使用粒子进行等离子体推进仿真

F. Taccogna，[1] F. Cichocki，[1] D. Eremin，[2] G. Fubiani，[3] 和 L. Garrigues[3]1）意大利巴里国家研究委员会等离子体科学与技术研究所（*ISTP*）2）德国波鸿鲁尔大学理论电气工程研究所，*Universitätsstraße 150，44801 Bochum*，德国3）法国图卢兹大学 *LAPLACE*，*CNRS*、*INPT*、*UPS*，图卢兹，法国

（*电子邮箱：francesco.taccogna@cnr.it）

（日期：2023年4月12日）

本文综述了粒子网格法/蒙特卡罗碰撞模型在不同等离子体推进构型和场景中的应用，涵盖从静电（$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$和脉冲电弧）装置到电磁（射频感应、螺旋波、电子回旋共振）推力器，重点讨论等离子体羽流及其与卫星的相互作用。文章还介绍了与等离子体-壁面相互作用建模相关的最重要要素。最后，本文报告了粒子网格法计算方法的新进展，尤其是多维模拟的计算加速技术，以及适用于分子推进剂和替代推进剂的等离子体化学蒙特卡罗模块。

arXiv:2304.05103v1 [physics.plasm-ph] 11 Apr 2023

I. 引言

电推进（EP）自 20 世纪 60 年代初开始发展，过去二十年间，其在卫星、轨道平台和星际探测器上的应用显著增加[1–4]。为了实现成本更低的创新设计，人们需要深入了解其工作原理，并精确评估其性能；这一需求推动了大量仿真代码的发展，其中基于粒子的仿真代码[5,6]发挥了重要作用。

等离子体推力器可根据气体电离过程、离子获得动能的基本转换机制[7], 等离子体的主要加速机制[1], 或建模需求进行分类。在这篇关于采用粒子进行电推进数值模拟的论文中，我们将采用最后一种分类方式。从这一角度来看，电推进器（电热推力器除外）分为静电（ES）和电磁（EM）两类。前一类推力器只需保留泊松方程即可建模，而后一类则需要纳入完整的麦克斯韦方程组（或其子集）。

电推进推力器基于正电荷在直流电场作用下的加速，并使用发射电子的阴极来中和正电荷流，从而防止航天器带电[2]。大多数电推进推力器采用圆柱形几何结构，输入电功率从数百 W 到数十 kW 不等。在栅格离子发动机（GIE）[8] 和 $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ 型器件等电推进推力器概念中 [, 参见例如霍尔推力器 - HT[9–11]、圆柱形 HT[12], 、高效多级等离子体推力器 - HEMPT[13], 、尖 cusp 场推力器 - CFT[14], 以及同轴磁隔离阳极 - CAMILA[15]], , 正离子由高能电子对推进剂气体（通常为氙）进行电离而产生，并在两个电极之间施加的电势差作用下加速。在 GIE 中，电极由一组带极化电势的静电栅极构成，其相对于等离子体电势为负偏置，并具有多个孔径。在 $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ 推力器中，例如 HT，电势差施加在一个内阳极和外部阴极，以及用于加速离子的直流电场，在所施加磁场的作用下维持在放电通-道内部。微型和纳米卫星市场的增长推动了替代性设备概念的发展，以应对可用电功率较低的问题（低于100 W）。胶体推力器（CT）——也称为电喷雾推力器——属于电喷雾发动机类别，尽管此时正电荷是通过电喷雾过程产生的液滴[16]。最后，在脉冲电弧推力器（PAT）中，等离子体由固体推进剂颗粒的烧蚀（在脉冲等离子体推力器——PPT中）或蒸发（在真空电弧推力器——VAT 中）形成后发生膨胀[17]。PAT可以被视为电喷雾推力器，因为等离子体电流感应产生的磁场通常相较于外部施加的磁场（在VAT中）或外部电路电流感应产生的磁场（在 PPT 中）而言可以忽略不计。

不同的是，电磁（EM）推力器在磁场和时变电场的共同作用下使推进剂电离并加速，在某些情况下还会利用电磁波[1,2,18]。因此，需要求解完整的（某些情况下可简化的）麦克斯韦方程组，这与两个不同因素有关：用于等离子体产生的电子加热类型，以及等离子体加速类型。关于前者，功率吸收可以来自射频感应加热（如感应式等离子体推力器 IPT[19–23]），也可以来自波加热（如射频螺旋波[24] HPT、微波电子回旋共振[25–27] ECRT 和离子回旋共振 VASIMR[28] 推力器）。这类电磁推力器属于无电极推力器，因此具有减少等离子体-壁面相互作用、缓解使用寿命问题的优势。关于等离子体加速，由于电磁推力器呈准中性（壁面处的德拜鞘层内除外），加速与一个 $\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B}$ 项有关（因此得名洛伦兹力加速器 LFA），而且 $\boldsymbol{B}$ 在某些情况下可能具有显著的自感分量（因此至少需要纳入安培定律）。磁等离子体动力推力器（MPDT）便是这种情况，其中磁感应场可以是外加的（AF[29]），也可以是自感的（SF[30]）。

如今，电推进器的设计与开发仍以半经验方法为主，且需要进行耗时且昂贵的寿命测试。我们需要更深入地了解复杂的部分磁化等离子体中发生的关键等离子体过程，例如电子加热、电子和离子输运、等离子体与壁面的相互作用或离子诱导侵蚀，并探讨替代推进剂的问题。在地面试验设施中对电推进器进行实验表征存在一些固有的难点：i）难以对往往不允许直接、非侵入式接触的装置进行可靠诊断；ii）地面试验设施对推进器性能的影响（推进器的运行对舱室背景压力非常敏感）；iii）难以复现推进器的自然工作条件，例如典型的空间环境条件或流动状态（适用于大气呼吸式电推进概念）。在这方面，数值模拟发挥着至关重要的作用。此外，对于真实几何构型，还必须深入了解放电构型以及发射出的等离子体羽流与航天器之间的相互作用，这显然需要开发三维数值工具。若能将这些工具提供给业界，现有产品的效率便可提升，也将有望实现全新的设计突破。

近年来，数值模拟日益有助于加深对电推进器的基础理解并实现工程优化。这得益于几项同步推进的贡献：(i) 计算机硬件的发展，使得能够表示多维几何结构和多尺度现象，从而避免使用数值技巧（例如人工真空介电常数、质量比、尺寸缩放以及较慢的光速）；(ii) 新型复杂算法和数值诊断工具的实施；以及 (iii) 新的碰撞数据和表面相互作用数据的可用性。

特别是，动力学与非局域描述对于捕捉不同电推进概念的内在本质不可或缺，因为低压部分磁化等离子体具有大量本质上属于动力学、非平衡和非局域现象的特征。在可用的不同动力学方法[31] 中，粒子表示能够以简单直观的方式实现对等离子体-气体相互作用和等离子体-壁面相互作用的详细描述，尽管它不可避免地受到由固有离散粒子噪声[32–35] 导致的、但可加以控制的局限，以及其计算密集特性的影响。本文从批判性角度讨论了用于描述最常见电推进构型中放电区域和羽流区域内的等离子体（电子和离子组分）以及耦合气相的各种基于粒子的方法。

本文的组织结构如下。第二节介绍等离子体和气体组分最常用的基于粒子的模型。第三节介绍用于等离子体放电模拟的不同粒子网格法。第四节介绍可用于等离子体羽流模拟、卫星相互作用和羽流电磁兼容性分析的模型，第五节则探讨未来的模拟挑战。最后，第六节总结全文。

最后，我们整理了一份非常全面的参考文献清单，以便为原始作品注明出处。

II. 粒子-网格单元与蒙特卡洛模拟

粒子网格（PIC）技术[5,31,36–39] 是一种拉格朗日/欧拉（或粒子网格）方法，适用于电推进器中的低温低压放电。这类放电的特点是等离子体耦合较弱、碰撞较少，并表现出非平衡行为和非局域特性。

PIC方法可以追溯到20世纪50年代末，当时Buneman[40] 和Dawson[41] 率先开展了模拟研究，用于研究无碰撞等离子体的一些基本性质。几年后，带电粒子输运的首次随机蒙特卡罗模拟被应用于漂移管[42,43] 和气体放电[44–46]，与此同时，空气动力学家为中性粒子碰撞[6], 开发了一种粒子-粒子模拟方法，称为直接模拟蒙特卡罗（DSMC）。随后，PIC方法开始与蒙特卡罗方法相结合，用于模拟等离子体放电中的碰撞进程[47,48]；20世纪90年代，随着Arakawa[49] 和Martinez-Sanchez[50,51] 研究团队以及Adam-Héron[52]的贡献，该方法首次应用于等离子体推力器。

在PIC/ 蒙特卡罗模型中，等离子体（离子和电子）以及中性气体物种的分布函数 f由一个包含N 个宏粒子（或超粒子）的集合近似表示为：

$$f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}) = \sum_{p=1}^{N} w_p S(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_p)\delta(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_p) \tag{1}$$

其中，w_p 是p^{th} 宏粒子的统计权重（许多模型对给定物种的所有粒子采用统一权重），$\boldsymbol{r}_p, \boldsymbol{v}_p$ 是其位置和速度矢量，δ 是狄拉克δ函数，而S 是宏粒子的形状函数，用于确定宏粒子权重在空间中的分布，并满足积分关系 $\iiint S(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}^3r' = 1$。如图1所示，PIC/蒙特卡罗方法包括求解相应物种（电子、离子和原子/分子）的玻尔兹曼方程，具体步骤如下：

1.通过求解牛顿方程，获得宏粒子在碰撞事件之间的轨迹：

$$\begin{cases} m_p \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_p}{\mathrm{d}t} &= q_p(\boldsymbol{E}_p + \boldsymbol{v}_p \times \boldsymbol{B}_p), \\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_p}{\mathrm{d}t} &= \boldsymbol{v}_p, \end{cases} \tag{2}$$

其中 q_p 和 m_p 分别是基本粒子的电荷和质量，而 $\boldsymbol{E}_p, \boldsymbol{B}_p$ 是宏观粒子位置处的电场和磁场，计算如下：

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_p = & \sum_g \boldsymbol{E}_g W(\boldsymbol{r}_g - \boldsymbol{r}_p), \\ \boldsymbol{B}_p = & \sum_g \boldsymbol{B}_g W(\boldsymbol{r}_g - \boldsymbol{r}_p), \end{cases} \tag{3}$$

为 $W(\boldsymbol{r}) = \iiint S(\boldsymbol{r}')\Pi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\,\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}'$ 插值函数或赋值函数的形状（即 Π宽度等于网格间距的矩形函数[36]），以及 $\boldsymbol{E}_g$, $\boldsymbol{B}_g$ 网格点 g处已知的电场和磁场。宏粒子的轨迹通过在时间步长 Δt 内对式（2）的离散形式进行积分求得（蛙跳法最为常用[36,47]）。

2. 宏粒子可能到达物理壁面或计算域边界，并在那里发生各种过程（吸收、反射、额外粒子的发射），具体取决于等离子体-表面和气体-表面模型的定义。同样，对于不同过程，可根据所实现的过程采用不同的概率蒙特卡罗模型（见第 IIIC 节）。此步骤还可能包括粒子注入算法，这通常是维持等离子体所必需的。

3. 粒子碰撞按照 Nanbu（无时间计数器）随机蒙特卡罗规则处理[48]:

$$f(t+\Delta t) = (1-P)f(t) + PQ \tag{4}$$

其概率解释如下：速度为 $\boldsymbol{v}_p$ 的粒子不发生碰撞的概率为 $(1-P)$，发生碰撞的概率为 P，并遵循 Q 所描述的碰撞定律。针对电子-分子、离子-分子、分子-分子碰撞和库仑碰撞[48]，已建立不同的蒙特卡罗方案。这些方案大致可分为两类：(i) 蒙特卡罗碰撞（MCC）方法，将“入射”宏粒子视为处于流体碰撞背景中；(ii) DSMC 方法，实际考虑宏粒子对之间的碰撞。

4.宏粒子的电荷密度和电流密度以及电场/磁场在离散网格上计算。后者由麦克斯韦方程通过专用求解器获得，该求解器考虑了由带电粒子集合在每个网格点g生成的空间电荷密度 ρ_c 和电流密度 $\boldsymbol{j}$。

$$\begin{cases} \rho_{\mathrm{c},g} = & \dfrac{1}{V_g}\sum_p q_p w_p W(\boldsymbol{r}_g - \boldsymbol{r}_p), \\ \boldsymbol{j}_g = & \dfrac{1}{V_g}\sum_p q_p w_p \boldsymbol{v}_p W(\boldsymbol{r}_g - \boldsymbol{r}_p), \end{cases} \tag{5}$$

其中V_g 表示与网格点相关联的网格单元体积，以及作为麦克斯韦方程边界条件出现的任何外部功率源的影响。

因此，PIC/蒙特卡罗方法的特点是结合了多种各自具有精度阶数的算法：用于求解的推进器（时间积分器）用于求解在线视频精品

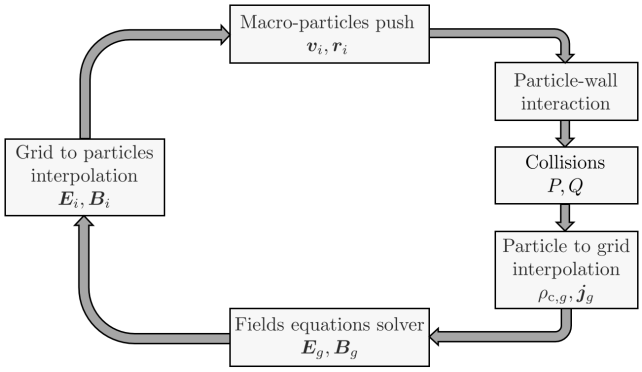

图 1. 典型粒子-网格蒙特卡罗循环示意图

无网格运动方程、用于基于网格的麦克斯韦方程的场求解器、用于将无网格量与基于网格的量耦合的插值方案，以及用于体积二元碰撞和表面过程的随机蒙特卡罗规则。所有部分都很重要，我们必须处理它们的数值误差，以降低粒子网格法的总体误差。质量、动量和能量守恒等物理约束对于物理实验非常重要，并且应由底层数值方案加以守恒。

上述标准PIC方案还必须根据不同问题进行调整，例如静电（ES）或电磁（EM）问题。此外，用于解决时间依赖性的不同数值方法，例如显式或隐式格式（见第V.C节），会强烈影响PIC代码的数值稳定性[35]。例如，在EM代码中，采用积分时间步长 Δt 的显式求解器必须满足$\omega_{\mathrm{p,e}}\Delta t < 2$，其中 $\omega_{\mathrm{p,e}}$ 是电子等离子体频率；或者满足Courant-Friedlich-Levy条件 $c \leq \Delta r/\Delta t$，其中c 是相波速度， Δr 是网格间距。此外，网格求解器还必须满足电子德拜长度$\Delta r \leq \zeta\lambda_{\mathrm{D,e}}$，其中 $\lambda_{\mathrm{D,e}}$ 是德拜长度， ζ 是数量级为1的常数。最后，碰撞概率应足够小，以尽量减小“漏掉”碰撞的影响（即一个时间步长内发生多次碰撞）。通常，建议将给定物种的碰撞概率P 保持在5%–10%以下，以将误差限制在1%以内[39,53]。

粒子表示能够高效处理非平衡放电所涉及的多维特性，并能灵活地模拟高级物理过程（例如内能激发、化学反应、表面相互作用等）。

III. 推力器放电的PIC模型

A. 静电粒子网格法

在静电推力器中，与施加的外部场相比，自感场的影响通常被认为可以忽略不计。磁感应场 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},\ t)$ 在空间和时间上均为预设，且不与

等离子体电流耦合。因此，宏观粒子的 PIC模型仅与静电势 ϕ 的泊松方程耦合：

$$\varepsilon_0 \nabla^2 \phi = e\left(n_\mathrm{e} - \sum_s Z_s n_s\right), \tag{6}$$

其中， ε_0 是真空介电常数，n_e 是电子数密度，e 是元电荷，而 Z_s,n_s 分别是所考虑离子种类的电荷数和数密度。因此，在每个时间步长，根据已沉积的电子和离子组分数密度，使用泊松方程求解器获得电势，进而求得自洽静电场$\boldsymbol{E}_\mathrm{ES} = -\nabla\phi$。随后，如图 1 所示，将该电场从PIC网格节点插值到粒子所在位置，以推进粒子进入下一个时间步长。

式 (6) 采用复杂度各异的方法进行离散（某些情况下会考虑自适应网格细化 AMR），方法范围从有限差分法到有限体积法。随后使用高效的稀疏求解器求解所得线性方程组，可采用直接方法（例如 PARDISO[54]，MUMPS[55]）或迭代方法（例如 PETSc[56]）；后者在计算开销较大的三维几何结构中更为适用。假定 ϕ 的边界条件为狄利克雷型或诺伊曼型：前者用于电势已预先确定的边界表面（例如电极处），后者则用于开放边界（更多详情请参阅第 IV B 节）或介电表面。在后一种情况下，一种常见的近似是忽略材料内部的电场，并根据局部表面电荷密度 σ_c施加类电容器条件：

$$\nabla\phi \cdot \mathbf{1}_\mathrm{n} = -\sigma_\mathrm{c}/\varepsilon_0, \tag{7}$$

其中 $\mathbf{1}_\mathrm{n}$ 表示指向等离子体的单位向量。然而，近期研究[57] 还通过求解泊松方程（6）的广义形式，考虑了相对介电常数 ε_r 对任何所考虑介电材料的影响，

$$\nabla\cdot(\varepsilon_\mathrm{r}\nabla\phi) = -\frac{\rho_\mathrm{c}}{\varepsilon_0}, \tag{8}$$

在包含电介质的扩展区域中，以便正确计算等离子体-电介质界面处的电场不连续性[58]。

文献中现有的绝大多数静电PIC模拟都采用易于实现的显式格式（其他隐式格式参见第 VC 节），因此，为避免数值不稳定性，网格间距和时间步长分辨率受到第 II 节所述的严格限制。唯一的区别是，CFL条件现在取决于速度最快的粒子种类——电子，即 $v_\mathrm{e} \leq \Delta r/\Delta t$。由此产生的计算成本可能非常高，具体取决于所研究的推力器。对于 PAT推力器，等离子体密度峰值为10^{22} m^{-3}，对应的最小德拜长度为 $\lambda_{\mathrm{D},\,\mathrm{e}} \approx O(10^{-7})\mathrm{m}$，因此时间步长为 $\Delta t \approx O(10^{-13})\mathrm{s}$（根据CFL条件，并假设电子温度为 ≈10 电子伏特）。由于有意义的模拟至少应覆盖几 μs，因此大约需要完成 10^8 个时间步长。在其他电静推力器（$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$、GIT或CT）中，等离子体密度较低，典型最大值约为10^{18} m^{-3}，相应地得到 $\lambda_{\mathrm{D},\,\mathrm{e}} \approx O(10^{-5})\mathrm{m}$ 和 $\Delta t \approx O(10^{-11})$ s。当模拟中性粒子动力学时，通常经过数毫秒的一部分时间后即可达到稳态，因此一般总共需要约10^7 个时间步长。基于上述原因，尤其是在三维模拟中，有必要使用超级计算机和高性能计算（HPC）技术（见第 V B 节）。尽管如此，许多模拟仍会采用数值技巧（例如增大真空介电常数和/或减小离子质量，或进行推力器尺寸缩放）来缩短计算时间（ $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$推力器见参考文献 59–64，PAT推力器见参考文献 65–67）。

在以下段落中，将进一步讨论不同 ES 推力器类型的一些特性。

*a. PAT*推力器PAT推力器通常通过假设磁感应场 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$与等离子体不耦合来进行模拟（因此静电近似是有效的）。在VAT中[65,66], ，该磁感应场在空间上是不均匀的，但假定其不随时间变化；而在PPT中，它还会随时间变化[67]。具体而言，利用毕奥-萨伐尔公式[67]，将其表示为电容器极板之间外部电路中流动的电流以及加速等离子体束流包瞬时位置的函数。因此，即使对于PPT，通常也不会求解考虑等离子体电流的安培定律自洽解，至少在PIC模型中如此。随后，中性原子的输运，包括烧蚀或蒸发、碰撞以及表面相互作用（更多信息请参见第IIIC节），采用动力学方法[65,67]进行描述。固体推进剂材料的复杂混合物会导致碰撞输入数据存在很大的不确定性（参见第VA节），尤其是在文献中根本没有相关数据的情况下。此外，由高电压 [诱导、由不同物种产生的多重带电离子——例如用于PPT推进剂的聚四氟乙烯（PTFE）中的氯离子和碳离子[67]] ——在极高密度下会导致计算时间明显增加，因此有必要采用上文提到的常用数值技巧来降低模拟成本[66]。

b. 电喷雾推力器在这类推力器中，通常不存在磁感应场 $\boldsymbol{B} = \mathbf{0}$。Narayanan等人[68] 对带电粒子的输运进行了建模：带电粒子从计算域一端的源发射，穿过下游一个带负电压的孔径向外扩散。孔径尺寸比发射源大两个数量级。他们采用自适应网格细化技术来缩短计算时间。另一方面，Zao 等人[69], 使用粒子-粒子方法模拟液滴加速（将液滴建模为球形粒子），并使用库仑相互作用计算液滴之间的静电力。这种方法无需使用网格，也避免了网格带来的限制以及泊松方程求解方面的问题。最后，基础研究还通过分子动力学（MD）技术探讨了液滴的形成问题[70,71]。这些研究能够为电喷雾推力器的基于粒子的模型提供更精确的注入条件

这些模型目前考虑的是离子/液滴的热注入。

c. 栅格式离子发动机 在栅格式离子发动机（GIE）仿真中，磁感应场要么不存在，要么假定在时间上恒定，并在空间中预先设定，$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$。虽然文献中有大量关于核聚变反应堆中用于中性束注入（NBI）的类似负离子源的仿真研究[73–78]，但在等离子体推进领域，涉及栅格式离子发动机内部的仿真并不多见。尽管已有少数研究未对离子生成区域（有时称为“驱动区”）进行自洽仿真[79]，，而是将其视为一个有效的“体积注入区”。更常见的是，栅格式离子发动机仿真假定上游等离子体条件已知（以等离子体密度和电子温度表示），并只关注离子束的提取和加速过程。这对于提取栅的设计以及估算离子引起的溅射程度、进而评估离子推力器的寿命都至关重要。此外，许多情况下会采用混合方法[72,80]（更详细的说明请参见第 IV A 节），通过简化的玻尔兹曼关系并设定固定的电子温度来确定电子密度（有时会考虑两种电子群体，分别代表上游和下游等离子体中的电子），从而减轻对电子动力学进行建模的限制。此类三维代码（包括商用代码）能够模拟真实工况，其中包含大量栅孔。它们如今已足够成熟，可用于优化和设计加速栅（厚度、间距和栅电压），以最大限度减少离子对栅的碰撞（关于现有工具的更全面综述，请参见参考文献 8）。最后，图2展示了采用包含流体电子的混合 PIC模型，对多孔栅格式离子发动机中离子提取、加速及束流合并过程进行仿真的结果。

d. $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 推力器 在这些推力器中，磁感应场被预先设定并且不随时间变化 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$。尽管采用流体电子的混合PIC模型假设中性粒子采用粒子描述（如参考文献81–83所述），但在完全动力学模拟中，推进剂气体通常采用流体描述。为减少计算时间，推进剂气体被建模为具有给定密度和温度条件的非均匀背景[59,84–86]，这些条件被视为不随时间变化。推力器尺寸的缩放，以及预先设定中性粒子密度分布[62,87–89]或源项分布[90]，是常用的技术，可用于研究特定进程并评估其对推力器运行的影响。尽管这些研究得出的结论有限，但它们提供了进行参数分析的机会，可在逐步增加复杂度、纳入不同物理现象之间耦合之前，最大限度地降低计算成本。一个典型例子是研究电子回旋漂移不稳定性（电子回旋漂移不稳定性）及其在所谓反常电子输运中的作用。这种动力学不稳定性[91]发生在霍尔推力器的方位角 $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 方向，是由于磁化电子（在轴向电场和径向磁场作用下沿方位角旋转）与离子之间的速度差异所致，而这些离子在...
...

另一方面，它们保持不受磁场约束，几乎纯粹沿轴向加速。已有研究建立了一维方位向[92–96]、二维轴向-方位向[59,84,85,88,91,92,95,97]，和二维径向-方位向[87–89,98–101] 模型。模拟结果显示，方位向存在相干结构，在离散值处发生共振，其特征波长约为毫米量级，频率处于兆赫范围内（如图3所示）。在静电PIC模拟中，可以看到不稳定性的饱和，其表现为电子和离子速度分布函数发生变形并展宽。向非线性状态转变的起因仍存在争议（更多详情请参阅参考文献102）。二维径向-方位向模拟还揭示了沿磁力线、介电壁之间存在一种波长较长的不稳定性，称为修正双流不稳定性（MTSI）。这些二维径向-方位向模型还纳入了等离子体电子与壁面碰撞所诱发的二次电子发射（SEE），以研究电子回旋漂移不稳定性（ECDI）与SEE之间的相互耦合[88,89]。最后，在简化的等离子体条件下，研究人员对一台霍尔推力器进行了三维静电PIC模拟[62,103–106]。初步分析显示存在电子回旋漂移不稳定性，但其涨落幅度通常比二维模拟小一个数量级，与基于汤姆孙散射测量得出的估算值相近[107]。

最后，近年来，学界通过 LANDMARK 项目[108]，开始关注用于 $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 推力器的数值技术的验证工作。这一方面对于证明模拟结果的准确性至关重要。全球七个研究团队重复开展了这些基准测试，也借此进行了对比评估，以考察 PIC算法实现的效率（并行化类型、泊松方程求解器、显式算法与隐式算法、中央处理器与图形处理器架构的比较等[84,99]）。图 4 展示了七种不同的静电PIC模型所实现的二维径向—方位角模拟结果对比，表明它们都能够以极小的差异捕捉 MTSI 和电子回旋漂移不稳定性的时间演化。

B. 电磁 PIC

电磁推力器放电通常具有相对较高的等离子体密度（$n_e \geq 10^{18}\ \mathrm{m}^{-3}$）和较低的电子温度（$T_e \leq 10$ 电子伏特），因此等离子体周期 $\Delta T_{p,e} = 1/\omega_{p,e}$ 和德拜长度 $\lambda_{D,e}$都很小。若尝试使用传统的动量守恒显式PIC方法模拟此类放电，对网格单元尺寸和时间步长的相应限制（注意，在电磁模拟中，还必须满足非常严格的CFL条件，该条件要求分辨光波穿过一个网格单元所需的时间）将导致计算时间过长。因此，此类放电通常采用双流体[109–112]或混合[21,27]（电子采用流体描述，离子采用粒子描述，见第 IV A 节）模型。然而，由于推力器在低温下运行♀♀♀♀♀♀

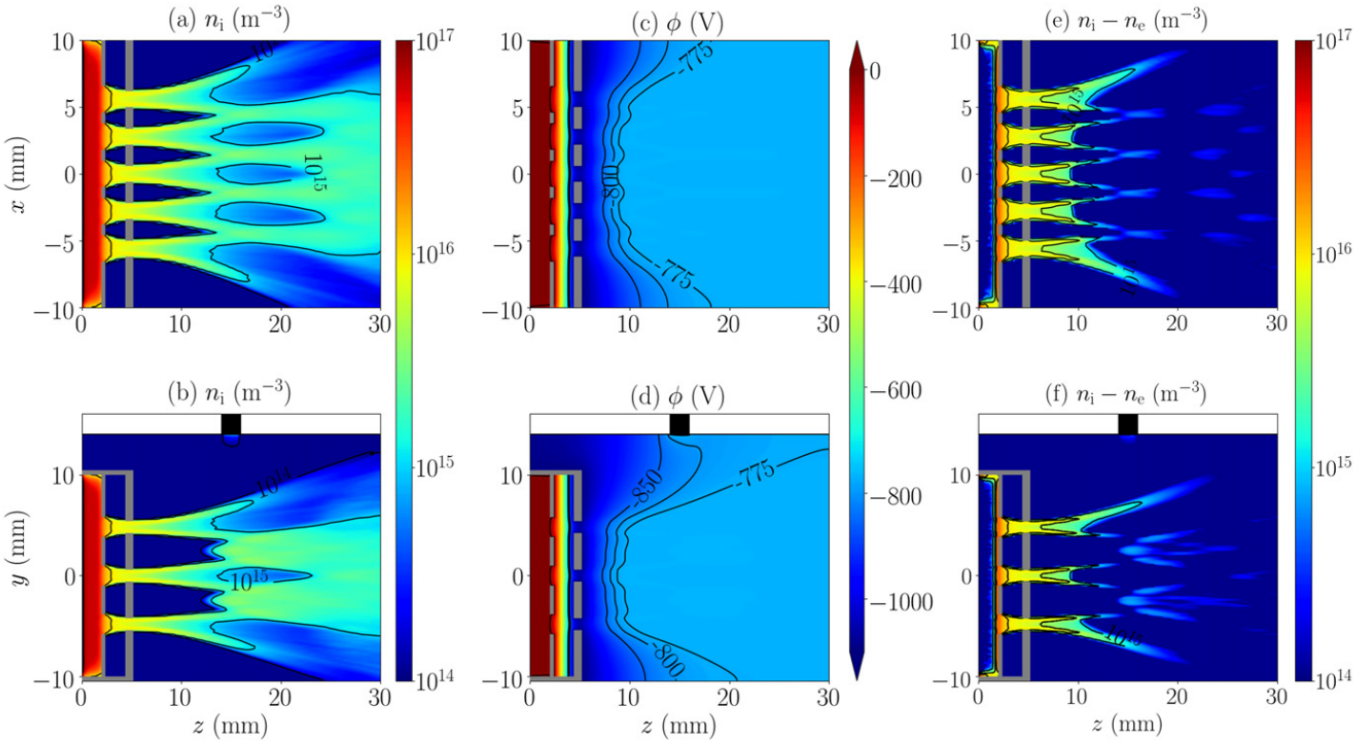

图2. 使用混合模型对多孔栅格离子发动机中的束流提取、加速和合并进行的三维仿真。子图(a、c、e)和(b、d、f)分别对应不同的推力器截面。经 Perales 等人[72]，《等离子体源科学与技术》**30**, 105023 (2021)许可转载。版权所有 © 2021 IOP Publishing Ltd.

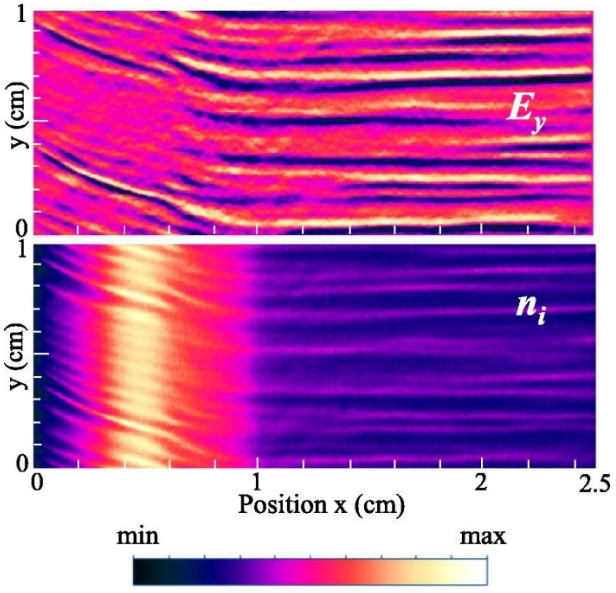

图3. 在给定时间步长下，轴向x -方位向y 上的方位向电场E_y 和离子密度n_i 分布。E_y 的最小值和最大值分别为 -5×10^4 和 5×10^4 V/m；n_i 的最小值和最大值分别为0和 5×10^{17} m^{-3}。经 Boeuf 等人许可改编。[90]，《等离子体物理学》**25**, 061204 (2018). 版权所有 © 2018 AIP Publishing LLC.

压力和库仑碰撞相对较弱，因此有必要考虑动力学效应和非局域效应。此外，通常在流体模型或混合模型中被忽略的有限电子惯性效应，可能在正确捕捉放电等离子体中电磁波的传播及其他相关效应方面发挥关键作用。粒子网格法满足所有这些标准；然而，直到最近，且仅针对小型化构型，人们才开始尝试进行一些完全动力学的粒子网格法描述。

可以使用亥姆霍兹定理将电场分解为势（无旋）部分和无散部分[113]，，它们分别可以通过标势和矢量势表示为 $-\nabla\phi$ 和 $-\partial\boldsymbol{A}/\partial t$，其中矢量势 $\boldsymbol{A}$ 满足库仑规范条件，$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=0$。如果驱动频率 ω 足够低，使得相应的电磁波波长远大于系统尺寸，那么静电近似适用，并且由泊松方程得到的电场势部分占主导地位。这就是为什么即使无法使用静电近似而必须采用完整的电磁波处理时，这一部分仍常被称为“静电场” $\boldsymbol{E}_{\mathrm{ES}}$。在这种情况下必须谨慎，因为被称为“感应电场” $\boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}$的无散分量除了感应部分之外，还包含一个势部分。后者对于确保信号的有限传播速度以及因果性是必需的，因为静电解描述的是整个空间中瞬时发生的变化[114]。如果，进行这样的分解可能会很方便

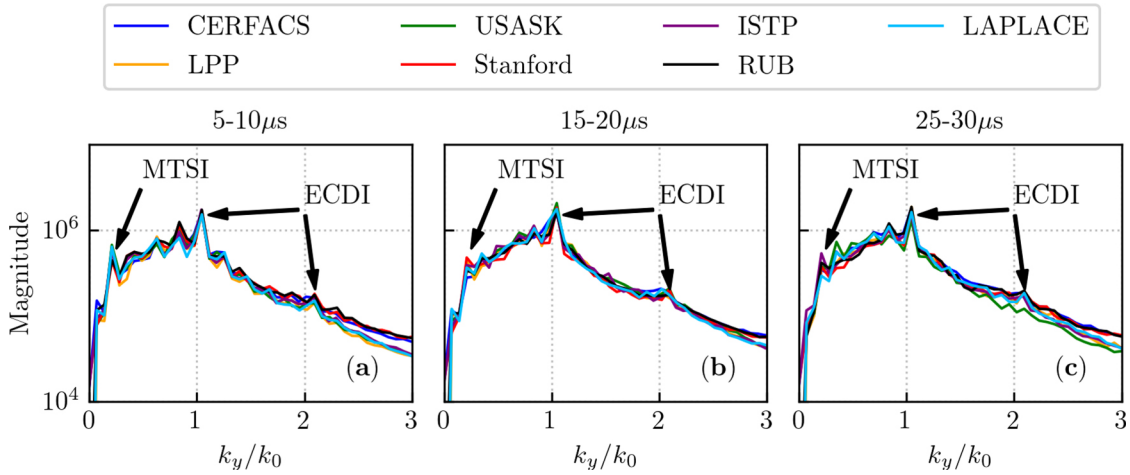

图4. 由不同研究组实施的七种ESPIC模型获得的结果：对所有径向位置以及三个时间区间取平均后的方位向电场E_ϑ的一维方位向FFT。箭头标示了MTSI和电子回旋漂移不稳定性共振。经Villafana 等[99], 许可转载，《等离子体源科学与技术》**30**，075002（2021）。版权所有©2021 IOP出版社有限公司。

预计存在某种对称性，这使得只需对选定方向采用完整的电磁描述，而其他方向上的耦合场-等离子体动力学则可采用静电近似处理（例如参见文献115；另见下文“电感耦合推力器”一节）。另一种可能需要采用此类技术的情况是低功率等离子体放电，其中$\omega_{p,e} \ll \omega$，此时泵浦电磁波几乎不受等离子体影响，唯一的作用是对等离子体电子产生微弱阻尼（例如参见文献26、116和117）。在这种情况下，螺线管 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}$ 分量将描述预先在《真空》中计算得到的快速电磁泵浦波，其振幅根据等离子体吸收的功率进行调整。势 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{ES}}$ 部分将主要描述准稳态静电双极性场，该场控制缓慢的等离子体扩散；如果存在磁场，还将描述抗磁电流。然而，为了忽略等离子体对微波频率的响应，等离子体不应过于稠密，即应满足 $\omega_{pe} \ll \omega$，但这一条件很少能够满足。这可能导致许多重要效应被遗漏[118]。

在一般情况下，空间电荷效应可能导致较大的时变电场（例如在电容耦合等离子体（CCP）放电的等离子体鞘层中[119]，或在螺旋波放电的等离子体主体中，对于 $m = 0$ 模态[120]），此时忽略位移电流的电势部分（见式（11）），并分别求解 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{ES}}$ 和 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}$是不合理的，因为它们彼此耦合。相比之下，在许多情况下，磁场可以分解为静态的 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{ES}}$ 部分（请注意，此时“ES”一词并不准确，不过在文献中仍经常使用）和时变的 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{EM}}$ 部分。由于静态磁场占主导地位，后者在磁化放电中通常会被忽略。

p^{th} 宏粒子的运动方程（式(2)）可写为：

$$m_p \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_p}{\mathrm{d}t} = q_p \left[\boldsymbol{E}_{\mathrm{ES}} + \boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}} + \boldsymbol{v}_p \times (\boldsymbol{B}_{\mathrm{ES}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{EM}})\right], \quad (9)$$

并与法拉第方程和安培方程耦合：

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}_{\mathrm{EM}}}{\partial t} = -\nabla \times \boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}} \quad (10)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{B}_{\mathrm{EM}} - (\boldsymbol{j}_{\mathrm{ext}} + \boldsymbol{j}), \quad (11)$$

其中，μ_0 是《真空》的磁导率，而 $\boldsymbol{j}_{\mathrm{ext}}$ 是天线/线圈内部产生等离子体中的射频电场/微波的电流密度，$\boldsymbol{j}$ 表示等离子体电流，该电流主要由电子产生，因为在驱动射频/微波的时间尺度上，离子的运动可以忽略。需要注意的是，为了具有普适性，式（11）左侧还必须包含 $\varepsilon_0 \partial \boldsymbol{E}_{\mathrm{ES}}/\partial t$ 项（这是确保安培定律中电荷连续性所必需的），因此，将电场分解为势部分和螺线管部分是多余的，因为根据麦克斯韦方程计算得到的电场以自然方式包含这两部分。如果PIC算法是电荷守恒的，即对于所选形状函数，它能按照连续性方程的含义确保电流与电荷密度之间的正确耦合，并且某一算法确保感应$\boldsymbol{B}$ 场是纯螺线管的，那么就能根据法拉第定律和安培定律得到正确的电磁场。若情况并非如此，则应明确强制满足电场和磁场的高斯定律。

当等离子体对场的反馈不可忽略时，必须求解完整的 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 场，并依据完整的麦克斯韦方程组进行求解，而不作任何近似[121–127]。由于 CFL 限制 $\Delta r > \min(c\Delta t, \lambda_{\mathrm{D,e}})$，采用最简单的基于蛙跳法的显式电磁 PIC 方案直接对场-等离子体耦合系统进行时间积分，通常是难以实现的。因此，文献中的大多数研究都依赖某些 PIC 模型简化，以消除数值粒子轨道和场积分算法中的刚性，从而避免 CFL 条件。常用的一种变通方法是，用以下方法取代经典的有限差分

时域（FDTD）算法[128,129]：在频域中利用亥姆霍兹方程[23,130]求解由射频天线感应产生的电磁场 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}$ 和 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{EM}}$

$$\left(\nabla^2+\mu_0\varepsilon_0\omega^2\right)\tilde{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{EM}}=i\omega\mu_0(\tilde{\boldsymbol{j}}_{\mathrm{ext}}+\tilde{\boldsymbol{j}}), \tag{12}$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{EM}}$ 为复电场，i 为虚数单位，$\tilde{\boldsymbol{j}}$ 为在 PIC 网格（见式（5））的网格点g 处获得的复等离子体电流密度，其表达式为

$$\tilde{\boldsymbol{j}}_g=\frac{\sum_p q_p w_p \boldsymbol{v}_p}{V_g}e^{i\Delta\psi} \tag{13}$$

其中，$\Delta\psi$ 是射频场与等离子体电流之间的相位差。由于 $\boldsymbol{j}_{\mathrm{ext}}$ 通常仅在边界处或计算域外非零，因此有关它的信息会纳入施加于 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}$的边界条件中。随后根据法拉第定律（式（10））直接计算电磁场 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{EM}}$。通常只考虑系统在驱动频率下的响应，并每隔约一个射频周期[20]，更新一次相应的振幅，这一时间间隔远大于时间步长。其基本假设是，稳态等离子体响应由基频驱动谐波的线性贡献主导，因此排除了某些非线性或瞬态时间效应。非线性效应，例如高次谐波的产生、参数衰变不稳定性、包括粒子俘获效应在内的非线性波粒相互作用，以及非线性趋肤效应（例如参见文献131–136），可能十分重要，但需要在时域内演化电磁场。尽管传统显式电磁PIC的计算成本很高，在某些情况下[122]，仍可采用该方法，例如相应的推力器足够小，或通过缩放技术人为缩小推力器（但在后一种情况下必须谨慎，因为其物理特性可能无法与原始设置完全等效[86,137]）。先进高性能计算技术（详见V B节）和硬件的持续发展，使得采用显式PIC方法对更大型装置进行模拟成为可能。电磁PIC方法的一个有利特点是，用于演化电磁场的蛙跳算法不涉及矩阵求逆，且可高效并行化，因此可以采用远小于粒子演化时间步长的时间步长来演化场，从而避免场演化算法造成的CFL限制。或者，也可以使用对时间步长不敏感的场时间积分算法。这里有两种不同的选择。一方面，可以通过作出某些简化假设，从模型中消除一些快速时间尺度。一个恰当的例子是用于ECR[138] 和ICP[139]放电建模的PIC算法：它们基于准中性假设得到的电场估计，而非泊松方程，因此能够消除等离子体振荡。另一方面，可以采用设计上能够容忍较大时间步长的数值算法。在这一方面，文献126和127中采用的半拉格朗日约束插值剖面（CIP）算法[125] 就是一种可提及的方法。该算法是显式的，实现起来相对简单，且不会造成沉重的计算负担。此外，它具有良好的数值耗散和色散特性。另一种选择是采用隐式PIC方法（详见V C0 b节）。这类方法似乎很少用于等离子体推进装置的电磁PIC建模。然而，近期开发的能量守恒PIC（ECPIC）或半隐式PIC（ECSIM）方法，在应用于系统尺寸与德拜长度之比很大的等离子体电磁建模时，展现出非常理想的特性[119,140]。

要准确获得功率吸收分布，必须对等离子体和电磁场动力学进行充分的自洽描述。功率吸收分布与等离子体密度、静电势、电子温度和电离率的分布密切相关，而这些因素会影响放电的其他性质；这些性质与推进应用直接相关，例如电子约束与输运、羽流动力学、推力等。对于电子能量化，即产生能量高于电离阈值的电子，准确预测每个电子从电场获得的特定能量也很重要[141–143]。然而，有人声称最终决定等离子体性质的是整体功率耦合[144]，且不同类型的等离子体放电具有非常相似的等离子体功率吸收、密度和温度分布[145]，；这些说法似乎过于简单化[146]。不同类型的放电各不相同，值得分别研究。诚然，无需对电磁场和功率吸收动力学建模，借助一些简化假设甚至预设分布，也能深入了解某些与推力器有关的现象；但只有在恰当处理电磁场传播后，才能实现一致而全面的认识，并进一步进行定量估算和优化。

以下推力器类型主要使用电磁 PIC代码进行建模：

a. 电感耦合推力器 基于电感耦合等离子体放电的推力器是最古老的电推进技术之一[147]，至今仍在使用[8]。这类推力器通常采用通有射频电流的平面线圈，由此产生随时间变化的磁场，其径向和轴向分量会感应出方位向电场，从而维持等离子体放电。这种“电感加热”模式（也称为 H 加热模式）出现在功率相对较大时，此时趋肤深度小于放电尺寸。功率较低时，放电则工作在“电容加热”模式（也称为 E 加热模式），由线圈产生的径向和轴向电容电场为其供能。在没有稳态磁场的情况下，推力由静电栅极从系统中引出的离子产生，例如射频离子推力器（RIT）就是如此。

方位向电场驱动电流，该电流与磁场结合后，通过洛伦兹力生成电流径向分量和方位分量的二次谐-波[133,148,149]。后者进而生成方位磁场的二- 次谐波。这种非-线性耦合过程在较低的射频频率下可能十分显著，并且能够生成磁场的越来越高次谐波[132]。感应磁场会影响电-

电子轨道；当动力学和非局域现象发生时，这一点十分重要，因为它们会导致反常趋肤效应和有质动力[139,150]。在这类推进器等离子体的典型条件下，只有二次谐波才有影响，这足以支持一种常见假设：只需用方程（12）和（13）从电磁角度描述电场的方位分量，而径向和轴向电场分量则可用泊松方程[19]作静电描述，20,130,[151–153]。方程（12）还应补充边界条件；这些条件可由以下观察得出：在这种情况下 $\tilde{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r}) = -i\omega\tilde{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r})$，其中矢量势可根据毕奥-萨伐尔定律计算（假设电磁辐射波长远大于线圈到计算域边界的距离）

$$\tilde{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r' \frac{(\tilde{\boldsymbol{j}}_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}') + \tilde{\boldsymbol{j}}(\boldsymbol{r}'))}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}. \tag{14}$$

尽管通常计算这个积分的成本很高，但只需在边界处进行计算。如前所述，在傅里叶空间中计算电场 $\tilde{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{EM}}(\boldsymbol{r})$ 可以避免CFL问题并降低计算成本，因为每个射频周期[20]只需计算一次。

关于推进相关感应耦合等离子体放电的粒子网格模拟，文献19比较了在压力为370–770 mTorr、以450 兆赫驱动且射频功率低于3.5 W的氩放电中的实验、流体和动力学结果，发现二维流体与PIC结果之间存在差异，这可能与粒子网格模拟中观察到的非麦克斯韦电子能量分布函数有关。在文献130中，采用相同的二维粒子网格方法，研究了压力为4.2mTorr的氙放电，驱动频率范围为5–500兆赫。研究得出结论：较低的射频频率会产生更高的等离子体密度和更均匀的等离子体分布。文献20和153介绍了一种三维粒子网格模型，该模型在中央处理器上进行了大规模并行化，并能够模拟复杂几何结构。展示了对 μN-RIT1.0进行模拟所获得的部分等离子体性质。文献151证明了考虑电容耦合的重要性。文献152研究了离子向侧壁的动量损失，并表明由于中性气体的耗尽，该损失得到了增强。

*b.*微波驱动电子回旋共振等离子体推力器电推进器的微波（MW）加热机制通常与电子回旋共振（ECR）构型相关，该构型具有磁场，可提高波向等离子体传递的能量传递效率。其原因在于，在低压下，未磁化等离子体中的等离子体共振过于微弱。相比之下，磁场使得在回旋频率或其谐波处产生共振成为可能，并且能够约束电子（可能与静电势结合），使电子多次通过该共振位置，从而从电场中获得更多能量。由于电子的热运动，共振条件会变成多普勒频移；对于在速度空间中具有分布的电子群体，共振位置会发生多普勒展宽[154]。该能-能量通过ECR 加热吸收发生在垂直于磁场的方向上，这导致电子- 能量分布函数（电子能量分布函数，EEDF）具有很强的各向异性。此外，在接近共振处，电场振幅会变大，而在温等离子体中，可以激发朗缪尔波和/或伯恩斯坦波[118]。这些波将能量从共振处传输开，并可通过自身的阻尼机制将其沉积在等离子体中的其他位置。这种模转换过程可以是线性的，即次级波以与驱动波相同的频率被激发；也可以是非线性的，即产生不同的谐波，从而可能导致湍流。这类系统中的推力可以通过采用一组加速离子的栅极系统产生，也可以通过磁喷管产生，在磁喷管中，离子由等离子体维持的双极电场加速。显然，上述大多数现象都应采用动理学和非局部方法进行处理。

最早采用一维[121] 和三维[122] 电磁粒子网格模拟对微波电子回旋共振离子源进行建模的研究可追溯至20世纪90年代。这些研究分别考察了泵浦波的传播以及一维[121]和三维[122], 功率吸收分布。后者得益于当时可用的高性能计算技术。这些研究所采用的PIC方法描述了等离子体和电磁场在时域中的自洽演化。近期，参考文献125–127和155在电子回旋共振放电的推进相关PIC模拟中采用了在时域内耦合求解粒子方程和场方程的方法，并利用有望支持较大时间步长的新型PIC算法，对带磁喷管的电子回旋共振推力器进行了1D和2D模拟。具体而言，参考文献127明确证明，电子功率吸收确实发生在多普勒展宽的共振区，在此区域中电子获得垂直能量。这会导致电子在速度空间中的分布各向异性，研究指出，这对某些不稳定性可能具有重要影响。令人意外的是，在电子平均垂直能量分布曲线上，远离电子回旋共振区域的位置出现了第二个峰值。研究将这一发现归因于大量电子受到磁镜效应的作用而被困在背板一侧，以及受到电子回旋共振区域下游一侧静电势的作用而被困。

另一组工作[26],116,[156–160] 对采用栅格提取系统的电子回旋共振放电进行了数值研究。他们采用了前面提到的简化方法，根据方程（10）和（11）计算微波场，但未考虑等离子体贡献，即采用 $\boldsymbol{j} = 0$。对于高密度或过密等离子体而言，这种做法并不合理，因为此时等离子体频率与驱动频率相当或更高；忽略等离子体的影响可能会忽视额外的截止位置或共振位置。例如，图5取自参考文献116中进行的一项PIC模拟，该模拟针对由4.25GHz驱动的电子回旋共振放电，显示电子密度接近临界密度，对于该频率而言，临界密度约为$9.8 \times 10^{16}\,\mathrm{m}^{-3}$。然而，如果关注的是电磁波传播以外的其他效应、功率吸收的精确细节，以及相关的电子加热或增能，那么这种近似可能是合-

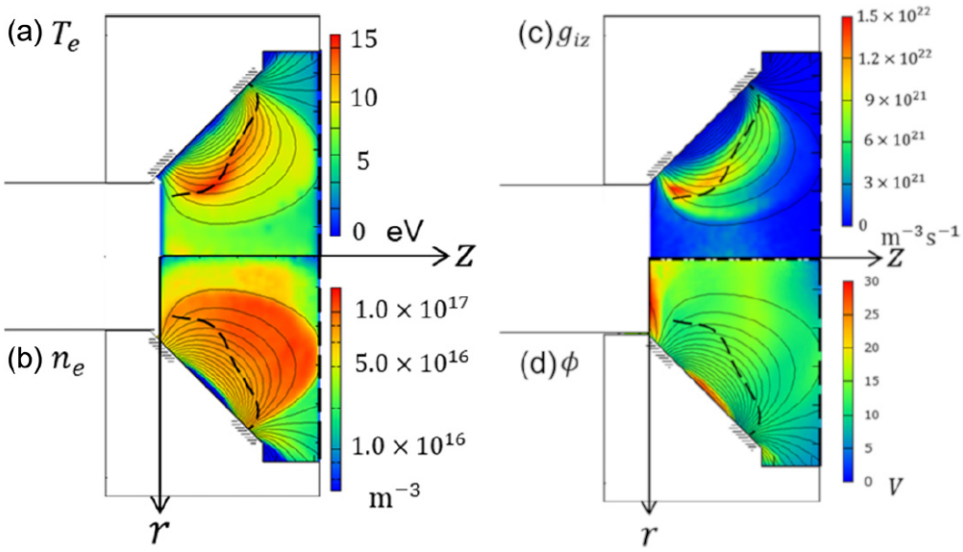

图5。 μ10 ECR 推力器中电子温度、电子密度、电离率和静电势的（r，z）分布。经 Yamashita等[116]，《等离子体物理》**26**，073510（2019）许可转载，版权所有 © 2019 美国物理联合会出版社。

合理的假设。参考文献 26 对 μ1 微型 ECR 栅格推力器进行了模拟，并证实其中的电子因磁镜效应而受到良好约束，从而能够高效加热。预期离子可由栅极系统充分加速，而不会显著损失到壁面。参考文献 156 研究了此类装置中的电子引出，并得出结论：孔口边缘处的电场发挥着重要作用。参考文献 157 观察到放电室中存在方位向旋转的不稳定性，该不稳定性会破坏方位对称性并产生方位向电场；由于电子在具有有限径向分量的磁场中发生 $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 电子漂移，电子轴向输运随之增强。与先前研究氙中 ECR 放电的工作不同，参考文献 158 模拟了水蒸气中的类似放电，但仅考虑了少数正离子种类；研究发现，要获得相同的电子密度，与氙中的放电相比，需要更高的功率（详情见 V A 节）。研究还发现，H_2O^+和 OH^+ 占主导地位，比例超过 97%。尽管如此，由于 H^+ 离子的质量较小，它们贡献了约 10% 的离子电流密度，因此不应忽略这些离子。研究还检测到了此前观察到的方位向不稳定性[157] 。参考文献 159 进一步在先前模型中加入了 H^-、O^-和 OH^- 负离子种类。结果表明，尽管 H_2O^+ 仍占主导地位，但出现了大尺度辐条结构，与在磁场几何结构相似的平面磁控管中观察到的结构相似[161]。研究发现，辐条结构会导致电子回流，从而对推力器性能产生负面影响。参考文献 160 研究了类似放电（但以氙为工作介质）中不同孔口形状和磁场形状对引出效率的影响。研究发现，孔口形状影响甚微，而所考察的一种磁场形态可使效率提高 50%，这归因于回流减少，原因是由于不存在辐条结构，且电子朝放电室下游内表面和外壁的损失均有所减少。在参考文献116中，通过对以氙为工质运行的 μ10 推力器进行仿真，获得了基本的等离子体性质。图5展示了部分仿真结果，其中虚线表示电子回旋共振等值线。可以看出，电子温度和电离率的峰值都接近该等值线。这符合简化模型的预期；该模型忽略了等离子体贡献，但若采用更一般的模型，结果可能会有所不同。电子密度分布比电离率分布宽得多，这表明存在一定的横磁场扩散；但其边界呈弧形，说明电子受到磁场的良好约束。此外，研究还发现，静电势是电子约束的另一个重要因素，因此约束效果取决于电子能量。另一项发现——电子能量分布函数在速度空间中具有各向异性——后来也通过另一种模型[127]得到了证实。研究表明，高能电子群在电离过程中发挥着重要作用，尽管其密度相对较低。研究还指出，磁场对离子的影响可能十分重要。另一研究团队采用类似的场-等离子体动力学模型（但为二维模型），对另一种电子回旋共振栅极推力器装置进行建模[117,162,163]，；与此前提及的模型不同，该模型纳入了库仑碰撞。参考文献162指出了磁场非均匀性相关效应的重要性。参考文献163研究了电子引出机制，并在电子回旋共振中和器中识别出两种不同的电子引出通道。在第一种通道中，引出的电子从电子回旋共振区域出发，横越磁力线运动；大多数电子被磁镜效应约束，并通过电子回旋共振机制加热。在第二种通道中，引出的电子从外围出发，沿磁力线运动。

电子回旋共振区域。研究发现，随着阳极电势升高，这些通道中的电子输运表现出不同的响应。在参考文献117中，采用结合自适应粒子管理算法的直接模拟蒙特卡罗方法，对中性气体动力学与场-等离子体演化进行了自洽建模。

c. 螺旋波等离子体推力器 螺旋波放电具有若干特点，使其在电推进应用中颇具吸引力[24,146]。它们具有较高的电离效率[164] 和功率转换效率[165]，；后者得益于螺旋波模和特里维尔皮斯-古尔德（TG）模在等离子体中的吸收。这些模在相对较弱的磁场[166]，中激发，而磁场由螺线管或永磁体产生。激发频率范围为 $\omega_{c,i} \ll \omega \ll \omega_{c,e}$，对于典型参数，这相当于兆赫，因此无需复杂的电源。从概念上讲，它可以视为由直流磁场增强的电感耦合等离子体放电。因此，它们具有电感耦合等离子体放电的一些固有特点，例如无电极构型，以及随功率增加而发生的E-H加热模式转换。不过，当功率进一步增大时，它们还会呈现独特的物理现象：螺旋波模和TG模被激发，放电进入W加热模式[167]。

W加热模式下的螺旋波放电预计会呈现丰富的物理现象，因此需要进行完整的电磁PIC模拟。螺旋波模和TG模的激发、它们在等离子体中的吸收，以及相关的非线性物理过程，特别是模转换、参量不稳定性、非线性朗道阻尼以及各种不稳定性的非线性发展，都是这一背景下尤为值得关注的问题[135,167–171]。功率吸收和电子加热剖面与螺旋波等离子体中发生的许多其他重要现象相互交织，例如等离子体密度剖面的形成[172]，以及各种不稳定性的触发；后者会导致电子沿磁力线横向发生反常电子输运[167]。由于碰撞率较低，电子能量分布函数往往偏离麦克斯韦分布，且平均自由程可能与系统尺寸相当。因此，相应的模拟必须具备自洽、动理学和非局域特性，粒子网格模拟正适用于此。不幸的是，由于此区间的螺旋波等离子体会产生高等离子体密度，相应的德拜长度较小；而且，受传统显式PIC算法对网格单元尺寸和时间步长的限制，计算成本很高。因此，文献中已有的螺旋波放电粒子网格模拟都考虑低功率区间，此时等离子体密度不太高，而且功率吸收动力学可能与电感耦合等离子体区间相似，因而可以按该区间进行建模（参见“电感耦合推力器”）。在其他情况下，如果研究重点不是波传播和自洽功率吸收，则可以采用静电粒子网格法对感兴趣的某些方面进行建模。另一种选择是使用混合代码，以流体方法描述电子响应，通常忽略惯性效应，同时用粒子网格法模拟离子动力学[173]。这种方法会受离子时间尺度上刚性的限制，可用于研究特定问题，但也有可能遗漏与电子惯性（在螺旋波推力器通常工作的下混杂频率附近可能十分重要）、非局域效应和电子动理学效应相关的重要物理过程。

由于前述电磁粒子网格建模的复杂性，文献中关于螺旋波放电的相应完全自洽电磁粒子网格模拟报告十分稀少[124,174]。文献174考察了磁场和功率变化时H-W加热模式的转变。结果表明，与通常认为在W模式下功率吸收由TG模主导的假设相反，对于所研究的放电情况并非如此。相反，功率主要由等离子体主体中的电子吸收，这凸显了使用自洽电磁粒子网格模型的重要性。文献124还指出，螺旋波模对于描述功率吸收可能具有重要意义。

其他研究采用了对电磁场的简化描述，因此也简化了功率吸收，并假设放电工作在低功率H模式下，使得对 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{EM}}$ 施加电场的 ICP描述（见“电感耦合推力器”）成立，但重点关注放电物理的其他方面[172,175–177]。文献175使用DSMC方法对中性粒子动力学进行了建模，并考虑了从上游侧和下游侧注入中性粒子的情况，同时考虑了磁场变化。输出数据表明，下游注入与推力器出口附近最强的磁场相结合，会使等离子体密度峰值从上游侧移向下游侧，从而产生更大的总推力。文献176 研究了磁喷管加速中电子和离子的动量增益，发现随着磁场强度增加，电子的轴向动量增益显著增加，并在磁喷管中占据主导地位；电子的轴向动量增益是由电子动量从径向向轴向的转换引起的，从而使推力和比冲均显著增加。在文献 177中发现，随着磁场增强，就推力产生而言，抗磁电流的贡献超过了 $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ 电流。文献172 研究了随着磁场增强等离子体密度剖面的变化以及高能电子的输运。观察到中心峰值密度剖面变为双峰结构，并据此提出：电子受到射频电场加热，随后沿径向向内输运，从而形成一种非局部机制，塑造电离率和等离子体密度剖面。

C. 等离子体-壁面相互作用

等离子体-壁面相互作用是几乎所有具有高表面积体积比的电推进装置中的基本过程。许多实验证据[178–181]表明，推力器壁面材料对推力器性能和放电参数有着重大影响。粒子模型非常适合模拟等离子体-壁面过渡区的非中性特征。与等离子体-

壁面相互作用相关且可由基于粒子的模型捕捉的不同主题，可分为以下几类：i）鞘层效应导致电子偏离麦氏分布；ii）电子诱导二次电子发射；iii）离子溅射；iv）壁面处的离子复合；以及 v）气体-壁面相互作用。下面将介绍这些方面。

a. 鞘层模型 近期，一系列论文[182–185] 利用 Taccogna 等人[186,187]修订版 PIC模型，研究 HT放电中垂直于侧壁方向的动力学，重新引发了人们对电子动力学的关注。由于低碰撞率不足以补充在壁面被收集的高速度电子，因此检测到平行于磁场方向的电子速度分布函数（VDF）明显耗减，这对一些全局量有着重要影响：鞘层电势降、壁面碰撞频率以及粒子和功率壁损失[188]。尤其是，与麦氏粒子群相比，VDF耗减使到达壁面的电子粒子通量和能量通量显著降低，从而减轻近壁电导率对总反常电子跨磁场输运的影响。此外，电子低碰撞性会导致垂直于和沿着磁场 B 方向的电子温度各向异性，并使 HT放电中的内外侧壁出现不对称。然而，研究表明，磁场相对于侧壁的倾角会影响径向和轴向电子速度分量之间的转换，并减弱这些效应。

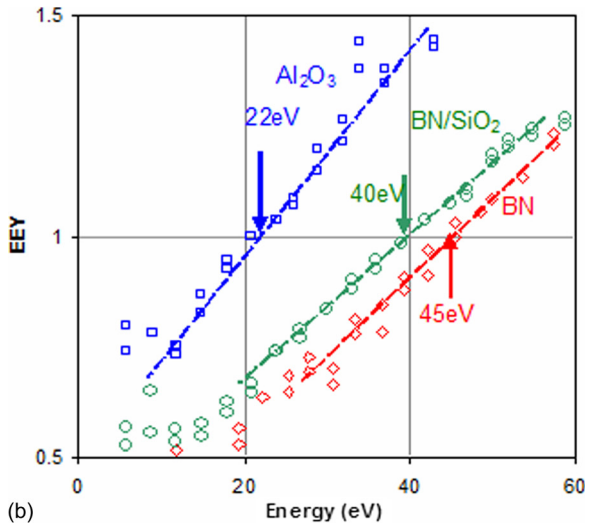

图 6。原始 铝$_2$氧$_3$、氮化硼和$BNSiO_2$ 的电子发射产额。各线对应于线性定律。箭头表示第一个交叉能量。经Tondu 等[196]，《应用物理学杂志》**110**，093301（2011）许可转载。版权所有 2011 美国物理联合会。

*b.*二次电子发射模型当推力器的侧表面由介电材料制成时，二次电子发射（SEE）主要由电子碰-撞引起（离子碰撞的影响可忽略），这是相当常见的情况。电子诱导的二次电子发射对侧向电势鞘层降、壁能量损失、吸收功率以及电子横向电场输运（近壁电导）具有重要影响，并且通常与不稳定性[189]耦合。由于电子-材料过程的典型特征是时间尺度很快（10^{-13}秒），在 PIC 模-型中实现电子壁面发射可以采用唯象方法。在最后

多年来，人们提出了不同的二次电子发射算法，其特征由电子发射产额 (EEY) $\sigma(E_P, \theta_p)$、二次电子的发射能量谱$f_E(E_P, \theta_p)$及发射角分布$f_\theta(E_P, \theta_p)$来描述，这些量均为初级电子撞击能量E_P 和角度 θ_p 的函数：线性律和幂律[179,190]，修正幂律[191]，修正 Vaughan 模型[192]，Sombrin 模型[193]，Furman-Pivi 模型[194] 以及采用机器学习软件所得表达式的模型[195]。然而，目前仍缺乏与电子发射产额相关的数据，尤其是低能量范围$E_p < 30$ 电子伏特内的数据（由于鞘层电场的减速作用，大量初级电子的撞击能量处于此范围），这是因为测量存在实验困难。最准确的测量结果[196–199]（见图 6）和理论研究[200] 表明，零撞击能量时的电子发射产额并非为零 $\sigma(E_p = 0) > 0$，约为 0.3–0.4；对于与 EP 相关的最常见介电材料，当能量E_P 低于 10 电子伏特时，电子发射产额甚至会随能量降低而增大。这种行为无法通过线性律、幂律或 Vaughan 定律重现，可归因于三类发射二次电子的电子发射产额表现各异：弹性和非弹性背散射电子，以及真实二次电子（属于壁面材料的电子）。一些数值研究[201] 表明，$E_p = 0$处电子发射产额取值的不同会改变宏观行为。最后，背散射电子对撞击能量和角度具有记忆效应[202,203]：真实二次电子呈各向同性发射（余弦朗伯分布[204,205]），而背散射电子则表现为双瓣角分布[203,206,207]，集中在近似入射角和镜面反射角处（见图 7）。这会对非局域特性（从一侧壁面发射的电子往往会撞击对侧壁面）以及近壁贡献对电子反常迁移率的实际估算产生重要影响。

*c.*离子—壁面相互作用模型不同电推进器的寿命受到放电室腔室壁面因离子溅射而产生的大量侵蚀的限制：在磁场非屏蔽构型中，腔室壁面的积分离子通量最高可达总离子产生量的40%（对推进器体积上的电离源项进行积分）。因此，对放电室壁侵蚀进行可靠且精确的模拟，将有助于减少在《真空》腔室中开展的耗时且昂贵的寿命测试。此类模拟需要了解壁面撞击时的离子速度分布函数（至少对离子使用粒子模型即可获得），以及根据撞击能量和角度确定的壁面材料溅射产额函数（针对给定的入射离子种类）。计算负载已成功再现总体侵蚀率趋势[208]，但模型尚未具备完全的预测能力，或无法再现-

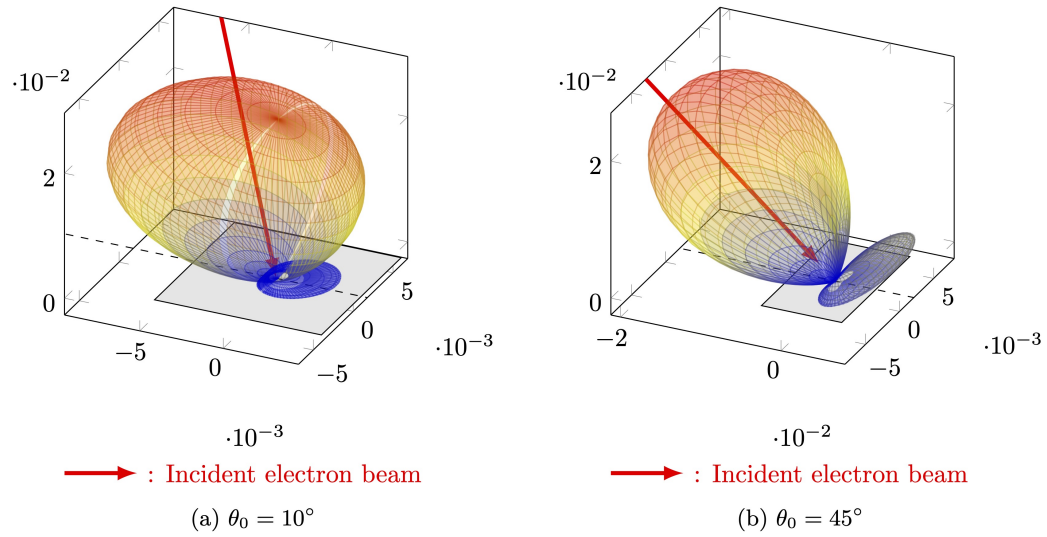

图 7.铝表面的弹性背散射瓣，其入射电子能量为E_p = 40 电子伏特，且有两种不同的入射角：(a) θ_p = 10° 和 (b) θ_p = 45°。经 Villemant等[203], 许可转载，IEPC-2017-366（2017），版权所有 2017 电火箭推进学会。

以实验观测到的表面特征为例。尤其是，低离子能量下的溅射产额仍未得到充分了解，侵蚀与性能退化之间的联系仍需进一步研究，而且对于 HT 构型中普遍存在的所谓“异常”侵蚀脊，至今仍缺乏解释[209]。高保真等离子体模型尚未与复杂的材料和溅射模型集成。最后，要全面评估侵蚀效应，就必须模拟再沉积率，因此需要追踪溅射原子的运动轨迹。与评估离子溅射分布相比，这通常计算成本较低，因为这些中性粒子的运动轨迹与等离子体的耦合较弱，可以使用视角因子模型[210]等简化方法进行研究。

当离子撞击推力器壁面时，除了可能导致溅射原子的发射外，它们很可能会损失动能，并倾向于与壁面电子复合。这个过程被称为“离子复合”，而对于饱和壁面，几乎所有撞击的离子最终都会以中性粒子的形式返回等离子体。实际上，撞击的离子也可能被壁面反射[211], 尤其是在掠入射角下，以及离子与壁面原子之间的质量比非常低时；当质量比高于2 时，反射概率可以忽略不计。由于用于等离子体推进的离子相对较重，并且在等离子体鞘层内显著地朝向壁面加速（因此它们具有接近法向入射的角度），所以在大多数用于等离子体推力器模拟的粒子代码中，通常会忽略离子反射。离子最终也可能被注入表面，尽管重离子发生这种情况的可能性极低；近期研究表明，对于氙离子撞击铝靶，在法向入射且能量高于300电子伏特时，注入概率约为 0.2-0.5%[212]。当离子既未被反射也未被注入时，复合-发生反应（绝大多数情况下），生成的中性原子既可以被表面吸附（如果可行，则重新结合成中性分子），也可以重新发射回等离子体中。对于相关的替代性离子推进剂（如 N和 O；见第V A 节），分子重新结合的概率分别为 7%和17%[57]。重新结合的分子会以与壁面热平衡的状态重新发射（即平均发射能量等于 $2T_w$，其中T_w 是以能量单位表示的壁面温度），其角度分布则由朗伯余弦分布正确表示；而重新结合的原子可以以平均动能 $\langle E_{emi}\rangle$发射，该动能还取决于入射离子能量E^{imp}，具体由能量容纳系数 α_w决定：

$$\langle E_{emi}\rangle = (1-\alpha_w)\,E_{imp} + 2\alpha_w T_w. \tag{15}$$

该系数通常取决于多个因素，例如离子与壁面原子的质量比、表面的洁净度和粗糙度，以及入射粒子的能量和方向。然而，在缺乏实验数据的情况下（对于高能量的轻物种，通常可以获得实验数据[213–215]），数值模拟通常假设该系数接近于 1，这一假设也得到近期一项实验证据的支持[216]。近期的参数化研究[217–219]发现，该系数会显著影响等离子体放电特性，例如推进剂利用效率 η_m。具体而言，较低的 α_w 会产生能量更高的中性粒子群，这些粒子在推力器内部更难被电离，从而降低 η_m。至于发射出的复合原子的角分布，它可能偏离朗伯余弦分布，尤其是在掠入射离子入射角较大时；不过，为了简化处理并且由于缺乏可靠的角度数据，几乎所有仿真代码都忽略了这一点

在所关注的入射能量下。最后，还需注意另一个容易引起混淆的问题：文献中报告的能量适应系数和角分布通常反映所有反射粒子的行为，包括反射离子和复合后的中性粒子，因此不能与离子反射系数（用于模拟不发生复合的直接离子反射）同时使用。

d. 气体-壁相互作用模型 与离子-壁相互作用密切相关的是，气体-壁相互作用也是电推进器以及用于大气吸气式电推进的进气道仿真中另一个备受关注的主题。尽管中性粒子不受电场和磁场影响，但其密度分布与等离子体的密度分布高度耦合，因为它们决定了电离源项，以及离子和电子的动量损失项与能量损失项。事实上，中性推进剂的密度最高可达到等离子体密度的10倍，因此，对其进行准确预测十分重要。推进剂中性粒子的动能通常仅为几分之一电子伏特；在这一能量范围内，关于壁面反射中性粒子的能量适应性[207] （同样使用公式（15）进行建模）及其角分布，可获得的数据都十分有限。尤其是，实验数据和理论模型都无法覆盖所关注的低能量区间。对于前者而言，要获得慢速中性粒子的单能束极具挑战性；对于后者而言，在低能量下，入射粒子的粒子-波二象性开始显现，硬立方体模型或软立方体模型等经典力学模型[220], 开始失效。无论如何，与离子类似，表面粗糙度和撞击角都会影响反射中性粒子的能量适应系数和角分布。用于仿真中性粒子反射的最常用模型是麦克斯韦模型和沙姆伯格模型。前者认为镜面反射和完全漫反射具有固定的概率；后者则依赖额外的调节系数，以重现受撞击角影响的中间反射情形。参考文献219报道了中性粒子反射模型对等离子体放电中.....的影响研究

圆柱形腔室中，假设粒子与壁面发生弹性（即能量守恒）碰撞。图 8 展示了该模型如何影响粒子轨迹，进而影响中性粒子在腔室内的驻留时间；显然，假设发生纯漫反射会高估驻留时间。研究发现，在推进剂利用效率 η_m 较低（低于 70%）时，所考虑的模型会显著影响维持等离子体放电所需的最小质量流量以及推进剂利用效率。事实上，当 η_m 较高时，无论采用哪种反射模型，中性粒子在腔室内几乎都会完全电离。

气体-壁相互作用对于优化推进剂喷射位置和吸气式电推进（ABEP）进气口性能也尤为重要。近期，首项研究采用直接模拟蒙特卡罗（DSMC）模型，对 HT[222] 中的氙气推进剂进行了研究。研究表明，反向喷射（推进剂从出口平面向后朝阳极喷射）能够提高推进剂利用效率。

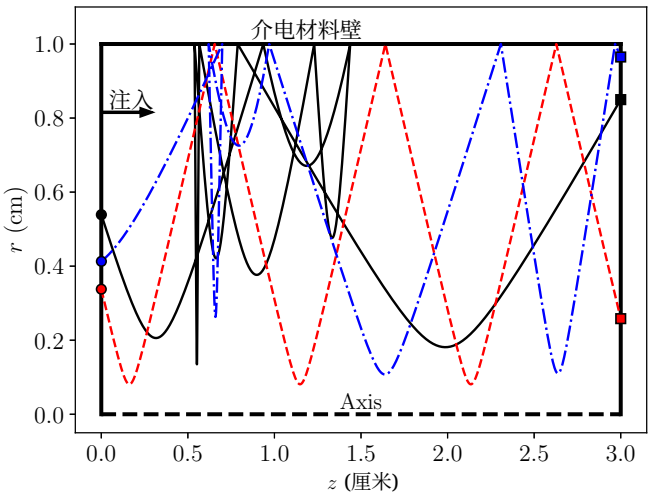

图 8. 圆柱形放电腔室内中性粒子的轨迹。推进剂原子从左侧边界注入，并被等温电子流体电离。红色虚线表示镜面反射中性粒子的轨迹，黑色实线表示纯漫反射中性粒子的轨迹，蓝色点划线表示按照 Schamberg 模型反射的中性粒子的轨迹。经 Domínguez-Vázquez 等[219]，《等离子体源科学与技术》**30**, 085004 (2021) 许可转载，《等离子体源科学与技术》。版权所有 2021 IOP 出版社有限公司。

η_m 相对于从阳极直接注入的情况最多可提高 30%。后者已通过不同的 DSMC 模型[223,224] 进行了研究，这些模型展示了流动偏差和热适应系数 α_W 对进气性能的影响。为了模拟气体成分在整个进气道中的变化[224]，化学反应以及原子氧在壁面上复合形成O_2 分子的重要性也得到了强调。

IV. PIC模型的等离子体羽流膨胀及其与航天器的相互作用

所有电推进器都会产生向自由空间扩展的等离子体羽流，并可能与敏感的航天器表面及其机载电信系统相互作用。就前者而言，由于并非所有推进剂都会在推力器内部电离，快速喷出的离子会通过“电荷交换”碰撞与缓慢的中性粒子相互作用，从而产生缓慢的离子，其轨迹会受到局部电场的影响。因此，这些碰撞可能导致所谓的“离子回流”，使离子朝向卫星表面运动，例如太阳能电池阵或光学传感器；诱发的溅射和污染／沉积会显著降低这些部件的性能。至于电推进子系统对电信子系统的干扰，它可能由推力器的天线／线圈（例如相应推力器中的射频线圈或螺旋波天线）产生，也可能由等离子体羽流本身产生；对于频率低于等离子体频率的无线电波而言，等离子体羽流并不透明，而这种情况通常出现在最靠近推力器的高密度等离子体区域。

频率低于等离子体频率，这种情况通常出现在最靠近推力器的高密度等离子体区域。

基于上述考虑，宿主卫星的系统工程师必须借助精确的等离子体羽流仿真，仔细选择电推进器的安装位置。仿真应能预测推力器和航天器周围的等离子体特性，覆盖数米的距离。目前，有两种主要的仿真方法可应对这一具有挑战性的任务：混合方法和全PIC方法，以下小节将介绍并比较这两种方法。

A. 混合模型及其局限性

为了仿真等离子体羽流与任意几何形状的通用航天器之间的相互作用，仿真模型必须采用三维形式，因此会带来相应的计算负担。在此背景下，混合模型[225–234]应运而生，因为在建模等离子体推力器羽流的扩展及其与航天器的相互作用时，它们在准确性和计算成本之间实现了最佳折中。具体而言，这类模型对离子种类（有些情况下也包括中性粒子）进行动力学处理，从而准确捕捉电荷交换碰撞；同时，对速度最快的粒子——电子——采用流体建模，并以守恒方程描述。凭借这些特点，混合模型能够避免全PIC模拟在时间和空间上的限制：在时间步长方面，避免电子CFL条件或等离子体频率和回旋频率的约束；在网格单元尺寸方面，则避免准中性羽流区域内的德拜长度约束。电子流体模型的复杂程度取决于电子守恒方程所采用的闭合关系，可以是压力张量闭合[229],[232–234]，也可以是热流矢量闭合[228,230]。

在第一种情况下，通常的做法是假设电子为多方电子，其温度是电子密度的函数：$T_e(n_e) \propto n_e^{\gamma-1}$。属于这一类别的混合模型还可以根据其中动量平衡方程所考虑的项进一步区分。最简单的方法是忽略所有惯性、碰撞和磁场效应[225,227,232,235]，并根据玻尔兹曼关系得到电势，如下所示

$$\begin{cases} \phi = \dfrac{T_{e0}}{e} \ln\left(\dfrac{n_e}{n_{e0}}\right) & \text{for } \gamma = 1 \\ \phi = \dfrac{\gamma T_{e0}}{e(\gamma-1)}\left[\left(\dfrac{n_e}{n_{e0}}\right)^{\gamma-1} - 1\right] & \text{for } \gamma \geq 1, \end{cases} \tag{16}$$

其中 T_{e0},n_{e0} 是某一点处的参考电子温度和密度，在该点 $\phi = 0$。因此，对于等温模型（$\gamma = 1$），渐近电势（即$n_e \to 0$时的电势极限）为 $-\infty$，这是一个明显不符合物理实际的预测；而对于 $\gamma > 1$，更为现实的结果是 $-\gamma T_{e0}/[e(\gamma-1)]$。其他更复杂的模型通过求解电子动量平衡方程，并考虑碰撞效应[229],，得到 ϕ（或相关的热化电势 Φ），从而可以得到电子电流密度、电子惯性效应[72], 在近场羽流最内侧具有较大等离子体梯度的某些区域中具有相关性，以及磁场效应[236,237], 在低地球轨道中膨胀的等离子体羽流中（由于地磁场）无处不在，或在 HT 和大多数电磁推进器的近场羽流区域中非常相关。然而，这些基于多方电子的模型的主要缺点是：它们无法正确再现 HT 的磁化羽流中的电子温度[238],，在非磁化情形中也是如此，正如后文所示。

在第二种情况下，通过求解电子能量守恒方程[228,230]来获得热流闭合中的电子温度。人们考虑了不同类型的闭合关系：具有 $\boldsymbol{q}_e \propto -\nabla T_e$的扩散型傅里叶定律，以及混合扩散-对流型闭合关系，在这种闭合关系中，电子热流矢量包含一个与电子流体速度成正比的分量。对此，已有研究表明[239]，对于热流矢量，纯对流定律 $\boldsymbol{q}_e = \alpha n_e T_e \boldsymbol{u}_e$ 等价于多方电子模型，前提是 $\gamma = (5+2\alpha)/(3+2\alpha)$。

混合模型还可以通过纳入泊松方程来考虑非电中性效应，这对于航天器表面附近或羽流外围区域尤为重要。在采用压力张量闭合的模型中，可将其作为非线性泊松方程加入，从而修正准电中性条件 $\varepsilon_0 \nabla^2 \phi^* \ll e n_e^*$ 不成立区域的电势和电子密度。这里，ϕ^*, n_e^*分别是在假定准电中性条件下得到的电势和电子密度。在这类区域中，可以将电子密度表示为电势的函数，即 $n_e = n_e(\phi)$[229,234,240],，由此得到一个非线性偏微分方程。图 9 展示了假设电子为多方电子且存在电荷非电中性的混合模型仿真结果，其中清晰可见航天器附近非电中性区域的引入（电势会适应卫星的地面电势），并且离子回流电流因此增加了约 20%。然而，采用热流闭合的模型并不考虑这种非线性泊松方程求解器方法，而是将泊松方程与其他守恒方程耦合，用于修正电子密度[241]：$n_e = n_e^* + (\varepsilon_0/e)\nabla\phi^2$。这里，$\phi$是从动量平衡方程中得到的电势，其中假设电荷非电中性。

然而，如上所述，多方电子热力学（迄今为止，混合羽流模型中最常见的假设）忽略了非常重要的动力学效应，近期关于无磁化等离子体羽流膨胀的研究[242–246]已对此进行了证明。Merino 等人[242] 基于 Vlasov 方程建立了动力学模型，并指出电子分为三大类：“自由电子”，其能量足以从等离子体源到达无穷远处；“反射电子”，最终会返回源；以及“双重俘获电子”。这些电子群的贡献会随着羽流膨胀而变化，其中反射电子和双重俘获电子在下游逐渐消失。因此，电子速度分布具有各向异性，且电子温度沿羽流轴方向和平行于羽流轴的冷却速率（随膨胀而变化）各不相同。

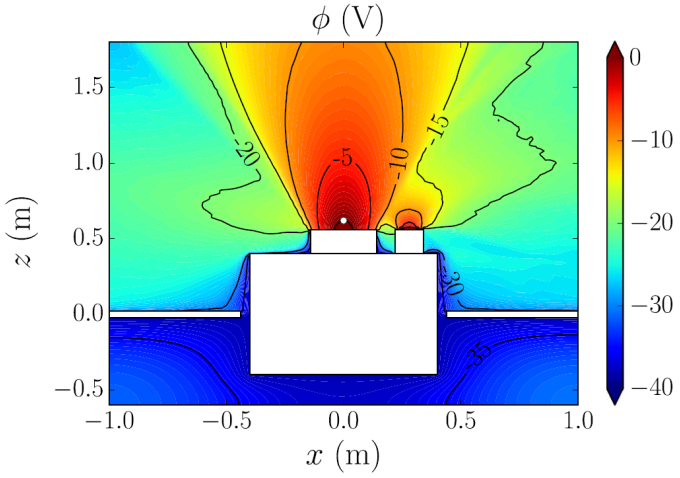

图 9. 混合模型预测的立方体卫星周围电势，其中多方电子采用 $\gamma = 1.1$ 建模，并考虑了非中性区域。模型中包含离子的电荷交换碰撞。经许可改编自 Cichocki 等人，[229]，《等离子体源科学与技术》**26**，125008（2017）。版权所有 © 2017 IOP 出版社。

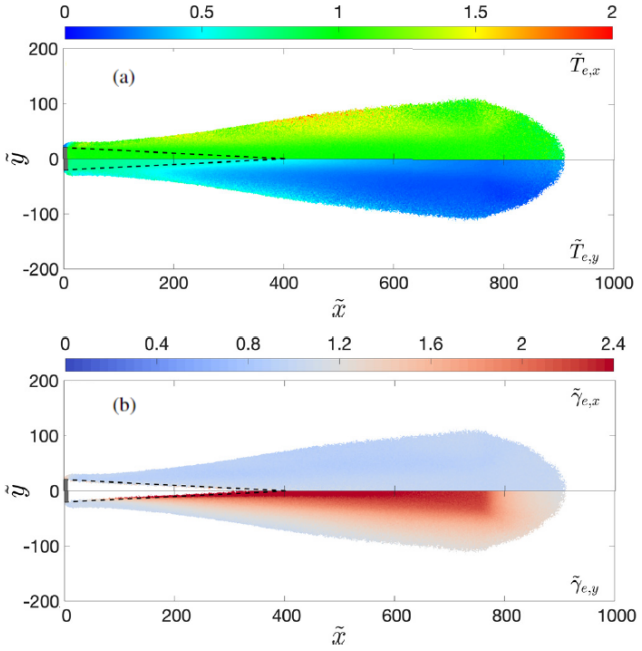

图 10. 全PIC模拟结果：(a) 平行于羽流轴的电子温度$T_{e,\tilde{x}}$（上）和垂直于羽流轴的电子温度$T_{e,\tilde{y}}$（下）；(b) 平行（上）和垂直（下）方向电子温度的局部多方冷却率。考虑从 $\tilde{x} = 0$ 注入无电流且准中性的粒子（参考文献 245 中的模拟 B）。所考虑的几何结构为平面结构，羽流沿垂直于页面的方向无限延伸。经许可改编自 Wang等。[245]，《等离子体物理》**26**, 103502 (2019)。版权所有 2019，美国物理联合会出版社。

度，而垂直于羽流轴方向的电子温度则不同。平行方向的温度趋于渐近值，因此其冷却速率为 $\gamma_{\parallel} \to 1$；垂直方向的电子温度则趋于 0，冷却速率为 $\gamma_{\perp} \to \gamma_{\perp,\infty} > 1$。近期的全粒子 PIC 研究[243–245]也观察到平面羽流膨胀中电子平行和垂直温度存在明显的各向异性。图 10 展示了电子平行和垂直温度的变化（子图 (a)）以及相应的冷却速率（子图 (b)）。平行方向的电子温度似乎几乎保持恒定（至少对于所考虑的已电荷中和羽流而言），相应的冷却速率接近 1，且仅微弱依赖于距对称面的距离（此处的对称面为$y = 0$平面）。相反，垂直方向的电子温度迅速衰减，其冷却速率则取决于距对称面的距离，并趋近于（甚至超过）所考虑的平面膨胀的绝热极限（极限值为 2）。

因此，基于单一系数 γ的幂律电子模型无法正确捕捉上述物理现象，甚至会在电势和离子密度等宏观量中引入误差，尤其是在羽流外围和回流区域。最-近的研究[244–246] 明确展示了简单准中性玻尔兹曼电子模型的不足。虽然这些差异中的一部分也可归因于混合模型所采用的准中性假设，但上述动力学效应显然被后者忽略了，并且对宏观等离子体羽流性质具有不可忽略的影响。图 11展示了图10中玻尔兹曼模型与同一全PIC模拟之间离子和电子密度的相对差异：尽管羽流核心区域内的密度得到了正确捕捉，但在外围区域发现了显著误差，离子和电子均是如此。最后，Nuwal 等人。[246] 在航天器相互作用情景中，对比了全粒子-粒子网格法（PIC）与玻尔兹曼/多方电子模型，用于模拟存在电荷交换碰撞的碰撞羽流。这项研究凸显了预测的慢速离子群体（由电荷交换碰撞产生）之间的重要差异；该群体是导致航天器溅射、充电和污染的主要原因。

B. PIC模型

在全粒子-粒子网格法（PIC）等离子体羽流仿真中，有两个关键主题值得进一步讨论：粒子的加载，以及粒子和场的边界条件。

离子和电子可以通过以下方式加载到模拟域中：(i) 准中性且双极性的注入表面[245,247],(ii) 非中性双极性注入表面[245,246],, 在这种情况下会模拟中和鞘层对下游电子的加速；或 (iii) 分别通过不同且不共址的表面加载离子和电子[248],，以研究中和器与离子束的耦合。只需从发射表面加载数量相同的电子和离子，并将返回该表面的粒子回流[249]（例如，按相同的加载分布重新注入），即可轻松实现电流双极性。对于局部无电流表面以及典型的离子马赫数（10–30），由于热通量差异很大，每单位时间内穿过发射表面、朝向模拟域的电子数量（包括加载和回流的电子）可能远多于离子数量

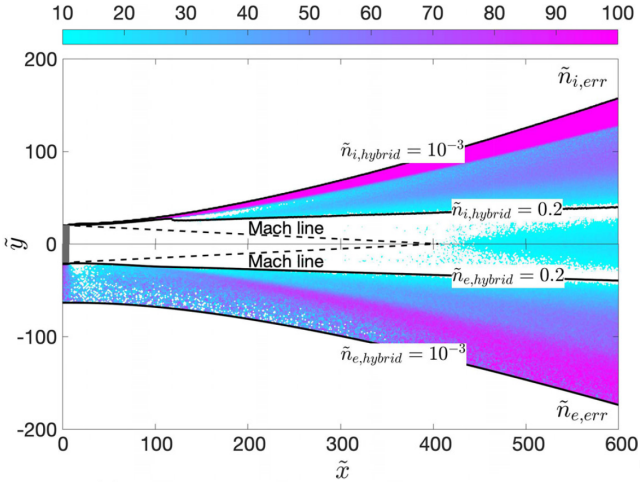

图 11. 准中性混合PIC模拟（采用等温玻尔兹曼电子）与全PIC模拟之间的离子（上）和电子（下）相对密度差异（参考文献245中的模拟B）。经 Wang 等[245]，《等离子体物理》**26**，103502（2019）许可改编。版权所有 2019，美国物理联合会出版社。

。另一方面，要保证发射表面准中性则更为微妙。一种方法是将离子和电子以相同的漂移速度加载到体积源区域[244,245]，中，该区域具有固定的等离子体电势，并随时间调整，以保证发射出准中性且无电流的羽流；另一种方法则是在每个时间步长根据观测到的局部电荷[247]控制发射电子的数量。关于粒子的加载分布，离子通常按照漂移麦克斯韦分布注入，其温度较低，流体速度为超声速（$u_{\|,\,i} \gg c_s$，其中 c_s 为离子声速），以代表所研究的推力器；在某些情况下，还会考虑局部羽流发散角[247]。另一方面，电子在垂直于羽流轴的平面内按麦氏分布加载，而沿羽流轴方向则按半麦克斯韦分布[246–248] 或半麦克斯韦通量分布[245] 加载，即：

$$\begin{cases} f_{\mathrm{inj}}(v_{\|}, v_{\perp}) \propto |v_{\|}| \exp\left(-\dfrac{mv^2}{2T}\right), \text{ for } v_{\|} > 0 \\ f_{\mathrm{inj}}(v_{\|}, v_{\perp}) = 0 \text{ for } v_{\|} \leq 0, \end{cases} \tag{17}$$

其中 $v^2 = v_{\|}^2 + v_{\perp}^2$。如参考文献249所示，正是后一种分布在注入表面上正确再现了半麦克斯韦分布函数。对于全局无电流的羽流，由于发射的电子被反射回源处，源处恢复了完整的麦克斯韦电子分布，但高负速度区域（即返回源处的电子）除外；该区域由于自由电子在下游损失而为空[247]。

现在谈到边界条件，对于电势，通常在注入边界处施加狄利克雷条件，并在其余开放模拟边界处施加齐次诺伊曼条件。对于宏观粒子，情况则更加复杂：穿越模拟边界的离子会直接从模拟中移除，而电子则会被移除[244,245]，或选择性反射[247,248]。第一种方法受到更严格的计算约束，因为边界效应更加显著，需要使用更大的模拟区域。图10清楚地展示了这一点，其中的结果是在准中性羽流到达下游边界之前进行分析的。另一方面，第二种方法通过根据电子的机械能[248]，或根据最近PIC步[247]中离开计算域的总净电流，反射一部分穿越外边界的电子，从而能够减小下游边界效应。这些方法旨在模拟电子在更下游、模拟域之外发生的部分反射，从而减小边界对所得结果的影响，如图12所示。

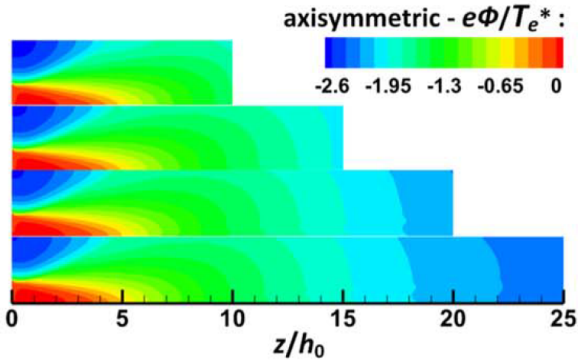

图 12. 在电子采用开放边界条件时，不同计算域扩展下二维轴对称等离子体羽流模拟中的电势。经许可转载自 Li 等[247]，《等离子体源科学与技术》**28**，034004（2019）。版权所有 2019，IOP 出版社。

C. 等离子体-航天器相互作用的电路表征

为全面表征等离子体与航天器（S/C）之间的相互作用，必须将等离子体羽流模型与能够代表卫星表面的电路模型适当耦合。事实上，后者会影响等离子体，因为它们会施加特定的电势和/或等离子体电流，并作为离子复合源（复合为中性粒子）和电子汇；而等离子体则会通过直接溅射损伤以及可能导致电荷积累并最终造成电气元件击穿的电流，影响 S/C 表面。以往研究尝试将等离子体羽流模型与航天器的电路模型耦合，或至少评估羽流对最相关表面造成的侵蚀[250]。在所有情况下，鉴于计算域极大，且等离子体与卫星相互作用具有固有的多尺度特性，所采用的等离子体羽流模型均为混合型（通常将电子视为多方过程流体）。

与等离子体接触的 S/C 组件的电路表示可以采用集总元件[229,240]（即将不同的宏观表面视为单个节点），也可以采用分布元件；后者将宏观表面离散为大量元件或电路节点，以处理极其复杂的卫星几何结构，并使用包含四面体体积单元的非结构网格[232,234]。在所有情况下，电势

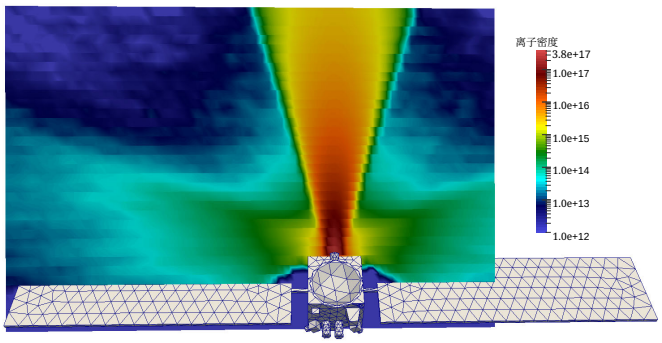

图 13. 在复杂几何场景下，采用多方电子（无惯性、非磁化且无碰撞）和 1.3 γ 的混合羽流模型预测的离子密度，该场景对应于黎明号航天器。模型中包含离子的电荷交换碰撞。经 S.J. Araki234 许可转载，**47**，4898–4908，2019 年《IEEE等离子体科学汇刊》（）。

并且，通过这些电路节点的电流根据基尔霍夫定律[229,234]求解。模型中通常考虑两种主要类型的表面元件：(i)介电表面，根据模型的不同，它们要么强制等离子体[229] 中的离子/电子电流相等，要么在不将所积累电荷转移到其他位置的情况下，由净等离子体电流充电[234]，；以及(ii)导电/部分导电表面，这些表面可以与其他元件交换电流，并最终连接到航天器总线。当需要计算瞬态过程且金属表面的电容已知时，会采用隐式格式求解基尔霍夫定律，以提高所建模电路的稳定性；用于电荷传播的时间步长可以小于混合等离子体羽流模型所采用的时间步长。最后，虽然利用全粒子-粒子网格法（PIC）羽流模型可以直接计算流向表面的电流，但使用混合模型时则无法直接计算。在这种情况下，收集电流中的电子贡献通过以下方式之一计算：假设电子热通量j_{e0}（当等离子体电势 ϕ 低于或等于表面电势 ϕ_w时），或者计算穿过薄等离子体鞘层的电子净通量（当满足准中性条件且模型中未解析该鞘层时），即

$$j_{w,e} = j_{e0} \exp\left(-\frac{e(\phi - \phi_w)}{T_e}\right). \quad (18)$$

D. 羽流电磁兼容性

电推进器对卫星通信系统的影响，是推力器点火时必须关注的关键问题。为实现电磁兼容，推进子系统发出的辐射必须低于一定水平，以避免对卫星造成干扰。研究人员使用半电波暗室（用于隔绝推力器所处的电磁环境），并将其与推力器运行所在的标准真空室并置，对辐射电场进行了测量，测量频率范围广泛，从几十兆赫到几十吉赫，涵盖天线辐射频段[8,251]。近期，在霍尔推力器[252] 和真空弧推力器[253]研究中，也提出了可直接安装在真空设施内的专用电传感器，从而简化测量系统。

此外，构成推力器羽流的带电粒子可能会通过改变电信号或遥测信号而影响天线的运行。近期一项建模研究在安装于小型卫星简化模拟模型上的 HT 研究背景下处理了这一问题[254]。研究人员对名为 JET2D[255]的二维混合PIC羽流模型进行了改进，并通过与微型 HT[256] 的离子角电流分布测量结果进行对比验证，以确定电子等离子体频率的分布（由预测的密度分布得出）。假设电子-中性粒子碰撞频率为常数，则可根据德鲁德近似[257] 计算电介电常数的分布，并将其作为电磁求解器（Ansys HFSS[258]）的输入数据。De Mejanes*et al.*[254] 将这一通用方法应用于一颗 6U 纳米卫星上的 436 兆赫偶极天线。在该特定配置下，推力器运行时，反射系数和辐射效率均未出现显著变化。图 14 展示了等离子体开启时辐射方向图发生的轻微变形。

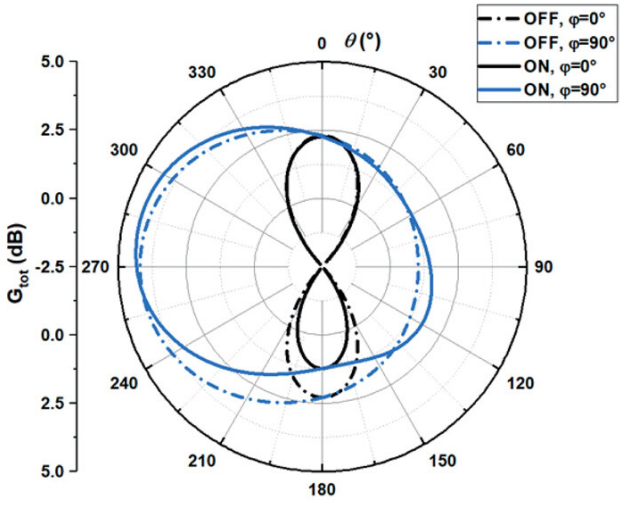

图 14. 两种情景下的天线增益辐射方向图：在天线发射平面（φ = 90度）和垂直于发射方向的平面（φ = 0 度）内，分别为有等离子体（ON）和无等离子体（OFF）的情况。经 De Mejanes 等许可转载，发表于《应用物理学杂志》**131**，243303（2022）。版权所有 2022 美国物理联合会出版社。

V. 未来挑战

本文介绍了一些近期有趣的研究方向，旨在提高电推进基于粒子的仿真的可靠性和计算性能。

A. 碰撞数据库和替代推进剂

基于粒子的模型能够准确描述电子和离子与中性粒子之间的碰撞，这是正确描述不同复杂推力器构型所依据的物理过程及其总体效率参数的基础过程。因此，具有预测能力的粒子模型不仅需要正确实现数值求解技术，还取决于可靠输入数据的可用性，例如电子和离子与中性粒子之间的散射截面。尽管如今测量或计算截面的实验/理论团队数量正在迅速减少，但仍收集了大量数据集（以具有非均匀能量间隔的查找表形式呈现，并且通常针对总截面，差分截面则很少），这些数据可在不同的网络平台上获取[259–263]。因此，在蒙特卡罗模拟中，人们采用不同的近似方法来计算适用于某些电子-中性粒子[264,265]和离子-中性粒子[207,266]碰撞的各向异性散射角。

仿真结果对所用的中性粒子动力学模型高度敏感。近期已有研究[267,268]表明，对中性粒子采用不同的数值处理方法会改变霍尔推力器放电的时空演化。离子与壁面的再循环、中性粒子与壁面的反射和能量适应系数，以及离子—中性粒子碰撞，都会显著改变中性粒子的密度和温度分布图。遗憾的是，由于等离子体与中性粒子各自的空间和时间特征尺度相差悬殊，等离子体—中性粒子耦合很难实现。为此，已有研究[57]首次尝试开发一种基于粒子的代码，其中包含两个交替运行的模块，分别用于等离子体物种（PIC/MCC）和中性气体物种（测试粒子蒙特卡罗法 - TPMC），并通过反复迭代耦合直至收敛。两个模块各自使用独立的网格和时间步长来求解各自的玻尔兹曼方程。相应的仿真循环方案如图15所示。

在使用分子推进剂的情况下，等离子体-气体耦合对于估算推进器性能至关重要。对于空气组分（氮$_2$ –氧$_2$混合物，与吸气式概念相关[57、269–271]）、碘I_2[272,273]，、水蒸气H_2氧[274,275]以及二氧化碳 C氧$_2$[276]（与金星和火星大气相关），若要现实地估算电离效率，就必须纳入电子-分子进程、气体-壁相互作用（第IIIC节讨论）以及分子振动动力学。特别是，在电子诱导的分子解离过程中，原子副产物之间的能量分配对于确定随后热原子电离可能产生的影响非常重要。

在这方面，为了测量特定推进剂的电离效率，通常可以计算用于电离的电子能量与该能量相比

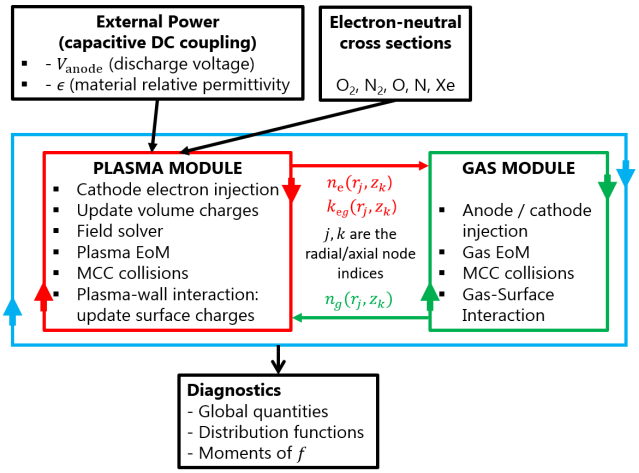

图15. 用于霍尔推力器放电模拟的耦合 PIC-MCC / TPMC 模拟示意图。等离子体（气体）模块分别将中性气体（等离子体）视为固定的非均匀背景，其密度为 n_g（n_e）。经许可转载自 Taccogna 等[57]，，《物理学前沿》**10**（2022）。版权 © 2022 Frontiers media SA。

在推力器放电中，所有非弹性进程都会耗散能量。产生一对电子-离子所需的总能量成本[277]定义为

$$W = \sum_{s=1}^{N_s} \chi_s W_s \tag{19}$$

其中，索引 s 表示推进剂混合物中不同的气体种类（原子和分子），χ_s 是s^{th} 中性粒子的中性分数，而W_s 表示产生一对电子-离子所需的相应能量，定义为

$$W_s = \frac{\sum_{p=1}^{N_p} \varepsilon_p k_p}{k_{ion}}. \tag{20}$$

这里，分子表示总非弹性功率损失，即由于涉及电子和中性物种s的所有非弹性进程（包括电离）而产生的总能量损失。k_P 和 ε_p 分别是非弹性进程p的非弹性速率系数和能量阈值。在分母中，k_{ion} 是进程$e + S \rightarrow 2e + S^+$的电离速率系数。图16给出了不同物种的$W_s$：Ar、Xe、空气物种和碘。

通常假设所有原子和分子物种都处于电子基态，因为在电推进器放电的典型低压环境中，辐射激发态衰变到基态的速度远快于电子碰撞时间（$\tau_{rad} \approx 10^{-9}$s）。因此，电离过程总是从电子基态开始考虑。但对于亚稳态而言，情况并非如此。近期研究[278–281]开始探究亚稳态（针对 Ar、Xe 和 O_2）以及振动动力学（针对分子推进剂）的作用，并特别关注逐步电离的影响。在这方面，文献中往往缺少亚稳态的状态选择（取决于初始振动态）电离截面。

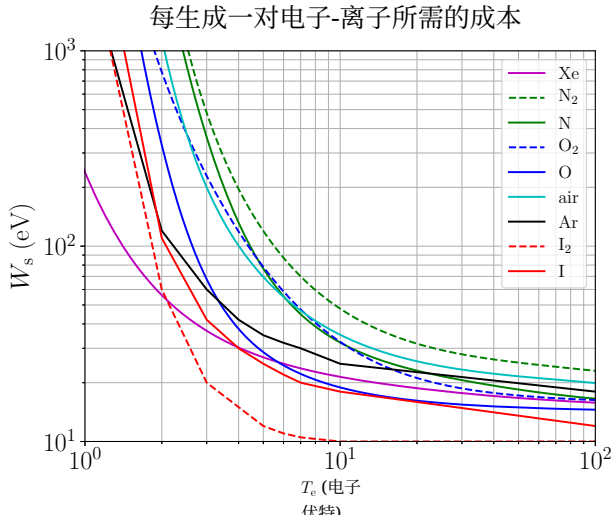

图 16. Xe 和空气相关物种（N、N_2, O、O_2 以及空气混合物 0.5 N_2/ 0.5 O）以及原子态碘 (I) 和分子态碘 (I_2) 中，每生成一对电子–离子所产生的碰撞能量损失W_s（电子伏特）随电子温度T_e （电子伏特）的变化。原子物种以实线表示，分子物种以虚线表示。

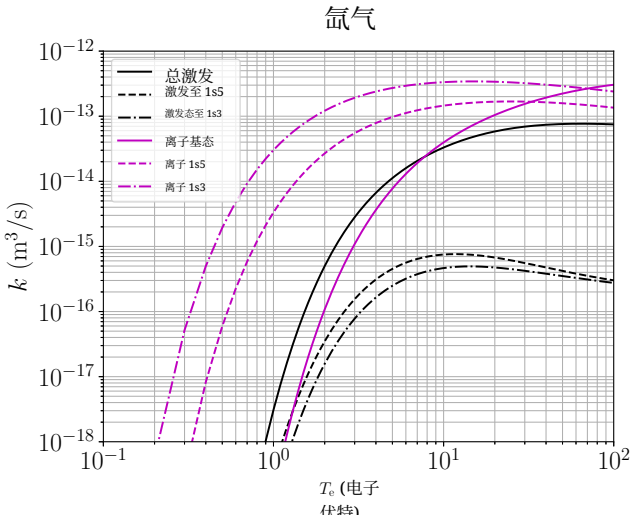

图 17. 氙从基态到任意激发态（总激发率）以及从基态到亚稳态（激发至 1s5、激发至 1s3）的激发率系数，以及基态（基态电离）和两个亚稳态（1s5 电离、1s3 电离）的电离率系数。此处采用帕邢符号表示法。

文献中往往缺少亚稳态的电离截面。图 17 给出了 Xe 从基态跃迁至任意激发态（总激发）以及跃迁至现有两种亚稳态（帕邢符号中的 $1s_5$ 和 $1s_3$, ）的激发率系数。此外，图中还给出了基态和这两种亚稳态的电离率，显示在电子温度较低时，亚稳态对总电离率的贡献可能不可忽视。

B. 高性能计算技术

电推进粒子模拟具有多尺度特性，且需要较大的计算域，因此推动了现有代码向相对新颖且高效的并行化技术的适配[284]。举例来说，三维 SPT-100 通道的长度约为 3 cm，通道内、外半径分别为 3.5 cm 和 5 cm。对于 10^{18} m^{-3} 的平均等离子体密度，以及约为 10 电子伏特的电子温度，德拜长度约为 20μm，这意味着三维模拟需要约 100 亿个网格单元，因此需要数千亿个粒子（以达到合理的噪声水平）。存储如此数量宏粒子信息所需的内存约为 10 TB RAM 内存，因此显然需要将计算任务分配到大量物理上相互独立的计算节点上。

a. 混合 *MPI-OpenMP* 并行化 最经典的大规模并行化技术采用粒子与网格分解，并结合“消息传递接口”（MPI）和“开放式多重处理”（OpenMP）并行化技术。

MPI 并行化技术于 20 世纪 90 年代发展起来[285]，其方式是在多个计算节点（或进程）上同时运行代码，这些节点（或进程）可通过网络协议通信，与“相邻节点”交换信息。使用 MPI 时，模拟域通常会在这些进程之间进行划分，而这种区域分解的邻居数量取决于问题的维度：一维有 2 个邻居，二维有 8 个邻居，三维有 26 个邻居。将全局域划分给 MPI 进程，可以解决上文提到的 RAM 内存问题，因为每个节点现在只需处理全局模拟数据的一部分。此外，可用于计算任务的核心数量不再受限于单个物理 CPU 的核心数（如今通常为 48 至 56 个物理核心），因此能够实现极高的加速比（已有加速比达到 1000[286]量级的实例）。

使用 MPI 的缺点与进程之间网络通信的开销有关，该开销取决于所通信数据的数量、能否执行非阻塞通信（这会降低开销），以及网络类型的延迟和带宽。具体而言，千兆以太网和 InfiniBand是最常见的网络协议，后者能够实现更高的数据传输速率，但通常成本也更高[287]。当然，粒子会像模拟域一样在MPI 进程之间进行细分；每当粒子离开某个 MPI 进程的子域并进入另一个进程的子域时，都必须设计专用通信函数来交换粒子数据。在这方面，为了获得最佳性能，至关重要的是在不同进程之间均匀分配计算负载；这一事实促成了带有动态负载均衡的新型 MPI 代码的开发[288]。

MPI 区域分解通常与 OpenMP[103], 这一面向共享内存系统的高性能计算技术结合使用，

它与 MPI 兼容，通过多线程实现，即将单个 MPI 进程的计算任务分配给多个线程。线程数不应超过该进程可用的物理核心数，除非能有效利用超线程。文献中许多用于模拟等离子体推力器及其羽流的代码实际上只使用 OpenMP 并行化，因为 OpenMP 的实现比 MPI 简单得多。使用 OpenMP 时，必须注意避免竞争条件，即不同线程同时访问同一个 RAM 内存变量。这些竞争条件可能导致程序错误和内存错误，通常通过多种方法处理，例如归约操作（为某些变量创建线程私有副本），或使用原子/临界指令；不过，这些方法会显著降低代码的执行速度。

另一项非常值得采用的高性能计算技术，是高效利用二级缓存。现代中央处理器能够高效执行运算，并优化对速度较慢的 RAM 内存的访问。为了充分发挥中央处理器的效率，应对电荷沉积和场收集等操作进行向量化；为了优化 RAM 内存访问，则应紧凑地存储计算数据。具体而言，在物理坐标上彼此接近的宏粒子（例如属于同一网格单元的宏粒子），在 RAM 内存中也应彼此靠近存储（例如存放在粒子代码所用的专用列表中）。实现这一点的一种方法是采用粒子排序算法[289]，，根据粒子所在的网格单元对粒子进行排序。

最后，尤其是在多尺度仿真中，等离子体密度在整个计算域内可能相差数个数量级，此时可采用基于八叉树的“自适应网格细化”（AMR）技术[290],来降低总体计算成本。

*b. GPU*上的大规模并行化 图形处理器（GPU）代表了极为强大的硬件，其采用面向吞吐量的架构，原始算术性能和内存带宽远超传统中央处理器（CPU）。不过，GPU只有在处理一类特殊问题时才能发挥其潜力：这类问题可以在两个层次上划分为大量子问题。在粗粒度层次上，为了实现可扩展性，各子问题应彼此独立，并由线程块处理；在细粒度层次上，线程则通过块内的不同方式相互通信，并发处理子问题。GPU上常驻线程的数量远多于物理执行单元的数量，且线程切换开销极小，因此可以快速找到就绪线程并将其分配到物理执行单元上，以隐藏延迟。单个GPU上的物理执行单元数量非常庞大，可能超过一千个。这是因为GPU不像CPU那样需要复杂的控制单元来预测每个线程的执行路径以降低整体延迟，而是采用GPU版的“单指令多数据”并行计算范式[291]。对于GPU而言，与CPU相比，GPU的发展历史较短，因此GPU全局内存控制器不受必须兼容旧协议的严格约束，这使GPU工程师能够更多地尝试新概念，从而显著提升全局内存带宽，例如采用先进的高带宽内存（HBM）接口。反过来，如果PIC算法具有足够的局部性，则可以利用不同类型的可编程快速附加内存实现数据复用，从而减少GPU对全局内存的访问，降低对复杂庞大的自动管理缓存系统的需求；这类缓存系统通常存在于CPU中。控制单元和大型缓存所节省的资源，可以用于增加GPU能够高效利用的单元数量。

PIC算法非常适合在GPU上进行并行处理，可以针对整体进行并行，也可以仅针对粒子相关部分（粒子推进器以及电荷或电流密度分配）进行并行，而这些部分通常需要占用大部分计算时间。后一种方案也具有一定优势：由于传输数据量较小（电荷和/或电流密度）以及现代计算机中相对较大的CPU-GPU带宽，在中央处理器上计算场所产生的累计时间开销并不高，并且可以通过与其他任务的执行（例如MCC算法的处理）重叠而被隐藏，从而使中央处理器和图形处理器能够同时保持繁忙。

PIC算法中粒子相关部分在GPU 上的并行化通常基于两种不同的方法。第一种方法依赖于根据粒子的位置进行粒子排序（例如，参考文献 292），这有助于在计算粒子矩（其充当场源）、基于二元碰撞的模型以及自适应粒子管理时最大限度地减少竞争条件。此外，该方法还能显著改善数据局部性，有利于利用自动缓存或手动控制的共享内存进行数据复用。第二种方法省去了粒子排序，但在计算场源时需要使用原子加法（例如，参考文献 293）。得益于现代GPU 上原子函数性能的提升，如果不需要其他要求排序的算法，这种方法可能是一个可行的选择。

单个 GPU 的推进相关问题建模代码 GPU 并行化示例见参考文献 294，多个 GPU 的示例见参考文献 290、295 和 296。此外，还可以找到有关商业代码中所用 GPU 并行化技术的讨论[297,298]。常见的 GPU 并行化工具包括“统一计算设备架构”（CUDA）或“Open Accelerators”（OpenACC）（例如，后者近期被用于并行化 PPPL 团队开发的 LTP-PIC代码，该代码此前曾用于参考文献 84 中的基准测试）。RUB团队在参考文献 84 所述的 HT相关基准测试中，使用了采用 CUDA 进行大规模 GPU 并行化的隐式能量守恒 ECCOPIC2S-M代码。然而，由于基准测试的要求，该代码采用与其他显式 PIC代码相同的时间步长和网格单元尺寸运行，因此 GPU 并行化的优势只有在另一项基准测试中才得以显现[99]。在那里，还有

RUB团队使用的同一代码的 GPU 并行化显式版本，其性能与最佳的基于 CPU 的代码相当。虽然难以直接比较性能，因为最终表现取决于所使用的 GPU 和中央处理器数量，但可以认为，配备 GPU 的异构CPU系统是仅基于中央处理器的大型集群的一种具有竞争力且在成本、体积和能效方面均表现出色的替代方案。还需注意，GPU 提供了许多利用额外计算单元的机会，这些单元能够以较低精度执行计算；将其与算法关键部分中更精确的计算相结合，不会造成明显的整体精度损失。

C. 降低计算成本的新数值技术

本节介绍一些在经典 PIC 方案中实现的思路，这些思路能够在不损失所表征物理过程细节的前提下提高计算性能。具体而言，本文将介绍在电推进器建模中使用并验证过的技术。

a. 稀疏网格方法 稀疏网格（SG）方法是一种特定的离散化技术，用于函数插值和偏微分方程求解[299]。稀疏网格方法基于构建一组分辨率较粗的子网格，并利用这些子网格进行计算。通过所谓的组合技术[300]，将各子网格上的解组合起来，即可在误差最小的情况下重构问题的解。近期研究将稀疏网格方法与静电粒子网格方法结合，并采用组合技术。Ricketson等人[301] 通过研究二维和三维情况下的朗道阻尼，以及二维情况下的迪奥科特龙不稳定性，验证了这一概念；研究假设等离子体无碰撞、离子保持静止，并采用纯周期性边界条件。Garrigues等人[302,303] 将该方法扩展至低温等离子体放电，纳入了碰撞、带电粒子的运动以及狄利克雷边界条件。

在PIC模型中，主要误差来源是由粒子抽样方法造成的数值噪声或统计误差[5,36]。对于标准PIC方法，网格单元总数为$O(N^d)$，其中N 是每个方向上的网格点数，d 是维数。SG方法使用$O(N(\log N)^{d-1})$个网格单元，远少于标准PIC算法。使用相同数量的粒子，可以通过SG技术降低统计误差；更有意义的是，在统计误差相同的情况下，SG方法所需的粒子总数可以少得多[304,305]。减少粒子总数既能降低内存存储资源需求，也能缩短计算时间（关于在中央处理器和图形处理器共享内存架构上高效并行化 SG PIC算法，分别参见文献306和307）。

图18展示了在HT[303]中的ECDI情形下，标准PIC模型与SG ES PIC模型的比较。除计算域现在为正方形外，其他条件均与图4相同。在计算资源相同的情况下，标准PIC模型与SG ES PIC模型相比，计算时间缩短了6.5倍。可以看出，SG ES PIC算法能够重现离子密度分布和ECDI不稳定性，但存在一定误差；增加子网格数量可以减小误差，但计算增益也会随之降低。这是因为子网格的网格尺寸会带来数值误差，而对于不光滑的解分布，使用组合技术进行重构无法消除非混合导数。当前正在开展相关研究，以应用参考文献304中详述的过采样SG方法来降低这一误差，并将该方法扩展至三维HT模型[308]。

b. 隐式*PIC*模型 显式PIC方法（见第II节）根据前几个时间步可用的信息推进粒子位置和速度，从而尽可能减少更新至下一时间层所需的计算量。特别要注意，在全电磁情形下，若采用蛙跳算法，则可根据相应的时间导数计算下一个离散时间时刻的场分量，而其他所有量均取自当前时刻，因此无需进行代数矩阵求逆。这种方法的缺点是粒子演化与场演化在时间步内相互脱耦。如果时间步长超过离散化场-等离子体系统固有的特征时间尺度，例如等离子体周期，或电磁波穿越一个网格单元所需的时间，PIC算法就会因底层微分方程的刚性而变得不稳定。传统显式算法还存在另一个问题：在大多数情况下，用于将电荷密度分配到网格顶点的函数与反向场插值使用同一函数，这会导致“有限网格不稳定性”（FGI），引起数值加热；当网格单元尺寸大于德拜长度时，模拟效果会受到影响甚至崩溃。对于模拟等离子体密度高或尺寸大的放电，这可能是个大问题，因为所需的大型计算网格会导致计算时间很长，尤其是在多维模拟中。

为规避这些限制，人们提出了使用隐式方法，其目标是使时间积分算法以耦合方式推进粒子和场。尽管与显式PIC相比，此类方法通常需要多得多的计算，但其稳定性不依赖于必须解析德拜长度、电磁波穿过一个网格单元所需的时间或等离子体周期。因此，对于高密度等离子体进行建模时，隐式PIC模拟的总体成本可能远小于显式PIC模拟。文献中提出了两种早期的隐式PIC方法：直接隐式方法（DIM）[309,310] 和隐式矩方法（IMM）[311,312]。尽管这些方法最初采用需要通过迭代过程才能收敛的完全隐式形式，但由于当时计算机的计算能力较低，它们最常以仅需单次迭代的半隐式形式使用，就像显式方法的情况一样。

DIM 将描述离散化场-等离子体系统时间演化的方程相对于电-

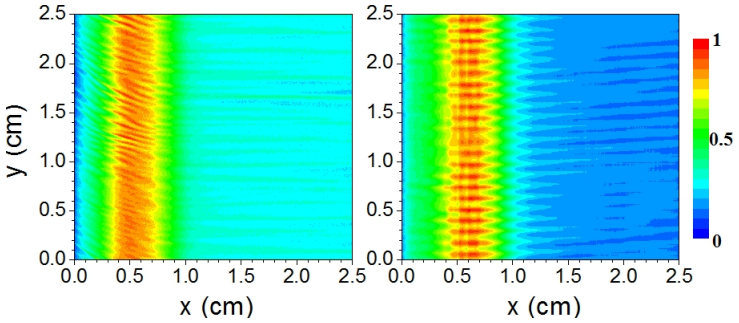

图 18. 对计算域包含 512×512 网格单元的 HT 电子回旋漂移不稳定性进行轴向 x-方位角 y 模拟。在给定时间步长下的离子密度二维分布，其中左图为标准ESPIC，右图为稀疏网格ES PIC。左图和右图中的最大离子密度分别为 $2.2 \times 10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$ 和 $2 \times 10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$。每个网格单元的粒子数相同（400），粒子总数分别为 10^8 和 5.2×10^6。经 L. Garrigues 等[303], 许可转载，载于《应用物理学杂志》**129**，153304（2021）。版权所有 2021 AIP Publishing LLC。

新时间点的电场，这使得可以将电荷密度和电流密度表示为两部分之和，其中第一部分使用先前已知的物理量计算，第二部分与新的电场成正比。后者可以与离散化麦克斯韦方程组中的其他项合并，这些项包含新的电场。确定时间演化的方程通常使用蛙跳算法在 DIM 中进行离散化。

与此相反，IMM 根据关于新电场线性化的动量方程估算新的电场，尽管应力张量是根据当前时刻的 PIC数据计算得到的。以这种方式计算出的新时刻电场估计值会不同于由麦克斯韦方程组得到的新电场，但如果时间步长不是很大，这种差异是可以容忍的。IMM中采用的时间积分方案基于 Crank-Nicolson 算法。即使采用半隐式形式，这些算法也能够打破时间步长限制的困境，并使用相对较大的时间步长。然而，它们会受到与 FGI 相关且由能量不守恒引起的数值加热/冷却影响。尽管与显式 PIC相比，这一问题似乎不那么严重，而且隐式方法允许通过改变运动方程和场方程中用于混合旧电场值与新电场值的 θ 参数来调节能量守恒中的数值误差大小，但FGI 仍然困扰着高密度大等离子体的自洽模拟，在这类模拟中，网格单元尺寸可能显著大于德拜长度。然而，DIM被用于代码 EDIPIC[136], LSP[313], 和Warp[314] 中，这些代码被用于与电推进[315–317]相关的模拟；它也被用于其他代码中（例如，参见文献318）。IMM 在文献 319 中被用于模拟 SPT 型霍尔推力器。

最近人们认识到，如果严格按照 IMM 方程的原始形式实现（不进行线性化），并且用于电流密度分配和电场插值的函数相同，那么对于 $\theta = 0.5$，它们能够以可控的方式达到所需精度，实现能量的精确守恒[320,321]（另请参阅有关该算法用于技术等离子体建模的讨论其中涉及电极和反应堆壁、外部网络以及碰撞，见参考文献322）。能量守恒的关键要素包括：即使在静电模拟中也采用安培定律更新电场[321,322]，并在电场和电流密度计算中使用相同的形状函数。结果表明，与守恒动量的格式相比，能量守恒PIC（ECPIC）算法在触发有限网格不稳定性（FGI）时对应的参数范围有所不同[323]。后者在德拜长度或等离子体周期无法分别由网格单元尺寸或时间步长解析时会变得不稳定；而前者只有在平均电子漂移速度超过电子热速度时才会出现有限网格不稳定性（不过请注意，磁化等离子体尚未开展过此类研究）。在能量守恒和动量守恒PIC代码中，有限网格不稳定性的表现方式各不相同。由于相应的守恒特性，它会导致前者中定向运动的动量发生非物理转化[324]，并导致后者出现过度数值加热[325]。未激发有限网格不稳定性时，能量守恒（动量守恒）PIC算法通常能以可接受的精度守恒动量（能量）。此外，通过在轨道积分中采用子循环可以提高这种精度；如果需要电荷守恒，子循环也是确保电荷守恒所必需的[321]。能量守恒PIC隐式格式不会产生数值加热，且具有良好的有限网格不稳定性稳定特性，因此与非均匀映射网格[326], 或非结构有限元[327]结合使用时，可成为非常高效的工具。若在这些情况下不采用能量守恒格式，就需要确保满足有限网格不稳定性或CFL稳定性判据；在网格单元尺寸有时相差数个数量级的模拟中，这可能难以实现。在这种情况下，算法稳定性不再严格限制时间步长和网格单元尺寸，因此应选择适当的数值，使所关注的时间和空间尺度得到解析。当存在磁场时，如果无需解析电子回旋运动，使用较大的时间步长似乎会有问题，但相应的轨道积分算法也已开发出来[328]。

全隐式方法需要通过迭代过程，使场更新和粒子更新在整个时间步长内保持一致。所求解系统的维度由场网格决定，因为只要已知当前迭代得到的网格处新电场值，就可以根据更新后的粒子位置和速度计算电流密度。这称为“粒子从属”[320,321]。一种现代迭代方法是无雅可比矩阵牛顿-克雷洛夫方法[321]，；该方法内存开销较低，还可通过使用基于物理的预条件器加速[329]。另一种选择是采用参考文献330中近期提出的半隐式能量守恒（ECSIM）算法（另见参考文献331）。在等离子体加工放电建模中，隐式能量守恒PIC方法已用于模拟ICP[140]，、RF磁控管[142,143,332]，和VHF CCP[119]等离子体，并展现出良好的数值特性。参考文献119、142、143和332中使用的ECCOPIC代码，在一项涉及多个代码的国际HT相关基准测试中得到验证[84]，并通过实验数据进行验证[119,332]，展现了该方法的可行性。参考文献327还介绍了另一项具有前瞻性的工作，提出了专门面向电推进应用的计划。

c. 降维阶数方法最近基于为建模磁控管中的辐条结构而开展的工作，引入了一种用于ES PIC 的新方法[333,334]。该方法将 2D 电势场 $\phi(x,y)$近似表示为沿 x和y 方向的 1D 电势场的叠加：

$$\phi(x,y) = \chi(x) + \eta(y). \tag{21}$$

这使得可以用关于函数 $\chi(x)$ 和 $\eta(y)$的两个相互解耦的一维常微分方程（ODE）系统来替代二维泊松方程的解。实际上，这相当于沿 x 和 y 坐标并行求解两个一维粒子网格模拟，并且两个模拟共享相同的宏粒子。因此，所需宏粒子的总数基本上与一维模拟处于同一数量级，从而计算成本也处于同一数量级；这使得可以将网格单元数量以及所需宏粒子总数从 O(氮^d) 降低到 O(d氮)，其中 氮 是每个方向上的网格单元数量，而d 是维数。

这是通过将计算域划分为多个矩形（二维情况下如图19所示）或立方体（三维模拟）“区域”来实现的，可以将其视为使用“粗网格”对计算域进行离散化。接下来，在任一特定区域内，分别沿每个模拟维度使用一维“细长”网格单元进行离散化，其尺寸标准与传统一维 PIC 相同（即小于德拜长度）。这一步精细离散化使每个区域内不同坐标之间实现解耦，从而能够减少网格单元数量，进而减少所需的宏粒子总数，正如上文所预期的那样。

降阶模拟的精度和计算成本取决于粗网格的精细程度，即所使用的区域数量；这取决于具体问题。研究表明，伪二维 PIC 方案能够捕捉所有与霍尔推力器相关的二维构型中的多维等离子体现象，即轴向-方位向、方位向-径向和轴向-径向[333,334,336–338]，且所用区域数量相对较少；与二维模拟相比，计算加速比最高可达 50。该方法有望将完整的三维图景简化为二维模型，从而使霍尔推力器的全维度动理学表征变得经济可行。事实上，与相应的经典完整三维模拟相比，准三维模拟的预期加速比约为 2500。

D. 基于深度学习的粒子网格法

下一代 PIC模型可以集成机器学习（ML）和深度学习（DL）算法，直接根据带电粒子的相空间计算电场和磁场，从而绕过麦克斯韦方程求解器（静电情形下的泊松方程求解器）。

事实上，机器学习（ML）和深度学习（DL）方法已成为数据分析以及替代或补充更传统计算方法的有力工具。这类工作的一个例子是开发基于深度学习的预条件器和线性求解器[339]，异构线性求解器，用于偏微分方程[340]，在计算流体力学（CFD）求解器[341]，或天气预报[342]中使用基于深度学习的方法。

近期[343]，，一种将深度学习电场求解器嵌入显式PIC方法的技术已开发出来，并应用于双流不稳定性。该深度学习电场求解器使用粒子的相空间信息及其对应的电场进行训练。基于深度学习的PIC方法随后以两个新步骤取代传统PIC方法中用于电荷计算的插值步骤和电场求解器：将粒子的速度和位置插值到相空间网格中，以及使用经深度学习神经网络训练得到的电场求解器。在这方面，有多种选择，包括多层感知器（MLP）、卷积神经网络（CNN）或残差网络（ResNet）等。为了训练深度学习电场求解器，通过运行高精度的传统PIC模拟，生成了由相空间网格及其对应电场构成的训练数据集。

机器学习技术在计算电推进物理学中的一项应用，也着眼于开发数据驱动的替代模型[344]，利用数据为等离子体流体方程组寻找闭合模型。具体而言，已有一种机器学习算法[345] 被开发出来，用于拟合霍尔推力器中的反常电子碰撞频率，以便将其用于广义欧姆定律，从而构建具有预测能力的混合模型。深度学习算法最终得到反常频率的以下函数形式：

$$\nu_{ano} \propto \omega_{c,e}\left(\frac{u_i}{v_{d,e}}\right)^2, \tag{22}$$

这证明了电子 $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ 漂移$v_{d,\,e}$是湍流起始的驱动源，而离子漂移速度u_i 则是其主要的饱和机制。

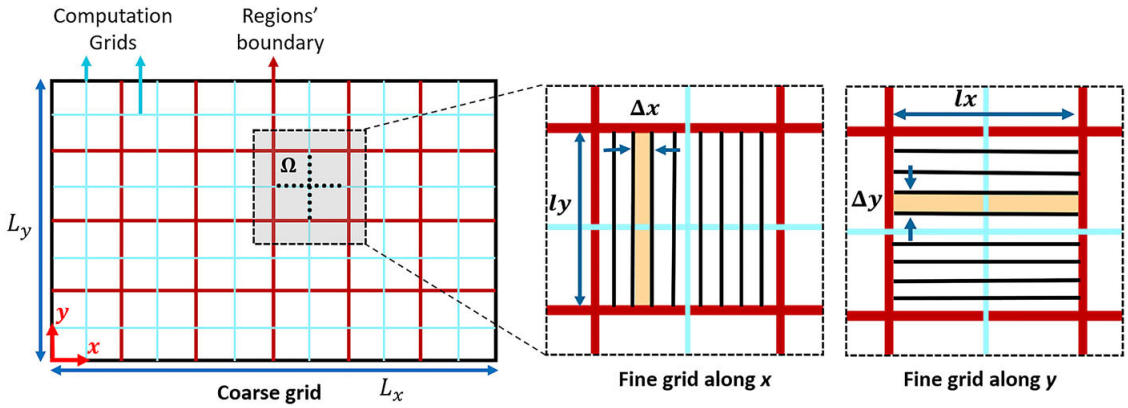

图19. 降阶PIC方案对应的区域分解示意图：（左）使用粗网格分解为多个“区域”；（右）沿x和y方向对各区域进行离散化所用的一维计算单元。红线表示各区域的边界，蓝线表示各区域沿x和y方向的计算网格。经许可转载自 Faraji *et al.*[334], AIP Advances **13**, 025315 (2023)。版权所有 2023 AIP Publishing LLC。

VI. 结论

本文概述了自 20 世纪 90 年代初首次尝试以来，开发不同电推进概念的基于粒子的模型所取得的进展，直至最新的先进多维模拟。特别是，本文介绍了与两类不同电推进器相关的 PIC/蒙特卡罗方法中的各种静电和电磁方案。这种方法的模块化特性使人们能够对构成电推进器真实表征的各种机制进行建模：电磁场/静电场与带电粒子之间的相互作用会导致电子加热和离子加速；等离子体-气体耦合在以高电离度为特征的低压装置中至关重要；此外，各种不同的表面过程不仅代表粒子能量损失项，也代表源项/再循环项。本文讨论了这些机制，并介绍了相应的专用算法。此外，本文还概述了当前用于模拟等离子体羽流膨胀及其与卫星相互作用的粒子模拟方法，涵盖混合方法与全PIC模拟方法的比较、用于等离子体-卫星相互作用的电路模型，以及评估羽流电磁兼容性的方法等不同主题。

本文概述了作者认为有助于推动电推进粒子模拟发展的各项挑战。其中之一是能否获取用于复杂等离子体化学的碰撞数据库（包括替代推进剂、更完整地描述振动和转动动力学等），以及如何以可承受的成本对中性气体相进行自洽模拟（考虑到等离子体与气相具有截然不同的时间尺度）。高保真模拟的成本不断增加，因此迫切需要将所有代码改造为适用于高性能计算技术，例如面向中央处理器架构的混合 OpenMP-MPI 并行化，以及大规模 GPU 并行化，并且还可以将其与 MPI 结合，以进一步提升性能。除高性能计算技术外，模拟的可行性还取决于能否采用新的方法降低计算成本，例如稀疏网格方法、新颖的隐式/半隐式能量守恒PIC模型，或降维方法。最后，文中还深入探讨了将未来的 PIC 模拟器与机器学习算法相结合的可能性。

本文所讨论的推力器分类基于建模需求，因此将只需求解泊松方程的PIC模型（ES模型）与需要纳入更多麦克斯韦方程的PIC模型（EM模型）区分开来。

对于 ES 电喷雾推力器，未来工作中需要重点解决的一项问题是液滴形成过程，这有助于为提取和加速过程的 PIC 模型提供更精确的注入条件。另一方面，静电栅格离子发动机仍缺乏对内部放电室以及离子束流形成/合并过程的全面模拟；一种可能的方案是对前者进行全PIC模拟，对后者进行混合模拟。对于 $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ 推力器，尚待解决的主要问题是对反常输运进行基本表征。这种输运可能由电子回旋漂移、修正双流、离子渡越时间或梯度漂移（修正 Simon-Hoh、低杂波或离子声）不稳定性引发，有时还会导致辐条结构等大尺度自组织结构的出现，从而显著增强电子跨场输运；此外，复杂的近壁电导效应也可能与二次电子发射进程相耦合。

对于电磁推进器而言，完整模拟仍难以实现：它需要保留耦合的麦克斯韦—牛顿系统中的所有项，在时间域内演化，并模拟具有真实尺寸的高密度等离子体。不过，随着现代高性能超级计算集群迅速发展，配备异构中央处理器/图形处理器节点，并采用可容忍较大时间步长的算法（隐式和半拉格朗日）后，这一目标正迅速变得可行。

以及德拜长度（隐式）。最重要的是，这将有助于对复杂的功率吸收机制进行自洽描述，而这些机制对于整个放电物理至关重要。此类机制可能涉及非线性粒子—波相互作用、模转换、参数不稳定性及其他不稳定性；在推力器物理的背景下，这些机制仍有待研究。尽管电磁推进器的其他方面（例如磁喷管中的等离子体膨胀物理）对全电磁处理的依赖较小，但要可靠、定量地评估推力器的整体效率，恰当评估功率吸收和电离分布仍然至关重要。

现在转向等离子体羽流膨胀及其与航天器相互作用这一主题，全PIC模拟已经开始出现，并凸显了混合粒子模型的缺陷与局限性，而这类模型大多基于准中性假设，并结合多方电子热力学。这种方法显然无法捕捉复杂的电子冷却现象以及外围等离子体行为，而这些因素会显著影响慢速电荷交换离子的产生；此类离子构成了大部分回流至卫星的离子。尽管如此，与卫星复杂电路模型耦合的完整全PIC模拟仍然是混合模型所不具备的优势，并且需要大幅改进现有的代码并行化。在这一背景下，求解电子能量平衡方程的混合模型可能会成为全PIC模型的重要替代方案，尽管只有后者能够保留所有相关的动力学效应。

因此，在所有电推进器及其等离子体羽流的PIC模型中，气体-壁面和等离子体-壁面相互作用都是无处不在的研究主题。这里的主要未决问题是：对于二次电子发射产额和离子溅射产额，以及发射粒子的能量和角度分布（例如反向散射电子/真正二次电子和溅射原子），在低碰撞能量下都缺乏准确数据。此外，通过专门的实验表征中性粒子反射和离子复合能量适应系数也至关重要；研究表明，这些系数会对某些推力器的推进剂利用效率产生不可忽略的影响，更普遍地说，还会影响内部等离子体和气体整体性质的分布。

延续基础进程数据的研究，还需要获取更详细的数据，例如微分截面（用于弹性碰撞中的散射角，以及电离事件中二次电子的能量）、振动状态选择性截面（针对分子推进剂）和电离状态选择性截面（例如针对亚稳态）。事实上，亚稳态的存在可能会对整体电离进程产生不可忽略的影响，而这一点在绝大多数当今的代码中很少得到检验。

为了解决电推进模拟不断增长的计算成本问题，高性能计算技术开始出现，利用大多数现代高性能计算集群中计算节点上的异构多核 CPU/GPU 硬件。在节点层面，可以结合

通过识别算法中包含大量分支点、难以解决的数据依赖关系和/或本质上非局部的全局数据访问模式的部分，可以将这两类硬件结合使用。这些部分更适合 CPU，而包含大量需要采用相似指令和数据访问模式来求解的子问题的算法部分，则更适合在 GPU 上执行。在更粗粒度的层面，可以通过利用单个节点上的多个 CPU 线程或多个 GPU，和 / 或使用 MPI 指令集利用多个节点，来扩展问题规模。与 CPU 同类硬件相比，GPU 硬件和软件的快速发展受兼容性问题的影响较小，为代码并行化提供了许多新的发展方向。开发能够充分利用 GPU 内部及 GPU 之间的大容量内存带宽，并在混合精度算法中采用各种低精度单元的新型算法，是一个值得探索的方向。

此外，还可以通过采用新颖的数值技术来降低计算成本。其中一种相应的选择是使用能够容忍较大时间步长和/或较大网格单元尺寸的算法。在这方面，守恒能量的隐式或半隐式方法似乎尤其具有前景，特别适用于多维模拟。它们已经在大规模/高密度技术等离子体的首批静电和电磁PIC 研究中证明了可行性，但关于其用于推力器相关模拟的报道要少得多。另一种有趣的技术是稀疏 PIC方法。与标准粒子网格法相比，在达到相同统计误差的情况下，它所需的宏粒子数量更少，同时还减小了与网格相关的数组规模，因此在内存占用方面具有毋庸置疑的优势。如果针对共享内存架构（中央处理器和图形处理器）的策略优化已经提出并得到验证，那么在共享内存机器与分布式内存机器之间实现优化耦合的工作仍有待完成，尤其是对于三维算法而言。此外，从显式版本的稀疏 PIC方法过渡到隐式稀疏 PIC算法，将在计算时间方面带来惊人的提升。然而，必须首先证明这些算法属性的守恒性（总动量、总电荷等）。最后，近期的研究已经展示了一种被称为“降维阶数”方法的新技术的能力。该方法将沿坐标方向的局部场求解解耦，并且在最耗时的三维场景中，可能实现数量级为 10^3 的总加速比。

总而言之，等离子体推进与基于粒子的模型相结合，已被证明非常有效，是计算物理学能够充分发挥其潜力的绝佳范例。因此，我们预计，在未来几年，PIC/蒙特卡罗模型将为理解与电推进相关的物理问题开辟新的研究方向（例如等离子体中是否存在自组织结构），并由此推动效率更高的推力器的研发，尤其是对功率扩展和缩减方案以及替代推进剂（来自原位资源或可凝结推进剂）的研究。我们认为，PIC/蒙特卡罗技术这一体系中种类繁多的算法和模型、新近获得的

更详尽的体相与表面基本过程数据，以及计算平台性能的不断提升，将共同为等离子体推力器的全面数值优化与设计铺平道路。

致谢

本研究得到意大利大学与研究部（MUR）“近地”（CLOSE to the Earth）项目的资助，项目编号为 PON ARS01–00141；F.T. 和 F.C. 感谢 P. Minelli、D. Bruno、V. Laporta 和 J. Zhou 进行了富有成效的讨论。D.E. 感谢 P. Parodi 和 R. Rakhimov 进行了富有成效的讨论。G.F. 和 L.G. 感谢在 2013-P1125 配额下使用 CALMIP 超级计算中心的高性能计算资源；G.F. 和 L.G. 衷心感谢同事 J.P. Boeuf、G. Hagelaar 和 S. Tsikata 与他们进行了深入且富有成效的讨论。

数据可用性声明

如有合理请求，可向通讯作者获取支持本研究结论的数据。

作者贡献

所有作者均参与了本文初稿的撰写与审阅。

[1]E. Ahedo，《用于空间电推进的等离子体》，《等离子体物理与受控聚变》**53**，124037（2011）。[2]S. Mazouffre，《卫星与航天器的电推进：成熟技术与新颖方法》，《等离子体源科学与技术》**25**，033002（2016）。[3] D. Lev、R. M. Myers、K. M. Lemmer、J. Kolbeck、H. Koizumi 和 K. Polzin，《电推进的技术与商业扩展》，《航天学报》**159**，213–227（2019）。[4]B. Jorns 和 T. Lafleur，《等离子体作为离子源的基础》，《等离子体源科学与技术》**32**，014001（2023）。[5]C. K. Birdsall 和 A. B. Langdon，《通过计算机模拟研究等离子体物理》（Taylor and Francis，纽约，2005）。[6]G. A. Bird，《DSMC 方法》（CreateSpace Independent Publishing Platform，纽约，2013）。[7]M. Andrenucci、L. Biagioni、S. Marcuccio 和 F. Paganucci，《电推进概念的基本标度律》，载于第 *28* 届国际电推进会议（2003），第 IEPC 2003–1721 页。[8]K. Holste、P. Dietz、S. Scharmann、K. Keil、T. Henning、D. Zschätzsch、M. Reitemeyer、B. Nauschütt、F. Kiefer、F. Kunze、J. Zorn、C. Heiliger、N. Joshi、U. Probst、R. Thüringer、C. Volkmar、D. Packan、S. Peterschmitt、K. T. Brinkmann、H.-G. Zaunick、M. H. Thoma、M. Kretschmer、H. J. Leiter、S. Schippers、K. Hannemann 和 P. J. Klar，《用于电推进的离子推力器：将小众技术发展为变革性技术的科学问题》，Review of Scientific Instruments **91**，061101（2020），https://doi.org/10.1063/5.0010134。[9]V. V. Zhurin、H. R. Kaufman 和 R. S. Robinson，《闭合漂移推力器的物理学》，《等离子体源科学与技术》**8**，R1（1999）。[10]D. Goebel 和 I. Katz，《霍尔推力器》，载于《电推进基础》（约翰·威立父子出版公司，有限公司，2008），第 325–392 页，https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/978047043644。[11]J.-P. Boeuf，《教程：霍尔推力器的物理学与建模》，《应用物理学杂志》**121**，011101（2017），https://doi.org/10.1063/1.4972269。[12]Y. Raitses 和 N. J. Fisch，“非常规霍尔推力器的参数研究”，《等离子体物理》**8**，2579–2586（2001），https://doi.org/10.1063/1.1355318。[13] G. Kornfeld、N. Koch 和 G. Coustou，“高效多级等离子体（HEMP）推力器：一种源自管技术的新型电推进概念”，载于第四届 *IEEE* 国际真空电子学会议，*2003*（2003），第 3–4 页。[14]N. A. MacDonald、M. A. Cappelli、S. R. Gildea、M. Martinez-Sanchez 和 W. A. Hargus，“发散尖 cusp 场推力器的激光诱导荧光速度测量”，《物理学杂志D：应用物理》**44**，295203（2011）。[15]D. Lev、R. Eytan、G. Alon、A. Warshavsky、L. Appel、A. Kapulkin 和 M. Rubanovych，“CAM200——低功率霍尔推力器的研制”，《日本航空宇宙学会汇刊》，《航空航天》**14**，217–223（2016）。[16]C. Huang、J. Li 和 M. Li，“离子液体电喷雾推力器的性能测量与评估”，《中国航空学报》（2021），https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.10.030。[17]M. Keidar 和 I. I. Beilis，“第 5 章——空间推进中的等离子体”，载于《等离子体工程（第二版）》，M. Keidar 和 I. I. Beilis 编（Academic Press，2018），第二版，第 213–363 页。[18]D. O’Reilly、G. Herdrich 和 D. F. Kavanagh，“小型卫星电推进方法综述”，《航空航天》**8**（2021）。[19]Y. Takao、N. Kusaba、K. Eriguchi 和 K. Ono，“微型电感耦合等离子体源的二维粒子模拟蒙特卡罗模拟”，《应用物理学杂志》**108**，093309（2010），https://doi.org/10.1063/1.3506536。[20]R. Henrich，射频离子推力器等离子体模拟工具的开发，博士论文，吉森尤斯图斯·李比希大学物理研究所，法语系（2013）。[21]L. Dubois、F. Gaboriau、L. Liard、D. Harribey、C. Henaux、L. Garrigues、G. J. M. Hagelaar、S. Mazouffre、C. Boniface 和 J. P. Boeuf，“ID-HALL：一种新型双级霍尔推力器设计。I. ID-HALL 的原理与混合模型”，《等离子体物理》**25**，093503（2018），https://doi.org/10.1063/1.5043354。[22]K. Polzin、A. Martin、J. Little、C. Promislow、B. Jorns 和 J. Woods，“电感脉冲等离子体推力器的现状与发展路径”，《航空航天》**7**（2020），10.3390/aerospace7080105。[23]K. Emoto、K. Takahashi 和 Y. Takao，“磁扩张射频等离子体中的密度分布转变与高能电子输运”，《等离子体物理》**30**，013509（2023），https://doi.org/10.1063/5.0126901。[24]K. Takahashi，“螺旋波型射频等离子体推力器与磁性等离子体喷管”，《现代等离子体物理评论》**3**，2367–3192（2019）。[25]F. Cannat、T. Lafleur、J. Jarrige、P. Chabert、P.-Q. Elias 和 D. Packan，“利用解析模型优化同轴电子回旋共振等离子体推力器”，《等离子体物理》**22**，053503（2015），https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.4920966。[26]Y. Takao、H. Koizumi、K. Komurasaki、K. Eriguchi 和 K. Ono，“用于微波放电离子推力器的微型等离子体源三维粒子模拟”，《等离子体源科学与技术》**23**，06400 2014( )。[27]Álvaro Sánchez-Villar、J. Zhou、E. Ahedo 和 M. Merino，“ECR 推力器中的等离子体输运与电磁波耦合模拟”，《等离子体源科学与技术》**30**，045005（2021）。[28]C. S. Olsen、M. G. Ballenger、M. D. Carter、F. R. C. Díaz、M. Giambusso、T. W. Glover、A. V. Ilin、J. P. Squire、B. W. Longmier、E. A. Bering 和 P. A. Cloutier，“研究 VX-200 磁等离子体推力器羽流中磁喷管的等离子体脱离”，《IEEE等离子体科学汇刊》**43**，252–268（2015）。[29]G. Krulle、M. Auweter-Kurtz 和 A. Sasoh，“外加场磁等离子体动力推进的技术与应用方面”，《推进与动力杂志》**14**，754–763（1998），https://doi.org/10.2514/2.5338。[30]J. Li、Y. Zhang、J. Wu、Y. Cheng 和 X. Du，“ 自场磁等离子体动力推力器的粒子模拟模型 ”，Energies **12**（2019），10.3390/en12081579。[31]G. Colonna 和 A. D’Angola 编，《等离子体建模（第二版）》，2053-2563（IOP 出版社，2022）。

[32]M. M. Turner，“蒙特卡罗碰撞损害粒子模拟的动力学特性”，《等离子体物理》13，033506（2006），https://doi.org/10.1063/1.2169752。[33]F. Riva、C. F. Beadle 和 P. Ricci，“严格验证粒子模拟的方法”，《等离子体物理》24，055703（2017），https://doi.org/10.1063/1.4977917。[34]A. Tavassoli、O. Chapurin、M. Jimenez、M. Papahn Zadeh、T. Zintel、M. Sengupta、L. Couëdel、R. J. Spiteri、M. Shoucri 和 A. Smolyakov，“噪声在 PIC 和 Vlasov 模拟 Buneman 不稳定性中的作用”，《等离子体物理》28，122105（2021），https://doi.org/10.1063/5.0070482。[35]M. Vass、P. Palla 和 P. Hartmann，“重新审视低温气体放电显式 PIC/MCC 模拟的数值稳定性/精度条件”，《等离子体源科学与技术》31，064001 2022( )。[36] R. W. Hockney 和 J. W. Eastwood，《利用粒子进行计算机模拟》（布里斯托尔：Hilger，1988）。[37]D. Tskhakaya、K. Matyash、R. Schneider 和 F. Taccogna，“粒子模拟方法”，《等离子体物理学进展》47，563–594（2007），https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/ctpp.200710072。[38]L. Brieda，《通过实例学习等离子体模拟》（CRC 出版社，Taylor and Francis，博卡拉顿，2010）。[39]Z. Donkó、A. Derzsi、M. Vass、B. Horváth、S. Wilczek、B. Hartmann 和 P. Hartmann，“edupic：用于射频等离子体模拟的粒子入门代码”，《等离子体源科学与技术》30，095017（2021）。[40]O. Buneman，“电离介质中的电流耗散”，Phys. Rev. 115，503 517 1959– ( )。[41]J. Dawson，“一维等离子体模型”，The Physics of Fluids 5，445 459 1962 10 1063 1 1706638 – ( )，https://aip.scitation.org/doi/pdf/ 。[42]H. R. Skullerud，“恒定电场作用下气体中离子运动的随机计算机模拟”，《物理学杂志D：应用物理》1，1567（1968）。[43]S. L. Lin 和 J. N. Bardsley，“漂移管中离子运动的蒙特卡罗模拟”，The Journal of Chemical Physics 66，435–445（1977），https://doi.org/10.1063/1.433988。[44]Y. Sakai、H. Tagashira 和 S. Sakamoto，“高 e/n 值下氩中电子雪崩的发展。I. 蒙特卡罗模拟”，《物理学杂志D：应用物理》10，1035（1977）。[45]L. C. Pitchford 和 A. V. Phelps，“中等 EN 值下 N_2 中电子群性质的比较计算”，Phys. Rev. A 25，540–554（1982）。[46]J. P. Boeuf 和 E. Marode，“非均匀电场中电子群的蒙特卡罗分析：氦气辉光放电的阴极区”，《物理学杂志D：应用物理》15，2169（1982）。[47]C. Birdsall，“粒子模拟中的带电粒子模拟，以及与中性原子的蒙特卡罗碰撞，pic-mcc”，《IEEE等离子体科学汇刊》19，65–85（1991）。[48]K. Nanbu，“用于材料加工等离子体及相关情形粒子建模的电子-分子、离子-分子、分子-分子和库仑碰撞概率理论”，《IEEE等离子体科学汇刊》28，971–990（2000）。[49]K. Komurasaki 和 Y. Arakawa，“霍尔推力器中等离子体流动的二维数值模型”，《推进与动力杂志》11，1317–1323（1995），https://doi.org/10.2514/3.23974。[50]C. Lenz 和 M. Martinez-Sanchez，载于《霍尔推力器瞬态一维数值模拟》（第 49 届 AIAA/ASME/SAE/ASEE 联合推进会议暨展览会，1993），第 AIAA 93–2491 页。[51]J. Fife，《霍尔推力器的混合 PIC 建模与静电探针调查》，博士论文，麻省理工学院（1998）。[52]L. Garrigues、A. Heron、J. C. Adam 和 J. P. Boeuf，“稳态等离子体推力器的混合模型与粒子模拟模型”，《等离子体源科学与技术》9，219（2000）。[53] V. Vahedi 和 M. Surendra，“粒子模拟方法的蒙特卡罗碰撞模型：在氩和氧放电中的应用”，《计算物理通讯》87，179–198（1995）。[54] O. Schenk 和 K. Gärtner，“使用 PARDISO 求解非对称稀疏线性方程组”，Future Generation Computer Systems 20，475–487（2004）。[55]P. R. Amestoy、I. S. Duff、J.-Y. L’Excellent和 J.Koster，“MUMPS：一种通用分布式内存稀疏求解器”，载于《应用并行计算。工业与学术界的高性能计算新范式：第五届国际研讨会，PARA 2000，挪威卑尔根，2000年6月18—20日，会议论文集5》（Springer，2001），第121—130页。[56]S. Balay、S. Abhyankar、M. Adams、J. Brown、P.Brune、K.Buschelman、L. Dalcin、A. Dener、V. Eijkhout、W.Gropp 等，“PETSc用户手册”（2019）。[57]F. Taccogna、F. Cichocki和P.Minelli，“电推进PIC模型中的等离子体物理与化学耦合：在吸入空气式低功率霍尔推力器中的应用”，《物理学前沿》10（2022），10.3389/fphy.2022.1006994。[58]J.R. Nagel，“使用有限差分方法求解泊松方程的数值解 [教育专栏],”，《IEEE天线与传播杂志》56，209—224（2014）。[59]P.Coche和L.Garrigues，“霍尔推力器的二维（方位角—轴向）网格内粒子模型”，《等离子体物理》21，023503（2014），https://doi.org/10.1063/1.4864625。[60]Y. J. Zhao、H.Liu、D. R.Yu、P.Hu和H. Wu，“磁场强度对尖 cusp 磁场推力器影响的网格内粒子模拟”，《物理学杂志D：应用物理》47，045201（2013）。[61]D. Yongjie、P. Wuji、W. Liqiu、S. Guoshun、L.Hong和 Y. Daren，“使用两个永磁环设计的无壁损耗霍尔推力器的计算机模拟”，《物理学杂志D：应用物理》49，465001（2016）。[62]F.Taccogna和P.Minelli，“霍尔推力器的三维网格内粒子模型：放电通道”，《等离子体物理》25，061208（2018），https://doi.org/10.1063/1.5023482。[63]D.Kahnfeld、R.Heidemann、J.Duras、P.Matthias、G.Bandelow、K. Lüskow、S. Kemnitz、K. Matyash和R.Schneider，“HEMP推力器中的呼吸模态”，《等离子体源科学与技术》27，124002（2018）。[64]K. Matyash、R. Schneider、S. Mazouffre、S.Tsikata和 L.Grimaud，“无壁霍尔推力器中的旋转条纹不稳定性：模拟”，《等离子体源科学与技术》28，044002（2019）。[65] K. F. Lüskow、P. R.C. Neumann、G.Bandelow、J. Duras、D.Kahnfeld、S. Kemnitz、P. Matthias、K.Matyash 和R.Schneider，“阴极电弧推力器的网格内粒子模拟”，《等离子体物理》25，013508（2018），https://doi.org/10.1063/1.5012584。[66]W.Yang、Q.Sun和Q.Zhou，“真空电弧放电的粒子建模”，《应用物理学杂志》128，060905（2020），https://doi.org/10.1063/5.0014485。[67]Q. Liu、L. Yang、Y.Huang、X.Zhao和Z. Zheng，“带扩口电极的脉冲等离子体推力器放电通道中等离子体性质的PIC模拟”，《等离子体科学与技术》21，074005（2019）。[68]R.K. Narayanan 和 K. Madduri，“网格内粒子并行性能优化：电喷雾模拟案例研究”，载于《2017年IEEE并行与分布式处理国际研讨会会议录》（IPDPSW）（2017），第1158—1167页。[69] Y.Zhao 和 J.J.Wang，“胶体推力器中液滴加速的粒子—粒子模拟模型”，载于《第36届国际电推进会议》，奥地利维也纳大学（电推进协会，2019），第IEPC–2019–526页。[70]P. Wang、A.Borner、Z. Li和D.A. Levin，“采用高分辨率三维网格内粒子模型的胶体推力器电喷雾模拟”，载于《第44届AIAA等离子体动力学与激光会议》（2013），https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2013-2629。[71]T.Enomoto、S. M.Parmar、R.Yamada、R.E.Wirz和Y.Takao，“离子液体电喷雾推力器中纳米液滴离子提取的分子动力学模拟”，《电推进杂志》1，13（2022）。[72]J. Perales-Díaz、F.Cichocki、M.Merino 和E.Ahedo，“离子推力器羽流中电荷与电流的形成及中和”，《等离子体源科学与技术》30，105023（2021）。[73]F. Taccogna、P. Minelli、S. Longo、M.Capitelli和 R. Schnei-der，“负离子源建模。III. 提取区域的二维结构”，《等离子体物理》17，063502（2010），https://doi.org/10.1063/1.3431635。[74]F.Taccogna、P. Minelli、P. Diomede、S. Longo、M.Capitelli和R. Schneider，“混合型负离子源的粒子建模”，《等离子体源科学与技术》20，024009（2011）。

[75]F. Taccogna、P.Minelli和S. Longo，“混合负离子源提取区域的三维结构”，《等离子体源科学与技术》22，045019（2013）。[76]F.Taccogna和P.Minelli，“用于聚变的负离子源PIC建模”，《新物理学杂志》19，015012（2017）。[77]G. Fubiani、L. Garrigues、G. Hagelaar、N. Kohen和J.P.Boeuf，“磁化射频等离子体源中的等离子体输运与负离子提取建模”，《新物理学杂志》19，015002（2017）。[78]L.Garrigues和G. Fubiani，“教程：使用基于粒子的方法对等离子体源中负离子的提取与加速进行建模”，《应用物理学杂志》133，041102（2023），https://doi.org/10.1063/5.0128759。[79]Y. Yamashita、R.Tsukizaki、Y. Yamamoto、D. Koda、K.Nishiyama 和H.Kuninaka，“栅格离子推力器中的方位角离子漂移”，《等离子体源科学与技术》27，105006（2018）。[80]H. Jian、Y. Chu、H.Cao、Y.Cao、X. He和 G. Xia，“背景压力对离子光学加速栅极碰撞电流影响的三维IFE-PIC数值模拟”，《真空》116，130–138（2015）。[81]G. J. M. Hagelaar、J. Bareilles、L.Garrigues和 J.P.Boeuf，“稳态等离子体推力器的二维模型”，《应用物理学杂志》91，5592–5598（2002），https://doi.org/10.1063/1.1465125。[82]M. Panelli、D. Morfei、B. Milo、F.A.D’Aniello和 F.Battista，“霍尔效应推力器的轴对称混合等离子体模型”，《粒子》4，296–324（2021）。[83]J. Perales-Díaz、A. Domínguez-Vázquez、P. Fajardo、E. Ahedo、F.Faraji、M.Reza 和 T. Andreussi，“磁屏蔽霍尔推力器的混合等离子体模拟”，《应用物理学杂志》131，103302（2022）。[84]T.Charoy、J. P.Boeuf、A. Bourdon、J. A.Carlsson、P. Chabert、B.Cuenot、D. Eremin、L. Garrigues、K. Hara、I. D. Kaganovich、A. T.Powis、A. Smolyakov、D. Sydorenko、A. Tavant、O.Vermorel和W.Villafana，“低温部分磁化等离子体的二维轴向-方位角粒子模拟基准测试”，《等离子体源科学与技术》28，105010 2019（）。[85]T.Charoy、T. Lafleur、A. A. Laguna、A.Bourdon 和 P.Chabert，“离子渡越时间不稳定性与电子漂移不稳定性之间的相互作用及其对霍尔推力器中反常电子输运的影响”，《等离子体源科学与技术》30，065017（2021）。[86]F.Petronio、T. Charoy、A. A. Laguna、A.Bourdon 和 P.Chabert，“二维效应对霍尔推力器中静电不稳定性的影响。I. 粒子模拟与两点功率谱密度重构技术的见解”，《等离子体物理学》30，012103（2023）。[87]V.Croes、T. Lafleur、Z. Bonaventura、A. Bourdon 和P. Chabert，“霍尔效应推力器中电子漂移不稳定性及相关反常电子输运的二维粒子模拟”，《等离子体源科学与技术》26，034001（2017）。[88]F. Taccogna、P. Minelli、Z. Asadi和 G.Bogopolsky，“霍尔推力器中 E × B 电子漂移不稳定性的数值研究”，《等离子体源科学与技术》28，064002（2019）。[89]A. Tavant、V. Croes、R. Lucken、T. Lafleur、A.Bourdon和 P.Chabert，“二次电子发射对放电中等离子体鞘层特性和电子输运的影响：动力学模拟”，《等离子体源科学与技术》27，124001（2018）。[90]J. P. Boeuf和 L.Garrigues，“霍尔推力器中的E × B电子漂移不稳定性：粒子模拟与理论的比较”，《等离子体物理》25，061204 2018 10 1063 1 5017033（），https://doi.org/ / . / ..[91]T. Lafleur、R. Martorelli、P.Chabert和A. Bourdon，“霍尔效应推力器中的反常电子输运：准线性动理学理论与粒子模拟的比较”，《等离子体物理》25，061202 2018 10 1063 1 5017626（），https://doi.org//./ .. [92]J.-P.Boeuf，“低温磁化等离子体中的旋转结构——来自粒子模拟的启示”，《物理学前沿》2（2014），10.3389/fphy.2014.00074。[93]T. Lafleur、S.D.Baalrud和 P.Chabert，“霍尔效应推力器中反常电子输运理论。I. 来自粒子模拟的启示”，《等离子体物理》23，053502（2016），https://doi.org/10.1063/1.4948495。[94]S. Janhunen、A. Smolyakov、O. Chapurin、D. Sydorenko、I. Kaganovich和 Y.Raitses，“部分磁化E ×B 等离子体中的非线性结构与反常输运”，《等离子体物理》25，011608（2018），https://doi.org/10.1063/1.5001206。

[95]I. Katz、V. H. Chaplin 和 A. Lopez Ortega，“霍尔推力器加速区及近羽流区域的粒子网格模拟”，《等离子体物理》25，123504（2018），https://doi.org/10.1063/1.5054009。[96]Z. Asadi、F. Taccogna 和 M. Sharifian，“电子回旋漂移不稳定性的数值研究：在霍尔推力器中的应用”，《物理学前沿》7（2019），10.3389/fphy.2019.00140。[97]T. Charoy、T. Lafleur、A. Tavant、P. Chabert 和 A. Bourdon，“E × **27**, B 等离子体放电中反常电子输运的动理学理论与粒子网格模拟比较”，《等离子体物理》（），https://doi.org/。/。。[98]S. Janhunen、A. Smolyakov、D. Sydorenko、M. Jimenez、I. Kaganovich 和 Y. Raitses，“二维空间中电子回旋漂移不稳定性的发展”，《等离子体物理》25，082308（2018），https://doi.org/10.1063/1.5033896。[99]W. Villafana、F. Petronio、A. C. Denig、M. J. Jimenez、D. Eremin、L. Garrigues、F. Taccogna、A. Alvarez-Laguna、J. P. Boeuf、A. Bourdon、P. Chabert、T. Charoy、B. Cuenot、K. Hara、F. Pechereau、A. Smolyakov、D. Sydorenko、A. Tavant 和 O. Vermorel，“E × B 放电的二维径向-方位角粒子网格基准测试”，《等离子体源科学与技术》30，075002（2021）。[100]F. Petronio、A. Tavant、T. Charoy、A. Alvarez Laguna、A. Bourdon 和 P. Chabert，“E × B 放电中修正双流不稳定性的出现条件与动力学”，《等离子体物理》28，043504（2021），https://doi.org/10.1063/5.0046843。[101]M. Sengupta 和 A. Smolyakov，“ 二维环形 E × B 系统中电子漂移不稳定性非线性演化的模态转变”，《等离子体物理》27，022309（2020），https://doi.org/10.1063/1.5139035。[102]F. Taccogna 和 L. Garrigues，“霍尔推力器等离子体建模的最新进展”，《现代等离子体物理评论》3，12（2019）。[103]P. Minelli 和 F. Taccogna，“如何构建霍尔微型推力器的粒子网格-蒙特卡罗碰撞模型”，《IEEE等离子体科学汇刊》46，219–224（2017）。[104]I. D. Kaganovich、A. Smolyakov、Y. Raitses、E. Ahedo、I. G. Mikellides、B. Jorns、F. Taccogna、R. Gueroult、S. Tsikata、A. Bourdon、J.-P. Boeuf、M. Keidar、A. T. Powis、M. Merino、M. Cappelli、K. Hara、J. A. Carlsson、N. J. Fisch、P. Chabert、I. Schweigert、T. Lafleur、K. Matyash、A. V. Khrabrov、R. W. Boswell 和 A. Fruchtman，“与等离子体推进及类似技术相关的 E×B 放电物理”，《等离子体物理》27，120601（2020），https://doi.org/10.1063/5.0010135。[105]W. Villafana，《使用非结构网格对霍尔推力器进行数值粒子网格研究》，博士论文，图卢兹大学（2021），未发表论文。[106]W. Villafana、G. Fubiani、L. Garrigues、G. Vigot、B. Cuenot 和 O. Vermorel，“霍尔推力器中由电子漂移不稳定性驱动的反常电子输运的三维粒子网格建模”，载于第37届国际电推进会议，马萨诸塞州剑桥市麻省理工学院（电火箭推进学会，2022），第 IEPC–2022–375 页。[107]S. Tsikata 、 C. Honoré 、 N. Lemoine 和 D. M. Grésillon，“ 霍尔推力器等离子体中电子密度涨落的三维结构：E × B 模式”，《等离子体物理》17，112110（2010），https://doi.org/10.1063/1.3499350。[108] LANDMARK，“低温磁化等离子体基准”，（2017），https://www.landmark-plasma.com/。最后访问日期：2023-01-27。[109] Y. Takao 和 K. Ono，“一种采用微波激发等离子体的微型电热推力器：数值设计考量”，《等离子体源科学与技术》15，211（2006）。[110]T. Takahashi、Y. Takao、K. Eriguchi 和 K. Ono，“用于微等离子体推力器的微波激发微等离子体及微喷管流动的数值与实验研究”，《等离子体物理》16，083505（2009），https://doi.org/10.1063/1.3205889。[111]M. Magarotto、D. Melazzi 和 D. Pavarin，“3D-VIRTUS：空间应用射频磁化等离子体放电的平衡条件求解器”，《计算物理通讯》247，106953（2020）。[112]M. Magarotto、S. Di Fede、N. Souhair、S. Andrews 和 F. Ponti，“无阴极等离子体推力器数值工具套件”，《航天学报》197，126–138（2022）。[113]A. Zangwill，《现代电动力学》（剑桥大学出版社，2013）。

[114]J.D. Jackson，《经典电动力学》（John Wiley and Sons, Inc., 1999）。[115]H. Takekida 和 K. Nanbu，“电感耦合射频$_4$放电与自由基流的自洽粒子建模”，《IEEE等离子体科学汇刊》34，973（2006）。[116]Y. Yamashita、Y. Tani、R. Tsukizaki、D. Koda 和 K. Nishiyama，“使用 PIC-MCC 模拟对微波放电离子推力器 μ 10 等离子体性质的数值研究”，《等离子体物理》26，073510（2019），https://doi.org/10.1063/1.5097661。[117]Y. Fu、J. Yang、H. Mou、R. Tan、X. Xia 和 Z. Gao，“采用全粒子网格方法对 2 cm 电子回旋共振离子源进行综合模拟”，《计算物理通讯》278，108395（2022）。[118]R. Geller，《电子回旋共振离子源与 ECR 等离子体》（Taylor and Francis Ltd, 1996）。[119]D. Eremin、E. Kemaneci、M. Matsukuma、T. Mussenbrock 和 R.P. Brinkmann，“使用全电磁粒子网格代码对甚高频大电极电容耦合等离子体进行建模”，预印本 arXiv:2212.08836 [physics.plasm-ph]（2022）。[120]F.F. Chen，“螺旋波放电与源：综述”，《等离子体源科学与技术》24，014001（2015）。[121]W. H. Koh、N. H. Choi、D. I. Choi 和 Y. H. Oh，“电子回旋共振微波放电的电磁粒子模拟”，《应用物理学杂志》73，4205–4211（1993），https://doi.org/10.1063/1.352825。[122]V. Gopinath 和 T. Grotjohn，“紧凑型 ECR 等离子体源的三维电磁 PIC 模型”，《IEEE等离子体科学汇刊》23，602–608（1995）。[123]D. Pavarin、F. Ferri、M. Manente、D. Curreli、D. Melazzi¶ 和 D. Rondini，“用于微型螺旋波推力器设计的等离子体代码开发”，载于第 32 届国际电推进会议，德国威斯巴登（2011），第 IEPC–2011–240 页。[124]R. Jaafarian、A. Ganjovi 和 G. Etaati，“使用 PIC-MCC 模拟技术研究螺旋波等离子体放电源的工作参数”，《等离子体物理学》25，013510（2018）。[125]J. Porto 和 P.-Q. Elias，“采用大时间步长约束插值剖面方案计算轴对称电磁波传播”，《IEEE天线与传播汇刊》69，4049（2021）。[126]J. Porto 和 P.-Q. Elias，“同轴 ECR 推力器功率沉积的二维动力学建模”，载于第 37 届国际电推进会议，麻省理工学院，美国马萨诸塞州剑桥（Electic Rocket Propulsion Society, 2022），第 IEPC–2022–503 页。[127]J. Porto、P.-Q. Elias 和 A. Ciardi，“磁喷管电子回旋共振推力器中的各向异性电子加热”，《IEEE天线与传播汇刊》69，4049（2023）。[128]K. Yee，“各向同性介质中涉及麦克斯韦方程的初始边值问题的数值解”，《IEEE天线与传播汇刊》14，302–307（1966）。[129]J. Verboncoeur、A. Langdon 和 N. Gladd，“面向对象的电磁 PIC 代码”，《计算物理通讯》87，199–211（1995）。[130]Y. Takao、K. Eriguchi 和 K. Ono，“微型射频离子推力器的二维粒子网格模拟”，载于第 32 届国际电推进会议，德国威斯巴登（Electic Rocket Propulsion Society, 2011），第 IEPC–2011–076 页。[131]N.S. Erokhin 和 S.S. Moiseev，“非均匀介质中波的线性和非线性变换理论问题”，Sov. Phys. Usp. 16，64（1973）。[132]A. Smolyakov、V. Godyak 和 A. Duffy，“电感耦合等离子体中的非线性效应”，《等离子体物理学》7，4755（2000）。[133]K. Ostrikov、E. Tsakadze、S. Xu、S. V. Vladimirov 和 R. Storer，“0.5 兆赫电感耦合等离子体中的非线性电磁场”，《等离子体物理学》10，1146（2003）。[134]J.L. Kline 和 E.E. Scime，“HELIX 螺旋波等离子体源中的参数衰变不稳定性”，《等离子体物理学》10，135（2003）。[135]F. Chen，“射频等离子体中的非线性效应与反常输运”，《IEEE等离子体科学汇刊》34，718（2006）。[136]D. Sydorenko，《具有磁场的低压放电中电子动力学的粒子模拟》，博士论文，University of 萨斯喀彻温省萨斯卡通（2006）。[137]T. Yuan、J. Ren、J. Zhou、Z. Zhang、Y. Wang 和 H. Tang，《数值加速技术对离子推力器 PIC-MCC 模拟的影响》，《AIP Advances》10，045115（2020）。[138]M. Lampe 和 W.M. Manheimer，《磁化等离子体放电的准中性粒子模拟：一般形式及其在电子回旋共振放电中的应用》，《IEEE 等离子体科学汇刊》26，1592（1998）。[139]D.Y. Sydorenko、A.I. Smolyakov 和 Y.O. Tyshetskiy，《感应耦合等离子体中的有质动力效应模拟》，《等离子体物理学》12，033503（2005）。[140]S. Mattei、K. Nishida、M. Onai、J. Lettry、M. Q. Tran 和 A. Hatayama，《用于模拟感应耦合等离子体的全隐式粒子网格蒙特卡罗碰撞代码》，《计算物理学杂志》350，891（2017）。[141]A. Anders，《电离区中的电子局域加热：突破磁控溅射中的 Penning–Thornton 范式》，《应用物理快报》105，244104（2014）。[142]D. Eremin、D. Engel、D. Krüger、S. Wilczek、B. Berger、M. Oberberg、C. Wölfel、A.I. Smolyakov、J. Lunze 和 P. Awakowicz，《平面射频磁控管等离子体中的电子动力学：I. 霍尔加热机制与 μ 模式》，《等离子体源科学与技术》32，045007（2023）。[143]D. Eremin、B. Berger、D. Engel、J. Kallähn、K. Köhn、D. Krüger、L. Xu、M. Oberberg、C. Wölfel、J. Lunze、P. Awakowicz、J. Schulze 和 R.P. Brinkmann，《平面射频磁控管等离子体中的电子动力学：II. 通过二维粒子网格/蒙特卡罗代码研究加热与能量化机制》，《等离子体源科学与技术》32，045008（2023）。[144]V. Godyak，《铁磁增强型感应等离子体源》，《物理学杂志D：应用物理学》46，283001（2013）。[145]V. Godyak，《关于螺旋波推力器：它们终有一天会飞吗？》，《应用物理学杂志》127，103301（2020）。[146]K. Takahashi、C. Charles、R.W. Boswell、Y. Takao、A. Fruchtman、J. Navarro-Cavallé 和 M. Merino，《评论：关于螺旋波推力器：它们终有一天会飞吗？》，《物理学前沿》8（2020）。[147]H.W. Loeb、K.-H. Schartner、B.K. Meyer、D. Feili、S. Weis 和 D. Kirmse，《吉森大学 EP 活动四十年及近期 RIT 微型推力器的研制》，载于第29届国际电推进会议，普林斯顿大学（2005），页码 IEPC–2005–031。[148]V.A. Godyak、R.B. Piejak 和 B.M. Alexandrovich，《感应耦合等离子体中二次谐波电流的观测》，《物理评论快报》83，1610（1999）。[149]V.A. Godyak、R.B. Piejak 和 B.M. Alexandrovich，《感应放电中的高温等离子体与非线性效应》，《等离子体物理学》6，1804（1999）。[150]A.I. Smolyakov、D. Sydorenko 和 A. Froese，《有限温度感应等离子体中的非局域有质动力》，《等离子体物理与受控聚变》49，A221（2007）。[151]Y. Takao、K. Eriguchi 和 K. Ono，《电容耦合对微型感应耦合等离子体源的影响》，《应用物理学杂志》112，093306（2012）。[152]Y. Takao 和 K. Takahashi，《中性粒子耗尽导致轴向等离子体动量损失至侧壁的数值验证》，《等离子体物理学》22，113509（2015）。[153]R. Henrich、M. Becker 和 C. Heiliger，《利用 PIC 建模研究 RIT 中的等离子体》，载于第35届国际电推进会议，佐治亚理工学院，美国佐治亚州亚特兰大（电动火箭推进学会，2017），页码 IEPC–2017–518。[154]M.C. Williamson、A.J. Lichtenberg 和 M.A. Lieberman，《参数变化等离子体中的自洽电子回旋共振吸收》，《应用物理学杂志》72，3924（1992）。[155]J. Porto 和 P.-Q. Elias，《带磁喷管的电子回旋共振等离子体推力器全 PIC模拟》，载于第36届国际电推进会议，维也纳大学，奥地利（电动火箭推进学会，2019），页码 IEPC–2019–232。[156]Y. Takao、K. Hiramoto、Y. Nakagawa、Y. Kasagi、H. Koizumi 和 K. Komurasaki，《微型电子回旋共振中和器的电子引出机制》，《日本应用物理学杂志》55，07LD09（2016）。[157]K. Hiramoto、Y. Nakagawa、H. Koizumi 和 Y. Takao，《E× B 漂移对微型微波放电中和器中电子横磁场输运的影响》，《等离子体物理学》24，064504（2017）。

[158]K. Nakamura、Y. Nakagawa、H.Koizumi和 Y. Takao，“以水为推进剂的微型微波放电离子推力器的数值分析”，日本航空宇宙学会学报 61，152（2018）。[159]K. Nakamura、H.Koizumi、M.Nakano和 Y. Takao，“负离子对微型微波放电离子推力器水等离子体源放电特性的影响”，《等离子体物理学》26，043508（2019）。[160]Y. Sato、H. Koizumi、M.Nakano和 Y. Takao，“通过磁场增强微型微波放电中和器中的电子引出”，《应用物理学杂志》126，243302（2019）。[161]A.Hecimovic 和A. vonKeudell，“高功率脉冲磁控溅射等离子体中的辐条结构”，《物理学杂志D：应用物理学》51，453001（2018）。[162]Y. Fua、J. Yang、Y.Jin、X. Xia和H.Meng，“电子回旋共振中和器的等效二维数值模拟”，《航天学报》164，387（2019）。[163]Y.Fu、J. Yang、G.H、X.Wu、Z. Hu 和X. Xia，“电子回旋共振中和器电子引出机制的模拟研究”，《真空》184，109932（2021）。[164]R.W.Boswell，“下混杂频率附近利用哨声波实现非常高效的等离子体产生”，《等离子体物理与受控聚变》26，1147（1984）。[165]K.Takahashi，“磁喷管等离子体推力器中射频功率到推力能量的转换效率达到百分之三十”，《科学报告》12，186182022（）。[166]F.F.Chen，“螺旋波引起的等离子体电离”，《等离子体物理与受控聚变》33，339（1991）。[167]T. Isayama、S.Shinohara和T.Hada，“螺旋波高密度等离子体综述：产生机制和等离子体/波特性”，《等离子体与聚变研究》13，1101014（2018）。[168]S. Shinohara，《高密度螺旋波等离子体科学》（Springer Nature Singapore Pte Ltd.，2022）。[169]K.P. Shamrai、V.P. Pavlenko和V.B. Taranov，“由 m = 0 天线驱动的螺旋波等离子体源中的波激发、转换和阻尼”，《等离子体物理与受控聚变》39，505（1997）。[170]V.F. Virko、G.S.Kirichenko 和K.P. Shamrai，“螺旋波放电中的参量离子声湍流”，《等离子体源科学与技术》12，217（2003）。[171]K.Niemi 和M.Krämer，“螺旋波模形成和螺旋波产生的等离子体中的射频功率沉积”，《等离子体物理学》15，073503（2008）。[172]K.Emoto、K. Takahashi和 Y. Takao，“磁扩展射频等离子体中的密度剖面转变和高能电子输运”，《等离子体物理学》30，013509（2023）。[173]J. Zhou、P. Jimenez、M.Merino、P.Fajardo和 E.Ahedo，“螺旋波等离子体推力器中等离子体放电的数值模拟”，载于第36届国际电推进会议，维也纳大学，奥地利（2019）第 IEPC–2019–330页。[174]V.Olshansky，“天线近场螺旋波等离子体中的能量耗散”，《原子科学与技术问题》6，86（2018）。[175]K. Takase、K.Takahashi和Y.Takao，“中性粒子分布和外部磁场对无电极等离子体推力器中等离子体动量的影响”，《等离子体物理学》25，023507（2018）。[176]K.Emoto、K. Takahashi 和Y.Takao，“磁喷管加速中离子和电子的轴向动量增益”，《等离子体源科学与技术》30，115016（2021）。[177]K.Emoto、K.Takahashi和Y.Takao，“磁喷管内部等离子体电流的数值研究”，《等离子体物理学》28，093506（2021）。[178]N.Gascon、M.Dudeck和 S. Barral，“稳态等离子体推力器中的壁面材料效应。i.SPT-100 的参数化研究”，《等离子体物理》10，4123–4136（2003），https://doi.org/10.1063/1.1611880。[179]S. Barral、K. Makowski、Z. Peradzy´nski、N.Gascon 和 M.Dudeck，“稳态等离子体推力器中的壁面材料效应。II. 近壁电导率和壁内电导率”，《等离子体物理》10，4137–4152（2003），https://doi.org/10.1063/1.1611881。[180]Y. Raitses、A. Smirnov、D.Staack和N.J.Fisch，“霍尔推力器放电中二次电子发射效应的测量”，《等离子体物理》13，014502（2006），https://doi.org/10.1063/1.2162809。[181]S.Tsikata、A.Héron和C.Honoré，“修正电子壁面发射条件下的霍尔推力器微湍流”，《等离子体物理》24，053519 2017 10 1063 1 4984255（），https://doi.org/ . / . .

[182]A. Dominguez-Vázquez、F. Taccogna和E.Ahedo，“霍尔推力器受控放电中的径向电子动力学粒子建模”，《等离子体源科学与技术》**27**，064006（2018）。[183]A.Dominguez-Vázquez、F. Taccogna、P.Fajardo 和 E. Ahedo，“霍尔推力器中径向等离子体-壁相互作用的参数研究”，《物理学杂志D：应用物理》**52**，474003（2019）。[184]A. Marín-Cebrián、A. Domínguez-Vázquez、P. Fajardo和E. Ahedo，“霍尔推力器放电一维径向动力学结果的宏观等离子体分析”，《等离子体源科学与技术》**30**，115011（2021）。[185]A. Marín-Cebrián、A. Domínguez-Vázquez、P.Fajardo和E.Ahedo，“具有弯曲磁场的霍尔推力器径向模型中的等离子体动力学”，《等离子体源科学与技术》 **31**，115003（2022）。[186]F. Taccogna、S. Longo、M.Capitelli和R. Schneider，“表面驱动的霍尔推力器加速区不对称性与不稳定性”，《等离子体物理学进展》 **48**，375–386（2008），https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/ctpp.200810061。[187]F. Taccogna，“非经典等离子体鞘层：表面强发射下的空间电荷限制和反转区域”，The European Physi- cal Journal D **68** （2014），10.1140/epjd/e2014-50132-5。[188]I. D. Kaganovich、Y. Raitses、D.Sydorenko 和A.Smolyakov，“霍尔推力器放电中的动力学效应”，《等离子体物理》 **14**，057104（2007），https://doi.org/10.1063/1.2709865。[189]F. Taccogna、S. Longo、M.Capitelli和R. Schneider，“鞘层不稳定性诱发的霍尔效应推力器反常输运”，《应用物理快报》 **94**，251502（2009），https://doi.org/10.1063/1.3152270。[190]A. Dunaevsky、Y.Raitses 和N. J. Fisch，“具有分段电极的霍尔推力器介电材料中的二次电子发射”，《等离子体物理》 **10**，2574–2577（2003），https://doi.org/10.1063/1.1568344。[191]P.Tolias，“关于二次电子发射及其半经验描述”，《等离子体物理与受控聚变》 **56**，123002（2014）。[192]D.Sydorenko，具有磁场的低压放电中电子动力学的粒子模拟，博士论文，物理与工程物理系，萨斯喀彻温大学（2006），未发表论文。[193]M.Villemant、M.Belhaj、P. Sarrailh、S. Dadouch、L.Garrigues和C.Boniface，“入射电子能量在10 电子伏特至 1000电子伏特之间时氮化硼样品受电子轰击下的电子发射测量”，《欧洲物理快报》 **127**，23001（2019）。[194]F.Taccogna，霍尔推力器内部的等离子体-表面相互作用，博士论文，化学系，巴里大学（2003），未发表论文。[195]H.-Y. Chang、A.Alvarado、T.Weber 和J.Marian，“微结构氮化硼表面低能电子诱发的二次电子发射产额的蒙特卡罗建模”，Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials andAtoms **454**，14–22（2019）。[196]T. Tondu、M.Belhaj和V. Inguimbert，“霍尔效应推力器中用作通道材料的陶瓷受电子轰击时的电子发射产额”，《应用物理学杂志》 **110**，093301（2011），https://doi.org/10.1063/1.3653820。[197]A. N. Andronov、A. S. Smirnov、I. D. Kaganovich、E. A. Startsev、Y.Raitses和V.I. Demidov，“低电子能量极限下的二次电子发射产额”，（2013），10.5170/CERN-2013-002.161，arXiv:1309.4658。[198]L. A. Gonzalez、M. Angelucci、R.Larciprete 和 R. Cimino，“贵金属表面的二次电子发射产额”，AIP Advances**7**，115203（2017），https://doi.org/10.1063/1.5000118。[199]J.Löffler、M. Belhaj、N. Bundaleski、J. J. D. Leon、J. Thomet、S.Frey、C.Ballif 和 N. Wyrsch，“低能量下氢化非晶硅/氧化铝电子发射的综合分析”，《物理学杂志D：应用物理》**56**，065306（2023）。[200]F. X.Bronold、K. Rasek 和 H.Fehske，“等离子体-固体界面处的电子微观物理”，《应用物理学杂志》**128**，180908（2020），https://doi.org/10.1063/5.0027406。[201]V. Pigeon、N.Claire、C. Arnas、K.Terasaka 和S. Inagaki，“由二次电子发射引起的等离子体鞘层材料依赖性”，《等离子体物理》 **27**，043505（2020），https://doi.org/10.1063/1.5141348。

[202]A. Jablonski，“表面弹性电子背散射的角分布：电子非弹性平均自由程的确定”，《物理学杂志D：应用物理》47，055301（2013）。[203] M.Villemant、P. Sarrailh、M. Belhaj、C. Inguimbert、O. Vermorel、L.Gar-rigues和C.Boniface，“霍尔推力器等离子体建模的电子发射模型”，载于《第35届国际电推进会议》，佐治亚理工学院——美国佐治亚州亚特兰大——2017年10月8日至12日（Electic Rocket PropulsionSociety，2017），第IEPC–2017–366页。[204]J.Greenwood，“使用蒙特卡罗方法对真空系统进行建模时散射粒子余弦分布的正确与错误生成”，《真空》67，217–222（2002）。[205]C. Costin，“等离子体–表面界面的粒子分布函数”，AIP Advances10，115308（2020），https://doi.org/10.1063/5.0030781。[206]J. Petillo、K.Eppley、D.Panagos、P.Blanchard、E. Nelson、N. Dionne、J.DeFord、B.Held、L. Chernyakova、W. Krueger、S. Humphries、T. Mc-Clure、A. Mondelli、J.Burdette、M. Cattelino、R. True、K.Nguyen和B. Levush，“Michelle三维电子枪与收集极建模工具：理论与设计”，《IEEE等离子体科学汇刊》30，1238–1264（2002）。[207]R. Gueroult、G.Fubiani和L.Garrigues，“使用并行粒子-网格单元蒙特卡罗碰撞算法对气体放电中的壁面和中性粒子物理进行建模时的陷阱”，《物理学前沿》6（2018），10.3389/fphy.2018.00128。[208]S.Cho、K.Komurasaki和Y.Arakawa，“霍尔推力器放电与壁面侵蚀的动理学粒子模拟”，《等离子体物理》20，063501 2013( )。[209]N.P.Brown和M. L. R. Walker，“等离子体诱导的霍尔推力器侵蚀综述”，Applied Sciences10（2020），10.3390/app10113775。[210]S. J.Araki和R.S.Martin，“通过辐射度视因子模型和粒子数据压缩计算溅射原子输运”，《真空》210，111867 2023( )。[211]W. Eckstein和J. Biersack，“重离子的反射”，Zeitschrift für Physik BCondensedMatter63，471–478（1986）。[212]G.Ito 、 R. Kawashima 、 K.Komurasaki 和 H.Koizumi，“ 低能氩离子碰撞金属表面时反射粒子对入射角的依赖性”，Computational MaterialsScience 186，109989（2021）。[213]V. A. Shuvalov，“气体离子在多晶材料上的能量调适”，Journal of AppliedMechanics and Technical Physics 24（1983），10.1007/BF00905614。[214]J.C.Gregory和P.N.Peters，“地球轨道中从固体表面散射的5电子伏特原子氧角分布测量”，载于International Symposium on RarefiedGas Dynamics（1986）。[215]K. Moe和M. M. Moe，“气体–表面相互作用与卫星阻力系数”，Planetary and SpaceScience53，793–801（2005）。[216]L. Liu、G.Cai、H.Zheng、S.Shang和B.He，“电推力器羽流与固体表面相互作用的动量调适系数测量”，《等离子体物理》27，053511（2020）。[217]A.R. Gibson、M.Foucher、D.Marinov、P. Chabert、T. Gans、M.J. Kushner和J.-P. Booth，“热能调适和原子复合概率在低压氧等离子体中的作用”，《等离子体物理与受控聚变》59，024004（2017）。[218]P. Guerrero、I. G. Mikellides、J.E. Polk、R.CarminaMonreal和D.I. Meiron，“离子–表面能量调适与中和机制对空心阴极物理的重要影响”，《应用物理学杂志》130，043306（2021），https://doi.org/10.1063/5.0055824。[219] A.Domínguez-Vázquez、F.Cichocki、M.Merino、P.Fajardo和E.Ahedo，“轴对称等离子体放电中的重粒子–壁相互作用”，《等离子体源科学与技术》30，085004（2021）。[220]R.M.Logan和J. C. Keck，“气体原子与固体表面相互作用的经典理论”，The Journal ofChemicalPhysics 49，860–876（1968）。[221]D. M. Prieto、B.P. Graziano和P. C. Roberts，“航天器阻力建模”，Progress inAerospaceSciences64，56–65（2014）。[222]S. Boccelli、T.E.Magin和A. Frezzotti，“霍尔推力器反向供气构型的数值研究”，《推进与动力杂志》37，919–927（2021），https://doi.org/10.2514/1.B38346。[223]F. Romano、J. Espinosa-Orozco、M.Pfeiffer、G. Herdrich、N. Crisp、P.Roberts、B. Holmes、S. Edmondson、S. Haigh、S. Livadiotti、A. Macario-Rojas、V. Oiko、L. Sinpetru、K. Smith、J. Becedas、V. Sulliotti-Linner、M. Bisgaard、S. Christensen、V. Hanessian、T. K. Jensen、J. Nielsen、Y.-A. Chan、S. Fasoulas、C. Traub、D. García-Almiñana、S. Rodríguez-Donaire、M. Sureda、D. Kataria、B. Belkouchi、A. Conte、S. Seminari 和 R. Vil- lain，“用于大气吸入式电推进系统（abep）的进气口设计”，《航天学报》187，225–235（2021）。[224]C. Rapisarda、P. C. Roberts 和 K. L. Smith，“被动式大气吸入电推进（ABEP）进气口的设计与优化”，《航天学报》202，77–93（2023）。[225]F. Taccogna、S. Longo 和 M. Capitelli，“采用蒙特卡罗方法的粒子网格法对SPT-100排气羽流进行模拟”，Journal of Spacecraft and Rockets 39，409–419（2002），https://doi.org/10.2514/2.3840。[226]F. Taccogna、S. Longo 和 M. Capitelli，“稳态等离子体推力器极近场羽流模拟”，The European Physical Journal - Applied Physics 28，113–122（2004）。[227]F. Taccogna、D. Pagano、F. Scortecci 和 A. Garulli，“多通道推力器构型的三维羽流模拟”，《等离子体源科学与技术》23，065034（2014）。[228]E. Ahedo，“利用电子流体模型分析等离子体推力器放电”，《电推进杂志》2，2（2023）。[229]F. Cichocki、A. Domínguez-Vázquez、M. Merino 和 E. Ahedo，“用于等离子体推力器羽流与邻近物体相互作用的混合三维模型”，《等离子体源科学与技术》26，125008（2017）。[230]C. Cai，“集群电推进装置产生的等离子体羽流流动数值研究”，Aerospace Science and Technology 41，134–143（2015）。[231]B. Korkut、Z. Li 和 D. A. Levin，“利用八叉树自适应网格细化进行离子推力器羽流三维模拟”，《IEEE等离子体科学汇刊》43，1706–1721（2015）。[232]F. Filleul、O. Sutherland、F. Cipriani 和 C. Charles，“Bepicolombo：改进电推进与航天器相互作用建模的平台”，Frontiers in Space Technologies 2，639819（2021）。[233]S. H. Kang，“使用pdfoam并考虑电荷交换效应的霍尔推力器羽流PIC-DSMC模拟”，Aerospace 10，44（2023）。[234]S. J. Araki，“航天器充电模型与电推进羽流模拟的多尺度耦合”，《IEEE等离子体科学汇刊》47，4898–4908（2019）。[235]M. Merino、F. Cichocki 和 E. Ahedo，“无碰撞等离子体推力器羽流扩展模型”，《等离子体源科学与技术》24，035006（2015）。[236]F. Cichocki、M. Merino 和 E. Ahedo，“地磁场对等离子体推力器羽流扩展的三维效应”，《航天学报》175，190–203（2020）。[237]F. Cichocki、J. Navarro-Cavallé、A. Modesti 和 G. Ramírez Vázquez，“螺旋波等离子体推力器羽流的磁喷管与RPA仿真及实验对比”，《物理学前沿》10，260（2022）。[238]F. Cichocki、A. Domínguez-Vázquez、M. Merino、P. Fajardo 和 E. Ahedo，“霍尔效应推力器近场羽流中的三维中和器效应”，《航天学报》187，498–510（2021）。[239]E. Ahedo、S. Correyero、J. Navarro-Cavallé 和 M. Merino，“抛物磁喷管中动力学等离子体膨胀的宏观与参数化研究”，《等离子体源科学与技术》29，045017（2020）。[240]F. Cichocki、M. Merino 和 E. Ahedo，“离子束牧卫任务中的航天器—等离子体—碎片相互作用”，《航天学报》146，216–227（2018）。[241]A. Modesti、F. Cichocki、J. Zhou 和 E. Ahedo，“带能量平衡的羽流三维电子流体模型”，载于麻省理工学院举办的第37届国际电推进会议，美国马萨诸塞州剑桥，2022年6月19日至23日（Electic Rocket Propulsion Society，2022），第IEPC–2022–321页。[242]M. Merino、J. Mauriño 和 E. Ahedo，“用于等离子体推力器羽流的动力学电子模型”，《等离子体源科学与技术》27，035013（2018）。[243]Y. Hu 和 J. Wang，“无碰撞中温等离子体发射的全动理学模拟：宏观羽流结构与微观电子特性”，《等离子体物理》24，033510（2017）。[244]Y. Hu 和 J. Wang，“无碰撞超音速等离子体羽流向真空中的膨胀”，Physical Review E 98，023204（2018）。

[245]J. Wang 和 Y. Hu，“关于混合粒子网格法用于离子推力器羽流仿真的局限性”，《等离子体物理》**26**，103502（2019）。[246]N. Nuwal、R. Jambunathan 和 D. A. Levin，“羽流回流区航天器表面的动力学建模”，《IEEE等离子体科学汇刊》**48**，4305–4325（2020）。[247]M. Li、M. Merino、E. Ahedo 和 H. Tang，“PIC等离子体推力器羽流仿真中的电子边界条件”，《等离子体源科学与技术》**28**，034004（2019）。[248]R. Jambunathan 和 D. A. Levin，“用于全动理学等离子体推力器羽流仿真的自洽开放边界条件”，《IEEE等离子体科学汇刊》**48**，610–630（2020）。[249]R. Procassini、C. Birdsall 和 E. Morse，“无碰撞等离子体鞘层区域的全动理学、自洽粒子模拟模型”，《流体物理学B辑：等离子体物理》**2**，3191–3205（1990）。[250]L. Yan、P.-Y. Wang、Y.-H. Ou 和 X.-L. Kang，“霍尔推力器羽流与溅射侵蚀的数值研究”，《应用数学杂志》**2012**（2012）。[251]E. J. Beiting、X. Le Eapen、J. E. Pollard、M. Gambon、F. R. Marchan- dise 和 M. Oberg，“PPS ®1350霍尔推力器的电磁辐射”，载于*第31*届国际电推进会议，美国密歇根州安娜堡 （Electic Rocket Propulsion Society，2009），第IEPC–2009–71页。[252]V. Mazières、F. Gaboriau、A. Guglielmi、V. Laquerbe、R. Pascaud 和 O. Pascal，“金属真空室内霍尔推力器不稳定性的宽频带（kHz-GHz）表征”，《等离子体物理》**29**，072107（2022），https://doi.org/10.1063/5.0090774。[253]V. Mazières、T. Yung、L. Herrero、A. Blanchet、V. Laquerbe 和 O. Pascal，“金属真空室内真空电弧推力器不稳定性的宽频带（kHz-GHz）表征”，《等离子体物理》**29**，123501（2022），https://doi.org/10.1063/5.0109311。[254]N. de Mejanes、R. Pascaud、V. Mazières、A. Rossi、V. Laquerbe、L. Garrigues 和 O. Pascal，“集成于小型航天器上的霍尔推力器羽流中的微波传播模拟”，《应用物理学杂志》**131**，243303（2022），https://doi.org/10.1063/5.0095134。[255]L. Garrigues、J. Bareilles、J. P. Boeuf 和 I. D. Boyd，“稳态等离子体推力器等离子体射流的建模”，《应用物理学杂志》**91**，9521–9528（2002），https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.1480480。[256]T. Hallouin 和 S. Mazouffre，“100 W级霍尔推力器的远场羽流表征”，《航空航天》**7**（2020），10.3390/aerospace7050058。[257]M. Lieberman 和 A. Lichtenberg，“等离子体动力学”，载于《等离子体放电与材料加工原理》，M. Lieberman 和 A. Lichtenberg 编（约翰·威立父子出版公司，2005），第4章，第87–132页，https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/0471724254.ch4。[258] Ansys HFSS，“低温磁化等离子体基准”，（2022），https://www.ansys.com/fr-fr/products/electronics/ ansys-hfss。最后访问日期：2023-02-07。[259]“国际原子能机构—原子与分子数据处”，https://amdis.iaea.org/ databases/，访问日期：2023-03-30。[260]“LXCat数据库—等离子体数据交换项目”，https://nl.lxcat. net/home/，访问日期：2023-03-30。[261]“Quantemol数据库”，https://quantemoldb.com/，访问日期：2023-03-30。[262]“美国国家标准与技术研究院—电离与激发电子碰撞截面数据库”，https://www.nist.gov/pml/electron-impact-cross-sections-ionization-and-excitation

访问日期：2023-03-30。[263]“Nifs 数据库：原子与分子数值数据库”，http:// dbshino.nifs.ac.jp，访问日期：2023-03-30。 [264]J. F. J. Janssen、L. C. Pitchford、G. J. M. Hagelaar 和 J. van Dijk，“蒙特卡罗模拟中电子-中性粒子碰撞角散射模型的评估”，《等离子体源科学与技术》**25**, 055026 (2016)。 [265]R. M. Park、W. Kupets、M. C. Zammit、J. Colgan、C. J. Fontes、B. S. Scheiner、E. Timmermans、X.-Z. Tang、L. H. Scarlett、D. V. Fursa、I. Bray 和 N. A. Garland，“用于蒙特卡罗等离子体模拟的弹性电子-中性粒子碰撞各向异性角散射模型”，《等离子体源科学与技术》**31**, 065013 (2022)。 [266]H. Wang、V. S. Sukhomlinov、I. D. Kaganovich 和 A. S. Mustafaev，“同时考虑弹性碰撞和电荷交换碰撞的离子速度分布函数模拟”，《等离子体源科学与技术》**26**, 024001 (2017)。

[267]R. Pan、J. Ren、R. Mao 和 H. Tang，“用于霍尔推力器粒子模拟的不同中性粒子算法的实用分析”，《等离子体源科学与技术》（2023）。[268]F. Faraji 和 M. Reza，“中性粒子动力学模型对霍尔推力器等离子体放电粒子模拟的影响”（2023）。[269]A. Gurciullo、A. L. Fabris 和 M. A. Cappelli，“采用氙/氮气和氙/空气混合物运行的霍尔效应推力器离子羽流研究”，《物理学杂志D：应用物理》**52**，464003（2019）。[270]F. Marchioni 和 M. A. Cappelli，“用于大气吸气式电推进的扩展通道霍尔推力器”，《应用物理学杂志》**130**，053306（2021），https://doi.org/10.1063/5.0048283。[271]T. F. Munro-O’Brien 和 C. N. Ryan，“采用多种气态推进剂的低功率霍尔效应推力器性能”，《航天学报》**206**，257–273（2023）。[272]T. Lafleur、L. Habl、E. Z. Rossi 和 D. Rafalskyi，“栅格离子推力器碘等离子体模型的开发与验证”，《等离子体源科学与技术》**31**，114001（2022）。[273]S. Andrews、R. Andriulli、N. Souhair、S. Di Fede、D. Pavarin、F. Ponti 和 M. Magarotto，“REGULUS无阴极等离子体推力器在氙、碘和氪推进剂下运行的全局与PIC耦合建模”，《航天学报》**207**，227–239（2023）。[274]A. J. Sheppard 和 J. M. Little，“采用水蒸气推进剂的无电极等离子体推进标度律”，《等离子体源科学与技术》**29**，045007（2020）。[275]K. Shirasu、H. Kuwabara、M. Matsuura、H. Koizumi、Y. Nakagawa、H. Watanabe、H. Sekine 和 K. Komurasaki，“水蒸气霍尔推力器的演示与实验特性”，《电推进杂志》**2**（2023），10.1007/s44205-023-00047-w。[276]K. Hohman，“用于行星探测的大气吸气式电推力器”，技术报告（BUSEK Co. Inc.，2012）。[277]L. Garrigues，“以环境大气为推进剂的霍尔效应推力器计算研究”，《推进与动力杂志》**28**，344–354（2012），https://doi.org/10.2514/1.B34307。[278]B. Zheng、Y. Fu、D. qi Wen、K. Wang、T. Schuelke 和 Q. H. Fan，“亚稳态原子对低压磁化射频氩放电影响的研究”，《物理学杂志D：应用物理》**53**，435201（2020）。[279]D.-Q. Wen、J. Krek、J. T. Gudmundsson、E. Kawamura、M. A. Lieberman 和 J. P. Verboncoeur，“中等压力下电容耦合氩放电的基准测试与升级版粒子模拟：亚稳态原子的作用”，《等离子体源科学与技术》**30**，105009（2021）。[280]D.-Q. Wen、J. Krek、J. T. Gudmundsson、E. Kawamura、M. A. Lieberman 和 J. P. Verboncoeur，“电容耦合氩放电中含流体亚稳态原子的粒子模拟：电子弹性散射与等离子体密度分布转变”，《IEEE等离子体科学汇刊》**50**，2548–2557（2022）。[281]Y. Yamashita、R. Tsukizaki 和 K. Nishiyama，“亚稳态逐级电离在电子回旋共振离子推力器中的重要性”，《电推进杂志》**1**，2731–4596（2022）。[282]M. Hayashi，“20世纪发表的原子与分子电子与光子截面文献目录：氙”（2003）。[283]H. A. Hyman，“稀有气体（氖、氩、氪、氙）、镉和汞激发态的电子碰撞电离截面”，Phys. Rev. A **20**，855–859（1979）。[284]B. Chaudhury、M. Shah、U. Parekh、H. Gandhi、P. Desai、K. Shah、A. Phadnis、M. Shah、M. Bandyopadhyay 和 A. Chakraborty，“用于低温等离子体模拟的粒子网格蒙特卡洛碰撞（PIC-MCC）算法的混合并行化”，载于《面向超大规模计算的软件挑战》，R. Majumdar、Amitnand Arora 编（Springer，新加坡，2019），第32–53页。[285] J. M. Dawson、V. Decyk、R. Sydora 和 P. Liewer，“高性能计算与等离子体物理”，《今日物理》**46**，64–70（1993），https://doi.org/10.1063/1.881386。[286]P. Ortwein、T. Binder、S. Copplestone、A. Mirza、P. Nizenkov、M. Pfeiffer、T. Stindl、S. Fasoulas 和 C.-D. Munz，“不连续Galerkin谱元法PIC-DSMC求解器的并行性能”，载于《科学与工程中的高性能计算 *’14*：斯图加特高性能计算中心（*HLRS*）*2014*年会议论文集》（Springer，2015），第671–681页。

-d数据科学

[287]R. Ismail、N. A. Wati Abdul Hamid、M. Othman、R. Latip 和 M. A. San- wani，“千兆以太网和 InfiniBand 网络上的点对点通信”，载于《信息学工程与信息科学：国际会议，*ICIEIS 2011*，马来西亚吉隆坡，*2011* 年 *11* 月 *14—16* 日，会议论文集，第 *IV* 部分》（Springer Berlin Heidelberg，2011），第 369–382 页。[288]S. J. Araki 和 R. S. Martin，“等离子体羽流仿真中采用过度分解的动态负载均衡”，《并行与分布式计算》**163**，136–146（2022）。[289]L. Garrigues、G. Fubiani 和 J.-P. Boeuf，“低温等离子体中粒子模拟方法的适当使用：负离子提取仿真应用”，《应用物理学杂志》**120**，213303（2016）。[290]R. Jambunathan 和 D.A. Levin，“Chaos：一种基于八叉树的 PIC-DSMC 代码，用于通过 MPI-CUDA 并行化模拟等离子体羽流中的电子动力学性质”，《计算物理学杂志》**373**，571（2018）。[291]W. mei W. Hwu、D. B. Kirk 和 I. E. Hajj，《大规模并行处理器编程：实践方法，第 *4* 版》（Morgan Kaufmann，马萨诸塞州伯灵顿，2022）。[292]P. Mertmann、D. Eremin、T. Mussenbrock、R. Brinkmann 和 P. Awakow- icz，“图形处理器上带蒙特卡罗碰撞的精细排序一维粒子模拟算法”，《计算物理学通信》**182**，2161（2011）。[293]Z. Juhasz、J. Durian、A. Derzsi、S. Matejcik、Z. Donko 和 P. Hart- mann，“用于低压电容耦合等离子体一维仿真的粒子模拟/蒙特卡罗碰撞方法的高效图形处理器实现”，《计算物理学通信》**263**，107913（2021）。[294]G. Gallo、A. Isoldi、D. D. Gatto、R. Savino、A. Capozzoli、C. Curcio 和 A. Liseno，“用于电推进器等离子体运动建模的粒子模拟数值方面”，《航空航天》**8**，138（2021）。[295]R. Jambunathan 和 D.A. Levin，“用于电推进器等离子体羽流建模的多图形处理器粒子模拟求解器”，载于*AIAA SciTech* 论坛，*2018* 年 *1* 月 *8—12* 日，佛罗里达州基西米（2018），第 AIAA 2018–1297 页。[296]K. Nishii、S. Clark、J. Tompkins、N. Nuwal、D.A. Levin 和 J.L. Rovey，“地面设施中电推进碳溅射的数值仿真”，载于第 *37* 届国际电推进会议，麻省理工学院，马萨诸塞州剑桥，美国（2022），第 IEPC–2022–379 页。[297]K. Amyx，“VORPAL 中图形处理器加速的三维电磁粒子模拟实现”，载于 *NVIDIA* 图形处理器技术大会，*2012* 年 *5* 月 *14* 日—*5* 月 *17* 日（2012）。[298]J. Leddy、S. Averkin、B. Cowan、S. Sides 和 J. Cary，“Vorpal 代码中图形处理器上的碰撞进程建模”，载于*2018 IEEE* 国际等离子体科学会议（*ICOPS*）（2018）。[299]J. Garcke，“稀疏网格概要”，载于《稀疏网格及其应用》，J. Garcke 和 M. Griebel 编（Springer Berlin Heidelberg，柏林、海德堡，2013），第 57–80 页。[300]M. Obersteiner 和 H.-J. Bungartz，“用于数值求积的空间自适应稀疏网格组合技术”，载于《稀疏网格及其应用——慕尼黑 *2018*》，H.-J. Bungartz、J. Garcke 和 D. Pflüger 编（Springer International Publishing，Cham，2021），第 161–185 页。[301]L. F. Ricketson 和 A. J. Cerfon，“粒子模拟方法的稀疏网格技术”，《等离子体物理与受控聚变》**59**，024002（2016）。[302]L. Garrigues、B. Tezenas du Montcel、G. Fubiani、F. Bertomeu、F. Deluzet 和 J. Narski，“稀疏网格组合技术在低温等离子体粒子模拟中的应用。I. 电容耦合射频放电”，《应用物理学杂志》**129**，153303（2021），https://doi.org/10.1063/5.0044363。[303]L. Garrigues、B. Tezenas du Montcel、G. Fubiani 和 B. C. G. Re- man，“稀疏网格组合技术在低温等离子体粒子模拟中的应用。II. 霍尔推力器中的电子漂移不稳定性”，《应用物理学杂志》**129**，153304（2021），https://doi.org/10.1063/5.0044865。[304]F. Deluzet、G. Fubiani、L. Garrigues、C. Guillet 和 J. Narski，“粒子模拟方法的稀疏网格重构”，ESAIM：M2**56**，1809 1841 2022 AN – ( )。[305]S. Muralikrishnan、A. J. Cerfon、M. Frey、L. F. Ricketson 和 A. Adel- mann，“基于稀疏网格的粒子模拟方法自适应噪声降低策略”，《计算物理学杂志：X》**11**，100094（2021）。

[306]F.Deluzet、G. Fubiani、L. Garrigues、C.Guillet 和J.Narski，“三维-三速度稀疏网格粒子-网格单元方法的高效并行化：共享内存系统架构”，《计算物理学杂志》480，112022（2023）。[307]F.Deluzet、G. Fubiani、L. Garrigues、C.Guillet 和J.Narski，“三维-三速度稀疏网格粒子-网格单元方法的高效并行化：单图形处理器架构”，（2022），工作论文或预印本。[308]M. Chung-To-Sang、L. Garrigues、T. Dubois和 S. Tsikata，“霍尔推力器的三维稀疏PIC 建模：与实验结果的比较”，载于第37届国际电推进会议，麻省理工学院，美国马萨诸塞州剑桥（电推进火箭学会，2022），第 IEPC–2022–316 页。[309]A. Friedman、A.B. Langdon 和B.I.Cohen，“隐式粒子-网格单元模拟的直接方法”，《等离子体物理与受控聚变通讯》6，225（1981）。[310]A.B.Langdon 和D.C. Barnes，“第11章：直接隐式等离子体模拟”，载于《多时间尺度》（Academic Press, Inc.，1985），第335页。[311]R.J. Mason，“等离子体的隐式矩粒子模拟”，《计算物理学杂志》41，233（1981）。[312]J.U.Brackbill和 D.W.Forslund，“第9章：等离子体中的低频电磁现象模拟”，载于《多时间尺度》（Academic Press, Inc.，1985），第271页。[313]R.Clark和 T.Hughes，“商业软件 lsp 的用户手册”，载于（美国加利福尼亚州圣巴巴拉：MissionResearch Corporation）（2005）。[314]J.-L. Vay、D.P. Grote、R.H. Cohen 和 A. Friedman，“粒子-网格单元加速器代码框架 Warp 中的新方法”，《计算机科学发现》5，014019（2013）。[315]J. Carlsson、A. Khrabrov、I. Kaganovich、D. Keating、S. Selezneva和T. Sommerer，“使用LSPPIC 代码进行低温等离子体模拟”，载于 APS等离子体物理学分部会议摘要，《APS 会议摘要》，第2014卷（2014），第 GP8.110页。[316]D. Levko、Ya.E. Krasik、V.Vekselman 和 I.Haber，“用于空间应用的带孔微型空心阴极放电二维模型”，《等离子体物理学》20，083512（2013）。[317]I.D. Kaganovich、C. Lan、A.T.Powis、A.V.Khrabrov、J.Carlsson、Y. Raitses、S.Janhunen、L. Xu、A.Smolyakov 和D.Sydorenko，“面向霍尔推力器的预测性动力学模拟及孤子的普遍形成”，载于第36届国际电推进会议，维也纳大学（2019），第 IEPC–2019–543 页。[318]L. Lei、X. Jin、J.Li、L.Li 和 B.Li，“ECRIS 运行三维模拟中等离子体电势的若干方面 ”，《等离子体物理学》29，073904（2022）。[319]S. Cho、K. Komurasaki 和 Y.Arakawa，“使用二维全动力学 PIC模型对 SPT 型霍尔推力器进行寿命模拟”，载于第48届 AIAA/ASME/SAE/ASEE联合推进会议与展览（2012），第 AIAA 2012–4016 页。[320]S.Markidis 和G.Lapenta，“能量守恒粒子-网格单元方法”，《计算物理学杂志》230，7037（2011）。[321]G. Chen、L.Chacón和D.C. Barnes，“一种守恒能量和电荷的隐式静电粒子-网格单元算法”，《计算物理学杂志》230，7018（2011）。[322]D.Eremin，“用于碰撞有界等离子体模拟的能量和电荷守恒静电隐式粒子-网格单元算法”，《计算物理学杂志》452，110934（2022）。[323]D.C. Barnes 和L. Chacón，“能量守恒粒子-网格单元算法中的有限空间网格效应”，《计算物理学通讯》258，1075602021()。[324]A.B.Langdon，“‘能量守恒’等离子体模拟算法”，《计算物理学杂志》12，247（1973）。[325]H. Ueda、Y. Omura、H. Matsumoto 和T. Okuzawa，“静电粒子模拟中的数值加热研究”，《计算物理学通讯》79，249（1994）。[326]L.Chacón、G.Chen和 D.C.Barnes，“映射计算网格上的电荷和能量守恒隐式静电粒子-网格单元算法”，《计算物理学杂志》233，1（2013）。[327]P. Parodi、G. Lapenta 和T. Magin，“使用能量守恒半隐式 PIC方案进行电推进等离子体模拟”，载于第9届欧洲航空与空间科学会议（EUCASS）（2022）。[328]L.F. Ricketson 和 L. Chacón，“ 适用于任意电 .....

电磁场，” J. Comput.Phys. **418**，109639（2020）。[329]G. Chen、L. Chacón、C.A.Leibs、D.A.Knoll和 W.Taitano，“基于牛顿–克雷洛夫方法的全隐式静电粒子模拟的流体预条件，” J. Comput. Phys.**258**，555（2014）。[330]G. Lapenta，“严格能量守恒的半隐式粒子网格公式，” J. Comput.Phys. **334**，349 （ 2017 ）。[331]G. Lapenta，“ 严格能量守恒半隐式（ECsim）粒子网格方法实现的进展，” Phys.**5**，72（2023）。[332]B. Berger、D. Eremin、M. Oberberg、D. Engel、C. Woelfel、Q.-Z. Zhang、P. Awakowicz、J. Lunze、R.Brinkmann和 J. Schulze，“平面射频磁控等离子体中的电子动力学：III. 功率吸收动力学实验研究与模拟结果的比较，”《等离子体源科学与技术》**32**，045009（2023）。[333]F.Faraji、M.Reza和A.Knoll，“改进一维粒子模拟，以自洽解析霍尔推力器中由不稳定性引起的电子输运，”《应用物理学杂志》**131**，193302（2022），https://doi.org/10.1063/5.0090853。[334]F.Faraji、M.Reza和A.Knoll，“径向–方位角 E × B 等离子体构型中广义降阶粒子模拟方案的验证，” AIP Advances **13**，025315 （ 2023 ），https://doi.org/10.1063/5.0136889。[335]A.Revel、T.Minea和S.Tsikata，“平面磁控等离子体中漂移诱导空间非均匀性的伪三维 PIC 建模，”《等离子体物理》**23**，100701（2016），https://doi.org/10.1063/1.4964480。[336]M.Reza、F.Faraji和A. Knoll，“使用降阶粒子模拟方案解析霍尔推力器中的多维等离子体现象，”《电推进杂志》**1**（2022），10.1007/s44205-022- 00019-6。[337]M. Reza、F. Faraji 和 A. Knoll，“广义降阶粒子网格方案的概念及其在轴向-方位霍尔推力器构型中的验证”，《物理学杂志D：应用物理》**56**，175201（2023）。[338]M. Reza、F. Faraji 和 A. Knoll，“径向-方位 ExB 等离子体构型中方位不稳定性与电子输运的参数研究 ”，《应用物理学杂志》**133**，123301（2023），https://doi.org/10.1063/5.0138223。[339]K. Fujita、Y. Kikuchi、T. Ichimura、M. Hori、L. Maddegedara 和 N. Ueda，“基于 OpenACC，利用格林函数神经网络移植可扩展隐式求解器至图形处理器”，（Springer-Verlag，柏林，海德堡，2021）。[340]S. Markidis，“新旧之争：物理信息深度学习能否取代传统线性求解器？”《大数据前沿》**4** （2021），10.3389/fdata.2021.669097。[341]X. Guo、W. Li 和 F. Iorio，“用于稳态流近似的卷积神经网络”，载于第*22*届 *ACM SIGKDD* 国际知识发现与数据挖掘会议论文集，KDD ’16（美国纽约州纽约市计算机协会，2016）第481–490页。[342]X.-Y. Xu、M. Shao、P.-L. Chen 和 Q.-G. Wang，“利用深度卷积神经网络预测热带气旋强度”，《大气》**13** （2022），10.3390/atmos13050783。[343]X. Aguilar 和 S. Markidis，“基于深度学习的等离子体模拟粒子网格方法”，载于 *2021*年 *IEEE* 国际集群计算会议（*CLUSTER*）（2021）第692–697页。[344]M. Lee、D. Kim、J. Lee、Y. Kim 和 M. Yi，“用于分析导致等离子体逸出的霍尔推力器放电不稳定性的数据驱动方法”，《航天学报》**206**，1–8（2023）。[345]B. Jorns，“霍尔效应推力器中反常电子碰撞频率的预测性数据驱动模型”，《等离子体源科学与技术》**27**，104007（2018）。