等，即 $\Delta x^2=\Delta p^2=\hbar/2$。随着 ... ...的发展

储库工程技术 [14–16], 通过环境作用保护量子信息的问题已引起广泛关注。理论研究表明，由压缩真空组成的浴可以部分抑制二能级原子的相位衰减 [17]。实验上，人们利用超导电路中的共振荧光来表征低温环境中的压缩现象[18]。压缩玻色浴可以通过泵浦超导电路中的集总元件约瑟夫森参量放大器产生 [19]。对于量子压缩态，正交分量的量子涨落可以降低到对称极限以下$\hbar/2$ ，而其共轭变量的量子涨落则会升高，以满足海森堡不确定性原理$\Delta x^2\Delta p^2\geq\hbar/4$。这为我们通过储库控制系统提供了更多可调参数。Link等人证明，系统-浴耦合强度可以通过压缩方向进行控制，该模型是非马尔可夫浴中的二能级原子 [20]。

Di´osi 等人[11, 21] 提出的 QSD 方程方法，在研究开放量子系统 [23, 25–30]的非马尔可夫动力学时展现出独特的计算特点。本文利用该方法，推导出一组封闭方程，用于求解系统在非马尔可夫压缩浴中的动力学。假设这些浴为玻色浴，且系统-浴耦合较弱。我们利用浴关联函数描述浴压缩对量子涨落的影响，并给出包含历史记忆效应的 O 算符。最后，作为示例，我们分析了两个实例：绝热演化和量子态传输。非马尔可夫性γ、压缩方向 θ 和压缩强度 r 的影响是

*wangzhaoming@ouc.edu.cn

分别在这两个模型中进行了分析。

本文的组织如下。第二节中，我们简要介绍双模压缩浴，并使用QSD方法推导非马尔可夫主方程。第三节中，我们数值计算三能级原子的绝热演化，以及海森堡自旋链中的态传输。最后，在第四节中给出结论。

II. 非马尔可夫主方程

在开放量子系统模型中，总哈密顿量可以写成

$$H_{tot} = H_s + H_b + H_{int}, \tag{1}$$

其中， H_s 和 H_b 分别是系统和浴的哈密顿量。假设在多量子比特系统中，每个量子比特都与其自身的环境耦合。对于玻色压缩浴 $H_b = \sum_{j=1}^{N} H_b^j$、$H_b^j = \sum_k \omega_k^j b_k^{j\dagger} b_k^j$ （设定$\hbar = 1$）。 $b_k^{j\dagger}$、 b_k^j 是具有频率 ω_k^j 的第 j个浴的第 k模玻色产生算符和湮灭算符。在旋转波近似下，系统-浴相互作用 H_{int} 可写为

$$H_{int} = \sum_{j,k} \left(f_k^{j*} L_j^\dagger b_k^j + f_k^j L_j b_k^{j\dagger} \right), \tag{2}$$

其中， L_j 是刻画系统与第 j 个储库之间相互耦合的林德布拉德算符。f_k^j 表示系统与第 j 个浴中的第 k 个模式之间的耦合强度。在相对于浴 H_b 的相互作用绘景中，总哈密顿量变为

$$H_{tot}^I = H_s + H_b + \sum_k \left(f_k^j L_j b_k^{j\dagger} e^{i\omega_k^j t} + \text{h.c.} \right). \tag{3}$$

此时，总系统的态矢量满足薛定谔方程 $\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = -iH_{tot}^I |\psi(t)\rangle$。

本文仅考虑参考文献 [20] 中的对称双模压缩态浴。在这种情况下，我们取 $L_j = L_j^\dagger$，并使用压缩真空态 $|\phi\rangle = S(\xi)|0\rangle$ 来描述环境的初始态。这里， $S(\xi)$ 是双模幺正压缩算符，对于第 j 个浴中的第 k 个模式，它可写为

$$S_k^j(\xi_j) = e^{r_j(\xi_j^* b_{k_0+k}^j b_{k_0-k}^j - \xi_j b_{k_0+k}^{j\dagger} b_{k_0-k}^{j\dagger})}, \tag{4}$$

其中 $r_j \in [0,1]$ 是压缩强度。当 $r_j = 0$第 j个浴对应于未压缩真空态 $|0\rangle$时。 $\xi_j = e^{i\theta_j}$， θ_j 表示压缩方向。当 $\theta_j = 0$时，第 j个浴将 p、（x）-正交分量进行压缩。 $k_0^j = \omega_0^j/c$， ω_0 是压缩中心频率。 $b_k^{j\dagger}$、 b_k^j 和 S_k^j（ξ_j）满足

$$S_{k-k_0}^{j\dagger}(\xi_j) b_k^j S_{k-k_0}^j(\xi_j) = u_j b_k^j - v_j b_{2k_0-k}^{j\dagger}, \tag{5}$$

$$S_{k-k_0}^{j\dagger}(\xi_j) b_k^{j\dagger} S_{k-k_0}^j(\xi_j) = u_j b_k^{j\dagger} - v_j^* b_{2k_0-k}^j. \tag{6}$$

其中 $u_j = cosh(r_j)$、 $v_j = w_j \xi_j$、 $w_j = sinh(r_j)$和 $u_j^2 - |v_j|^2 = 1$。

对于非马尔可夫玻色浴，定域时间量子态扩散方程可写为 [11, 21, 31]

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t,z_t^*)\rangle = [-iH_s + \sum_j (L_j z_t^{j*} - L_j \overline{O}^j(t, z_t^{j*}))]|\psi(t,z_t^*)\rangle, \tag{7}$$

其中，z_t^{j*} 是随机环境噪声，而$\overline{O}^j(t, z_t^{j*}) = \int_0^t ds \alpha^j(t,s) O^j(t,s,z_t^{j*})$。算符 $O^j(t,s,z_t^{j*})$定义为$O^j(t,s,z_t^{j*}) \left|\psi(t, z_t^{j*})\right\rangle = \delta \left|\psi(t,z_t^{j*})\right\rangle / \delta z_s^{j*}$.

在马尔可夫极限下， O 算符就是林德布拉德算符 L。因此， O 算符的初始条件为 $O^j(t,t,z_t^{j*}) = L_j$。 $\alpha^j(t,s)$ 是浴关联函数。对于双模对称压缩浴，可以通过以下方式确定

$$\begin{aligned}
\alpha^j(t,s) &= \left\langle \phi \left| \left[B_j(t) + B_j^\dagger(t) \right] \left[B_j(s) + B_j^\dagger(s) \right] \right| \phi \right\rangle \\
&= \sum_{k,k'} f_k^j e^{-i\omega_k^j t} f_{k'}^{j*} e^{i\omega_{k'}^j s} \left\langle \phi \left| b_k^j b_{k'}^{j\dagger} \right| \phi \right\rangle \\
&\quad + \sum_{k,k'} f_k^j e^{i\omega_k^j t} f_{k'}^{j*} e^{i\omega_{k'}^j s} \left\langle \phi \left| b_k^{j\dagger} b_{k'}^j \right| \phi \right\rangle \\
&\quad + \sum_{k,k'} f_k^j e^{-i\omega_k^j t} f_{k'}^{j*} e^{i\omega_{k'}^j s} \left\langle \phi \left| b_k^j b_{k'}^j \right| \phi \right\rangle \\
&\quad + \sum_{k,k'} f_k^j e^{-i\omega_k^j t} f_{k'}^{j*} e^{-i\omega_{k'}^j s} \left\langle \phi \left| b_k^{j\dagger} b_{k'}^{j\dagger} \right| \phi \right\rangle,
\end{aligned} \tag{8}$$

其中， $B_j(t) = \sum_k f_k^j b_k^j e^{-iw_k^j t}$。假设浴谱密度具有洛伦兹形式 $J_j(\omega_j) = \frac{\Gamma_j}{2} \frac{\gamma_j^2}{\gamma_j^2 + (\omega_0^j - \omega^j)^2}$当 $r_j = 0$时，对应于奥恩斯坦-乌伦贝克型浴关联函数 $\alpha_0^j(t,s) = \frac{\Gamma_j \gamma_j}{2} e^{-i\omega_0^j (t-s) - \gamma_j |t-s|}$。 Γ_j 和 γ_j 分别表示系统-浴耦合强度和环境谱密度的带宽。带宽 γ_j 决定环境反作用的大小。$\gamma_j \to \infty$ ($\gamma_j \to 0$)对应于白噪声（有色噪声）情形，此时环境达到马尔可夫（非马尔可夫）极限。如参考文献 [20], 所示，式（8）可分解为 $\alpha^j(t,s) = \alpha_1^j(t,s) + \alpha_2^j(t,s)$，其具体形式为

$$\alpha_1^j(t,s) = \frac{\gamma_j \Gamma_j}{2} \left(u_j^2 - v_j u_j e^{-2iw_0^j s} \right) e^{-iw_0^j (t-s) - \gamma_j |t-s|}, \tag{9}$$

$$\alpha_2^j(t,s) = \frac{\gamma_j \Gamma_j}{2} \left(|v_j|^2 - v_j^* u_j e^{2iw_0^j t} \right) e^{iw_0^j (t-s) - \gamma_j |t-s|}. \tag{10}$$

我们可以看到，这些关联函数不仅是 $t-s$的函数，也是 t and s 的函数，这表明浴最初是非平稳的。由于双模压缩态是一个纠缠态，浴关联函数 $\alpha_1^j(t,s)$和 $\alpha_2^j(t,s)$包含了每个模式对系统的影响。现在，非马尔可夫量子态扩散方程（方程（7））可以写成

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t,z_t^*)\rangle = [-iH_s+\sum_j(L_jz_t^{j*}-L_j\overline{O}_1^j(t,z_t^{j*}) -L_j\overline{O}_2^j(t,z_t^{j*}))]|\psi(t,z_t^*)\rangle . \quad (11)$$

在非马尔可夫量子态扩散方法中 [37], , 系统的密度算符通过对环境噪声 z_t^{j*} 所有可能的随机实现取统计平均而得到，即 $\rho_s = \mathcal{M}[P_t]$。 $P_t = \left|\psi(t,z_t^{j*})\right\rangle\left\langle\psi(t,z_t^{j*})\right|$, $\mathcal{M}[...]=\int e^{-z_t^{j*}z_t^j}[...]d^2z_t^j$。这一过程将庞大希尔伯特空间中的巨大环境效应编码为随机变量。实际上，对随机变量取统计平均等价于在庞大的希尔伯特空间中取轨迹。因此，定域时间量子态扩散方程具有统计平均的物理意义。系统的非马尔可夫主方程可写为

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_s = -i[H_s,\rho_s]+\sum_j([L_j,\mathcal{M}[P_t\overline{O}_1^{j\dagger}(t,z_t^{j*})]] -[L_j,\mathcal{M}[\overline{O}_1^j(t,z_t^{j*})P_t]]+[L_j,\mathcal{M}[P_t\overline{O}_2^{j\dagger}(t,z_t^{j*})]] -[L_j,\mathcal{M}[\overline{O}_2^j(t,z_t^{j*})P_t]]). \quad (12)$$

在式 (12)中，第一项是约化动力学的幺正部分，它独立于噪声变量 z_t^{j*} ，仅由系统哈密顿量 H_s 支配。林德布拉德算符及其相关算符 $\overline{O}_1^j(t,z_t^{j*})$、$\overline{O}_2^j(t,z_t^{j*})$ 包含记忆核，描述了具有不同衰减模的开放系统中的弛豫和退相干。这个关于密度矩阵 ρ_s 的运动方程包含系统 H_s 在非马尔可夫浴中的全部动力学。然而，确定带有噪声项 z_t^{j*} 的 O 算符是一项艰巨的任务，因此我们采用微扰技术来获得近似的 O 算符 [32],

$$O^j(t,s,z_t^*) = O_0^j(t,s)+\int_0^t O_1^j(t,s,s_1)z_{s_1}^{j*}ds_1 +\int_0^t\int_0^t O_2^j(t,s,s_1,s_2)z_{s_1}^{j*}z_{s_2}^{j*}ds_1ds_2+\cdots +\int_0^t\cdots\int_0^t O_n^j(t,s,s_1,\ldots,s_n) \times z_{s_1}^{j*}\cdots z_{s_n}^{j*}ds_1\cdots ds_n+\cdots . \quad (13)$$

当系统与浴弱耦合时，我们可以采用近似 $O^j(t,s,z_t^{j*})=O^j(t,s)$ [33, 34], 即， $\mathcal{M}[P_t\overline{O}_\eta^{j\dagger}(t,z_t^{j*})]=\rho_s\overline{O}_\eta^{j\dagger}(t)(\eta=1,2)$。式 (12) 中的非马尔可夫主方程具有简单形式 [35–37]

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_s = -i[H_s,\rho_s]+\sum_j([L_j,\rho_s\overline{O}_1^{j\dagger}(t)] -[L_j,\overline{O}_1^j(t)\rho_s]+[L_j,\rho_s\overline{O}_2^{j\dagger}(t)] -[L_j,\overline{O}_2^j(t)\rho_s]). \quad (14)$$

时变算符 $\overline{O}_1^j(t)$、 $\overline{O}_2^j(t)$可通过以下闭合方程数值计算

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{O}_1^j(t) = \alpha_1^j(0,0)L_j-(iw_0+\gamma_j)\overline{O}_1^j(t) +\sum_j([-iH_s-L_j\overline{O}_1^j(t),\overline{O}_1^j(t)] -[L_j\overline{O}_2(t),\overline{O}_1^j(t)]). \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{O}_2^j(t) = \alpha_2^j(0,0)L_j-(-iw_0+\gamma_j)\overline{O}_2^j(t) +\sum_j([-iH_s-L_j\overline{O}_1^j(t),\overline{O}_2^j(t)] -[L_j\overline{O}_2(t),\overline{O}_2^j(t)]). \quad (16)$$

现在利用方程（15）和（16），可以对方程（14）中的非马尔可夫主方程进行数值求解。在马尔可夫极限下， $\overline{O}_1^j(t)=\frac{1}{2}(u_j^2-v_ju_j)L_j$, $\overline{O}_2^j(t)=\frac{1}{2}(|v_j|^2-v_j^*u_j)L_j$。方程（14）化为林德布拉德形式,

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_s = -i[H_s,\rho_s]-\sum_j((u_j^2-v_ju_j)(\frac{1}{2}\left\{L_j^\dagger L_j,\rho_s\right\} -L_j\rho_sL_j^\dagger))-\sum_j((|v_j|^2-v_j^*u_j)(\frac{1}{2}\left\{L_j^\dagger L_j,\rho_s\right\} -L_j\rho_sL_j^\dagger)). \quad (17)$$

III. 示例

A. 绝热演化

绝热量子计算要求系统在时间演化过程中始终保持在其瞬时基态 [38–41]。当系统浸没于玻色浴中时，衡量绝热性的绝热保真度已被证明会随着系统–浴相互作用强度和浴带宽的增加而降低，即强浴会破坏绝热性 [42]。然而，通过调节环境参数可以发现，强非马尔可夫性和弱系统–浴耦合强度有助于维持绝热性 [42]。在本部分中，我们将看到

通过储库工程可以进一步提高绝热保真度。作为示例，我们考虑一个浸没于玻色压缩浴中的三能级系统。然后，将方程（14）–（17）中的浴数量 $j=1$。系统的含时哈密顿量为 [43]

$$H_s=\left(1-\frac{t}{T}\right)J_z+\frac{t}{T}J_x, \tag{18}$$

其中 $J_z = |2\rangle\langle 2| - |0\rangle\langle 0|$，$J_x = (|2\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1|)/\sqrt{2}$。$T$表示总演化时间。从时间 $t=0$ 到 $t=T$，系统哈密顿量 H_s 从 J_z 变化到 J_x。假设系统最初处于基态 $|0\rangle$。根据绝热定理，当总演化时间 T 足够长且系统不受环境影响时，最终态将为 $|\psi(T)\rangle = \left(|0\rangle - \sqrt{2}|1\rangle + |2\rangle\right)/2$ [43]。现在，我们研究该系统浸入式（3）所示的非马尔可夫压缩浴时的动力学。在此模型中，也假设系统-环境耦合较弱（$\Gamma \ll 1$）。我们还使用绝热保真度 $F(t) = \sqrt{\langle\psi(T)|\rho_s(t)|\psi(T)\rangle}$ 来衡量绝热性，其中 $\rho_s(t)$ 是式（14）中系统的约化密度矩阵。

图 1 展示了不同环境记忆时间 γ^{-1}（图 1(a)）和压缩参数 θ（图 1(b)）下，绝热保真度 F 随时间 t的变化。环境参数取为噪声强度 $\Gamma=0.3$、系统-浴相互作用算符 $L=J_x$ 和压缩强度 $r=0.5$。从图 1(a) 可见，当没有浴且取总演化时间 $T=10$时，$F(T)\approx 1$，这表明系统进入了绝热区间。显然，引入压缩浴总会破坏绝热性。然而，较长的记忆时间（更强的非马尔可夫性）有助于维持保真度，这与相干态浴的情形一致 [35]。图 1(b) 显示，保真度取决于参数 θ。$\theta=0$ 对应于最大保真度。随着 θ 增大，即压缩方向从 p正交分量转向 x 正交分量，F 会迅速降低。上述结果可以用 p 和 x的方差来解释。

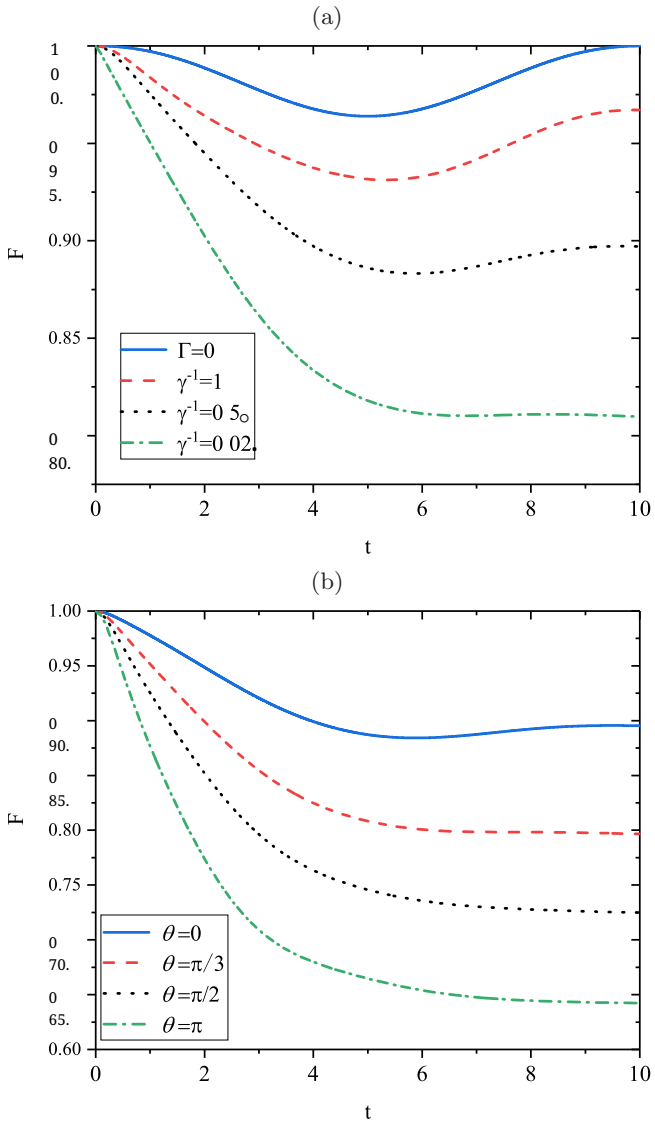

图 1：（在线版中为彩色）不同环境参数下绝热保真度的动力学：(a) γ^{-1}, $\theta=\pi/4$；(b) θ, $\gamma^{-1}=0.2$。其他参数为 $r=0.5$, $\Gamma=0.3$, $L=J_x$ $T=10$ and 。

$$V(p)=\frac{1}{4}\left[u^2+w^2-2uwcos(\theta)\right], \tag{19}$$

$$V(x)=\frac{1}{4}\left[u^2+w^2+2uwcos(\theta)\right]. \tag{20}$$

根据式（19）和（20），当 $\theta=0, V(p)=e^{-2r}/4$, $V(x)=e^{2r}/4$ 时，p 正交分量的量子涨落低于相干态（$V(p)<1/4$），而 x 正交分量的涨落高于相干态（$V(x)>1/4$）。当 $\theta=\pi$ 时，结果则相反，这表明浴在 p 正交分量上的压缩有助于系统的绝热性。这是因为 p 正交分量上的压缩削弱了系统-浴耦合。因此，环境噪声对系统的影响得以减弱 [20]。

接下来，我们讨论不同压缩方向 θ下，压缩强度 r 对绝热保真度的影响。这里仅以某一特定时刻的保真度为例。图 2 绘出了时刻 $t=1.5$下保真度随 θ 和 r 的变化关系。可以看到，当非马尔可夫浴完全沿 p-正交分量压缩（$\theta=0$、$V(p)=e^{-2r}/4$、$V(x)=e^{2r}/4$）时，r 有助于提高绝热性；而当其沿 x-正交分量压缩（$\theta=\pi$、$V(p)=e^{2r}/4$、$V(x)=e^{-2r}/4$）时，则会得到相反的结果。

有趣的是，当 $0<\theta<\pi/2$, F 随 r增大时，先增大后减小。我们的数值模拟表明，对于某些 r，它会出现一个峰值。然而，

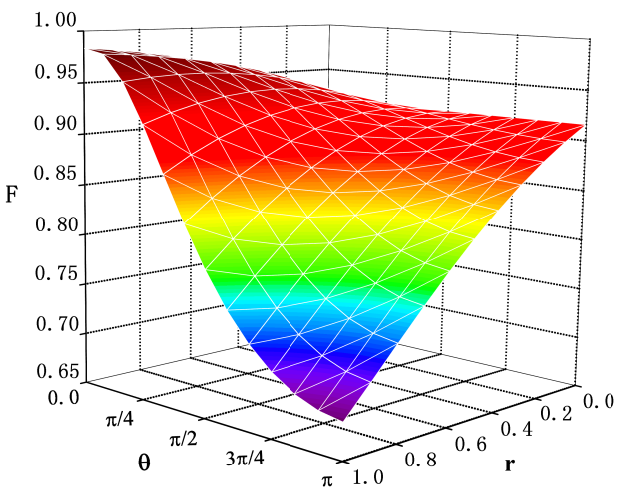

图 2：（彩色在线版）不同压缩 r 和 θ 下绝热保真度的动力学。$\gamma^{-1}=$ 和。0.2 $\Gamma=0.3$ $L=J_x$ $t=1.5$ 其他参数为、和。

当 $\theta>\pi/2$ 时，峰值消失，并且 F 随着 r 的增加总是减小，这与 $\theta=\pi$ 情况相同。为了理解这一现象，我们计算式（19）和（20），并进行泰勒展开（由于 $r\in[0,1]$，我们只取泰勒展开的前三项），式（19）和（20）可以写成

$$V(p)=\frac{1}{8}\left[2-4rcos(\theta)+4r^2\right], \tag{21}$$

$$V(x)=\frac{1}{8}\left[2+4rcos(\theta)+4r^2\right]. \tag{22}$$

根据公式 (21)–(22)，当对 x 和 p正交分量进行压缩，且 p 正交分量上的压缩占主导时（$0<\theta<\pi/2$），方差 $V(p)$ 会随着压缩强度 r 的增加而持续减小。根据图 1(b) 中的结果，$V(p)$ 的减小会削弱系统浴耦合强度，进而提高保真度。

B. 量子态传输

通过自旋链进行量子态传输的研究已经十分广泛，主要针对短距离通信 [45–47]。当通信信道浸没于非压缩环境中时，研究发现，对于更具非马尔可夫特性的浴以及更弱的系统-浴相互作用，传输保真度会得到提升 [48]。在本节中，我们考虑浴处于压缩态的情形。与文献 [48]，一样，哈密顿量是一维 N格开放端 XY 自旋链，

$$H_s=\sum_{i=1}^{N-1}\left[J^x_{i,i+1}\sigma^x_i\sigma^x_{i+1}+J^y_{i,i+1}\sigma^y_i\sigma^y_{i+1}\right], \tag{23}$$

其中，$\sigma^\alpha_i(\alpha=x,y,z)$ 表示位于 i 处自旋的泡利矩阵的 α 分量，而 $J_{i,i+1}$ 是相邻位置之间的交换耦合强度。我们取 $J=J^x_{i,i+1}=J^y_{i,i+1}=-1$，这对应于一条铁磁自旋链。假设系统初始处于 $|\psi(0)\rangle=|100\cdots\cdots0\rangle$ 态。目标是将链一端的状态 $|1\rangle$ 传输到另一端。我们仍使用 $F(t)=\sqrt{\langle\psi(T)|\,\rho_s(t)\,|\psi(T)\rangle}$ 来衡量传输~~保真度，其中目标~~态为 $|\psi(T)\rangle=|000\cdots\cdots1\rangle$。

在图3中，我们绘制了不同压缩参数下态传输保真度的动力学演化。我们考虑单浴模型，其中每个自旋都与自身的浴相互作用。为简单起见，假设相邻自旋在所有这些 j浴中共享相同的环境参数 $\Gamma=\Gamma_j,\gamma=\gamma_j$, $r=r_j$, $\theta=\theta_j$, $L=L_j$。注意，我们还采用了弱耦合常数近似 $\Gamma\ll|J|$。我们比较了不同的林德布拉德算符$L=\sigma^x$, $L=\sigma^z$，并分别在图3(a)、(b)和(c)中展示了这两种情况。参数取为 $N=4$, $\Gamma=0.3$和 $\gamma^{-1}=0.1$。在图3(a)中，我们以 $\theta=3\pi/10$ 为例，根据绝热模型得到的结果，r的临界值为0.4。可以清楚地看到，当 $r\in(0$时，$0.4]$随 r的增大而增大 F。而当 r 超过0.4后，则会得到相反的结果。这与我们在绝热模型中得到的结果相同。此外，r 的变化会影响系统动力学中的非马尔可夫振荡。这可能是因为浴的压缩会影响谱带宽，从而改变环境非马尔可夫性 [49]。图3(b)采用与图3(a)相同的参数，仅退相干情况除外。r 的影响与自旋-玻色子模型相同。最后，图3(c)比较了自旋-玻色子模型和退相干模型。结果表明，该模型在退相干情况下表现更好。从图3可以看出，系统动力学中出现了强烈的非马尔可夫振荡，这与环境非马尔可夫性对量子纠缠的影响一致 [50]。

为检验绝热演化中观察到的峰值保真度在不同链长 N 的态传输情形下是否仍然有效，我们在图 4 中绘制了可实现的最大保真度 F_{max} 与链长 N 的关系。$L=\sigma^z$。我们还取 $\theta=3\pi/10$，那么 $r=0.4$ 应对应于峰值。对于不同的 N，这一结果再次得到验证。峰值出现在 $r=0.4$，尽管它会随着 N 的增加而降低。我们推测，对于不同的系统，$r=1-2\theta/\pi$ 的阈值是一个普适结果。

对于第二个示例中的 XY 模型，本文采用的无量纲参数可以转换为有量纲形式，以便与近期一项使用光学晶格 [51] 的实验进行比较。首先，我们取与有量纲时间变量 $(-\hbar/J)t$ 对应的耦合常数 $J=-1,\hbar=1$。在该实验中，使用光学晶格中的双组分玻色子系统（玻色-哈伯德模型），一个一维阵列。

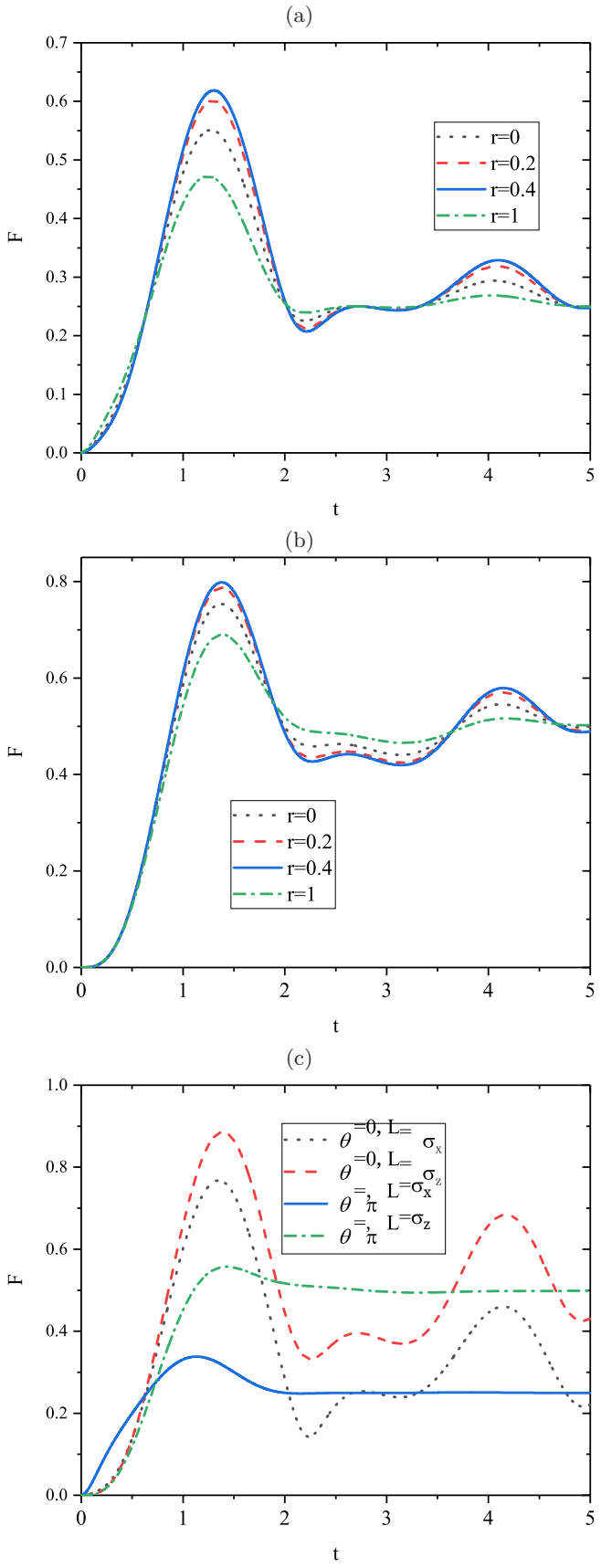

图3：（彩色在线版）不同压缩参数下量子态传输保真度的动力学行为：(a) r, $\theta = 3\pi/10$, $L = \sigma^x$; (b) r, $\theta = 3\pi/10$, $L = \sigma^z$; (c) $r = 0.5$。其他参数为 $N = 4$, $\Gamma = 0.3$, $\gamma^{-1} = 0.1$ 和 $T = 5$。

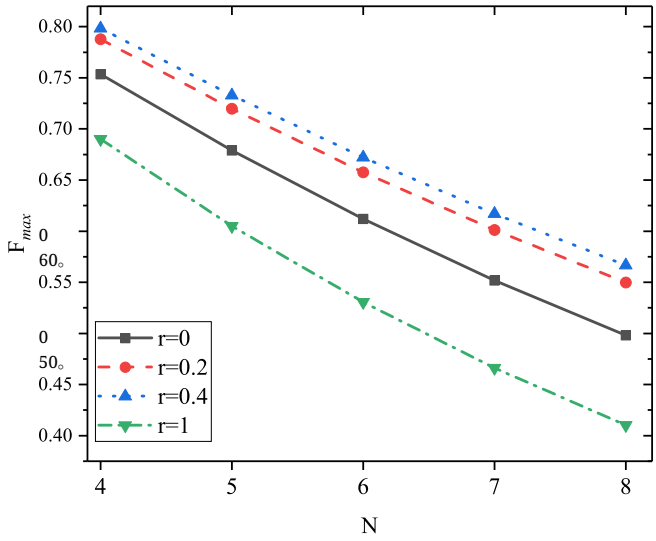

图 4：（彩色线条）最大保真度 F_{max} 随链长 N 的变化，不同的 r 对应不同曲线。其他参数为 $\theta = 3\pi/10$、$\Gamma = 0.3$、$\gamma^{-1} = 0.1$、$L = \sigma^z$。显然，峰值保真度对应于 $r = 1 - 2\theta/\pi = 0.4$。

链得以实现。两个状态 $|\uparrow\rangle$、$|\downarrow\rangle$ 构成一个自旋 1/2系统。有效哈密顿量由单位填充 [52], 莫特绝缘态区域中的自旋-1/2 海森堡 XXZ 模型给出

$$H = J_{xy} \sum_{i=1}^{N-1} (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y) + J_z \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z. \qquad (24)$$

x、y 中的最近邻耦合由超交换介导。取最低阶近似，$J_{xy} = -4\tilde{t}^2/U_{\uparrow\downarrow}$、$J_z = 4\tilde{t}^2/U_{\uparrow\downarrow} - \tilde{t}^2/U_{\uparrow\uparrow} + \tilde{t}^2/U_{\downarrow\downarrow}$ $\tilde{t}$ ( )，其中 是相邻格点间的隧穿矩阵元，而$\tilde{t}^2/U_{\uparrow\downarrow}$、$\tilde{t}^2/U_{\uparrow\uparrow}$、$\tilde{t}^2/U_{\downarrow\uparrow}$ 是格点上的相互作用能。耦合常数 $J_{x,y}$ 和 J_z 可以通过施加磁场 [51]进行调节。对于各向异性 $\Delta = J_z/J_{x,y}$，可以将其调节至 $[-2, 2]$。在我们的计算中，取$J_z = 0$，演化 t 至多达到 $t = 5$ ($t = 5\hbar/J_{x,y}$)，远低于莫特绝缘体的加热寿命（约为 1 s） [51]。此外，这也是核磁共振实验的典型时间尺度 [53]。另外，非马尔可夫热浴的参数可以通过储库工程进行调节，或通过模拟结构化环境来调节相应参数，例如，用于控制马尔可夫到非马尔可夫转变的参数γ [54], ，以及用于检测从弱到强的非马尔可夫转变的参数 Γ [55]。储库的压缩强度 r 和方向 θ 可以通过约瑟夫森参量放大器的泵浦功率和相位 [18, 19, 56]在实验上进行控制。

IV. 结论

在本文中，通过在弱耦合近似下采用 QSD 方法，我们得到了压缩浴中系统的非马尔可夫主方程。随后，对于两个例子：三能级系统中的绝热演化和自旋链中的量子态传输，我们计算了系统的动力学。分别分析了非马尔可夫性、压缩方向和压缩强度对绝热保真度和态传输保真度的影响。我们的结果表明，由于环境的存在，这两个保真度总是降低，但对于更强的非马尔可夫浴或更大的 p-正交分量压缩，它们都可以得到增强。 x-正交分量压缩会导致系统-浴耦合增强，从而降低这两个保真-度。此外，我们发现，在 $0 < \theta < \pi/2$， the 当压缩强度 r 达到临界值 $r = 1 - 2\theta/\pi$时，保真度会出现峰值；超过该临界值后，其影响会反转。我们推测，对于不同的系统模型而言，这一临界值具有普适性，但唯一的不足在于，它是通过数值模拟获得的，仍需在后续研究中从理论上加以阐明。利用储库工程，这些结果有望用于抑制执行量子信息处理任务时的环境噪声。

致谢

我们感谢 Ahmad Abliz 教授所进行的有益讨论。本论文得到山东省自然科学基金（项目编号：ZR2021LLZ004）的资助。

[1] G. Ralph 和 C. Roberto，《物理评论快报》93，160404（2004年）。[2] I. Reichental、A. Klempner、Y. Kafri 和 D. Podolsky，《物理评论B》97，134301（2018年）。[3] D. Wisniacki 和 G. G. Carlo，《物理评论E》77，045201（2008年）。[4] H. Eleuch 和 I. Rotter，《物理评论A》95，022117（2017年）。[5] L. C. Venuti、T. Albash、D. A. Lidar 和 P. Zanardi，《物理评论A》93，032118（2016年）。[6] I. D. Vega 和 D. Alonso，《现代物理评论》89，015001（2017年）。[7] J. Piilo、S. Maniscalco、K. H¨ark¨onen 和 K. A. Suominen，《物理评论快报》100，180402（2008年）。[8] B. L. Hu、J. P. Paz 和 Y. Zhang，《物理评论D》45，2843 1992( )。[9] M. W. Y. Tu 和 W. M. Zhang，《物理评论B》，235311（2008年）。[10] A. Strathearn、P. Kirton、D. Kilda、J. Keeling 和 B. W. Lovett，《自然通讯》9，3322（2018年）。[11] L. Di´osi 和 W. T. Strunz，《物理学快报A》235，569-573（1997年）。[12] K. Luoma、W. T. Strunz 和 J. Piilo，《物理评论快报》125，150403（2020年）。[13] B. Liu、H. Y. Dai、X. Chen 和 M. Zhang，《欧洲物理学杂志D》69，104（2015年）。[14] S. Diehl、A. Micheli、A. Kantian、B. Kraus、H. P. B¨uchleret 和 P. Zoller，《自然物理学》4，878（2008年）。[15] C. F. Li、G. C. Guo 和 J. Piilo，《欧洲物理快报》128，30001 2019( )。[16] F. Cavaliere、M. Carrega、G. D. Filippis、V. Cataudella、G. Benenti 和 M. Sassetti，《物理评论R》4，033233（2022年）。[17] C. W. Gardiner，《物理评论快报》56，1917–1920（1986年）。[18] D. M. Toyli、A. W. Eddins、S. Boutin、S. Puri、D. Hover、V. Bolkhovsky、W. D. Oliver、A. Blais 和 I. Siddiqi，《物理评论X》6，031004（2016年）。[19] K. W. Murch、S. J. Weber、K. M. Beck、E. Ginossar 和 I. Siddiqi，《自然》499，62–65（2013年）。[20] V. Link、W. T. Strunz 和 K. Luoma，《熵》24，352（2022年）。[21] L. Di´osi、N. Gisin 和 W. T. Strunz，《化学物理》58，1699—1712（1998年）。[22] J. Jing 和T.Yu，物理评论快报105，240403（2010年）。[23] F. H.Ren、Z. M. Wang和 L.A.Wu，物理评论 A102，062603 （ 2020 年）。[24] J. Jing、T. Yu、C. H. Lam、J. Q. You和 L.A.Wu，物理评论A97，012104（2018年）。[25] Z. M. Wang、F. H. Ren、D. W. Luo、Z. Y.Yan和 L.A.Wu，物理评论A 102，042406（2020年）。[26] Z. M. Wang、D.W. Luo、B. W. Li和 L.A.Wu，物理评论A 101，042130（2020年）。[27] S. Flannigan、F. Damanet和 A.J.Daley，物理评论快报 128，063601（2022年）。[28] A.Ablimit、D. Hitjan 和 A. Abliz，低温物理学杂志205，126–134（2021年）。[29] Y.Chen、J. Q.You和T. Yu，物理评论A 90，052104（2014）。[30] M.Chen和 J.Q.You，物理评论A 87，052108（2013年）。[31] Z. M. Wang、D. W. Luo、M.S.Byrd、L. A. Wu、T. Yu 和B. Shao，物理评论A 98，062118（2018年）。[32] T. Yu、L. Di´osi、N. Gisin和 W. T.Strunz，物理评论A 60，91（1999年）。[33] W.F.Shi、X.Y. Zhao 和T.Yu，物理评论A 87，0521272013年（）。[34] X.Y. Zhao、J. Jing、B. Corn和 T.Yu，物理评论A84，032101（2011年）。[35] S. S. Nie、F. H.Ren、R. H.He、J. Wu 和Z. M. Wang，物理评论A 104 052424（2021年）。[36] D.W. Luo、C. H. Lam、L. A.Wu、T. Yu、H. Q.Lin和 J.Q.You，物理评论A 92，022119（2015年）。[37] Z. M. Wang、F. H. Ren、D.W.Luo、Z. Y. Yan 和L. A. Wu，物理学杂志A：数学与理论54 155303（2021年）。[38] E.Farhi、J.Goldstone、S. Gutmann、J. Lapan、A.Lund- gren 和D Preda，科学292，472（2001年）。[39] D. Gosset、B.M. Terhal 和A. Vershynina，物理评论快报 114，140501（ 2015年）。[40] Z. M. Wang、M.S. Byrd、J.Jing和 L. A.Wu，物理评论A97，062312（2018年）。[41] R. H. He、R. Wang、F.H. Ren、L.C. Zhang 和Z. M. Wang，物理评论A 103，052606（2021年）。[42] Z.M. Wang、F.H.Ren、M. S. Sarandy、M. S. Byrd，物理学A 603，127861（2022年）。

[43] J. Wu, F. H. Ren, R. H. He, S. S. Nie 和 Z. M. Wang，欧洲物理快报 139，48001（2022年）。[44] M. Christand, N. Datta, A. Ekert 和 A. J. Landahl，物理评论快报 92，187902（2004年）。[45] Z. M. Wang, L. A. Wu, M. Modugno, W. Yao 和 B.Shao，科学报告 3，3128（2013年）。[46] T. J. Osborne 和 N. Linden，物理评论 A 69，052315（2004年）。[47] A. Jayashankar 和 P. Mandayam，物理评论A 98，052309 2018（）。[48] Z. M. Wang, F. H. Ren, D. W. Luo, Z. Y. Yan 和 L. A. Wu，物理学杂志A：数学与理论 54 155303（2021年）。[49] G. S. Agarwal，物理评论A 40，7（1989年）。[50] X. Y. Zhao, J. Jing, B. Corn 和 T. Yu，物理评论A 84，032101（2011年）。[51] P. N. Jepsen, J. Amato-Grill, I. Dimitrova, W. W. Ho, E. Demler 和 W. Ketterle，自然 588，403，（2020年）。[52] A. B. Kuklov 和 B. V. Svistunov，物理评论快报 90，100401（2003年）。[53] D. Khurana、B. K. Agarwalla 和 T. S. Mahesh，物理评论 A 99，022107（2019年）。[54] B.H. Liu、L. Li、Y.F. Huang、C.F. Li、G.C. Guo、E.M. Laine、H.P. Breuer 和 J. Piilo，自然物理 7，931（2011年）。[55] N. K. Bernardes、A. Cuevas、A. Orieux、C. K. Monken、P. Mataloni、F. sciarrino 和 M. F. Santos，科学报告 5，17520（2015年）。[56] E. Flurin、N. Roch、F. Mallet、M. H. Devoret 和 B. Huard，物理评论快报 109，183901（2012年）。