arXiv:2304.04568v1 [physics.comp-ph] 10 Apr 2023

基于电容性闭环耦合的蔡氏电路系统同步控制研究

Jiyuan Zhang[1]、* and Xiao-Yun Wang[1,2,†]1兰州理工大学物理系，中国兰州 730050 2兰州大学理论物理中心、甘肃省理论物理重点实验室，中国甘肃兰州 730000

非线性电路的同步控制在许多领域都具有重要意义。本文采用电容器对具有相同电路参数和不同初始条件的三个双涡旋吸引子蔡氏电路进行闭环耦合，并研究了相应的同步过程和同步效应。研究发现，对于电容器而言，闭环耦合能够使三个蔡氏电路完全同步。此外，还存在一个可计算的临界耦合强度 $\delta^C_{临界}$，当耦合强度介于临界耦合强度 $\delta^C_{临界}$与上限耦合强度 δ^C_{max}之间时，三个电路能够非常快速地实现完全同步。此外，结果表明，单向耦合无法使电路系统实现完全同步。最后，我们还通过电路仿真实验验证了计算结果的正确性。

I. 引言

在传统电路理论中，电路通常分为两大类：线性电路和非线性电路。事实上，不存在严格意义上的线性电路，它只是在特定工作点附近表现出近似线性的特性。因此，对非线性电路的研究尤为重要。非线性电路是包含非线性元件的电路。随着电子技术的发展，出现了许多高度非线性的电子器件，例如忆阻电阻 [1, 2],非线性二极管 [3], 等。这使得由这些器件组成的非线性电路广泛应用于电子电路中，也使大量非线性现象出现在电子电路中，例如自激振荡、可能的周期运动 [4]和混沌 [5, 6]。那么，这些非线性现象在实际应用中是有益的还是有害的？它们是否具有可利用的价值？以混沌现象为例，混沌系统的不可预测性和对初始值的敏感性使得人们难以完全控制混沌现象。然而，混沌现象的控制可以应用于许多场景，例如安全通信[7], 信息处理[8], 甚至生物神经元分析[9——11] 这些领域都希望对混沌现象进行控制。L. M. Pecora和T. L. Carroll 提出了一种利用主稳定函数分析相同混沌系统的方法 [12——14]。蔡氏电路是一种简单的非线性电子电路设计，可以表现出标准混沌理论行为[15]。蔡氏电路可以通过数学方法进行精确建模，并被视为“混沌系统的范例”。因此，从蔡氏电路的同步控制入手，进一步研究混沌控制可能是一个不错的选择。

近年来，人们提出了许多控制蔡氏电路的方法。作为蔡氏电路的创始人，L. O. Chua 等人首次通过实验研究了蔡氏电路之间的同步[16]。时滞反馈控制器[17] 和自适应反馈控制器[16]实现的混沌控制，如今也是主流控制方法。通过改进基本蔡氏电路并研究其中的脉冲同步和相位同步[19, 20], , 人们提出了一些使蔡氏电路能够自我调节的方法。在实践中，大多数非线性电路模型都是系统形式，而蔡氏电路只能被视为系统中的一个单元。因此，通过激活不同电路模块之间的耦合通道，可以使它们相互调节。这种方法更贴近实际情况。

基于这一思想，文献 [21] 通过在两个蔡氏电路之间激活电容耦合通道，并利用电容器储存能量的特性，成功实现了对两个蔡氏电路的同步调节。同样，文献 [22] 研究了通过电感器耦合的两个蔡氏电路之间的同步；文献 [23] 研究了通过热敏电阻耦合的两个蔡氏电路之间的同步。研究发现，这些非线性元件对两个蔡氏电路之间具有良好的调制作用，并提出了耦合强度这一概念，用于表征不同元件对两个电路之间耦合能力的大小 [21–23]。更进一步，通过忆阻电阻或其他非线性元件组合进行耦合，也可以实现相同的控制效果 [24–26]。基于这些研究基础，文献 [27]研究了由五十个具有不同非线性元件、以单向方式耦合的蔡氏电路组成的电路系统的同步。结果表明，不同元件对应的耦合强度在数值上存在显著差异，并且耦合强度直接决定了电路之间的同步效应。对于所耦合电路数量大于或等于三个的系统，控制方法可分为开环控制（无反馈控制）或反馈控制来实现。前述单向耦合属于一种无反馈控制。事实上，与无反馈控制相比，反馈控制能够使系统状态脱离混沌运动，并进入任意期望的静止点。这使得多电路系统更容易实现完全同步。因此，本文在前人研究的基础上，提出了一种利用反馈控制基本思想对多个非线性电路进行闭环耦合的方法，并通过计算对此进行了证明。

本文的主体分为以下几个部分

* jyuanzhang@yeah.net
† xywang@lut.edu.cn

部分：首先，在第 II节中，我们从一个基本的蔡氏电路入手，通过电容式闭环将其与三个蔡氏电路进行同构耦合，并给出相应的电路方程以及无量纲方程。同时给出了后续计算所选取的参数。其次，在第 III节中，我们固定蔡氏电路参数，并给出三个蔡氏电路各自不可逾越的初始条件。在此基础上，通过调整电路之间的耦合强度，计算了这些电路通过闭环电容连接时的同步过程和同步效应，并将结果与单向耦合的同步结果进行比较，得出了闭环耦合的优势。在第 IV节中，我们搭建了一个仿真电路，并观察实验结果，以进一步证明该理论的可行性和数值真实性。最后，在第 V节中给出总结。

II. 电路模型

A. 蔡氏电路及参数选择

蔡氏电路是最简单的一类非线性电路，其电路方程为：

$$\begin{cases} C_1\frac{dV_{C_1}}{dt} = \frac{V_{C_2}-V_{C_1}}{R} - f(V_{C_1}) \\ C_2\frac{dV_{C_2}}{dt} = \frac{V_{C_1}-V_{C_2}}{R} + i_L \\ L\frac{di_L}{dt} = -V_{C_2} \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$f(V_C) = G_aV_C + 0.5(G_a - G_b)(|V_C + E| - |V_C - E|) \tag{2}$$

是蔡氏非线性二极管的特性函数。其中G_a、G_b和E 均为常数，且都是元件本身的特性参数。通过对蔡氏电路进行比例变换 [28]

$$\begin{aligned} &x = \frac{V_{C_1}}{E}, y = \frac{V_{C_2}}{E}, z = \frac{i_LR}{E}, \tau = \frac{t}{RC_2} \\ &m_0 = RG_a, m_1 = RG_b, \alpha = \frac{C_2}{C_1}, \beta = \frac{C_2R^2}{L} \end{aligned} \tag{3}$$

可得到单个蔡氏电路的无量纲动力学方程 [15]

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha[y - x - f(x)] \\ \dot{y} = x - y - z \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \tag{4}$$

其中

$$f(x) = m_1x + 0.5\,(m_0 - m_1)\,(|x + 1| - |x - 1|) \tag{5}$$

蔡氏电路的参数选为[16]

$$\begin{aligned} &C_1 = 10\text{nF}, C_2 = 100\text{nF}, E = 1V, L = 18.75\text{mH} \\ &G = \frac{1}{R} = 0.599\text{mS}, G_a = -0.76\text{mS}, G_b = -0.41\text{mS} \end{aligned} \tag{6}$$

相应的无量纲参数为

$$\alpha = 10, \beta = 14.87, a = -1.27, b = -0.68 \tag{7}$$

这组参数会使蔡氏电路产生混沌，我们后续的计算、仿真和讨论均基于这些参数。

在后续研究中，我们将讨论通过电容对三个蔡氏电路的“x”输出进行闭环耦合，并探讨电路之间的同步过程。

B. 电容闭环耦合

首先，三个蔡氏电路通过电容器C_c （图 1）。电路方程为：

$$\begin{cases} C_{11}\frac{dV_{C_{11}}}{dt} = \frac{V_{C_{12}}-V_{C_{11}}}{R_1} - f(V_{C_{11}}) + i_1^C - i_3^C \\ C_{12}\frac{dV_{C_{12}}}{dt} = \frac{V_{C_{12}}-V_{C_{12}}}{R_1} + i_{L_1} \\ L_1\frac{di_{L_1}}{dt} = -V_{C_{12}} \\ C_{21}\frac{dV_{C_{21}}}{dt} = \frac{V_{C_{22}}-V_{C_{21}}}{R_2} - f(V_{C_{21}}) + i_2^C - i_1^C \\ C_{22}\frac{dV_{C_{22}}}{dt} = \frac{V_{C_{21}}-V_{C_{22}}}{R_2} + i_{L_2} \\ L_2\frac{di_{L_2}}{dt} = -V_{C_{22}} \\ C_{31}\frac{dV_{C_{31}}}{dt} = \frac{V_{C_{32}}-V_{C_{31}}}{R_3} - f(V_{C_{31}}) + i_3^C - i_2^C \\ C_{32}\frac{dV_{C_{32}}}{dt} = \frac{V_{C_{32}}-V_{C_{32}}}{R_3} + i_{L_3} \\ L_3\frac{di_{L_3}}{dt} = -V_{C_{32}} \end{cases} \tag{8}$$

耦合电容中的电流为i_1^C 、i_2^C 、i_3^C 。由于电容器在电路中会不断充电和放电，因此也称为反馈电流。电容器会向与其连接的蔡氏电路施加反馈电流。其具体形式为：

$$\begin{cases} i_1^C = C_{c_1}\left(\dot{V}_{C_{21}} - \dot{V}_{C_{11}}\right) \\ i_2^C = C_{c_2}\left(\dot{V}_{C_{31}} - \dot{V}_{C_{21}}\right) \\ i_3^C = C_{c_3}\left(\dot{V}_{C_{11}} - \dot{V}_{C_{31}}\right) \end{cases} \tag{9}$$

其中 C_{c_k}，（$k = 1, 2, 3$）是耦合电容器的电容。类似地，通过式（3）的量纲变换，可以得到通过闭环电容器耦合的系统的无量纲方程。

$$\begin{cases} \dot{x_1} = \alpha_1[y_1 - x_1 - f(x_1)] + \delta_1^C(\dot{x_2} - \dot{x_1}) - \delta_3^C(\dot{x_1} - \dot{x_3}) \\ \dot{y_1} = x_1 - y_1 - z_1 \\ \dot{z_1} = -\beta_1 y_1 \\ \dot{x_2} = \alpha_2[y_2 - x_2 - f(x_2)] + \delta_2^C(\dot{x_3} - \dot{x_2}) - \delta_1^C(\dot{x_2} - \dot{x_1}) \\ \dot{y_2} = x_2 - y_2 - z_2 \\ \dot{z_2} = -\beta_2 y_2 \\ \dot{x_3} = \alpha_3[y_3 - x_3 - f(x_3)] + \delta_3^C(\dot{x_1} - \dot{x_3}) - \delta_2^C(\dot{x_3} - \dot{x_2}) \\ \dot{y_3} = x_3 - y_3 - z_3 \\ \dot{z_3} = -\beta_3 y_3 \end{cases} \tag{10}$$

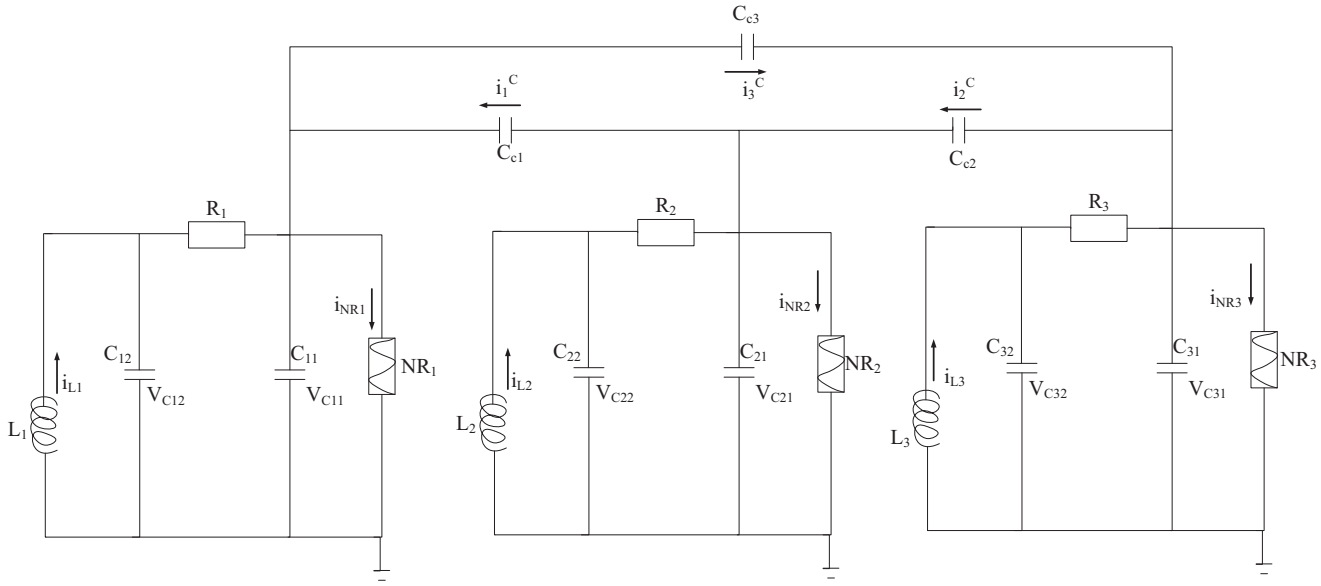

图 1. 三个蔡氏电路的电容闭环耦合示意图

其中，δ_1^C 、 δ_2^C 、 δ_3^C 为电容耦合中的耦合常数，定义为[21]

$$\delta_k^C = \frac{C_{c_k}}{C_{k1} + 2C_{c_k}} \quad k = 1, 2, 3 \tag{11}$$

通过改变蔡氏电路输出端的电容值和耦合电容的值，可以改变电容耦合强度。此外，反馈电流本身也随时间变化。耦合强度还直接决定电路能否彼此同步。

接下来，我们将详细讨论三个蔡氏电路通过电容器闭环耦合时的同步过程。

III. 数值结果

A. 同步控制函数讨论

通过为无量纲方程组设置不同的初始条件和参数，可以调节蔡氏电路的输出、振荡和非线性特性。在后续讨论中，我们统一将方程（7）中的参数选作无量纲方程中的系数。这样一组参数使蔡氏电路能够激发出如图 2 所示的双涡旋吸引子。利用控制变量，我们为所讨论的三个蔡氏电路设置不同的初始条件，如下：$[x_1(0), y_1(0), z_1(0)] = [0.5, 0.1, 0.1]$ ，$[x_2(0), y_2(0), z_2(0)] = [0.1, 0.5, 0.1]$, $[x_3(0), y_3(0), z_3(0)] = [0.1, 0.1, 0.5]$

首先，我们讨论采用不同储能元件进行闭环耦合时，三个蔡氏电路是否能够实现同步。我们使用两个电路之间的误差函数来表征它们之间的同步程度。误差函数定义为[29, 30]:

$$E_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \tag{12}$$

其中，i、j 分别是两个不同蔡氏电路的序号，且 $i \neq j$。E_{ij} 表示i号电路与j号电路之间的同步误差。我们认为，当$E_{ij} \to 0$时，两个蔡氏电路完全同步。三个蔡氏电路作为一个整体实现完全同步的条件是任意两个电路彼此同步。

对于三个蔡氏电路的电容性闭环耦合。首先我们设定耦合强度 $\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = 0.1$。耦合电容器的对应电容值$C_{c_1} = C_{c_2} = C_{c_3} = 1.25$ nF。此时三个电路之间的误差演化如图 3 所示。

可以看出，电容值为 1.25nF ($\delta_3^C = 0.1$) 不允许三个蔡氏电路实现完全同步。然而，当我们将耦合强度 $\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = 0.2 (C_{c_1} = C_{c_2} = C_{c_3} = 3.33$ nF) 和 $\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = 0.4 (C_{c_1} = C_{c_2} = C_{c_3} = 20$ nF) 时，误差演化如图4所示。最终，任意两个电路之间的误差函数趋于零。此时，我们认为三个蔡氏电路在耦合强度$\delta^C = 0.2$和 $\delta^C = 0.4$ 下可以实现完全同步。

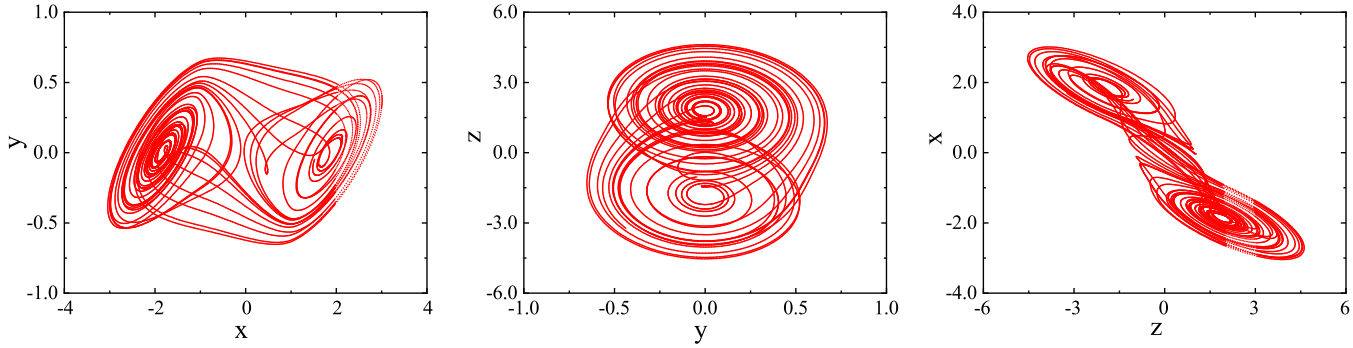

图 2. 参数设置为方程（7）的蔡氏电路双涡旋吸引子。

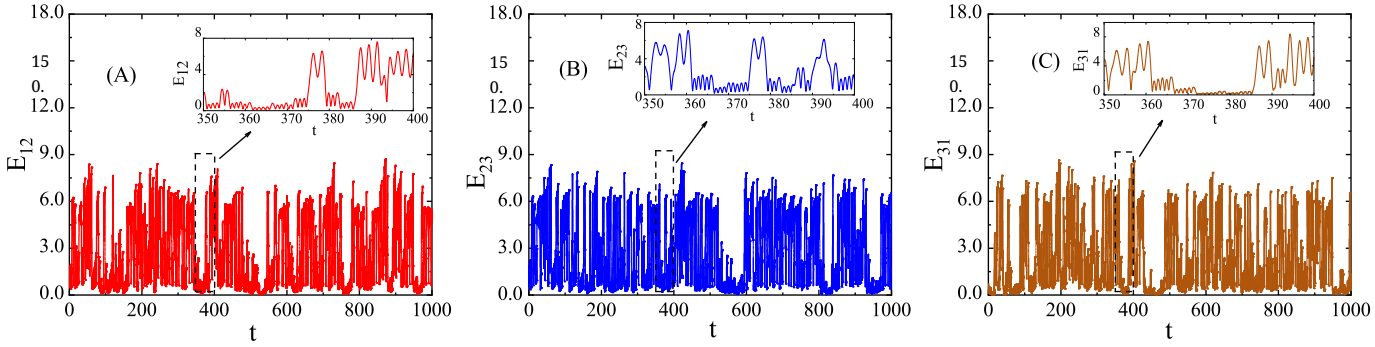

图 3. 通过闭环电容耦合的电路之间同步误差随耦合强度 $\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = 0.1$ 的变化。

然而，通过电容闭环耦合的三个蔡氏电路是否存在一个能够使其精确同步的耦合强度阈值？答案是肯定的。我们计算了系统在某个时间序列中的误差总和最大值 $\sum E_{Max}$，并找到了这一耦合强度阈值 δ^C 临界值（图 5）。我们还发现，该耦合强度阈值会随电路参数和初始条件的变化而变化。也就是说，对于不同的蔡氏电路，使其完全同步所需的耦合强度阈值各不相同。本文选择了一个对应于耦合强度阈值δ^C 临界值= 0.2 的蔡氏电路。然而，对于电容耦合，耦合强度的上限受方程（11）限制。电容耦合的耦合强度最大值为 $\delta_{max}^C = \lim_{C_c\to\infty} = 0.5$（图 6）。因此，当 $\delta^C \in [\delta^C$ 临界值$, \delta_{max}^C]$ 被选取时，三个蔡氏电路可以完全同步；当 $\delta^C \in [0, \delta^C$ 临界值$]$ 被选取时，三个蔡氏电路无法完全同步。

事实上，当我们通过闭环电容耦合三个蔡氏电路时，如果其中一个耦合强度未达到同步阈值，我们也可以通过适当调整其他耦合强度参数，使三个电路完全同步。例如，我们将耦合强度设为 $[\delta_1^C, \delta_2^C, \delta_3^C] = [0。1, 0。45]$，其中$\delta_1^C < \delta^C$ 临界。然而，误差演化图（图7）显示，三个蔡氏电路最终实现了同步在同一短时间内完成。这是单向耦合无法实现的。

B. 闭环耦合优势分析

我们考虑三个电路参数相同、初始条件不同的蔡氏电路（参数和初始状态与第IIIA节中讨论的相同）。这三个蔡氏电路均处于混沌状态，并可激发双涡旋吸引子。我们使用电容器对这三个蔡氏电路进行单向耦合和闭环耦合，并讨论不同耦合方式下三个电路的同步情况。后续讨论中，我们选择的耦合强度相同，即 $\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = \delta^C$。

我们分别讨论使用电容器对三个蔡氏电路进行单向耦合和闭环耦合的情况。我们将耦合强度分别设为 $\delta^C = 0。3$ 和$\delta^C = 0。48$，电路耦合误差的演化图如图9和图10所示。

当 $\delta^C = 0.3$ 时，三个电路完全不可能实现同步（见图 9 (A)、(B)、(C)）；当 $\delta^C = 0.48$ 时，只能在部分时间段内实现某两个电路之间的近似同步，但仍存在一定误差（见图 10 (A)、(B)、(C)）。而且这种近似同步无法持续太久，

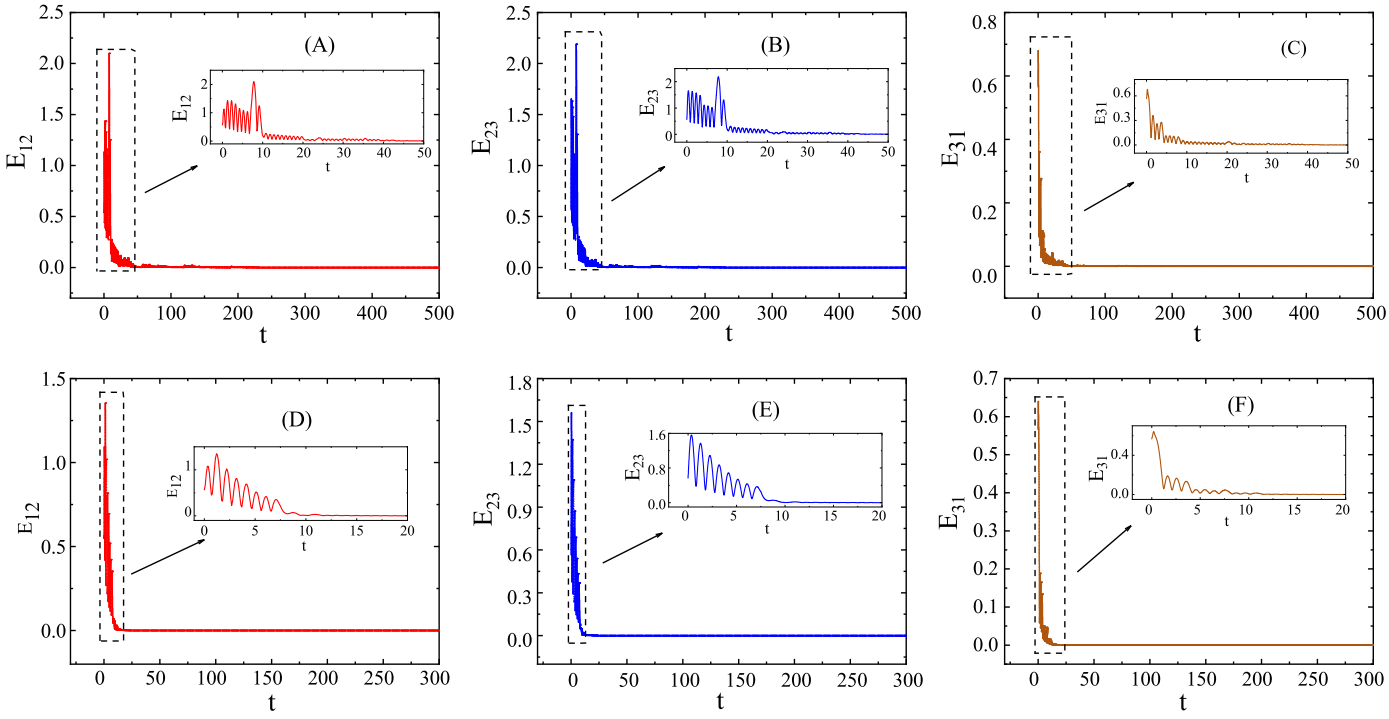

图 4.(A)、(B)、(C)是在 $\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = 0.2$ 时电路之间同步误差的演变；(D)、(E)、(F) 是在$\delta_1^C = \delta_2^C = \delta_3^C = 0.4$ 时电路之间同步误差的演变。

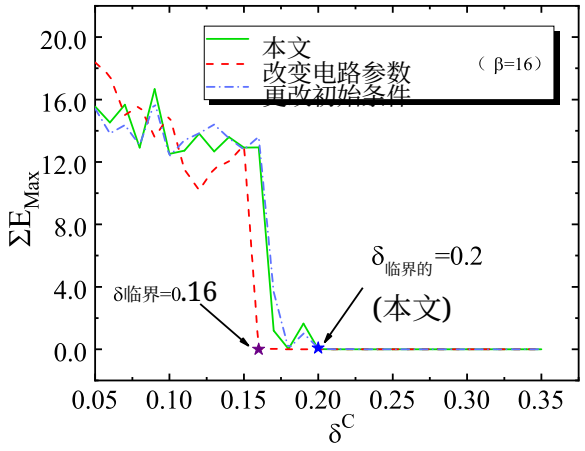

图 5. 给定时间序列中系统的最大误差 $\sum E_{Max}$ 与耦合强度 δ^C 临界值之间的关系。绿色实线对应于参数 [7]，即本文所选蔡氏电路的参数；红色虚线对应于原始参数中 $\beta = 14$的变化。87到 $\beta = 16$；蓝色点划线对应于原始初始条件变为 $[x_1(0)、\ y_1(0)、\ z_1(0)] = [0。5，\ 0。5，\ 0。5]$。

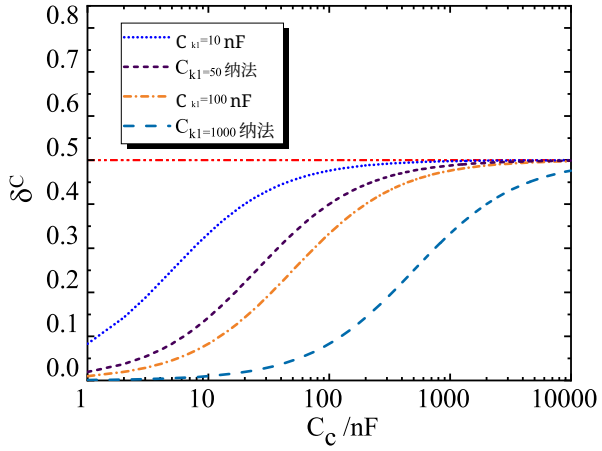

图 6. 电容耦合强度随耦合电容值变化的规律。值得注意的是，无论输出端电容C_{k1} 的值是多少，随着耦合电容C_c 值的增大，耦合强度的最大值为 $\delta_{max}^C = 0.5$ 。

之后又会变为不同步。由于电容耦合强度的定义受到限制，$\delta^C < \delta_{max}^C = 0.5$。因此，我们可以认为，电容的单向耦合无法使三个蔡氏电路完全同步。同样，我们计算了总和

单向耦合下系统误差的最大值 $\sum E_{Max}$（图 8）。结果表明，通过电容器对蔡氏电路进行单向耦合时，无论耦合电容值多大，都无法实现完全同步。

当使用三个蔡氏电路的电容闭环耦合时，我们选择相同的参数 $\delta^C = 0.3$ 和

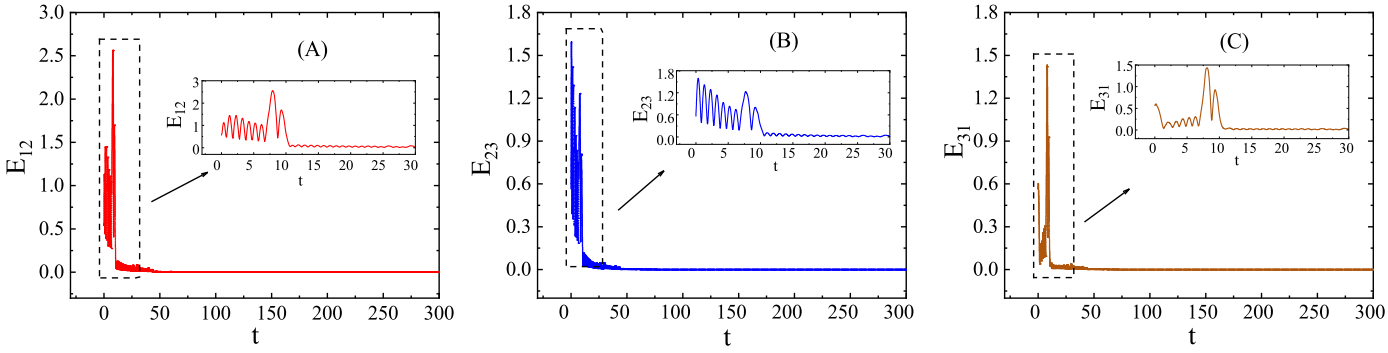

图 7。电容性闭环耦合的特殊结果：存在一种耦合强度，未达到可同步耦合强度的阈值 $\delta^{C}{}_{临界值}$（耦合强度为 $[\delta_1^C, \delta_2^C, \delta_3^C]$ = [0.1、0.4、0.45]，和 $\delta_1^C = 0.1 < \delta^{C}{}_{临界值}$）。

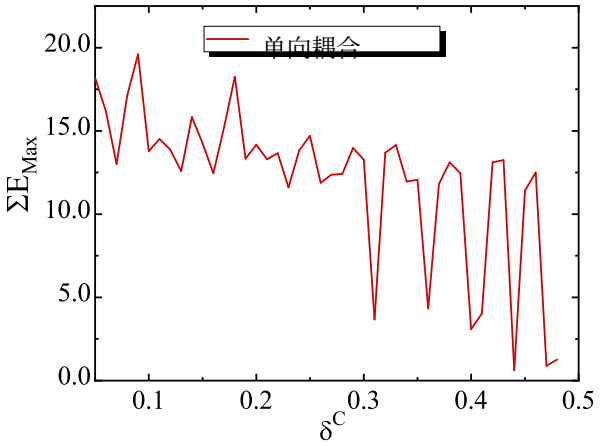

图 8。单向耦合下，系统最大误差随耦合强度的变化趋势。总误差始终振荡，无法收敛至零。因此，单向耦合无法使三个蔡氏电路实现同步。

δ^C = 0。48. 同步情况如图 9(D)、(E)、(F) 和图 10 (D)、(E)、(F) 所示。可以看出，两种耦合强度都能使三个蔡氏电路完全同步。事实上，我们在第 IIIA 节中计算得出，对于通过闭环电容器耦合的蔡氏电路系统，当耦合强度满足 $\delta^C > \delta^{C}{}_{临界}$时，整个电路系统可以完全同步。耦合强度 d 的临界值取决于所选蔡氏电路的基本电路参数。

因此，闭环耦合的优势在于：如果可用的电路元件仅限于电容器，单向耦合无法使两个以上的蔡氏电路实现完全同步。采用闭环耦合时，整个电路系统只需较小的电容值即可实现完全同步，其整体效率远高于单向耦合。

这是因为，与单向耦合相比，闭环耦合本质上是一个额外的负反馈回路。蔡氏电路本身具有非线性特征，而负反馈回路可以降低程度

通过调节电压或电流来改变系统的非线性特性，使其更加稳定。在没有负反馈回路的情况下，由三个蔡氏电路组成的系统将是不稳定的，输出信号的频率和振幅会随时间变化。然而，加入负反馈回路后，可以通过调节反馈系数来控制输出信号的频率和振幅，使其稳定在特定值附近。具体而言，负反馈回路将混沌电路的输出信号与输入信号进行比较，然后放大二者之间的差值，并将其反馈输入混沌电路。该反馈作用抑制了混沌电路的不稳定性，使其输出信号稳定在特定范围内。

IV. 电路仿真实验

在前文中，我们计算了采用电容闭环耦合对三个蔡氏电路进行同步控制的数值结果。本节将通过仿真实验进一步验证蔡氏电路之间的同步。

我们使用电路仿真软件搭建了三个蔡氏电路通过电容闭环耦合的仿真图（见附录。A）。电路元件参数取为式（7）所示。电路仿真结果如图13 所示。结果证实，在该参数下，蔡氏电路具有混沌特性，并能激发双涡旋吸引子。

随后，我们观察三个电路的同步情况。采用电容耦合时，选取耦合电容C_c = 3。33nF，并使用四通道示波器观察三个电路的 x 输出时间序列（见图 12）。可以看到，三条曲线逐渐重合，这也意味着三个蔡氏电路逐渐实现完全同步。我们还可以对 x 输出的时间序列进行数值计算。耦合电容C_c = 3。33 nF 对应的耦合强度为 δ^C = 0。2，数值结果如图11 所示。数值结果与实验结果总体一致。

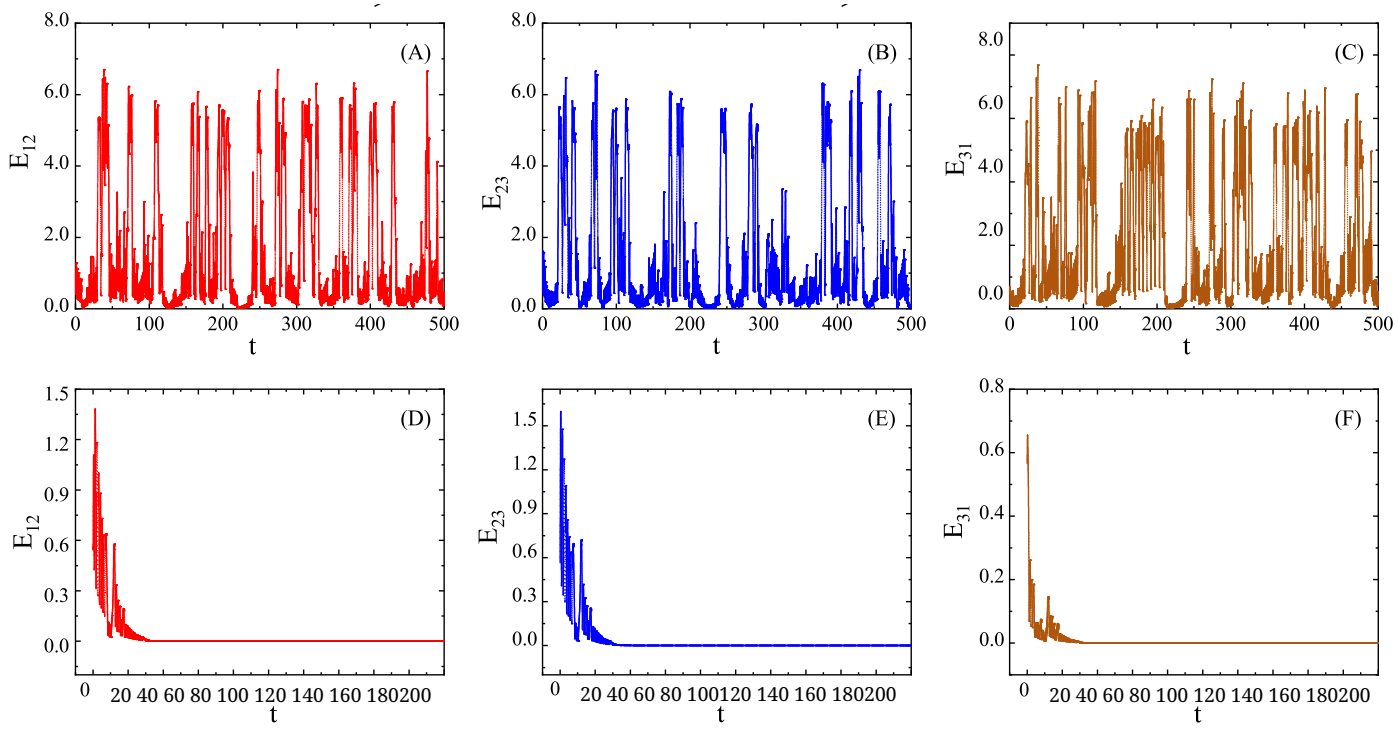

图 9。在相同的三个蔡氏电路和相同的耦合强度 $\delta^C = 0.3$ 下，(A)、(B)、(C) 为通过电容器进行单向耦合时电路之间的同步误差；(D)、(E)、(F) 为通过电容器进行闭环耦合时电路之间的同步误差。

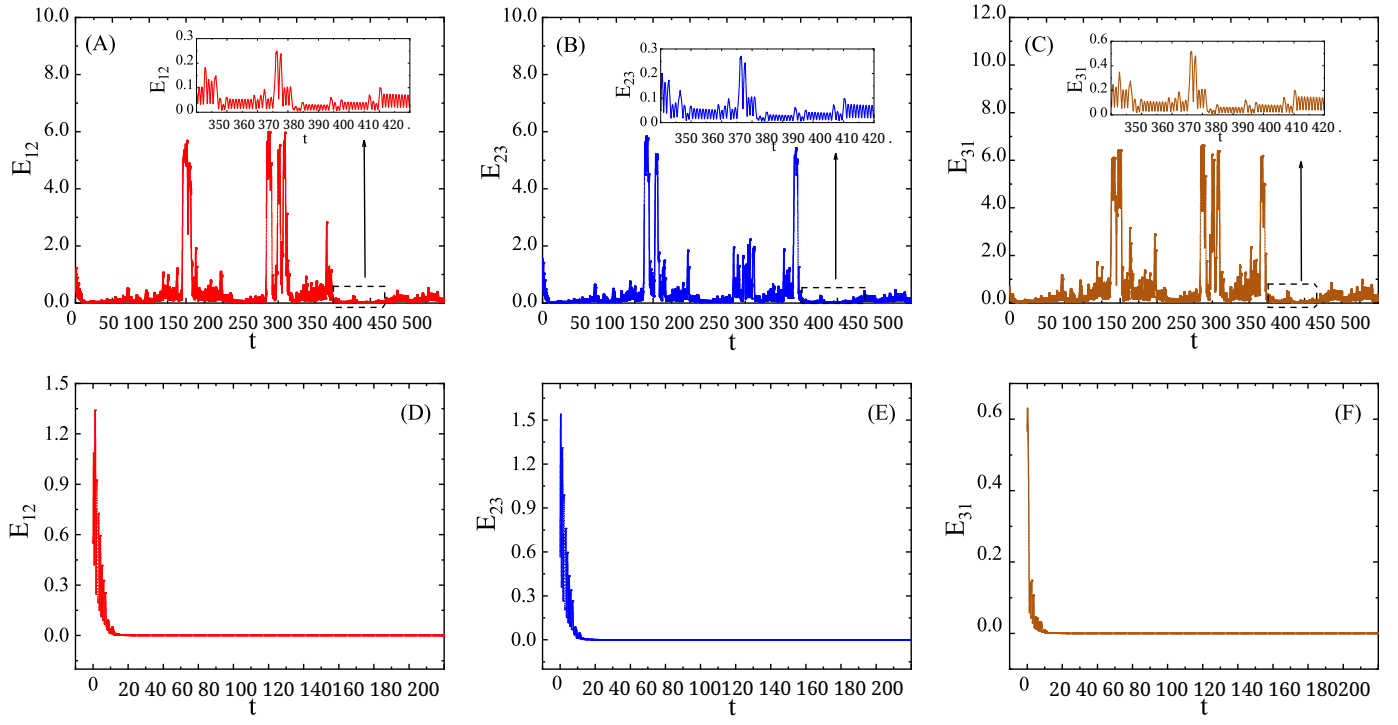

图 10。在相同的三个蔡氏电路和相同的耦合强度 $\delta^C = 0.48$ 下，(A)、(B)、(C) 为通过电容器进行单向耦合时电路之间的同步误差；(D)、(E)、(F) 为通过电容器进行闭环耦合时电路之间的同步误差。

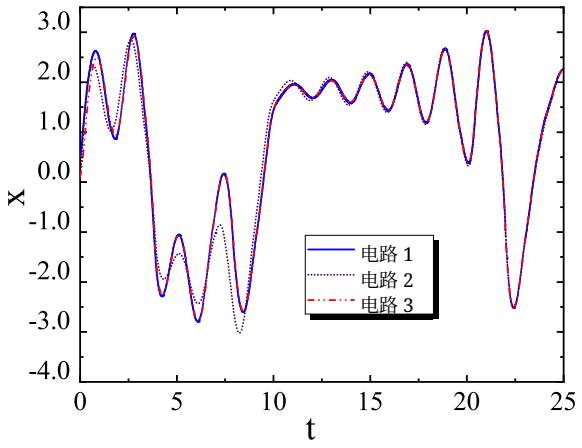

图 11. 绘出了蔡氏电路“*x*”侧输出的时间序列演化。结果表明，由于为各电路设定的初始值不同，三个电路的时间序列在开始时并不重合。然而，随着时间推移，三个电路“*x*”侧的输出逐渐重合，这也意味着这三个蔡氏电路实现了同步。

基于实验结果，我们进一步确定了通过闭环耦合蔡氏电路实现完全同步的可行性及其优势。

V. 总结

本文研究了三个蔡氏电路通过电容进行闭环耦合时的同步过程。考虑了具有相同电路参数和不同初始条件的三个蔡氏电路；它们处于混沌状态，并且能够激发双涡旋吸引子。从电容闭环耦合的电路方程出发，构建了一个无量纲系统方程，这是后续数值计算的关键。

之后，我们计算了电容耦合时三个电路实现完全同步的可行性，以及闭环耦合的优势。通过计算系统在某一时间序列中的最大总误差 $\sum E_{Max}$随耦合强度的变化，确定了电容性闭环耦合的耦合强度阈值 $\delta^{C}{}_{临界}$。当耦合强度 $\delta^{C} \in [\delta^{C}{}_{临界}, \delta^{C}_{max}]$时，电容性闭环耦合可以使三个蔡氏电路完全同步，而 $\delta^{C} \in [0, \delta^{C}{}_{临界}]$ 则无法使电路同步。还发现，无论耦合强度取何值，电容性单向耦合都不能使电路完全同步。特别是，如果三个耦合参数中的一个 $\delta^{C} \in [0, \delta^{C}{}_{临界}]$, 另一个 $\delta^{C} \in [\delta^{C}{}_{临界}, \delta^{C}_{max}]$ 取适当值，也可以使电路完全同步。这是电容性闭环耦合相较于其他耦合方法的优势。

最后，我们观测了该系统在*x* 输出端的时间序列。三个电路通过电路仿真实验，并再次将其与数值结果进行比较。进一步验证了使用电容进行闭环耦合的蔡氏电路的可行性和正确性。这也为非线性电路的同步控制提供了一种新的耦合方法。

致谢

本研究得到国家自然科学基金项目（批准号：12065014和12047501）以及甘肃省自然科学基金项目（批准号：22JR5RA266）的资助。感谢中国科学院西部之光基金项目（批准号：21JR7RA201）的支持。

[1] B.C. Bao，C.Liu，J. P. Xu。“忆阻器混沌振荡器的动力学分析。忆阻器混沌振荡器的动力学分析”，《物理学杂志》。**593**，785 -3793（2010）。[2] F. H.Min，C. Li，L.Zhang，等。“具有降维特性的忆阻器系统的初值相关动力学分析及其通过自适应滑模控制方法实现的混沌同步”，《中国物理学杂志》。**58**（2019）。[3] X.M. Wang，J. Z. He，X.He，等。“由非线性二极管系统构成的不可逆发动机的性能特征”，《物理学杂志》。**59**，4460- 4465（2010）。[4] Y. Xu。“单结晶体管二阶 RLC 串联电路中的周期分岔与混沌运动”，《物理学杂志》。100 - 103（1985）。[5] X. F.Zhang，Z. Y.Chen，Q. S.Bi，等。“非线性电路中从规则运动模式到混沌吸引子的演化”，《物理学杂志》。**59**，3057 - 3065（2010）。[6] D.Cafagna，G. Grassi。“分数阶Chua电路：时域分析、分岔、混沌行为及混沌检验”，《国际分岔与混沌杂志》。**18**，615639 2008-（）。[7] L.Zhou，F.Tan，F. Yu。“具有双层和多重混合网络的基于鲁棒同步的混沌安全通信方案”，《IEEE系统杂志》。**14**，2508 -2519（2019）。[8] Q.Xie，G. Chen，E. M. Bollt。“混合混沌同步及其在信息处理中的应用”，《数学与计算机建模》。**35**，145-163（2002）。[9] S. Nobukawa，H.Nishimura。“神经系统中的混沌同步”，《应用数学与统计学前沿》。**6**，19（2020）。[10] D.Ghosh，S.Banerjee。“从单个混沌时间序列中进行基于同步的多参数估计的自适应方案及其应用”，《物理评论 E》。**78**，056211（2008）。[11] D.Ghosh，S. Banerjee。“具有完全未知参数的新型超混沌系统的投影同步”，Nonlinear Dynamics。**61**，11 -21（2010）。[12] L. M. Pecora，T.L. Carroll。“混沌系统中的同步”，《物理评论快报》。**64**，821（1990）。[13] M. Barahona，L.M. Pecora。“小世界系统中的同步”。《物理评论快报》。**89**，054101（2002）。[14] L.M. Pecora，T. L. Carroll。“同步耦合系统的主稳定性函数”，《物理评论快报》。**80**，2109（1998）。[15] L. O. Chua“Chua 电路的起源”，ArchivElektronik Ubertragungstechnik，**46**（1992）。[16] L. O. Chua，P. M. Lin。“电子电路的计算机辅助分析”。Prentice-Hall，（1975）[17] Y. Xu，R. Shen，W. Li。“具有时延和随机扰动的耦合系统的有限时间同步”反馈控制”，J. Appl. Anal. Comput.**10**，1 - 24（2020）。[18] Q. Ye，Z. Jiang，T. Chen。“参数失配混沌神经系统同步的自适应反馈控制”，Complexity。**2018**，1 - 8（2018）。[19] P. Q. Jiang，B. H. Wang，X. S. Luo。“四阶蔡氏超混沌电路的单向耦合同步研究”，Systems Engineering and Electronics Technology。**25**，3（2003）。[20] S. H. Zhang，L. J. Wan，K. L. Long。“用于异质磁控管忆阻器设计与仿真实现的蔡氏电路”。Journal of System Simulation。**31**，9（2019）。[21] Z. Liu，J. Ma，G. Zhang，等。“通过电容耦合实现两个蔡氏电路之间的同步控制”，Applied Mathematics and Computation。**360**，94 - 106（2019）。[22] Z. Yao，J. Ma，Y. Yao，等。“通过感应线圈耦合实现两个非线性电路之间的同步”，Nonlinear Dynamics。**96**，205 - 217（2019）。[23] X. Zhang，C. Wang，J. Ma，等。“利用热敏电阻实现非线性电路中的控制与同步”，Modern Physics Letters B。**34**，2050267（2020）。[24] T. Singla，N. Pawar，P. Parmananda。“探索共轭耦合蔡氏电路的动力学：仿真与实验”，Phys. Rev. E。**83**，026210（2011）。[25] S. Kundu，B. K，Bera，D. Ghosh，等。“三维局部耦合系统中的奇美拉图样”，Phys. Rev. E。**99**，022204（2019）。[26] L. V. Gambuzza，A. Buscarino，L. Fortuna，等。“基于忆阻器的自适应耦合：用于一致性与同步”，IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers。**62**，1175 - 1184（2015）。[27] R. Lu，V. T. Pham，M. Chen，等。“耦合蔡氏电路的网络动力学：不同耦合元件的比较”，The European Physical Journal Special Topics，1 - 9（2022）。[28] T. Matsumoto，L. Chua，M. Komuro。“双卷涡”，IEEE Transactions on Circuits and Systems，**32**，797 - 818（1985）。[29] J. Ma，A. H. Zhang，Y. F. Xia，等。“不同超混沌系统中自适应同步控制器与参数观测器的优化设计”，Applied Mathematics and Computation。**215**，3318 - 3326（2010）。[30] J. Ma，F. Wu，A. Alsaedi，等。“场耦合下混沌电路的裂纹同步”，Nonlinear Dynamic。**93**，2057 2069（2018）。

附录 A：电路仿真图

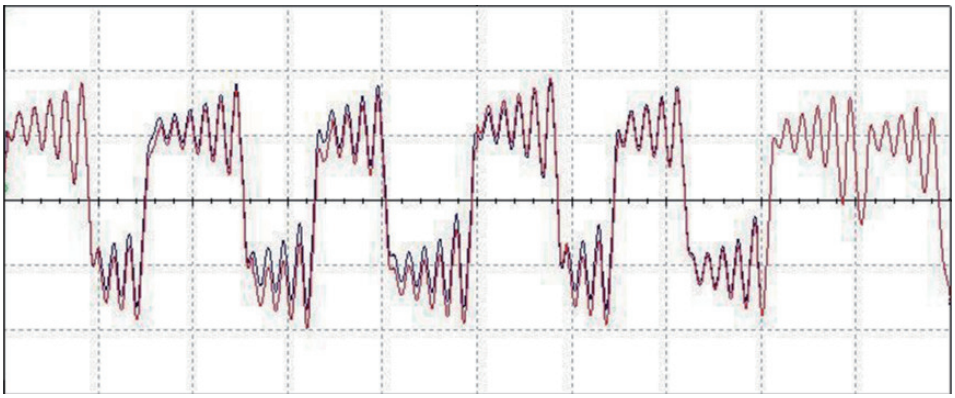

图 12. 仿真中的电压输出时间序列

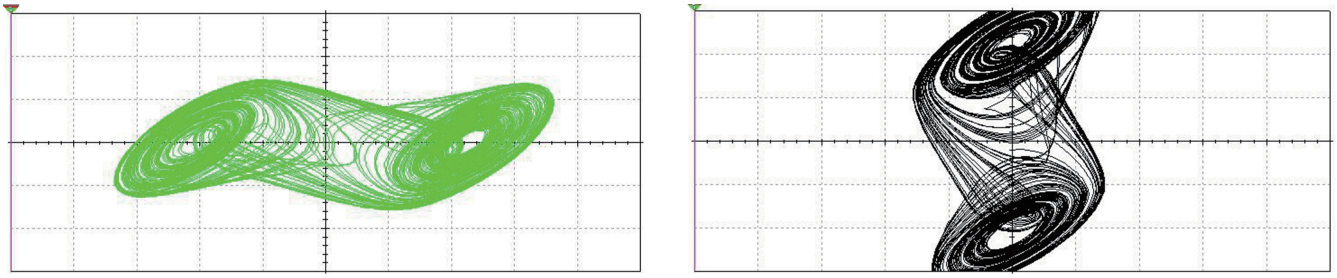

图 13. 仿真中的吸引子演化图

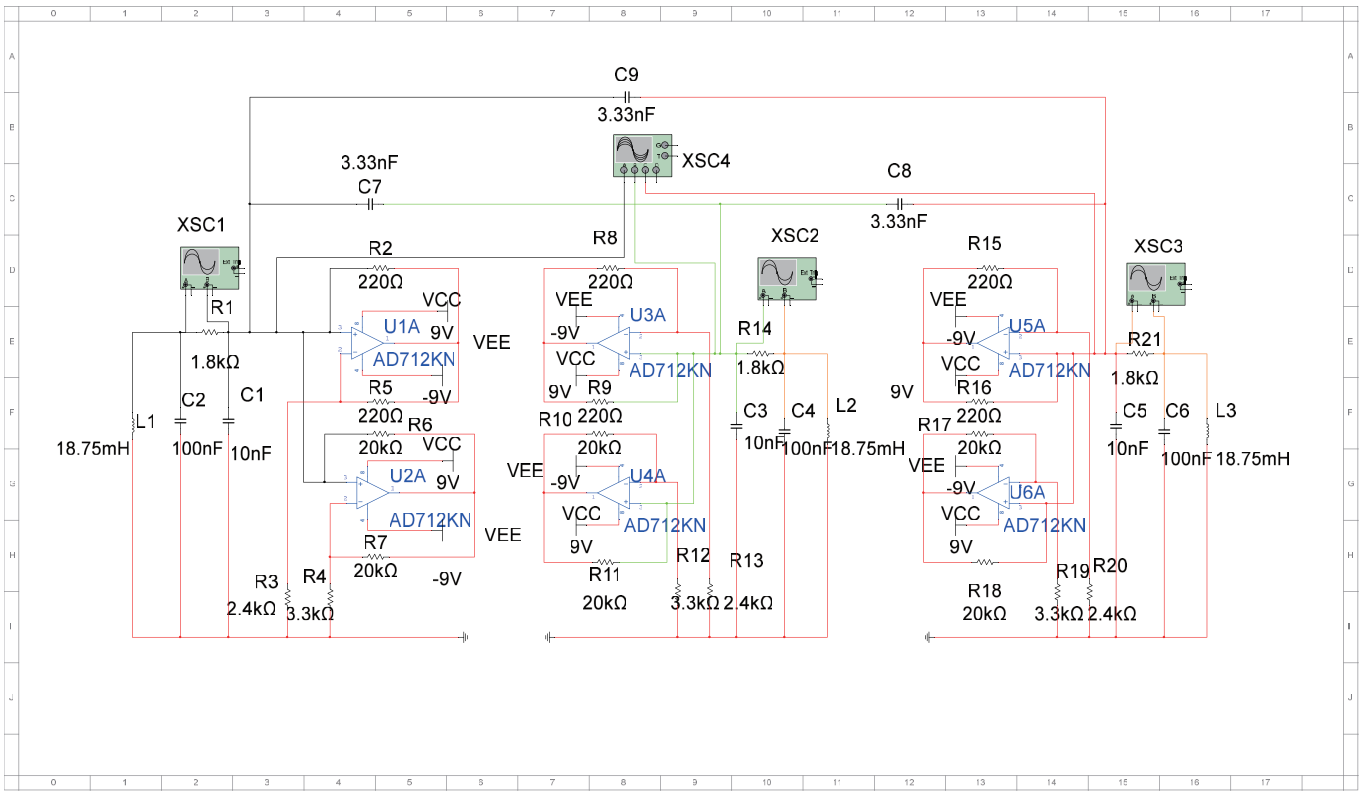

图 14. 电容性闭环耦合电路仿真图