arXiv:2304.04304v1 [cs.RO] 9 Apr 2023

气动软体机器人的稳定实时反馈控制

Sean Even*、Tongjia Zheng*、Hai Lin、Yasemin Ozkan-Aydin，*IEEE*会员

摘要—**与刚性执行器相比，软体执行器能够与非结构化环境进行柔顺且安全的交互。然而，这些系统的控制通常颇具挑战，因为它们本质上欠驱动、具有无限多个自由度（DoF），且其机械特性可能因未知外部载荷而发生变化。现有研究主要依赖离散化和降阶方法，因而在实时控制应用中要么精度较低，要么计算成本较高。近期，我们提出了一种基于Cosserat杆理论、针对由偏微分方程（PDE）建模的软体机械臂的无限维反馈控制器。本研究考察如何仅使用数量有限的执行器实时实现该控制器。为此，我们构建了一个凸二次规划问题，用于实时调整控制器的反馈增益，使其能够由执行器实现。我们通过在一台可进行平面运动的实体软体机器人上开展实验，评估了控制器的性能，并表明由有限维执行器实际实现的控制器仍保留了期望无限维控制器的稳定特性。本研究弥合了无限维控制设计与实际有限维驱动之间的差距，并为探索面向软体机器人的基于PDE的控制设计指明了一个有前景的方向。**

一、引言

软体机器人能够以更加接近生命体的方式与世界进行交互。然而，由于其固有的柔性，软体机器人被认为具有无限多个自由度。因此，软体机器人的建模与控制为机器人学研究带来了一系列新的挑战。采用集成传感器、执行器和计算功能的材料来构建可编程软体，是开发充分发挥潜力的软体机器所面临的首要问题 [1]。

控制软体机器人最常见的策略是使用分段恒曲率（PCC）模型 [2]。该方法假设软体机械臂由数量有限的弯曲段组成。PCC 模型的主要局限在于，当发生大变形和外部载荷时，其精度会受到影响 [3]。另一种方法是使用有限元方法（FEM）对软体机器人进行建模与控制 [4]。有限元方法是一类数值方法，通过许多局部节点之间的相互作用来近似求解偏微分方程。有限元方法能够对复杂域进行建模，并且已被证明可以在硬件上运行 [5], ，但这些方法的计算成本极高，因此很难应用于需要实时响应。此外，使用 FEM 进行控制设计必须依赖额外的近似，例如准静态假设、线性化和模型降阶， [6], 这些方法可能会导致近似结果产生额外误差。

基于连续介质力学建立的模型更加精确，尤其是适用于细长杆状软体机器人的 Cosserat 杆理论。Cosserat 杆理论利用一组非线性偏微分方程（PDE），描述可变形杆在外力和力矩作用下，无限维运动学变量随时间的演变。前述 PCC 和 FEM 模型可视为 Cosserat PDE 模型的有限维近似 [7]。

一系列实验已证明，Cosserat 杆 PDE 更为准确，并且它们已被广泛用作软体机器人模拟器的基础 [8]。然而，由于缺乏有效的非线性 PDE 控制理论，现有基于 Cosserat 杆 PDE 的控制设计主要依赖离散化来获得有限维 ODE。基于 PDE 的非线性控制能够避免离散化导致的建模不确定性，并产生更易解释且计算效率更高的控制器。

绝大多数软体机器人的控制方法都采用开环控制 [9]。开环控制方法有助于展示软体机器人的可行性，但当真实系统偏离模型时，无法让系统及时调整。具有稳定性保证的软体机器人闭环反馈控制仍是一项挑战。

近期，我们提出了一个针对 Cosserat 杆模型的无限维反馈控制器，并证明了其稳定性[10]。在本研究中，我们探讨如何利用特定执行器实时地在实践中实现此类无限维控制器，以弥合理论与实验之间的差距。具体而言，我们将织物串联式气动人工肌肉（fabric sPAM）执行器纳入 Cosserat 杆模型，并将其气压视为实际输入。反馈系统的状态通过计算机视觉进行估计。实现无限维反馈控制器的难点在于，此类控制器天然属于无限维函数空间，而有限数量执行器所能实现的函数空间始终是有限维的。为应对这一挑战，我们构建了一个凸二次规划问题，将期望控制器限制在执行器可实现的空间内，并求解该问题，以同时确定反馈增益函数和执行器压力。这样，我们便能保证由执行器实现的实际反馈控制器仍保留期望的无限维控制器的稳定性。另

*这些作者对本文贡献相同。

本研究未获得任何组织的支持。所有作者均来自美国印第安纳州圣母大学电气工程系，邮编46556seven,tzheng1,hlin1,yozkanay@nd.edu

外进行了测试，以在不产生超调的情况下最大限度地提高控制器的收敛速度。

本文结构安排如下。第二节介绍平面版本的Cosserat杆理论。第三节介绍执行器和重力模型，并讨论thePDEController，以及用于求解理想压力的优化问题的构建。接下来，第四节介绍物理测试平台，包括织物 sPAM 执行器和计算机视觉系统。随后，第五节讨论我们的结果。最后，第六节总结我们的贡献，并探讨这项研究的未来方向。

II. 建模

本节将介绍基于 Cosserat 杆理论的软体机器人的 PDE 模型，并将织物系列气动人工肌肉（织物 sPAM）执行器纳入 Cosserat 杆模型，以用于控制。

Cosserat 杆模型是几何精确模型，用于描述细长可变形杆在外力和力矩作用下的动态响应 [8]，并已广泛用于软体机械臂建模 [11]–[13]。Cosserat 杆被理想化为空间曲线，由四种应变构成：弯曲、扭转、剪切和伸长 [8]。对于细长机器人，与角应变（弯曲和扭转）相比，线性应变（剪切和伸长）的影响可以忽略不计 [14]。因此，我们可以忽略这些线性应变模式，得到一种简化的 Cosserat 杆模型，也称为 Kirchhoff 杆模型 [15]。

本文所述的建模策略和控制算法适用于三维（3D）和二维（2D）系统。不过，为了简化符号表示，并明确展示无限维控制器如何通过有限数量的执行器在实时条件下近似实现，我们将重点讨论平面二维情形。

A. 平面情形的科塞拉特杆模型

令 $\{\hat{}y,\ \hat{}z\}$ 定义二维世界坐标系中的固定正交基。当软体机器人处于未驱动状态时，杆的长度定义为 L_0，且骨架沿 z 轴延伸。由于我们对连续骨架进行建模，因此所有状态都取决于独立变量时间 $t \in \mathbb{R}$ 和中心线的弧长$s \in [0, L_0]$。在此模型中，相对于t 和 s 的偏导数分别记为 ∂_t 和 ∂_s。杆的状态可通过以下向量描述：

$$q(s,t) \equiv \begin{bmatrix} y(s,t) \\ z(s,t) \\ \theta(s,t) \end{bmatrix}$$

其中，$r = (y, z) \in \mathbb{R}^2$ 表示中心线的位置向量。此外，角度 $\theta \in R$ 在每个横截面处定义了一个局部坐标系，该坐标系由正交归一对$\{j, k\}$构成，其中 $j = \cos\ \theta\hat{}y - \sin\ \theta\hat{}z$ 以及 $k = \sin\ \theta\hat{}y + \cos\theta\hat{}z$。向量 j 垂直于每个横截面，并始终与机器人的中心线相切。

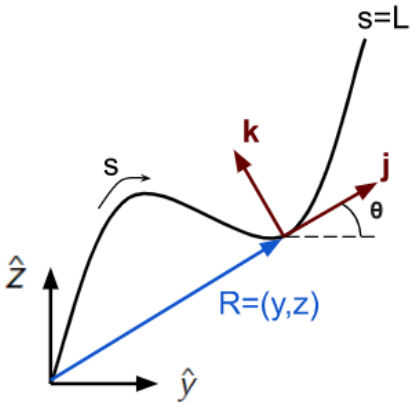


图 1：**Cosserat杆理论中使用的参考坐标系。** 全局坐标系 $\{y\}$ 和所描述的局部坐标系

系统的正向运动学可写成关于 w_x的函数，即绕$\hat{}x$ 方向的角速度：

$$\partial_t q = \begin{bmatrix} -z * w_x \\ x * w_x \\ w_x \end{bmatrix}$$

这里，w_x 是绕 $\hat{}x$ 的角速度，$\hat{}x$ 指向平面外，并构成右手坐标系。角速度的变化率可表示为：

$$\partial_t w_x = \frac{1}{\rho J_x}(EJ_x\partial_s u + l_c(s) + l_g(s)).$$

其中 u 为角应变，定义为 $u = \partial_s\theta$。此外，ρ 为骨架的密度，J_x 为关于$\hat{}x$ 轴的极惯性矩，E 为骨架的杨氏模量，l_c 为气动执行器产生的总力矩，l_g 为由重力引起的力矩（每个参数的实际值见表1）。执行器和重力模型将在第III节中给出。

当我们将所有这些信息整合到一个表达式中时，Cosserat杆理论的一维表现形式可以用一个波动方程来描述：

$$\partial_{tt}\theta = \frac{1}{\rho J_x}(EJ_x\partial_{ss}\theta + l_c(s) + l_g(s)). \tag{1}$$

B. 执行器建模

为了确定每个腔室能对系统施加多大的力矩，我们首先对每个腔室能施加的力进行建模。我们采用了先前的模型，该模型将织物 sPAM 执行器建模为理想的麦基宾执行器 [16]。虽然系统在腔室末端和 O形圈附近并非完美的圆柱体，但我们忽略边界效应，并假设执行器充气后呈圆柱形（图 2）。根据一项使用相同材料制成的执行器的先前研究 [16]，织物 sPAM 执行器所能施加的力可建模如下：

$$F_{ideal}(\varepsilon) = (\pi r_0^2)P[a(1-\varepsilon)^2 - b],\ 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_{max}$$

其中 $a = 3/\tan^2(\alpha_0)$，且 $b = 1/\sin^2(\alpha_0)$。此外， P表示内部压力， ε 表示收缩比， r_0 和 α_0 分别表示初始未加压半径和编织角。执行器所能施加的力及力矩取决于执行器的收缩程度。

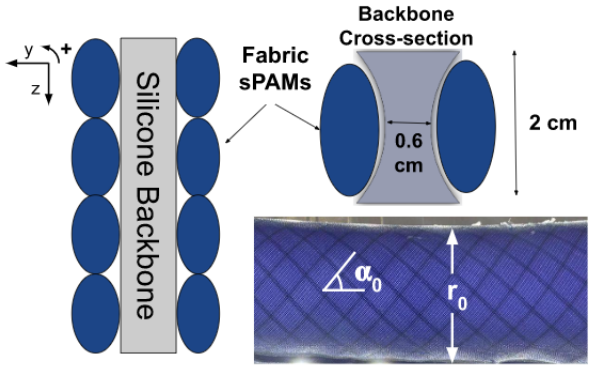


图 2：**软体机械臂的符号表示**以及编织角 α_0 和初始半径 r_0的可视化。

织物 sPAM 执行器受驱动时，可沿负 z 方向产生力。对于两个织物 sPAM 执行器，力均沿着一条与骨架中心保持固定距离的直线作用。骨架中心到气囊中心的距离在物理上受限为 = 1.8cm。因此，当向执行器施加压力时，执行器会收缩（长度缩短），并沿与执行器相同的方向产生扭矩。

$$l_c(s) = F_{ideal}(\varepsilon)d = (\pi r_0^2)P[a(1-\varepsilon)^2 - b]d,\ 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_{max}$$

C. 重力建模

为了对重力产生的扭矩进行建模，我们必须定义几个术语。扭矩必须相对于一个参考点定义，因此我们将机械臂长度方向上任意一点处的 s 定义为感兴趣的参考点。

我们还定义了扭矩的力臂项 $r(s) \in [-s, L-s]$。它表示力的作用线与关注点之间的垂直距离。由于我们假设重力始终竖直向下（沿 +z 方向），因此该距离就是参考点与力作用点之间的水平距离。

重力产生的力矩由两部分组成：连续软体骨架所产生的力矩，以及支撑骨架的销钉所受反作用力产生的力矩。

骨架产生的扭矩可按如下方式计算：

$$l_{g,back}(s) = \int_0^L \rho A_c g * r(\sigma - s)\, d\sigma$$

其中， ρ 是背部的密度， A_c 是骨架的横截面积，g 是重力常数，假设其值为 $g = 9.81[m/s^2]$。在实际应用中，根据机械臂长度方向上各点的已知位置对该积分进行数值近似。同样，感兴趣点处由销钉产生的扭矩计算如下：

$$l_{g,pin}(s) = -\rho A_c L * r(-s)$$

合并这些项后，我们得到重力产生的力矩的完整表达式。

$$l_g(s) = l_{g,back}(s) + l_{g,pin}(s)$$
$$= \int_0^L \rho A_c g * r(\sigma - s)\, d\sigma - \rho A_c L * r(-s)$$

III. 控制器设计

本节回顾我们先前工作 [10] 中提出的一种无限维控制器，并说明如何调整该无限维控制器的一些参数，使其能够仅通过有限个执行器实现。

由于在基尔霍夫情形下忽略了剪切和伸长变形，因此软体机器人的位置可由角度 θ 唯一确定。因此，只需考虑式 (1) 的控制问题。代入执行器模型和重力模型后，我们得到以下完整的控制系统：

$$\begin{aligned} \partial_t \theta &= w_x \\ \partial_t w_x &= l \end{aligned} \tag{2}$$

其中

$$l = \frac{1}{\rho J_x}(EJ_x \partial_{ss}\theta + (\pi r_0^2)P[a(1-\varepsilon)^2 - b]d + l_g), \tag{3}$$

且压力 P 是实际输入。假设目标是跟踪由下式给出的期望构型轨迹

$$\partial_t \theta_* = w_{*,x}.$$

位置误差项和速度误差项定义如下：

$$e_\theta = \sin(\theta - \theta_*), \quad e_{w_x} = w_x - w_{*,x}.$$

注意， $e_\theta \to 0$ 蕴含 $\theta \to \theta_*$。在 [10], 中，我们提出了一种用于三维 Cosserat 杆模型旋转控制的无限维几何控制器，该控制器使软体机器人渐近趋近期望构型轨迹。在平面情形下，几何控制器简化为

$$l_* = \partial_{tt}\theta_* - k_\theta e_\theta - k_{w_x} e_{w_x}, \tag{4}$$

其中， $k_\theta(s)$ $k_{w_x}(s,t) \in \mathbb{R}$ 为反馈增益。对于该控制器，我们有如下收敛结果。

定理 *1*： [10] 考虑软体机器人系统 (2)。若存在正函数 $k_\theta(s)$ $k_{w_x}(s,t)$，使得对所有 t均有 $l \equiv l_*$，则对所有 s， $(e_\theta(s,t)$ $e_{w_x}(s,t)$ $) \to 0$ 均指数收敛。

该定理意味着，如果我们能够设计压力P，使实际输入 (3) 具有形式 (4)，那么就可以保证配置跟踪目标收敛。难点在于，期望的控制器 (4) 是

无限维的，而实际控制器 (3) 始终属于有限维函数空间，因为 P 是有限维的。若我们为 k_θ，k_{w_x} 规定正值，那么几乎不可能找到满足 (3) 的正确气压 P。不过，我们指出，k_{w_x} 可以是 $(s,\ t)$ 的函数。我们的核心思路是利用这一灵活性，在每个 t 调整 k_{w_x} 的值，使相应的期望控制器 (4) 能够由实际控制器 (3) 实现。由此，我们在每个 t 提出以下（凸）二次规划问题：

$$\begin{aligned} \min_{P,k_{w_x}(s)} \quad & \|l - l_*\|_{L^2}^2 \\ \text{s.t.} \quad & |P| \le P_{max} \\ & k_{w_x}(s) \ge \bar{k}, \quad \forall s, \end{aligned} \tag{5}$$

其中 P_{max} 为最大压力，$k > 0$ 为一个小常数。

直观地说，这一编程问题通过在实时同时确定执行器压力 P 和反馈增益 k_{w_x} 的值，强制使实际控制器 (3)与期望控制器 (4)相等，同时满足 P 有界且 $k_{w_x}(s)$ 为正的约束（以保证稳定性）。

备注 *1*：有几点需要说明。首先，规划问题 (5) 是无限维的，但可以通过离散化或参数化进行数值求解。由于它是一个凸二次规划，因此存在高效的商业求解器，能够实时求解。其次，是否存在解取决于在给定执行器特性的情况下，期望构型是否可达。我们的假设是，如果期望的静态构型可分配，则解始终存在。这个问题仍在研究中。即使期望构型不可达，(5) 仍会尝试寻找输入，使软体机器人尽可能接近期望构型。第三，可以将k_θ 也设为 (5) 中的决策变量，这会提高找到解的可能性，但定理 1 中的稳定性结果将不再成立。尽管如此，只要运动足够缓慢，实验中仍能观察到收敛。最后，只需将 (4) 替换为[10]中给出的三维版本，本节所有结果都可以轻松推广到三维情况。

IV. 实验设置

我们的实验装置包括软体机械臂、用于悬挂软体机械臂的框架、一台 Logitech HD Pro Webcam C920，以及一个由 Arduino Uno 和两个比例

表 I：软体机械臂骨架的物理参数。

属性	符号	值
密度	ρ	$1070\ \frac{kg}{m^3}$
杨氏模量	E	$90\ kPA$
横截面积	A_c	$1.68 \cdot 10^{-4}\ m^2$
面积矩	J_x	$0.12 \cdot 10^{-8}\ m^4$
长度	L	$0.3\ m$

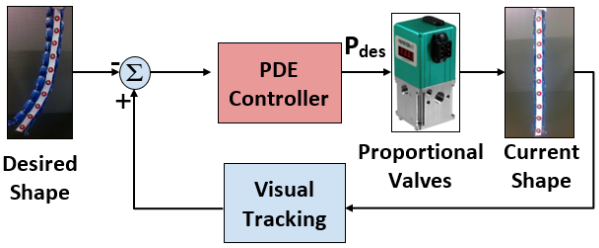


图 3：**闭环形状跟踪框图**

QB3 调节器组成的压力控制子系统。QB3 是一种闭环压力调节器，由安装在两个电磁阀上的机械调节器、一个内部压力传感器和电子控制装置构成。通过开启电磁阀，对机械调节器的先导端加压，从而控制压力。两个阀分别调节排气和进气。软体机械臂由一根柔性硅胶骨架和两个织物软体气动人工肌肉组成。机器人移动时，网络摄像头以 30 Hz 的频率采集图像，并根据当前构型与期望构型之间的误差计算压力。

织物 ***sPAM*** 执行器：机器人由两个织物软体气动人工肌肉组成。织物软体气动人工肌肉因其耐用、易于构造且响应速度快，非常适用于软体机器人 [16]。执行器由一层编织的气密材料制成。该材料为气密的硅胶和聚氨酯浸渍防撕裂尼龙，常用于帐篷和防水布。这种织物像麦基宾执行器一样沿径向加固。当压力关闭时，肌肉处于伸长状态。施加压力后，系统沿径向膨胀并沿轴向收缩。这会沿轴向向内施加力 [16]。

这些执行器按照 [16] 中所述的制造步骤，通过将防撕裂尼龙以 $45°$ 偏置角裁切，将织物包覆成 $r = 1.5\ [cm]$ 圆柱体，并使用硅胶（Smooth-On SilPoxy）密封该圆柱体制成。为增加收缩，我们沿机器人长度方向加装了 O形圈。为了最大化收缩程度，我们通过测试确定了不会导致非活动区域的最大 O形圈间距 [17]。当 O形圈间距为 3cm 时，每个子腔室都观察到膨胀，这意味着不存在非活动区域。

最终系统由两个采用防撕裂尼龙制成的织物 sPAM 执行器（L = 30 cm，D = 3 cm）组成。沿机器人长度方向，每隔 3 厘米加装一个 3mm O形圈。这些织物 sPAM 腔室连接到一根柔性骨架上。该骨架长 30 厘米，横截面积为 $1.68 \cdot 10^{-4} m^2$，由 Smooth-On 生产的 Dragon Skin 10 硅胶制成。选择这种材料是因为其柔韧性不会限制执行，同时在发生变形时仍具有极高的抗拉强度。

气动控制板：气动控制板包括两个带内置压力传感器的 ProportionAir QB3 比例调节器。这使调节器能够控制每个压力通道的闭环压力

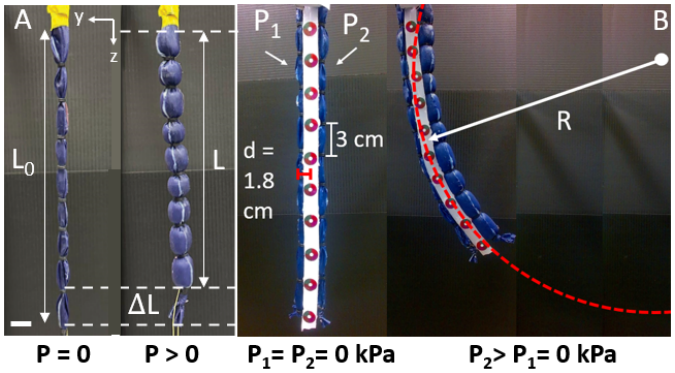


图4：**织物软体气动人工肌肉的未驱动和驱动状态。A.**单个织物软体气动人工肌肉的未驱动（左，P = 0 kPa）和驱动（右，P = 30 kPa）状态。**B.** 两节段机械臂的未驱动（左）和驱动（右）状态。

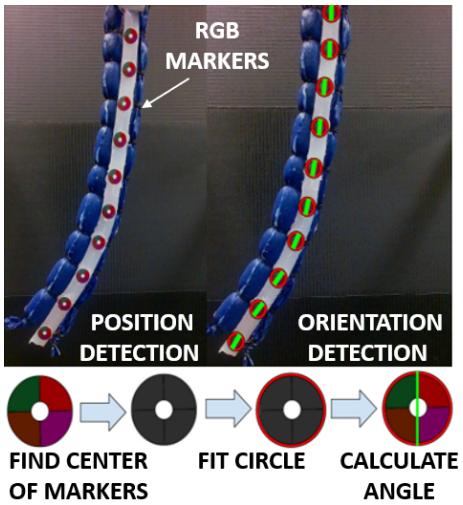


图5：**图像处理示例**（左）带有标记点的机械臂示例图像。（右）标记点的自动检测（红色圆圈）以及标记点的方向（红色圆圈内的绿色线条）。

作为期望值。期望压力通道通过 Arduino 发出的 PWM信号进行控制。该 PWM信号通过模拟转换电路转换为真正的模拟信号。

计算机视觉状态观测：为了计算软体机器人的姿态，必须知道各兴趣点的位置和方向。为此，我们沿着骨架的长度添加了十个带有四个颜色象限的圆形标记。首先，我们使用圆形霍夫变换，根据图像的灰度版本计算全部十个点的位置（图 5）。此功能通过 Image Processing Toolbox 中的 MATLAB 函数*imfindcircles* 实现。然后，我们确定了连接标记中心部分与全部颜色区域质心的四条线的旋转角度。由于颜色区域的顺序已知，我们利用这四个角度计算标记最终的旋转角度。与只使用一个颜色区域相比，使用四个颜色区域能使这种方法更不易受噪声影响。

A. 估计收缩

气动人工肌肉的力取决于收缩，而收缩可以根据骨架的曲率计算得到。我们可以推导出骨架的弧长、$L = r\theta$，以及执行器的弧长，$L(1-\varepsilon) = (r-d)\theta$，将其表示为曲率半径 r和收缩比 $\varepsilon = \Delta L/L$ （腔室收缩程度的无量纲表示）（图4）的函数。由于骨架与腔室2在物理上相连，因此它们必须共享相同的角度。这意味着我们可以在每个方程中求解 θ ，并将其从系统中消去：

$$\frac{L}{r} = \frac{L(1-\varepsilon)}{r-d} \rightarrow r - d = r(1-\varepsilon)$$

$$\boxed{r = \frac{d}{\varepsilon}} \text{ or } \boxed{\varepsilon = \frac{d}{r}}$$

利用该表达式，我们可以向系统施加已知压力，并求出骨架相应 հատված的曲率半径。曲率半径通过使用1987年提出的Pratt方法来确定，以找出与骨架曲率最佳拟合的圆[18]。

B. 实验结果

所提出的控制器实际上是一个无限维比例微分控制器。然而，从图像采集、数据处理到设置压力值，整个闭环大约需要 0.5 秒才能完成。这意味着，一旦这些变化能够反映到机器人上，任何关于角速度的信息都已不再适用。因此，在实际应用中，消除了对每个点角速度的依赖，使系统成为一个无限维比例控制器。

尽管控制器理论上会对 k_θ 的任何正值收敛，但我们希望最大化该值，以便控制器在合理的时间内收敛。为此，我们确定了优化问题中的 k_θ 项，在不过度超调的情况下最小化收敛时间。

一般来说，随着下界增大，收敛时间会缩短。然而，当下界接近10^6,时，超调开始成为一个重大问题。在进行的五次试验中，有两次软体机械臂花费了两分钟以上才收敛到期望形状。在系统确实以该下界收敛的情况下，软体机械臂相比任何其他试验都最快收敛到期望位置。然而，如果系统持续超调目标而陷入停滞，则将其视为控制器的一次失败。最终决定以精度换取收敛速度，并选择了 10^5 作为下界。

进行了多项测试，以展示控制器收敛到期望构型的能力。图 6 中的曲线显示，系统误差随时间逐渐减小，使误差向量的范数与期望构型之间的差值小于 0.15。该 0.15 的停止准则是根据计算机视觉系统的可靠性确定的。

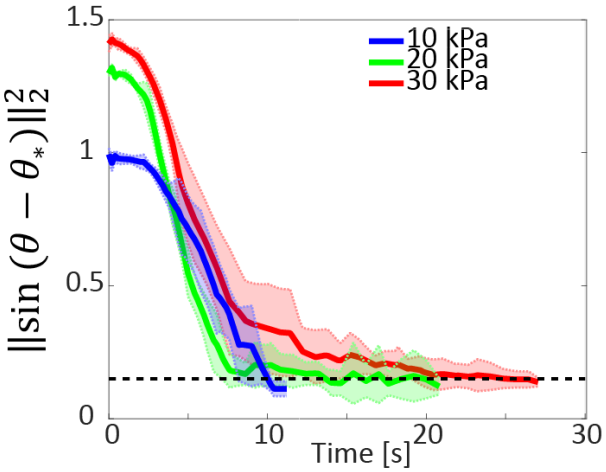


图6：**姿态收敛**角误差向量范数随时间变化的平均响应。在每种压力下进行了五次试验（蓝色 = 10kPa、绿色 = 20 kPa、红色 = 30 kPa），误差带表示随时间变化的均值的一个标准差。虚线表示停止标准。

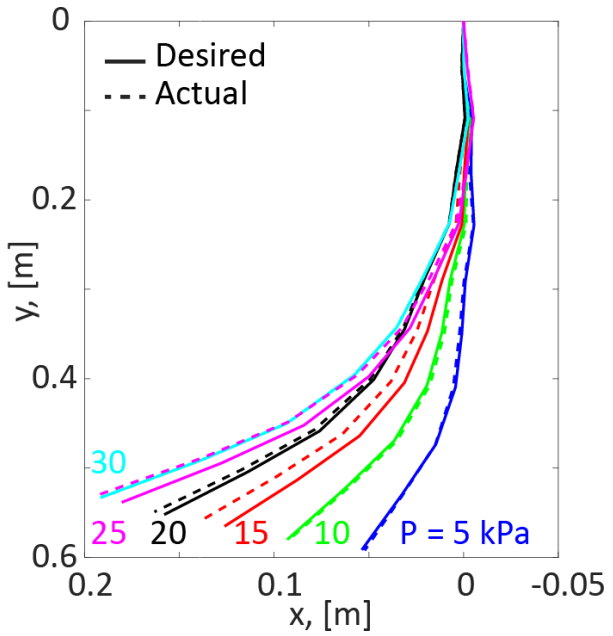


图7：**形状复现** 给定与已知压力相关的一个方向，偏微分方程控制器能够在压力为 5-30kPa 时复现机器人的形状

理论上，系统将保持在一个平面内固定不动。然而，微小的瑕疵会导致操纵器轻微扭转，尤其是在压力较高时。由于扭转造成的误差，我们采用了停止准则。

接下来，我们观察了控制器在一系列压力值下的表现，如图 7 所示。在所有压力范围内，找到的构型都与期望形状相当吻合。在低压力值下，实际构型几乎与期望构型完全相同。当压力高于 20 kPa 时，形状偏差会更大。我们将此归因于两个因素。首先，高压力下的扭转行为会导致计算机视觉估计出现误差。此外，大部分收缩发生在 0–20 kPa 之间，这意味着压力超过此范围后，达到停止准则时对应的压力与已知压力之间的偏差会更大。不过，在高压力端估计出的形状仍然是合理的形状估计。

总体而言，这些结果表明，在硬件中实现偏微分控制具有可行性。随着更复杂的计算机视觉方法和经过微调的模型不断发展，我们有望可靠地展示利用该技术控制各种软体机器人的能力。

V. 结论

在这项工作中，我们实时展示了使用有限数量的执行器进行偏微分方程反馈控制，以实现平面软体机器人的形状控制的有效性。为此，我们介绍了简化版的 Cosserat杆理论，制造了一个双腔室气动软体机器人，并开发了一种计算机视觉算法来观测系统的状态。在未来的工作中，我们计划证明该控制器适用于其他气动执行器，并将研究结果扩展到三维空间。

VI. 致谢

我们谨向圣母大学的 Adam Czajka 致谢，感谢他在计算机视觉方面提供的帮助。

参考文献

[1] D. Rus 和 M. Tolley，《软体机器人的设计、制造与控制》，《自然》，第 521 卷，第 467–75 页，2015 年 5 月。[2] I. Robert J. Webster 和 B. A. Jones，《恒曲率连续体机器人的设计与运动学建模：综述》，《国际机器人研究杂志》，第 29 卷，第 13 期，第 1661–1683 页，2010 年。

[ ] 10 1177 0278364910368147 在线。可访问：

[3] https://doi.org/ 。/ F. Janabi-Sharifi、A. Jalali 和 I. D. Walker，《腱索驱动连续体机器人的基于Cosserat杆的动力学建模：教程》，《*IEEE Access*》，第 9 卷，第 68 703–68 719 页，2021 年。[4] M. S. Xavier、A. J. Fleming 和 Y. K. Yong，《软体流体执行器的有限元建模：概述与最新进展》，《*Advanced Intelligent Systems*》，第 3 卷，第 2 期，文章编号 2000187，2021 年。[在线]。可访问：

202000187 https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/ aisy。[5]

C. Duriez，《基于实时有限元法的弹性软体机器人的控制》，载于*2013 I EEE*国际机器人与自动化会议，2013 年，第 3982–3987 页。[6] O. Goury 和 C. Duriez，《利用模型降阶实现软体机器人的快速、通用且可靠的控制与仿真》，《机器人汇刊》，第 34 卷，第 6 期，第 1565–1576 页，2018 年 12 月。 [在线]。可访问：https://doi.org/

10 1109 2018 2861900 。/

[7] TRO。C. Della Santina、C. Duriez 和 D. Rus，《软体机器人的基于模型控制：技术现状综述与开放挑战》，2021 年 10 月。[8] J. C. Simo 和 L. Vu-Quoc，《大幅运动杆件的空间动力学——一种几何精确方法》，《计算机方法在应用力学与工程中的应用》，第 66 卷，第 2 期，第 125–161 页，1988 年。[9] J. Wang 和 A. Chortos，《软体机器人系统的控制策略》，《*Advanced Intelligent Systems*》，第 4 卷，第 5 期，文章编号 2100165，2022 年。[在线]。可访问：https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/ aisy。

202100165

[10] T. Zheng 和 H. Lin，《软体机械臂的基于偏微分方程的动态控制与状态估计》，2022 年。 [在线]。可访问：https://arxiv.org/abs/2203.13724[11]D. C. Rucker 和 R. J. Webster III，《具有一般腱索布置和外部载荷的连续体机器人的静力学与动力学》，《*IEEE*机器人汇刊》，第 27 卷，第 6 期，第 1033–1044 页，2011 年。

[12] F. Renda、M. Giorelli、M. Calisti、M. Cianchetti 和 C. Laschi，《由缆索驱动的多弯曲软体机械臂的动力学模型》，《*IEEE*机器人汇刊》，第 30 卷，第 5 期，第 1109–1122 页，2014 年。[13] T. Zheng 和 H. Lin，《软体机械臂的基于偏微分方程的动态控制与状态估计》，载于*2022*年第*61*届*IEEE*决策与控制会议（*CDC*）。IEEE，2022 年。[14] J. Till、V. Aloi 和 C. Rucker，《基于Cosserat杆模型的软体机器人和连续体机器人的实时动力学》，《国际机器人研究杂志》，第 38 卷，第 6 期，第 723–746 页，2019 年。[15] S. Antman，《弹性的非线性问题》。Springer Science & Business Media，2005 年，第 107 卷。[16] N. Naclerio 和 E. Hawkes，《简易、低滞后、可折叠的织物气动人工肌肉》，《*IEEE*机器人与自动化快报》，第 PP 卷，第 1–1 页，2020 年 2 月。[17] J. D. Greer、T. K. Morimoto、A. M. Okamura 和 E. W. Hawkes，《串联气动人工肌肉（SPAM）及其在软体连续体机器人中的应用》，*IEEE*国际机器人与自动化会议：*ICRA*：*[*会议论文集*]*。*IEEE*国际机器人与自动化会议，第 2017 卷，第 5503—5510 页，2017 年。[ ] 5786173 在线。可访问：https://europepmc.org/articles/PMC [18] V. Pratt，《代数曲面的直接最小二乘拟合》，Vaughan Pratt，1987 年 4 月。 [在线]。可访问：http://boole.stanford.edu/pub/ fit.pdf