arXiv:2304.05242v2 [stat.AP] 5 Feb 2025

威胁创造：以公正的方式评估足球球员制造危险动作的贡献

AliBaouan * Sebastien Coustou † Mathieu Lacome ‡ Sergio Pulido §Mathieu Rosenbaum ¶

摘要

我们提出了一种创新方法，用于识别球队中发起威胁性行动的足球球员。在我们的框架中，威胁被定义为进入对方球队的危险区域。我们研究威胁事件与球员触球的发生时序，并利用霍克斯过程捕捉二者之间的相关性。基于模型的方法使我们能够评估球员直接制造威胁以及通过与队友互动制造威胁的能力。我们定义了一个名为威胁创造 （GoT）的新指标，用于公正地衡量球员对威胁创造的贡献。作为示例，我们对切尔西2016-2017赛季进行了详细分析，其中埃登·阿扎尔表现突出。我们能够评估每名球员在制造威胁中的参与程度，并确定通往威胁的主要配合线路。秉持同样的思路，我们研究了雷恩足球俱乐部在2021-2022赛季的威胁创造过程。此外，我们还根据球员在2021-2022赛季创造的威胁，对法甲球员进行了全面排名。我们的分析揭示了一些令人意外的结果，Jason Berthomier、Moses Simon 和 Frederic Guilbert 等球员名列 GoT 排名榜前茅。

1 引言

在一场足球比赛中，成功的动作或配合应归功于哪位球员？进球时，前锋显然发挥着重要作用。不过，我们都见过这样的进球：前锋只需在一次精妙助攻后把球推进球门。在这种情况下，传球者无疑是参与其中最重要的球员。有人认为，倒数第二脚传球才是最关键的环节，因为往往正是这脚传球打破了平衡。有时，我们甚至会看到门将的一次解围成为制造危险局面的起点。

在这项工作中，我们的目标是建立一种定量且无偏的方法，使我们能够评估一名球员在创造危险动作方面的重要性。我们所说的威胁，简单来说，是指相关球队的一名球员在对方球队的危险区域内获得球的局面。危险区域被定义为对手球门周围的一个矩形区域，在该区域内射门得分的可能性较高。为了实现这一目标，我们需要对球员之间的互动进行建模，并准确考虑比赛中过去发生的事件。这是因为，例如，我们希望能够将一次精彩的传球所带来的功劳归于一名后卫，即使这次传球是在经过数次触球后才促成了一个危险局面。

*应用数学中心，巴黎综合理工学院。**邮箱：**ali.baouan@polytechnique.edu
†帕尔马足球俱乐部 1913 表现与数据分析部。**邮箱：**scoustou@parmacalcio1913.com
‡帕尔马足球俱乐部 1913 表现与数据分析部。**邮箱：**mlacome@parmacalcio1913.com§巴黎-萨克雷大学、法国国家科学研究中心、法国国立信息与统计分析高等学校、埃夫里大学，拉梅实验室。**邮箱：**sergio.pulidonino@ensiie.fr
¶应用数学中心，巴黎综合理工学院。**电子邮箱：**mathieu.rosenbaum@polytechnique.edu

在初始传球之后。因此，在该动作被视为危险的时间戳（在我们的案例中，即球到达危险区域时），我们必须“记住”后卫最初的传球。

因此，在某一时刻 t，我们希望建立比赛中过去事件与未来事件之间的联系。基于这一目标，仅将比赛当前状态（球员和球的位置）作为信息集，不足以准确地对比赛进行建模。还必须考虑时刻 t之前发生的动态变化。这与所谓的马尔可夫方法形成对比：该方法将从比赛开始到时刻 t 所获得的信息概括为时刻 t的比赛状态。事实上，马尔可夫框架是近期提出的一些极具相关性且表现出色的指标的基础，例如预期进球（Green，2012）和预期助攻（Whitmore，2021）。例如，预期进球指标根据射门距离球门的距离和射门角度等因素，估算射门转化为进球的概率；这两个因素都是时刻 t比赛状态的属性。在这种情况下，马尔可夫假设很自然，因为这些特征能够合理地估计机会的质量。类似地，预期助攻旨在通过考察比赛状态特征的另一子集（如传球类型和目标位置的坐标），衡量一次传球最终带来进球的概率。这两种方法的共同之处在于，在给定时刻 t，它们都会为某个动作（传球或射门）赋予一个价值，而这个价值仅由时刻 t 的比赛状态决定，不考虑过去的比赛模式。同样，文献（Singh，2018）提出的预期威胁指标也会根据球的位置，为每种比赛状态赋予一个价值。该价值综合了直接射门或将球传至其他位置的可能性，用以量化预期进球数。

为考虑过去事件对比赛未来动态的影响，我们引入霍克斯过程（霍克斯，1971a，b）来重现球员之间的互动。霍克斯过程是用于对随机事件序列进行建模的随机模型。它们广泛应用于各个领域，例如地震建模（Adamopoulos，1976；Ogata，1988）、神经科学（Lambert 等，2018；Bonnet 等，2022a）和金融（JaissonandRosenbaum，2015年）。在我们的案例中，事件是球员触球的时刻。具体而言，我们实现了一个包含 11 个分量的霍克斯过程（球队中的球员数量），其中分量 i 对应于i 所研究球队的球员。该分量在时刻 t 的值，就是球员 i 从比赛开始到时刻 t触球的次数。每当该球员触球时，其对应的分量就增加 1。这里的创新之处在于，我们从这些时间戳及其在一名球员与其他队友之间的相关性中收集信息。

霍克斯过程的特点是，在时间 t，球员 i 在 t 之后不久拿到球的概率，取决于此前哪些球员控过球，以及他们是在多久以前控球的。与刚在 t之前控过球的球员相比，某球员在很久以前 t 触球对这一概率的影响微乎其微。在我们的研究背景下，霍克斯过程能够再现事件影响随时间衰减的特性，这一点尤其有用。例如，考虑一名中后卫。在时间 t，如果他在近期（过去几秒内）已经触过球，和/或另一名中后卫触过球，那么他在不久后拿到球的概率应该较高。相反，如果前锋球员在过去一分钟里一直控球，那么这一概率应该较低。

然后，我们向霍克斯过程添加第十二个组件，将其称为威胁。在时间 t，威胁组件的值就是从比赛开始到时间 t 之间球到达对方球队危险区域的次数。将这一组件视为霍克斯过程的一部分，我们便能够对每名球员在威胁创造中的影响进行建模。

对模型进行校准后，我们能够评估球队中每名球员对创造危险局面的贡献。因此，我们能够仔细研究导致威胁局面的微妙动态和联系。特别是，我们可以突出某些球员所发挥的关键作用，而其他统计数据无法发现这些球员。请注意，我们的校准需要分析至少十场比赛的数据集。因此，我们评估的并不是一场比赛中发生的每个行动，而是球员在一系列比赛中创造威胁方面的整体表现。

更准确地说，霍克斯过程的结构使我们能够定义威胁生成（GoT）指标，从而客观评估球员在所考察的一系列比赛中参与创造威胁的程度。这些指标量化了可归功于某位球员的危险局面的预期数量。直接威胁创造指标 $\text{GoT}^{(dir)}$ 和 $\text{GoT}_{90}^{(dir)}$ 分别衡量球员每次触球和每90分钟直接负责创造的威胁数量。直接创造威胁，可以看作是成为导致该威胁的事件链中的最后一环。另一方面，间接威胁创造指标 $\text{GoT}^{(ind)}$ 和 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 分别衡量球员每次触球和每90分钟的间接贡献，同时也将通过与其他球员互动所创造的危险计算在内。在这种情况下，我们统计球员参与导致危险局面的事件链的所有情况。作为应用示例，我们使用 GoT 指数对2021-2022赛季法甲球员进行排名。毫不意外，排名靠前的位置由知名进攻球员占据。不过，我们也发现了一些出人意料的人选，包括排名前二十的 Jason Berthomier、Moses Simon 和 Frederic Guilbert。我们还根据 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 比较了法甲中后卫的表现。自然，巴黎圣日耳曼的后卫表现突出，并受益于球队前锋的进攻表现。不过，我们还发现了其他出色的中卫搭档，例如雷恩足球俱乐部的 Nayef Aguerd 和 Warmed Omari，以及朗斯的 Facundo Medina 和 Jonathan Gradit。此外，我们的方法还能根据这些球员在阵型中具体位置上的表现为其评分，从而提供一种识别每位球员最佳位置的工具。

我们的方法具有易于解释的特点，可借助线性霍克斯过程的移民—出生表示进行解读，参见（Hawkes andOakes，1974）。这种表示引入了事件层级关系的概念，并使我们能够通过图形可视化不同事件类型之间的互动。所有球员触球都可以视为总体中的个体，每个个体都会独立产生子代，即威胁事件，或同一球员及其他球员的触球。具体而言，这使我们能够将估算得到的 GoT 指标有效地解读为衡量球员触球与随后发生的威胁事件之间层级关系的指标。此外，我们还可以构建足球队的互动网络，并以图形方式分析球队的比赛中动态和危险创造回路。我们将此方法应用于切尔西在2016-2017赛季以及雷恩足球俱乐部在2021-2022赛季的比赛。我们能够有效捕捉对手应设法控制的主要威胁创造回路。借助我们的方法识别特定模式并评估球员制造威胁的能力，有望为战术决策提供更充分的信息。

本文的组织结构如下。在第 2 节中，我们介绍手头的基于事件的数据及其处理方式。我们还概述霍克斯过程，并回顾其在足球应用中有用的结果。此外，我们阐释估计参数在足球语境下的含义，并定义威胁生成（GoT）指标。在第3 节中，我们简要介绍最大似然估计方法。我们还

对模拟数据开展研究，以衡量根据可用数据量，在真实数据集上能够达到的估计准确度。我们发现，利用 600 分钟的足球数据即可获得可靠的估计。第 4介绍了我们对 2016-2017赛季切尔西比赛集合进行分析的结果。在第 5节中，我们根据球员的 GoT 指数，对 2021-2022赛季法甲联赛球员进行排名。最后，我们在附录中介绍了对 2021-2022赛季法甲联赛雷恩足球俱乐部比赛的分析。

2 基于事件的足球数据建模

本节简要概述霍克斯过程在足球事件数据中的应用。文中包含必要的定义和理论结果，以便更好地理解后续对足球动态的分析。此外，我们还讨论了在此背景下霍克斯过程参数的解释，并介绍威胁生成（GoT）指标，以量化球员在创造危险局面方面的影响。

2.1 数据描述

我们使用 Stats Perform 提供的 F24文件。每个文件都包含有关一场足球比赛的全面信息，包括每支球队的阵型以及每名球员在球场上的位置。与实时追踪数据集不同，F24文件不记录所有球员的连续移动，而是专注于离散事件。具体而言，该数据集是一种带时间编码的数据流，列出了比赛中的所有球员动作事件，并详细记录相关球员、所属球队、事件类型、球场上的坐标以及时间戳。事件类型包括传球、射门、进球、定位球等。每个事件还通过一系列限定属性作进一步描述，以提供额外的背景和具体信息。

数据集的时间属性自然促使我们使用点过程模型来分析比赛中的事件。在 Stats Perform 分类系统中，球场上的每个位置都会被分配一个编号 p在 $\{1,\ldots,11\}$每种阵型中。因此，我们构建了一个多元计数过程，用于跟踪与处于每个位置的球员相关的事件数量 p 在所有时刻 t。分析该过程各组成部分之间的关系，可以深入了解球队的比赛动态。为了捕捉每名球员触球对进攻表现的影响，我们使用霍克斯过程对所构建的计数过程进行建模。关于计数过程构建方式的详细信息见第 2.3节。

2.2 霍克斯过程

如引言中所述，霍克斯过程是（霍克斯，1971a）中提出的一类多元点过程。如果考虑一个向量 $N(t) = (N_i(t))_{i\in\{1,\ldots,d\}}$，其中 $N_i(t)$表示 i 个组成部分在 0 到 t之间的事件数量，则相关的强度过程基本上可以定义为：

$$\lambda_i(t) := \lim_{h\to 0^+} \frac{\mathbb{P}(N_i(t+h) - N_i(t) = 1|\mathcal{F}_t)}{h}.$$

这里，$\mathcal{F}_t$ 是由以下内容生成的滤过：$\{N_s,\ s < t\}$，即在时间 t可用的信息集。计数过程的强度决定了基于过去事件新跳跃发生的速率，参见（Brémaud，1981）以获取更严格的定义。对于霍克斯过程，强度是过去跳跃时刻的线性组合。

定义 2.1（霍克斯过程）。 d元霍克斯过程是一种计数过程 $N(t) \in \mathbb{R}^d$，其第 i 个分量由以下形式的强度决定：

$$\lambda_i(t) = \mu_i + \sum_{j=1}^{d} \sum_{t_k^{(j)} < t} \phi_{i,j}(t - t_k^{(j)}),$$

其中，$\left(t_k^{(j)}\right)_{k \geq 1}$ 是维度 j 在 $j = 1$、.. .、 d上的事件发生时间。 $\mu_i \in \mathbb{R}^+$ 是常数基准强度，$\phi_{i,j}$: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ 是一个非负核。我们可以用向量形式写出强度表达式：

$$\lambda(t) = \mu + \int_0^t \phi(t - s) dN(s),$$

其中 $\mu \in \mathbb{R}^{+d}$ 以及 $\phi = \{\phi_{i,j}\}_{0 \leq i,j \leq d}$： $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^{d \times d}$ 是一个非负的矩阵值核。

霍克斯过程背后的基本思想是，一个恒定的强度 μ 在所有维度上生成初始的一批跳跃。这些跳跃是随机的，但其发生速率随时间推移保持恒定。随后，每次跳跃都会在不久的将来提高强度，从而激发新的跳跃，而新的跳跃又会触发其他跳跃。这就形成了一种称为霍克斯过程自激性质的链式反应。

在本研究中，计数过程 $N(t)$记录每位球员的触球，而自激性质是我们所期望的。事实上，每当一名球员触球，近期内后续触球的概率就会提高——无论触球的是同一名球员还是其队友。因此，我们预计核的对角分量$\phi_{i,\ i}$ 会很显著，因为同一名球员的触球往往会在短时间内连续发生。更一般地，非对角核 $\phi_{i,\ j}$ 反映了球员 j的一次触球如何提高球员 i随后触球的可能性。为了量化霍克斯过程各分量之间的交互程度，我们引入分枝矩阵的概念。要陈述系统稳定的条件，也需要这一定义。

定义 2.2 (分枝矩阵、稳定性)。 霍克斯过程的分枝矩阵定义如下：

$$K = \int_0^\infty \phi(t) dt = \left\{ \int_0^\infty \phi_{i,j}(t) dt \right\}_{1 \leq i,j \leq d}.$$

此外，如果对所有 i、 j，均有 $\int_0^\infty \phi_{i,j}(t) dt < \infty$，且分枝矩阵的谱半径 $\rho(K)$满足：则称霍克斯过程是稳定的。

$$\rho(K) < 1.$$

更多详情请参见（*Jaisson and Rosenbaum*，*2015*年）。

在足球事件数据的背景下， K 为我们提供了衡量球员之间互动的指标。$K_{i,j}$的值越高，球员 i 在球员 j触球后触球的可能性就越大。最后，我们在估计方法中采用指数核这一参数类。

定义 2.3 (指数核)。 指数核定义为

$$\phi_{i,j}(t) = \alpha_{i,j} e^{-\beta_{i,j} t} 1_{t \geq 0},$$

其中 $\alpha_{i,j}$,$\beta_{i,j}$ 均为非负实数。

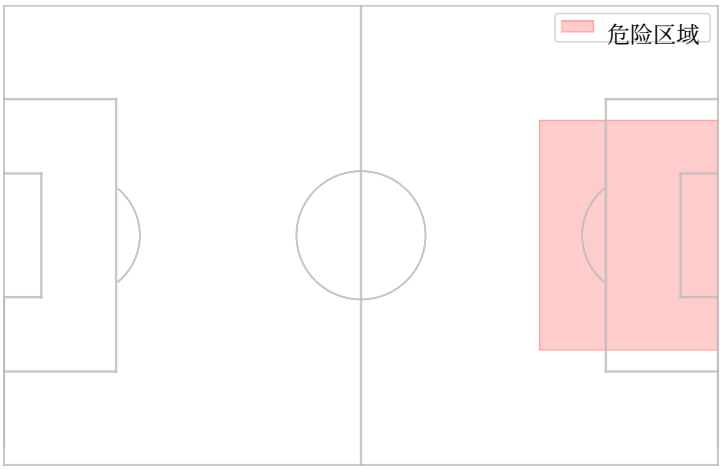


图 1：危险区域的示意图。

指数核从估计的计算角度来看尤其尼斯。此外，它们的参数也易于解释。事实上，此时的分枝矩阵简单地表示为$K = (\begin{smallmatrix}\alpha_{i\,j} \\ \beta_{i\,j}\end{smallmatrix},)_{i,j}$，而衰减参数 $\beta_{i,j}$ 表示交叉激发减弱的速度。

2.3 用于霍克斯推断的数据处理

我们使用霍克斯过程研究基于事件的数据。这样，我们便能从事件的时间戳以及球的空间坐标信息中获得洞见。对于每场比赛，我们都会获得占据各个位置的球员信息，并为每个位置分配一个编号 p，$\{1,\ldots,11\}$遵循 Stats Perform 分类系统。对于给定的球队及其比赛列表，我们为每场比赛构建一个 12 维点过程。每个维度 $p \in \{1,\ldots,11\}$ 记录占据位置 p的球员触球的时间戳，而不论其身份。第十二维代表威胁状态；每当所研究球队的一名球员在对手的危险区域内触球时，该维度就会触发。危险区域定义为对方球门周围的一个矩形区域，覆盖球场宽度的 50% 和长度的 25%，如图 1所示。当球员在该区域内控球时，射门发生的概率很高；参见（Singh，2018），其中估算了球场各位置的射门概率。与罚球区相比，危险区域略微靠近中场球员和后卫，因此我们能够捕捉到更多由这些位置产生的威胁事件。

构建该过程时采用以下规则：

1. 每当所研究球队的一名球员触球时，与其位置$p \in \{1,\ldots,11\}$ 相关的维度就会发生一次跳跃。
2. 每当所研究球队的一名球员在对方威胁区域内触球时，就会在相应的时间戳处发生一次第十二维跳跃。在这种情况下，不会记录与该球员相关的分量中的跳跃。3. 一旦触发威胁状态，在球离开危险区域之前，不记录跳跃或时间。当球至少离开危险区域两米时，我们便恢复跳跃计数。

4. 当球权丢失时（即发生对方球队控球的事件时），在重新夺回球权之前，不记录时间和事件。重新获得球权后，我们会在点过程中恢复事件记录，并加上一个随机时长。该时长由两个参数为六的指数分布之和生成，平均值为十二秒。

5. 我们排除来自任意球或角球的传中事件。

规则 3 被认为可以避免连续的威胁状态。我们对威胁事件的自激性质不感兴趣。因此，一旦达到威胁状态，我们就停止记录，只有当球队离开对方禁区至少两米后才恢复记录。在规则 4中，我们希望避免出现没有事件发生的大段时间。每当所考察的球队将球权丢给对方时，就会出现这种情况。因此，对手的控球时间被压缩为平均十二秒。十二秒这一阈值的选择基于事件之间的平均持续时间，并在此基础上加入另一个指数随机变量，作为丢球的惩罚。所构建的点过程将球队的控球阶段视为不间断的。规则 5 之所以被实施，是因为传中事件与威胁事件高度相关。特别是，每支球队指定的定位球主罚者自然会制造更多威胁。因此，我们选择舍弃这些事件，以消除对我们的制造威胁度量的偏差，并确保公平的球员比较。

图 2 展示了2022年10月切尔西对阵曼彻斯特联的比赛中，生成的点过程示例。每条线追踪一名球员触球的累积次数，最后一条线对应威胁事件。给定一支球队的多场比赛后，将每场比赛构建的点过程汇集为一个过程。通过考察这些球员触球发生的时间，旨在确定它们之间的层级关系。此外，我们还希望识别球触发生的位置与第十二维中未来跃升直接相关的情况；第十二维代表威胁。我们还希望衡量球员通过与其他球员互动对威胁创造所作的间接贡献。

注2.1 (不同的第十二维**).** 在本研究中，我们纳入了一个第十二维，用于追踪进入对方危险区域的情况。这样做是因为我们希望识别负责创造威胁事件的球员。通过选择其他第十二维状态，我们的方法可以扩展到各种分析中。例如，我们可以选择在第十二维中记录丢球的时间戳，而不是威胁事件。这样便能识别对失去球权负有最大责任的球员，并衡量他们的触球与随后发生的球权转换之间的相关性。

由于我们从不同比赛中组装点过程，因此必须确保这些过程的组成部分在所有比赛中都对应相同的位置。特别是，与位置编号 p 相关联的角色可能会因所采用的阵型而有所不同。为保持组装后的比赛片段之间的一致性，分析仅针对每个位置都代表相同角色的比赛进行。具体情况通过考察比赛中使用的阵型来确定。鉴于阵型数量众多且彼此相似，我们根据其结构形态将其分为若干聚类。在每个聚类中，阵型具有相同的各线球员人数，从而能够在对应位置之间建立一一对应关系。随后，我们使用每支球队最常采用的聚类中的比赛。聚类确定如下：

- 簇 1：433、4141、4231、4321。
- 集群 2：442、41212、451、4411、4222。

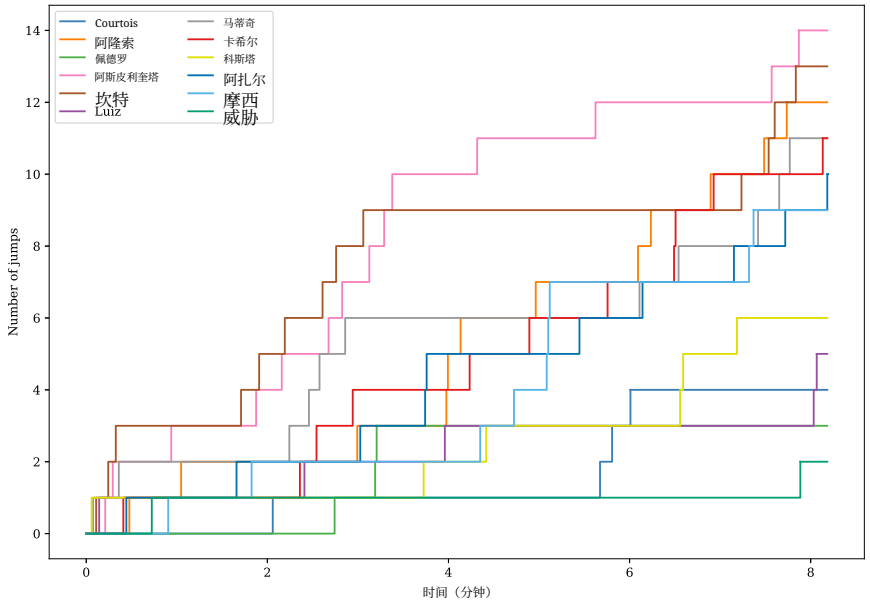


图2：阶梯图展示了2016年10月切尔西对阵曼彻斯特联的比赛前8分钟内，11名球员各自的事件累计数量以及威胁事件累计数量。

- 集群 3：532、352、31312、3511、3412。
- 集群 4：343、541、3421。

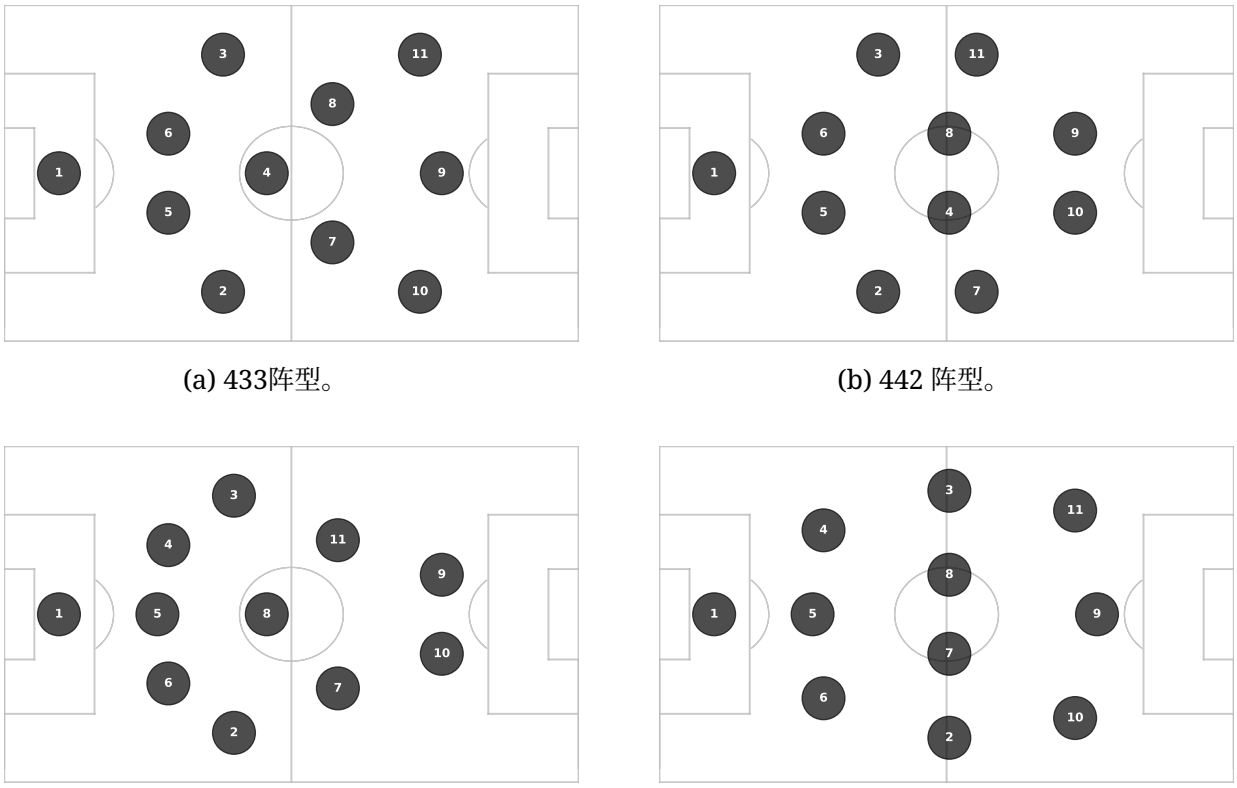
每个阵型集群的位置分布如图所示 3.

备注2.2。下文旨在评估球员在特定位置上比赛时的表现。为此，我们仅考虑相关球员在该位置上比赛的比赛序列。无论占据其他位置的球员是谁，我们都会记录这些位置上的触球。在第 4 节和附录 A中，我们分析给定球队的首发十一人之间的互动，因此仅记录同一批十一名球员在各自位置上比赛的比赛序列。

2.4 移民-出生表示

由（Hawkes and Oakes，1974）提出的移民-出生表示，为理解线性霍克斯过程提供了一种直观的方式。考虑一个稳定的 d 维霍克斯过程 $N(t)$，其基准强度为 μ，核为 ϕ。此类点过程的分布可以通过总体方法来描述。具体而言，我们考虑这样一个总体：不同类型的移民在随机时刻到达。每个移民都会生育各种类型的子代。随后，子代、孙代、曾孙代等也会生育各种类型的子代。更准确地说，其动态构造如下：

- 对于 $j = 1$，2、.....、d，我们考虑一个速率为 μ_j 的泊松过程实例，其元素称为 j 型移民。第 0 代由这些移民组成；
- 递归地，给定代 0、1、.....、n，每个在时间 s 出生、类型为 j、属于第n 代的个体，都会生成其类型为 i 的子代，且生成过程是一个非齐次泊松过程的独立实例。



(a) 433阵型。

(b) 442 阵型。

(c) 532阵型。

(d) 343 阵型。

图 3： 每组阵型中每个位置对应的编号。

处理速率为 $\lambda^{s,\ t}{}^{n} := \phi_{i,\ j}(t-s)$，持续 $t \geq s$。所有类型的这些子代的并集构成第 $n+1$ 代。

- 点过程随后被定义为所有代的并集。

由此得到的过程服从霍克斯过程的分布。在这种表示中，稳定性意味着在 $d = 1$的情况下，每个个体的平均子代数少于一个，这保证了该过程具有一些良好的数学性质。从现在起，我们假设所有考虑的霍克斯过程都是稳定的。此外，在这种构造下，$K_{i,j} = \int_0^\infty \phi_{i,j}(t)dt$ 可以解释为类型为 i 的个体所产生的类型为 j个体的直接子代的期望数量。以下命题给出了单个个体的后代期望数量的闭式公式，其中既包括直接后代，也包括后续各代产生的后代。该结果的推导与一维情形类似（见 Jaisson andRosenbaum，2015年），并使我们能够量化每个维度中由每次跳跃所引发的事件平均数量。

命题2.1。 矩阵 $K(I-K)^{-1}$ 的 i,j 项给出了类型为 j的个体所产生的类型为 i 的后代的期望数量。

在足球事件建模中，移民-出生表示尤其强大，因为它能够捕捉比赛中各项行动的层级性和相互依存性。每个事件都可以视为一个个体，并可能触发一连串后续事件。这个框架不仅能让我们建模球员某项行动对未来事件的直接影响，还能通过考察其后代来建模间接影响。

2.5 威胁创造（GoT）指数

第 2.4 节介绍的霍克斯过程的移民-出生表示，使我们能够建立足球比赛中各事件之间的联系。具体而言，每次触球或威胁事件都可视为总体中的一个个体，并会产生不同类型的第一代子代——其他球员的触球和危险局面。这些子代又会产生更多触球或威胁事件，依此类推。我们所说的一个事件会产生一次触球或一个危险局面，是指该事件促成了它的发生。这个定义颇为微妙，因为对某项行动负有责任，并不一定意味着提供了促成该行动的传球。在某些情况下，倒数第二脚传球才是制造危险局面的关键步骤。在引发危险动作的触球与该动作之间，甚至可能发生多个事件。我们的方法会剔除这些“嘈杂”的中间事件，并通过父子连接将事件关联起来。霍克斯过程会把制造威胁的责任归于最有可能的父事件，即使该事件发生在其他触球之前。尤其是，它们能够量化可归因于某位球员的危险动作平均数量。

使用这种总体表示，我们定义了以下 GoT 指数，用于评估球员在特定位置上场时制造威胁的能力。前两个指数评估球员一次触球的影响，而后两个指数衡量球员在 90分钟内触球的影响。

每次触球直接GoT（$\mathrm{GoT}^{(dir)}$）： 球员在位置 p 的一次触球会生成第一代威胁类型的子节点。我们将这些实例称为由球员触球生成的直接威胁事件。我们将$\mathrm{GoT}^{(dir)}$ 定义为因球员 p 的一次触球而发生的此类威胁事件的平均数量。该指标描述了球员制造危险局面的内在能力。它可以通过估计的分枝矩阵计算得出：

$$\mathrm{GoT}^{(dir)}(p) = K_{12,p}.$$

每次触球间接GoT（$\mathrm{GoT}^{(ind)}$）： 给定球员的一次触球可能直接导致一个威胁事件，但也可能生成其他触球，而这些触球随后产生威胁。为了量化单次球员触球对危险创造过程的总体影响，我们使用命题2.1 并考虑矩阵

$$M = K(I - K)^{-1}.$$

系数 $M_{12,\ p}$ 表示球员 p 的触球作为事件链的起点，最终引发威胁事件的预期数量。这既包括直接产生的威胁，也包括由其他球员的一系列触球所带来的威胁。它与 $\mathrm{GoT}^{(dir)}$指数的区别在于，我们将功劳归于作为生成过程起点的触球，而非关键的创造性步骤。

$$\mathrm{GoT}^{(ind)}(p) = M_{12,p}.$$

每90分钟直接GoT（$\mathrm{GoT}^{(dir)}_{90}$）： 我们可以根据某位球员预计触球次数对 $\mathrm{GoT}^{(dir)}$ 进行标准化，从而考虑该球员在比赛中的参与程度。我们将每90分钟直接 GoT 定义为在90分钟内预计产生的危险动作数量[1]，这些动作

[1]请注意，此处的 90分钟是指经过处理后的 90分钟数据，并不等同于足球比赛中的 90分钟。这主要是因为数据采用了第2.3节所述的控球序列拼接方式。

会计入该球员的贡献：

$$\mathrm{GoT}_{90}^{(dir)} = \mathbf{E}\left(N_p(T)\right) \times \mathrm{GoT}^{(dir)}(p),$$

其中为 $T = 90$ 分钟。根据大数定律，可以近似计算预期触球次数向量：

$$\mathbf{E}\left(N(T)\right) \approx (I - K)^{-1}\mu T.$$

每90分钟间接GoT ($\mathbf{GoT}_{90}^{(ind)}$)：该指数衡量的是在90分钟内，某位球员参与组织进攻回路时预计产生的威胁数量。我们将每90分钟间接GoT定义为威胁事件的平均数量，减去移除所考察球员后威胁事件的平均数量。因此，$\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 指数的计算方式如下：

$$\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)} = \mathbf{E}\left(N_{12}(T, K, \mu) - N_{12}(T, K^{(-p)}, \mu^{(-p)})\right),$$

其中，$K^{(-p)}$ 定义为矩阵 K，其中 p^{th} 行和 p^{th} 列设为零。同样，$\mu^{(-p)}$ 定义为向量 μ，其中 p^{th} 坐标设为 0。预期威胁数可使用分枝矩阵和基准强度 μ近似计算：

$$\mathbf{E}\left(N_{12}(T, K, \mu)\right) \approx \left((I - K)^{-1}\mu T\right)_{12}.$$

注2.3。 通过将$GoT_{90}^{(ind)}$ 指标乘以球员的平均触球次数来计算$GoT^{(ind)}$，会高估球员在制造威胁中的参与程度。事实上，当球员不止一次触球时，我们会对通向威胁的多个路径进行重复计数。

此外，球员的一次触球也可能导致其他球员或其本人再次触球。这种情况也不一定是通过直接传球实现的。霍克斯过程使我们能够估计由此产生的预期触球次数。与 $\mathrm{GoT}^{(dir)}$ 指标的定义类似，分枝系数 $K_{p_1,\ p_2}$ 表示球员 p_1 的触球因球员 p_2 此前发生的一次特定触球而产生的预期次数。通过图示呈现这些交互指标，有助于我们更好地理解危险创造过程。尤其是，这使我们能够识别最终形成威胁的比赛模式。

3 最大似然估计

3.1 霍克斯过程的似然

本节简要介绍多元霍克斯过程的参数估计，参见（Ogata 等，1978；Bonnet 等，2022b）。考虑一个 d维点过程 （N（t）），定义在 $[0, T]$ 上，其强度形式如下

$$\lambda_i(t, \theta^*) = \mu_i^* + \sum_{j=1}^{d} \sum_{t_k^{(j)} < t} \alpha_{i,j}^* \exp\left(-\beta_{i,j}^*(t - t_k^{(j)})\right),$$

其中，$\theta^* = (\mu^*,\ \alpha^*,\ \beta^*)$ 是一些未知参数。给定固定参数 $\theta = (\mu,\ \alpha,\ \beta)$ 和霍克斯过程的一次实现，对数似然计算如下：

$$\ell(\theta) = \sum_{i=1}^{d} \left(-\int_0^T \lambda_i(s, \theta) ds + \sum_{t_k^{(j)} < T} \log\left(\lambda_i(t_k^{(i)}, \theta)\right) \right). \tag{1}$$

最大似然估计量是使上述函数达到最大值的参数。从公式（1）可以看出，似然函数可以分解为 d 个不同的子函数，每个子函数分别取决于参数 μ_i 和（$\alpha_{i,\ j}$、$\beta_{i,\ j}$）$_{j=1,\ \ldots\ldots,\ d}$ 中的 i。因此，可以分别进行 d 次优化，以估计每个参数子集。Ogata等，1978证明了该估计量具有一致性。此外，在指数核的情况下，对数似然可以得到简化，并可在时间复杂度为 $\mathcal{O}\left(d^2 N\left(T\right)\right)$的情况下计算，参见（Ogata，1981）。例如，对于 $d=1$ 和 $T=t_n$，似然函数为：

$$\ell(\theta)=\sum_{i=1}^{n}\log\left(\mu+\alpha R(i)\right)-\mu t_n+\frac{\alpha}{\beta}\sum_{i=1}^{n}\left(e^{-\beta(t_n-t_i)}-1\right),$$

其中 $R(i)=\sum_{j=1}^{i-1}e^{-\beta(t_i-t_j)}$ 可针对 i 在 $\{2,\ldots,n\}$ 中递归计算

$$R(i)=e^{-\beta(t_i-t_{i-1})}\left(1+R(i-1)\right).$$

注3.1。 在指数情形下，似然函数关于 $(\beta_{k,\ l})_{k,\ l=1,\ldots\ldots,\ d}$ 并不是凹函数。这意味着无法保证收敛到全局最大值，尤其是在高维情形下。固定 $\beta_{k,\ l}=\beta_k$ 对所有 $l=1,\ \ldots\ldots,\ d$，正如（*Bonnet 等人，2022b*）所提出的那样，对于 $d=12$会产生非常好的结果。在这种情况下，每个目标函数仅关于一个参数不是凹函数，而不是关于 d。

备注 3.2。 在足球的背景下，触球对过程强度的影响不应持续超过几秒。当将 n 足球比赛的实现拼接起来并视为一场漫长的比赛时，似然函数不应有太大变化。事实上，与比赛时长相比，指数核的衰减速度很快，因此由此产生的误差可以忽略不计。

3.2 模拟研究

本节旨在使用一个模拟数据集评估最大似然估计，该数据集再现了与足球比赛相似的动态。我们希望确定准确估计分枝矩阵所需的数据量。此外，我们还希望评估模型检测两个维度之间零核的能力。零核$\phi_{i,\ j}$ 意味着维度 j 中的一次跳变对维度 i没有激发效应。在足球场景中，检测球员之间不存在这种关联尤其有意义。

我们针对不同的时间范围进行了 100 次模拟。每次模拟中，参数按如下方式抽取：

- μ 从 $[0.006, 0.01]$上的均匀随机变量中抽取。
- β设为对所有 $i,\ j$均取同一常数，$\{1,\ldots,12\}$ 则从 $[0.5, 1]$ 上的均匀随机变量中抽取。
- $\alpha_{i,\ j}$ 均独立地从参数为 $p=0.4$ 的几何分布中抽取，并对所有 $i,\ j$ 缩放 40 倍，使得 40% 的取值为 0。

然后，我们使用（Bonnet 等人，2022b）中的算法，对这些数据拟合 12维 Hawkes 过程。我们分析所得准确度随模拟时间范围的变化。表格1通过三种不同的指标展示结果，这些结果是对每个时间范围值下的 100 次模拟取平均后得到的：

时间范围（分钟）	假阳性	假阴性误差	相对误差
300	3.1%	0.0094	27.0%
600	0.4%	0.0063	18.6%
1200	0.0%	0.0043	13.4%
2400	0.0%	0.0030	9.5%

表1：模拟数据集上霍克斯参数最大似然估计的准确度结果。

- 假阳性：当 $K_{i,j} > 0$ 时，分枝矩阵系数 $\hat{K}_{i,j} = {}^{\alpha_i}{}_{,\beta_i}{}^{j}{}_{j}$ 被错误地估计为零。若估计参数的值在统计上不显著，则将其视为零，阈值设为 10^{-8}。即使对于较小的时间范围，我们的估计也能正确检测出现有的连接。

- 假阴性误差：我们的估计始终能够检测出至少 50% 的零链接 $K_{i,\ j} = 0$。如表1所示，对其余 50% 的估计通常非常低。

- 相对误差：当 $K_{i,\ j} > 0$ 时的加权平均绝对百分比误差。该指标定义为平均绝对误差除以 $K_{i,\ j}$ 的平均值：

$$\text{wMAPE} = \frac{\sum_{i,j} \left| \hat{K}_{i,j} - K_{i,j} \right| \mathbb{1}_{K_{i,j}>0}}{\sum_{i,j} K_{i,j} \mathbb{1}_{K_{i,j}>0}}.$$

鉴于维度较高，最大似然估计已足以满足我们的需求。图 4a 展示了时间范围为 600 分钟的一次模拟所得到的估计分枝矩阵。我们观察到，估计的分枝矩阵似乎正确近似了图4b中的真实分枝矩阵。

4 对切尔西2016-2017赛季的分析

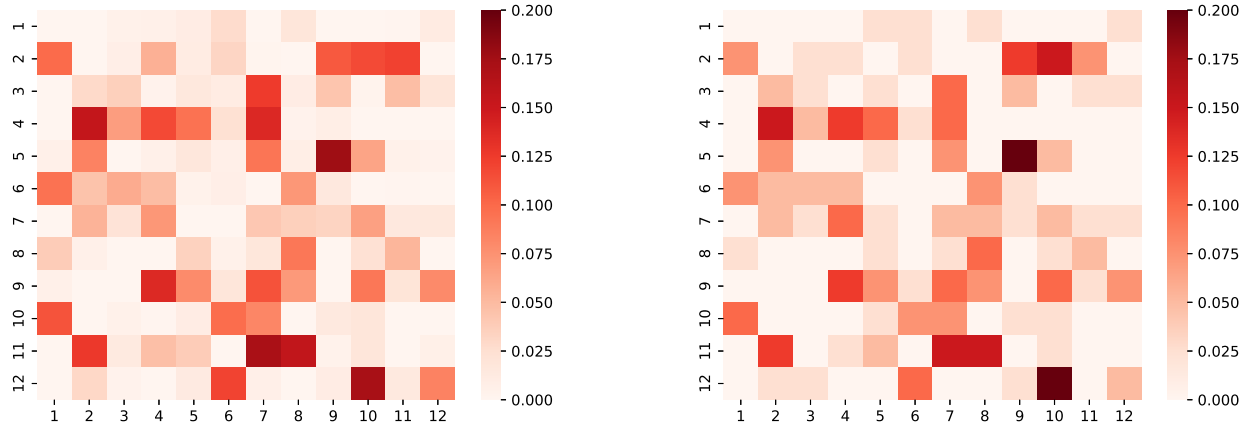
首先，我们以切尔西足球俱乐部在2016-2017赛季的部分比赛为例进行分析。球队在英超联赛的十三场比赛中采用稳定的阵型，首发十一人也始终不变。这非常方便，因为我们能够获取大量数据，其中每个位置 p 在 $\{1, \ldots, 11\}$ 中都对应一名球员。附录A中提供了对雷恩足球俱乐部在2021-2022赛季的类似分析。

4.1 精选比赛

表2列出了切尔西足球俱乐部精选比赛。在这些比赛中，球队至少有六十分钟采用平行的 343 阵型，且首发十一人保持不变：

- Thibaut Courtois。

- 加里·卡希尔 - 大卫·路易斯 - 阿斯皮利奎塔。



(a) 估计的分枝矩阵。 (b) 真正的分枝矩阵。

图4：真实分枝矩阵和通过时间范围为600分钟的模拟估计得到的分枝矩阵的热图。

Date	对手	主场或客场	赛事
2016年10月15日	莱斯特城	Home	英格兰足球超级联赛
2016年10月23日	曼彻斯特联	Home	英格兰足球超级联赛
2016年10月30日	南安普顿	Away	英格兰足球超级联赛
2016年11月5日	埃弗顿	Home	英格兰足球超级联赛
2016年11月20日	米德尔斯堡	Away	英格兰足球超级联赛
2016年11月26日	托特纳姆热刺	Home	英格兰足球超级联赛
2016年12月11日	西布罗姆维奇	Home	英格兰足球超级联赛
2017年1月4日	托特纳姆热刺	Away	英格兰足球超级联赛
2017年1月22日	赫尔城	Home	英格兰足球超级联赛
2017年2月4日	阿森纳	Home	英格兰足球超级联赛
2017年2月12日	伯恩利	Away	英格兰足球超级联赛
2017年4月8日	伯恩茅斯	Away	英格兰足球超级联赛
2017年4月30日	埃弗顿	Away	英格兰足球超级联赛

表2：切尔西足球俱乐部首发十一人相同的精选比赛列表。

- 马科斯·阿隆索 - 内马尼亚·马蒂奇 - 恩戈洛·坎特 - 维克托·摩西。
- 埃登·阿扎尔 - 迭戈·科斯塔 - Pedro Rodriguez.

因此，我们使用切尔西足球俱乐部在每场比赛中首次换人之前的数据来构建计数过程。

4.2 结果与讨论

在表 3中，我们展示了切尔西球员的不同 GoT 指数。我们还给出了这些指数标准误（SE）的蒙特卡罗估计值。利用估计参数，我们生成100条与原始数据集长度相同的样本路径，然后再次重新估计参数。图 5 以图形方式表示球员之间的直接交互以及他们的 GoT$^{(ind)}$指数，图 6 则展示了估计得到的分枝矩阵。我们可以识别出边路的两种包含两个三角形的推进配合：卡希尔-阿隆索-马蒂奇和坎特-阿斯皮利奎塔-摩西。双方之间的主要沟通渠道建立在马蒂奇-坎特的连线上。

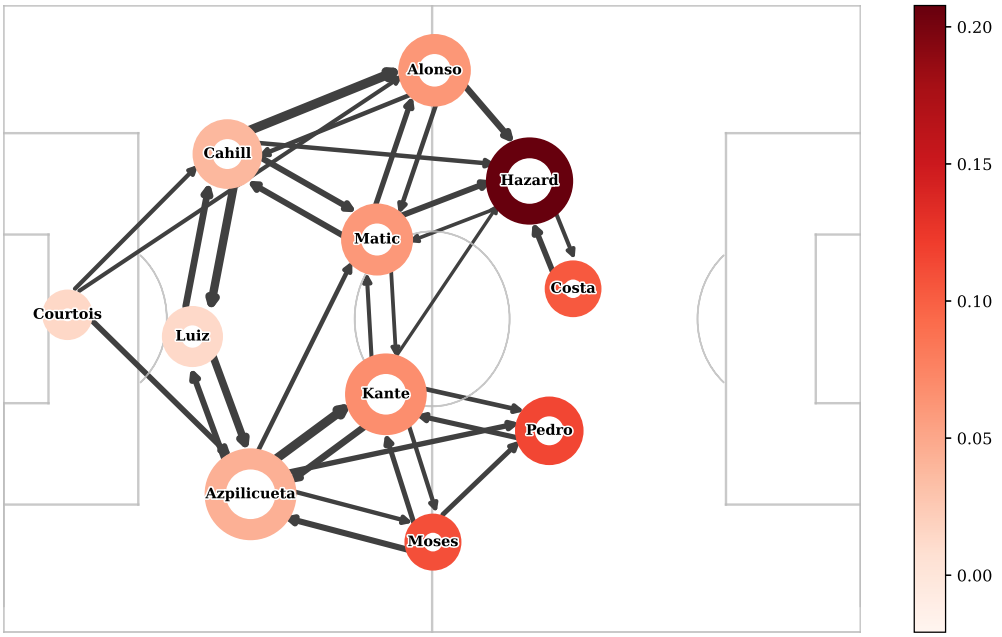


图5：总结切尔西球员之间互动的图示。从球员 p_1 到球员 p_2 的箭头宽度，与由球员 p_1 的一次触球所产生的球员 p_2 预期触球次数成正比。球员 p 圆圈的大小与其收到的箭头大小之和成正比，表示该球员在所考察比赛中的参与程度。圆圈的颜色表示每位球员的 GoT^i 指数。

以下是关于球员的观察列表：

球员姓名	GoT$^{(dir)}$ (标准误)	GoT$^{(ind)}$ (标准误)	GoT$^{(dir)}_{90}$ (标准误)	GoT$^{(ind)}_{90}$ (标准误)
埃登·阿扎尔	0.16 (0.020)	0.21 (0.025)	14.2 (2.019)	15.0 (2.060)
维克托·摩西	0.07 (0.017)	0.11 (0.021)	5.7 (1.471)	7.5 (1.500)
Pedro Rodriguez	0.08 (0.016)	0.12 (0.020)	5.5 (1.218)	6.7 (1.277)
恩戈洛·坎特	0.02 (0.012)	0.07 (0.016)	2.7 (1.351)	6.2 (1.399)
内马尼亚·马蒂奇	0.01 (0.010)	0.06 (0.014)	1.5 (1.082)	5.2 (1.244)
马科斯·阿隆索	0.02 (0.011)	0.06 (0.016)	1.9 (1.095)	5.1 (1.296)
迭戈·科斯塔	0.07 (0.022)	0.10 (0.028)	3.6 (1.214)	4.8 (1.256)
阿斯皮利奎塔	0.00 (0.005)	0.04 (0.009)	0.0 (0.581)	4.1 (0.812)
加里·卡希尔	0.00 (0.006)	0.04 (0.010)	0.0 (0.550)	3.0 (0.842)
大卫·路易斯	0.00 (0.005)	0.01 (0.008)	0.0 (0.492)	1.0 (0.591)
Thibaut Courtois	0.00 (0.006)	0.01 (0.009)	0.0 (0.334)	0.6 (0.373)

表3：生成 切尔西足球俱乐部球员的威胁指标。该表按 GoT$^{(ind)}_{90}$ 排序 .

埃登·阿扎尔：这位进攻型球员在PFA年度最佳球员奖（球员评选）中排名第二，领跑所有GoT指标，这一点并不令人意外。尤其是，他的GoT$^{(dir)}_{90}$ 和GoT$^{(ind)}_{90}$ 指数之间没有显著差异，这表明他创造威胁的主要方式是直接制造威胁。阿扎尔以其积极直接的踢球风格和盘带能力而闻名。

恩戈洛·坎特： 在GoT$_{90}^{(ind)}$ 中排名第四，证明了坎特在切尔西2016-2017赛季成功中发挥的重要作用。正如数据所示，PFA年度最佳球员奖（球员评选）得主显然并不局限于防守，他在制造威胁方面也发挥了重要作用。这是因为坎特是一名全能中场，并且处于多个最终形成威胁的进攻回路中心：

- 坎特 →佩德罗 →威胁。
- 坎特 → 摩西 → 佩德罗 → 威胁。
- 坎特 → 马蒂奇 → 阿扎尔 → 威胁。

大卫·路易斯： 中后卫大卫·路易斯对威胁创造的贡献微乎其微。这并不令人意外，因为平行站位的3-4-3阵型高度依赖边路。在组织进攻时，大卫·路易斯自然会将球传给加里·卡希尔或阿斯皮利奎塔，以此拉开进攻宽度。

迭戈·科斯塔： 尽管科斯塔是一名前锋，但他创造的威胁数量不多。这是意料之中的，因为他的职责是把得分机会转化为进球，而非成为威胁发起点。此外，他的 GoT$_{90}^{(ind)}$ 统计值尤其低，因为他单位时间内的触球次数较少，而且他在危险区域内的许多触球都未被纳入所构建的计数过程中。

我们可以清楚地看到，考虑对威胁创造的间接贡献，对于后卫和中场球员十分重要。这些位置通常处于危险创造过程的起始阶段。他们的 GoT$^{(dir)}$ 指数较低。然而，将间接创造的威胁与触球次数结合起来考量，可以让我们有效比较位置较深的球员。

从图示中5，我们可以识别出一些会导致危险局面的模式。面对2016-2017赛季的切尔西这样的球队时，可以从这项分析中推导出一些策略：

- 如图5所示，切尔西的右路在威胁创造方面进行了大量配合，应从根源上加以遏制。应阻止阿斯皮利奎塔将球传给中场球员或直接传给佩德罗。
- 左路更加依赖埃登·阿扎尔的直接进攻产出。事实上，加里·卡希尔、马蒂奇和马科斯·阿隆索都主要致力于将球传给左边锋。要化解左路的威胁，关键是阻止球到达阿扎尔脚下。这可以通过对他进行严密盯防，或不断封堵向他传球的线路来实现。
- 门将库尔图瓦成功地直接将球传给马科斯·阿隆索。在对切尔西施压时，应考虑这种传球模式。

5项法甲2021-22赛季分析

本节根据威胁创造，对2021-2022赛季法甲的球员和球队进行排名。为保持同质性，我们仅纳入各球队采用其主要阵型集群的比赛，详见12 附录B 中各球队阵型集群的列表。

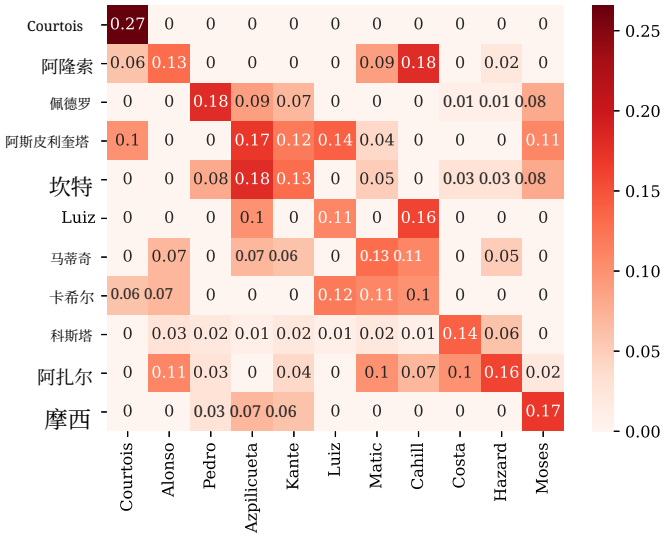


图6：切尔西足球俱乐部的估计分枝矩阵。

5.1 按位置对球员生成的威胁进行排名

球场上的每个位置都会赋予占据该位置的球员不同的职责。特别是，我们不能期待同一名球员在两个不同的位置上产生相同的 GoT指标。因此，我们选择评估球员在特定位置上出场时的表现。这种方法还将使我们能够确定球员的最佳位置，以最大化其所关注的GoT指标。此外，我们设置了一项筛选条件，只考虑在给定位置上至少出场 600分钟的球员，其中出场时间根据球员至少出场 45 分钟的比赛计算得出。

对于一名球员和一个位置，我们记录该球员在该位置上出场的比赛。在每场比赛中，其他位置上的球员可能各不相同。每当该球员被本队换下，我们便不将比赛剩余时间纳入计数过程的构建中。我们拟合一个霍克斯过程，并将该位置生成的威胁指数赋予这名球员。表格4 和5 分别列出了法甲中 GoT 指数排名前二十的球员（见附录 $^{(dir)}$ 和 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 表 10 和 11 ，排名前 100 的球员见附录 B）。这些表格还列出了基于100 次抽样的标准误差蒙特卡罗估计。我们展示这两个指数，因为它们量化了危险生成过程的两个极端。$\text{GoT}^{(dir)}$ 衡量球员的直接影响，而 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 则衡量他们参与最终形成威胁的事件链的程度。

参照第 3.2 节的结果时，应注意，球员在某一位置上出场的分钟数越少，对其威胁创造的估计就越不准确。此外，我们的估计仅基于精选比赛。当球员在某一位置上的出场分钟数有限时，较高的 GoT 指标应仅被解读为该球员在所考察比赛中的表现。例如，Moses Simon 在 GoT 中排名第三 $^{(dir)}$ 并不令人意外，因为他在这 1200 分钟内贡献了 7 次助攻，而在球队采用不同阵型或他出现在不同位置的其余比赛中，他只多贡献了 1 次助攻。

以下是根据结果得出的一些观察：

Rank	Name	位置	Team	分钟	$\mathbf{GoT}^{(dir)}$ (标准误)
1	莱昂内尔·梅西	10	巴黎圣日耳曼	630	0.130 (0.025)
2	安赫尔·迪马利亚	10	巴黎圣日耳曼	1171	0.128 (0.020)
3	Moses Simon	11	南特	1222	0.120 (0.024)
4	基利安·姆巴佩	9	巴黎圣日耳曼	1338	0.110 (0.026)
5	莱昂内尔·梅西	9	巴黎圣日耳曼	675	0.109 (0.023)
6	Martin Terrier	11	雷恩	1386	0.108 (0.017)
7	基利安·姆巴佩	11	巴黎圣日耳曼	1066	0.107 (0.020)
8	罗曼·法夫尔	7	布雷斯特	630	0.106 (0.024)
8	Houssem Aouar	7	Lyon	810	0.106 (0.023)
10	索菲安·布法尔	9	昂热	771	0.100 (0.020)
11	Jonathan Ikoné	7	里尔	767	0.096 (0.024)
12	Wissam Ben Yedder	9	摩纳哥	1625	0.094 (0.020)
13	Franck Honorat	11	布雷斯特	838	0.093 (0.021)
13	Karl Toko-Ekambi	11	Lyon	1855	0.093 (0.015)
15	Benjamin Bourigeaud	10	雷恩	1719	0.092 (0.014)
16	索菲安·布法尔	11	昂热	665	0.091 (0.024)
17	Justin Kluivert	11	Nice	1207	0.090 (0.020)
19	迪米特里·帕耶	9	马赛	617	0.088 (0.022)
19	Kevin Gameiro	10	斯特拉斯堡	673	0.088 (0.024)
19	内马尔	11	巴黎圣日耳曼	1258	0.088 (0.014)

表4：法甲球员 $\mathrm{GoT}^{(dir)}$排名。

$\mathbf{GoT}^{(dir)}$ 对比 $\mathbf{GoT}_{90}^{(ind)}$ ： $\mathrm{GoT}^{(dir)}$ 体现了球员将球推进至对手危险区域的内在能力，而 $\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 则纳入了与队友进行可能配合的因素。因此，比赛风格和队友的能力都可能影响 $\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 的数值。这两个指标描述了参与威胁创造的不同方式，并使我们能够选出不同类型的球员。例如，巴黎圣日耳曼中场 Verratti 的 $\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 数值很高，而来自南特足球俱乐部的 Moses Simon 则在 $\mathrm{GoT}^{(dir)}$方面位居前列。

Jason Berthomier 是一位出人意料的人选：在法甲效力的唯一一个赛季中，Jason Berthomier 的 $\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 表现出色。这位克莱蒙中场球员的 $\mathrm{GoT}^{(dir)}$排名为 43^{rd} ，$\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 排名则升至第十位。这证明他持续参与为球队创造危险局面的过程，并且善于为前锋球员输送机会。

Téji Savanier 在中场表现出色：Téji Savanier 是蒙彼利埃 433阵型中的一名中前卫，表现突出。他攻入八球并送出七次助攻，因此成为球队威胁创造过程中的核心人物并不令人意外。他的 $\mathrm{GoT}_{90}^{(ind)}$ 排名第八，表现胜过联赛中的许多进攻球员。这充分体现了 Téji Savanier 的实力，以及他在 2021-2022 赛季的出色表现。

跻身前 20 的后卫：斯特拉斯堡的 Frederic Guilbert 是一位擅长制造威胁的后卫，在 GoT 中排名第 18^{th} $_{90}^{(ind)}$ 。事实上，他所在的球队采用 532阵型，为边后卫前插进攻提供了充分的掩护。Lens 的 Jonathan Clauss 也是如此，他在球队阵型中的角色几乎相当于一名右前卫，在 GoT 中排名第 33^{rd} $_{90}^{(ind)}$ 。这也不足为奇，因为

Rank	Name	位置	Team	分钟	$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ (SE)
1	莱昂内尔·梅西	10	巴黎圣日耳曼	630	14.911 (2.816)
2	安赫尔·迪马利亚	10	巴黎圣日耳曼	1171	13.218 (2.045)
3	内马尔	11	巴黎圣日耳曼	1258	12.724 (1.709)
4	马尔科·维拉蒂	4	巴黎圣日耳曼	602	12.581 (2.655)
5	莱昂内尔·梅西	9	巴黎圣日耳曼	675	12.353 (2.338)
6	罗曼·法夫尔	7	布雷斯特	630	10.402 (2.412)
7	Houssem Aouar	7	Lyon	810	10.077 (2.014)
8	Téji Savanier	7	蒙彼利埃	2209	9.608 (1.294)
9	马尔科·维拉蒂	8	巴黎圣日耳曼	1069	9.446 (1.442)
10	Jason Berthomier	7	克莱蒙	1244	9.340 (1.305)
11	Benjamin Bourigeaud	10	雷恩	1719	9.211 (1.228)
12	索菲安·布法尔	9	昂热	771	9.100 (1.799)
13	Bruno Guimarães	4	Lyon	900	8.817 (1.995)
14	Dimitri Payet	9	马赛	617	8.815 (2.021)
15	Moses Simon	11	南特	1222	8.790 (1.806)
16	Martin Terrier	11	雷恩	1386	8.639 (1.335)
17	基利安·姆巴佩	11	巴黎圣日耳曼	1066	8.577 (1.657)
18	Frédéric Guilbert	2	斯特拉斯堡	2428	8.421 (1.002)
19	鲁本·阿吉拉尔	2	摩纳哥	1205	8.019 (1.417)
20	Lovro Majer	7	雷恩	1302	7.927 (1.321)

表 5：按 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 对法甲球员进行排名。

Clauss 在联赛中创造射门机会的传球次数排名第三，这再次证明了他的创造力。

梅西在创造威胁方面的出色赛季：尽管在进球方面表现不佳，莱昂内尔·梅西凭借其盘带和传球质量直接创造的威胁值，以及其参与控球间接创造的威胁值，都表现出色。此外，我们观察到，当他在433阵型中以10号位这一自然位置出场时，其表现会略有提升。右边锋是梅西的最佳位置，因为他从右路内切时能构成更大的威胁。

部分球员的最佳位置：罗曼·法夫尔在 $\text{GoT}^{(dir)}$ 和 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 中均表现突出，跻身前二十名。这其实在意料之中，因为这名球员在布雷斯特的442阵型中担任右前卫时表现出色，仅用660分钟便参与了六个进球。同样，Houssem Aouar作为433阵型中的中前卫也表现出色。在考察期间，他打入三球并助攻三次，因此在我们的榜单中名列前茅。

一种不重视中锋的指标：在这两项指标中，进入前20名的前锋寥寥无几。这是因为一些中锋的职责是在危险区域接球，而不一定要成为威胁的发起者。观察$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 时，这一点更加明显。例如，作为联赛最佳射手的姆巴佩勉强进入前20名。姆巴佩并不以参与控球、频繁触球而闻名，而是以一名积极主动的转换型球员著称。相比之下，Verratti和 Guimarães等参与组织进攻、制造大量危险局面的中场球员，在 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 方面位居前列。

Rank	Name	位置	Team	分钟	$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ (SE)
1	Marquinhos	5	巴黎圣日耳曼	2340	5.625 (0.805)
2	Presnel Kimpembe	6	巴黎圣日耳曼	1840	5.230 (0.747)
3	Facundo Medina	4	Lens	1329	4.953 (1.008)
4	Nayef Aguerd	6	雷恩	1698	4.908 (0.694)
5	威廉·萨利巴	5	马赛	1800	4.652 (0.756)
6	杰森·德纳耶尔	6	Lyon	630	4.591 (1.075)
7	Jonathan Gradit	6	Lens	1710	4.535 (0.739)
8	Warmed Omari	5	雷恩	1710	4.407 (0.747)
9	Damien Da Silva	5	Lyon	612	4.182 (1.458)
10	Dante	6	Nice	2880	3.707 (0.609)
11	Duje Caleta-Car	6	马赛	1397	3.462 (0.715)
12	Lucas Perrin	6	斯特拉斯堡	2329	3.185 (0.614)
13	Kevin Danso	5	Lens	1620	3.105 (0.651)
14	Benoît Badiashile	6	摩纳哥	975	3.075 (0.762)
15	Castello Lukeba	6	Lyon	1375	3.074 (0.693)
16	Mamadou Sakho	6	蒙彼利埃	1962	2.998 (0.554)
17	弗洛朗·奥吉耶	6	克莱蒙	2329	2.949 (0.526)
18	吉列尔莫·马里潘	6	摩纳哥	810	2.916 (0.989)
19	吉列尔莫·马里潘	5	摩纳哥	605	2.915 (1.486)
20	让-克莱尔·托迪博	5	Nice	3123	2.864 (0.526)

表 6：法甲中后卫的 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 排名

5.2 根据 GoT 对中后卫参与度进行排名

为了量化中后卫参与制造威胁的程度，我们采用每90分钟的间接威胁创造。这是因为直接威胁创造（$\text{GoT}^{(dir)}$）对于后卫而言数值特别低，因此无法用于比较球员。虽然$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 会受到进攻球员的质量和球队比赛风格的影响，但它也为了解后卫在球队组织进攻体系中的作用提供了宝贵信息。例如，一名技术能力出众但避免冒险、对球推进贡献不大的中卫，其$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 值会较低。该指标在衡量球员的内在能力以及其在球队中的参与程度之间取得了平衡。表6 展示了$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 值最高的10名最佳中后卫。

鉴于Marquinhos 和Kimpembe隶属于法甲最具统治力的球队巴黎圣日耳曼，他们占据前两名并不令人意外。这当然得益于他们的技术能力，但他们球队较高的控球率和制造威胁能力也是一个重要因素。Nayef Aguerd和WarmedOmari 的情况也是如此，他们主要通过精准的长传，对推进球权作出了重要贡献。排名第三的是FacundoMedina。这位朗斯后卫以出色的传球范围和从一侧转移到另一侧的能力而闻名。具体而言，他在每90分钟精准传球数方面位列联赛第十。
WilliamSaliba 自然也跻身前五。这位马赛球员擅长脚下控球，并在法甲精准传球数方面排名第三。这名球员如今已转会至阿森纳——这是一支喜欢从后场组织进攻的球队——并继续在这一比赛环节中展现出色表现。

Team	$\text{GoT}^{(dir)}$ (标准误)	法甲排名	进球数
巴黎圣日耳曼	0.42 (0.024)	1	90
雷恩	0.41 (0.027)	4	82
摩纳哥	0.41 (0.035)	3	65
Lyon	0.36 (0.025)	8	66
马赛	0.36 (0.033)	2	63
Lens	0.30 (0.029)	7	62
Nice	0.28 (0.023)	5	52
斯特拉斯堡	0.26 (0.021)	6	60
里尔	0.26 (0.022)	10	48
兰斯	0.26 (0.035)	12	43

表7：按首发十一人的汇总 $\text{GoT}^{(dir)}$ 排名的法甲前10名球队。

5.3 $\text{GoT}^{(dir)}$ 对球队进行排名

为验证指标的一致性，我们根据法甲球队 $\text{GoT}^{(dir)}$ 的总值对其进行排名。该指标可视为球队质量的衡量标准。对于每家俱乐部，我们针对其采用主要阵型集群的所有比赛拟合一个 12维 Hawkes 过程，不论各个位置由哪些球员担任。然后，我们将所有位置估算出的每次触球直接威胁 $\text{GoT}^{(dir)}$ 相加。

表 7 展示了基于生成威胁得出的前十名。我们的指标描述了进攻表现的重要部分，但显然并未涵盖比赛的所有方面。尽管如此，它仍然是衡量球队实力的一个非常好的指标。我们的排名与法甲实际排名之间显示出显著的 62% 肯德尔相关性。实现这一结果时，我们仅通过观察触球和威胁事件时间戳来推断球员能力。以下是对该排名的一些观察：

- 雷恩在我们的排名中升至第二位。这是因为球队在2021-2022赛季非常注重进攻，成功打进82球，位居欧洲进球数最高的球队之列。其预期威胁体现了球队的进攻产出。

- 排名法甲第八的里昂奥林匹克队，进攻端依然度过了一个非常高产的赛季。他们的进球总数位居第三，预期进球总数位居第二。因此，就我们的进攻指标而言，他们排名第四。

6 结论和未来工作

为了衡量球员在足球中创造威胁的能力，我们开发了基于模型的指标，这些指标依赖于霍克斯过程。这些过程提供了一种易于解释的方式，用于捕捉事件时间之间的层级关系。得益于这种建模方式，我们能够识别出那些触球与随后威胁最持续相关的球员。我们推导出四种不同的指标，分别描述创造危险的不同方式。一方面，直接威胁创造指标$\text{GoT}^{(dir)}$ 和$\text{GoT}_{90}^{(dir)}$ 使我们能够分离出球员的内在能力。另一方面，$\text{GoT}^{(ind)}$和 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 表明了通过与其他位置互动而对威胁创造产生的间接贡献。除了对球员创造危险的贡献进行归因外，我们的方法还可以用于量化和可视化球员在球场上的协同效应，并识别导致危险局面的模式。

我们证明，我们的方法能够成功识别并排名2021-2022法甲赛季中为其球队进攻产出作出贡献的关键球员。我们发现的结果与所识别球员的实际表现一致，但也揭示了一些出人意料的选择。通过以2016-2017赛季的切尔西为例，我们展示了基于模型的方法如何帮助球队就其战术作出数据驱动的决策。通过主要考察触球的时间戳，我们得以更深入地理解球队的威胁创造过程。

我们的方法可以调整后用于研究其他拥有可用事件数据的运动项目的动态。对于球场上的球员阵容相对稳定的运动项目（如足球），这一方法尤其适用。这种稳定性使我们能够构建计数过程，其中每个分量始终对应同一名球员。以篮球为例，应用这一方法会因换人频繁而面临额外挑战。为解决这一问题，一种策略是设计点过程，让每个分量跟踪特定位置（控球后卫、得分后卫、小前锋、大前锋、中锋）的事件，而不考虑球员的身份。这种方法类似于附录第A 节所述的分析。随后，可以将针对每个位置估算的指标归于比赛中大部分时间担任该位置的球员。此外，篮球的一项显著优势是，可以利用频繁发生的得分事件来表示威胁。

未来的工作将包括探索如何运用基于模型的指标来优化球队选拔。事实上，如果我们能够推断出连接不同球队球员的分枝矩阵参数，就可以衡量潜在转会对危险创造过程的影响。此外，我们还可以利用这一框架捕捉球员与威胁以外的其他比赛状态之间的互动。具体而言，以丢球替换威胁事件后，我们便能够有效分析比赛的防守方面，并找出其触球与对手失去球权相关性最高的球员。

致谢：作者感谢 Anna Bonnet 在高维霍克斯过程估计方面提供的帮助。作者也感谢 Charlotte Dion 和 Céline Duval。作者衷心感谢“金融中的机器学习与系统方法”以及“深度金融与统计”两个讲席提供的资金支持。

参考文献

Adamopoulos, L.（1976）。地震的聚类模型：区域比较。国际数学地质学会期刊，8:463–475。Bonnet, A., Dion-Blanc, C., Gindraud, F. 和 Lemler, S.（2022a）。利用多元霍克斯过程进行神经网络推断和膜电位建模。神经科学方法期刊，372:109550。Bonnet, A., Herrera, M. M. 和 Sangnier, M.（2022b）。带抑制效应的多元指数霍克斯过程推断及其在神经元活动中的应用。*arXiv* 预印本 *arXiv:2205.04107*。Brémaud, P.（1981）。点过程与排队：鞅动力学，第50卷。Springer。Green, S.（2012）。评估英超联赛射手的表现。
h
t
t
p
s://
w
w
w.
statsperform.com/resource/assessing-the-performance-of-premier-league-goalscorers/。Hawkes, A. G.（1971a）。若干相互激发点过程的点谱。英国皇家统计学会期刊：*B*辑（方法论），33(3):438–443。Hawkes, A. G.（1971b）。若干自激和相互激发点过程的谱。*Biometrika*，58(1):83–90。Hawkes, A. G. 和 Oakes, D.（1974）。自激过程的聚类过程表示。应用概率期刊，11(3):493–503。Jaisson, T. 和 Rosenbaum, M.（2015）。近不稳定霍克斯过程的极限定理。应用概率年刊，25(2)。Lambert, R. C., Tuleau-Malot, C., Bessaih, T., Rivoirard, V., Bouret, Y., Leresche, N. 和 Reynaud- Bouret, P.（2018）。利用霍克斯模型重建多条尖峰序列的功能连接。神经科学方法期刊，297:9–21。Ogata, Y.（1981）。关于 Lewis 的点过程模拟方法。*IEEE* 信息论汇刊，27(1):23–31。Ogata, Y.（1988）。地震发生的统计模型及点过程残差分析。美国统计学会期刊，83(401):9–27。Ogata, Y. 等（1978）。平稳点过程最大似然估计量的渐近行为。统计数学研究所年刊，30(1):243–261。Singh, K.（2018）。介绍预期威胁（xT）。https://karun.in/blog/expected-threat.html。Whitmore, J.（2021）。什么是预期助攻（xA）？ https://theanalyst.com/eu/2021/03/what-are-expected-assists-xa/。

Date	对手	主场或客场	赛事
2022年5月11日	南特	Away	法国甲级联赛
2022年4月2日	Nice	Away	法国甲级联赛
2022年5月14日	马赛	Home	法国甲级联赛
2021年12月22日	摩纳哥	Away	法国甲级联赛
2022年3月20日	Metz	Home	法国甲级联赛
2022年4月15日	摩纳哥	Home	法国甲级联赛
2022年4月30日	圣埃蒂安	Home	法国甲级联赛
2022年4月24日	洛里昂	Home	法国甲级联赛
2021年11月20日	蒙彼利埃	Home	法国甲级联赛
2022年5月21日	里尔	Away	法国甲级联赛
2021年11月7日	Lyon	Home	法国甲级联赛

表8：雷恩足球俱乐部精选比赛列表

附录

雷恩足球俱乐部

在本附录中，　　我们对2021-2022赛季法甲的一支球队进行了详细分析　　.

A.1 精选比赛

秉持与第 4 节相同的思路，我们选择了一组阵型相同且首发阵容尽可能稳定的比赛。表 8 展示了雷恩足球俱乐部的精选比赛。在这些比赛中，球队均采用433阵型，但首发十一人并不总是完全相同。实际上，有些球员有时会在一两场比赛中轮换，但我们假设替补球员的表现与首发球员大致相同。雷恩足球俱乐部在精选比赛中的阵容如下，每个位置的主力球员以粗体显示:

- **Gomis**/阿莱姆达尔
- **特拉奥雷 - 奥马里**/巴德-**阿盖尔德**/巴德/桑塔马里亚 - **特吕费尔**/梅林
- **马耶尔**- **桑塔马里亚**/马丁 - **泰特**
- **布里若** - **Laborde**/Guirassy- **泰里耶**

我们从选定的雷恩足球俱乐部比赛中构建一个12维计数过程，不论首发球员是谁。只要每场比赛中球场上的11名球员与上述给出的阵型相符，我们就使用该场比赛的数据。随后，我们拟合一个12维Hawkes 过程，并将每个位置的估计指标与担任该位置的主力球员相关联。

A.2 结果与讨论

在表格 9中，我们根据生成的威胁指标对雷恩足球俱乐部球员进行排名。图 7以图形方式呈现了他们之间的直接交互，图8 则展示了估计的分枝矩阵。我们可以看到，球队采用 433 阵型，主要通过以下方式推进

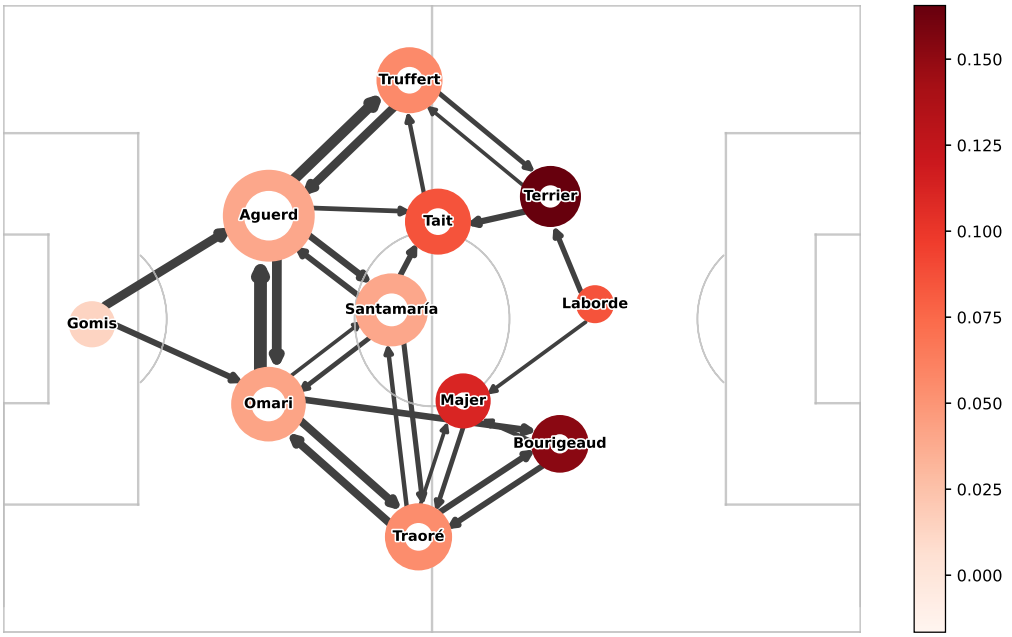


图 7：雷恩足球俱乐部球员之间互动关系的示意图。从球员 p_1 指向球员 p_2 的箭头宽度，与球员 p_2 预期触球次数成正比；该触球次数由球员 p_1的一次触球所产生。球员 p 圆圈的大小与其收到的箭头大小之和成正比，表示该球员在所分析比赛中的参与程度。圆圈颜色表示每位球员的 GoT^i 指数。

边路。制造威胁呈现不对称性，右路出现的配合更多，而 Majer 是最具创造力的中场球员。有趣的是，尽管 Flavien Tait 是一名中场球员，但他的 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 值很高，表明他对球队的进攻贡献显著。相比之下，Santamaria 虽然控球更多，但参与创造威胁的程度有限。他们在威胁创造方面的差异可归因于两人在场上扮演的不同角色。一方面，Tait 是一名更偏向攻守兼备的中场球员，经常前插，并且直接威胁指标相当可观。另一方面，Santamaria 属于防守型中场，负责充当锚点。他们会在靠近中后卫的位置参与组织进攻，与前场位置的球员互动有限。

主要威胁来源是布里若、马耶尔和泰里耶。这三名球员在进攻端表现出色。泰里耶是球队的头号射手，在法甲排名第三，但似乎也参与制造威胁。布里若制造的威胁最多，这并不令人意外，因为他是球队的进攻组织核心。事实上，他在联赛关键传球榜上排名第一，场均 3.2 次；赛季精准传中次数也以 104 次排名第一。

不出所料，中后卫的直接威胁贡献为零。不过，从每90分钟的间接威胁来看$_{90}^{(ind)}$，阿盖尔德和奥马里在球队中分别排名第四和第六。这两名球员通过参与球队组织进攻和控球制造威胁。尤其是阿盖尔德和奥马里都擅长控球，在联赛中，他们每场比赛成功率较高的传球次数分别排名第八和第二十。最后，我们可以从图7 中看到一些通向危险局面的精彩配合。

球员姓名	$\text{GoT}^{(dir)}$	$\text{GoT}^{(ind)}$	$\text{GoT}_{90}^{(dir)}$	$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$
Benjamin Bourigeaud	0.14	0.16	11.8	12.6
Martin Terrier	0.13	0.17	8.6	9.5
Lovro Majer	0.08	0.11	6.9	8.1
Flavien Tait	0.06	0.09	5.5	7.2
Adrien Truffert	0.02	0.06	2.4	5.2
Hamari Traoré	0.01	0.05	1.5	4.6
Nayef Aguerd	0.00	0.04	0.0	4.5
Baptiste Santamaría	0.00	0.05	0.4	4.3
Warmed Omari	0.00	0.04	0.0	4.0
盖坦·拉博德	0.04	0.08	2.0	3.0
阿尔弗雷德·戈米斯	0.00	0.01	0.0	0.7

表 9：生成的 雷恩足球俱乐部球员的威胁指标。表格按比赛时间$_{90}^{(ind)}$ 排序 .

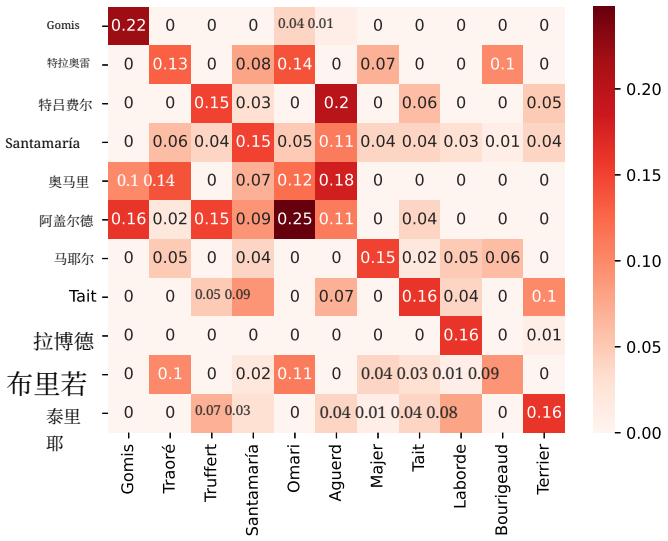


图 8：雷恩足球俱乐部估计的分枝矩阵。

这些进攻模式 雷恩足球俱乐部的对手在与其交锋时，应将这些进攻模式纳入考量 :

- 阿盖尔德 → 特吕费尔 → 泰里耶 → 威胁。
- 泰里耶 → 泰特 → 威胁。泰里耶非常擅长制造直接威胁，但他也经常与 Flavien Tait 配合制造危险。同样，布里若也常将球传给 Lovro Majer，以制造间接威胁。
- 奥马里 → 特拉奥雷 → 布里若 → 威胁。
- 奥马里 → 布里若 → 威胁。这是一种从防守转向进攻的直接套路，应加以限制。奥马里非常擅长推进球权，既能通过缓慢组织进攻将球传给右后卫特拉奥雷，也能通过快速攻防转换直接传球给布里若。

B 法甲球员GoT排名前100名

排名	姓名	位置	Team	分钟	GoT$^{(dir)}$
1	莱昂内尔·梅西	10	巴黎圣日耳曼	630	0.130
2	安赫尔·迪马利亚	10	巴黎圣日耳曼	1171	0.128
3	Moses Simon	11	南特	1222	0.120
4	基利安·姆巴佩	9	巴黎圣日耳曼	1338	0.110
5	莱昂内尔·梅西	9	巴黎圣日耳曼	675	0.109
6	Martin Terrier	11	雷恩	1386	0.108
7	基利安·姆巴佩	11	巴黎圣日耳曼	1066	0.107
8	罗曼·法夫尔	7	布雷斯特	630	0.106
8	Houssem Aouar	7	Lyon	810	0.106
10	索菲安·布法尔	9	昂热	771	0.100
11	Jonathan Ikoné	7	里尔	767	0.096
12	Wissam Ben Yedder	9	摩纳哥	1625	0.094
13	Franck Honorat	11	布雷斯特	838	0.093
13	Karl Toko-Ekambi	11	Lyon	1855	0.093
15	Benjamin Bourigeaud	10	雷恩	1719	0.092
16	索菲安·布法尔	11	昂热	665	0.091
17	Justin Kluivert	11	Nice	1207	0.090
19	Dimitri Payet	9	马赛	617	0.088
19	Kevin Gameiro	10	斯特拉斯堡	673	0.088
19	内马尔	11	巴黎圣日耳曼	1258	0.088
21	Jodel Dossou	10	克莱蒙	1762	0.086
22	卢卡斯·达库尼亚	10	克莱蒙	606	0.084
22	吉姆·阿勒维纳	11	克莱蒙	858	0.084
24	Frédéric Guilbert	2	斯特拉斯堡	2428	0.082
25	阿尔芒·洛里昂特	9	洛里昂	842	0.080
26	卢多维克·布拉斯	7	南特	810	0.078
27	盖尔·卡库塔	9	Lens	976	0.077
28	阿尔诺·卡利穆恩多-穆因加	11	Lens	724	0.075
29	Cengiz Ünder	10	马赛	1047	0.074
29	弗洛朗·莫莱特	10	蒙彼利埃	1269	0.074
31	Téji Savanier	7	蒙彼利埃	2209	0.071
32	吉斯兰·科南	3	兰斯	1007	0.070
33	Lovro Majer	7	雷恩	1302	0.068
34	凯文·福兰德	7	摩纳哥	1131	0.067
34	Jonathan Clauss	2	Lens	1940	0.067
36	Angelo Fulgini	8	昂热	630	0.066
36	安迪·德洛尔	10	Nice	1478	0.066
38	Javairô Dilrosun	9	波尔多	675	0.064
39	万德森	10	摩纳哥	619	0.061
40	卢卡斯·帕奎塔	7	Lyon	1248	0.060
40	布拉克·伊尔马兹	9	里尔	1900	0.060
43	乔纳森·班巴	11	里尔	1763	0.059
43	托马斯·福克特	2	兰斯	631	0.059
43	Jason Berthomier	7	克莱蒙	1244	0.059
45	阿明·古伊里	9	Nice	1749	0.058
46	盖坦·拉博德	9	雷恩	1305	0.057
47	易卜拉希马·西索科	7	斯特拉斯堡	826	0.055
48	乔纳森·戴维	10	里尔	2072	0.054
49	迪米特里·利耶纳尔	3	斯特拉斯堡	1728	0.050
51	Flavien Tait	8	雷恩	1129	0.046

Rank	Name	位置	Team	分钟	GoT$^{(dir)}$
51	弗洛里安·索托卡	10	Lens	1119	0.046
51	杰雷米·勒·杜阿龙	10	布雷斯特	759	0.046
53	安迪·德洛尔	9	Nice	795	0.045
55	Youcef Atal	2	Nice	1032	0.044
55	兰达尔·科洛·穆阿尼	9	南特	876	0.044
55	斯蒂菲·马维迪迪	11	蒙彼利埃	1585	0.044
55	Aleksandr Golovin	11	摩纳哥	607	0.044
58	埃尔巴桑·拉沙尼	11	克莱蒙	1588	0.043
59	穆罕默德·巴约	9	克莱蒙	2331	0.042
60	Abdu Conté	3	特鲁瓦	695	0.041
60	Sanjin Prcic	11	斯特拉斯堡	652	0.041
64	Bruno Guimarães	4	Lyon	900	0.040
64	Anthony Caci	3	斯特拉斯堡	1400	0.040
64	Kevin Gameiro	9	斯特拉斯堡	1458	0.040
64	Hicham Boudaoui	7	Nice	1304	0.040
64	Gerson	8	马赛	704	0.040
67	索菲安·迪奥普	11	摩纳哥	631	0.039
68	伊戈尔·席尔瓦	2	洛里昂	1197	0.038
69	雷纳托·桑切斯	8	里尔	951	0.037
69	伊萨·卡博雷	2	特鲁瓦	1679	0.037
71	穆罕默德·阿里·肖	10	昂热	807	0.035
71	Angelo Fulgini	9	昂热	751	0.035
74	阿基姆·泽达德卡	2	克莱蒙	3330	0.034
74	波尔·利罗拉	2	马赛	863	0.034
74	阿德里安·托马松	7	斯特拉斯堡	1853	0.034
76	哈比卜·迪亚洛	10	斯特拉斯堡	859	0.033
76	哈维尔·沙瓦勒兰	11	特鲁瓦	949	0.033
78	让-里克内尔·贝勒加德	11	斯特拉斯堡	1454	0.032
78	马克桑斯·卡奎雷	8	Lyon	1389	0.032
80	Vital N'Simba	3	克莱蒙	2731	0.031
80	鲁本·阿吉拉尔	2	摩纳哥	1205	0.031
83	塞科·福法纳	8	Lens	1861	0.030
83	伊斯梅尔·雅各布斯	3	摩纳哥	650	0.030
83	特雷姆·莫菲	10	洛里昂	911	0.030
87	瓦莱尔·热尔曼	9	蒙彼利埃	1083	0.029
87	Stéphane Bahoken	10	昂热	657	0.029
87	优素福·福法纳	8	摩纳哥	1116	0.029
87	马泰奥·贡多齐	7	马赛	1350	0.029
87	卢多维克·阿若克	10	斯特拉斯堡	1334	0.029
90	卢多维克·阿若克	9	斯特拉斯堡	1243	0.028
90	马尔科·维拉蒂	4	巴黎圣日耳曼	602	0.028
93	Baptiste Santamaría	8	雷恩	675	0.027
93	Vincent Le Goff	3	洛里昂	1440	0.027
93	里卡多·曼加斯	3	波尔多	613	0.027
96	卡约·恩里克	3	摩纳哥	1454	0.026
96	米哈伊洛·里斯蒂奇	3	蒙彼利埃	1150	0.026
96	朱尼奥尔·桑比亚	2	蒙彼利埃	732	0.026
98	Souleyman Doumbia	3	昂热	1797	0.025
98	Przemyslaw Frankowski	3	Lens	1191	0.025
100	Florian Tardieu	8	特鲁瓦	1530	0.024

表10：GoT$^{(dir)}$排名中的法甲球员。

排名	姓名	位置	Team	比赛时间	$\text{GoT}_{90}^{(ind)}$
1	莱昂内尔·梅西	10	巴黎圣日耳曼	630	14.911
2	安赫尔·迪马利亚	10	巴黎圣日耳曼	1171	13.218
3	内马尔	11	巴黎圣日耳曼	1258	12.724
4	马尔科·维拉蒂	4	巴黎圣日耳曼	602	12.581
5	莱昂内尔·梅西	9	巴黎圣日耳曼	675	12.353
6	罗曼·法夫尔	7	布雷斯特	630	10.402
7	Houssem Aouar	7	Lyon	810	10.077
8	Téji Savanier	7	蒙彼利埃	2209	9.608
9	马尔科·维拉蒂	8	巴黎圣日耳曼	1069	9.446
10	Jason Berthomier	7	克莱蒙	1244	9.340
11	Benjamin Bourigeaud	10	雷恩	1719	9.211
12	索菲安·布法尔	9	昂热	771	9.100
13	Bruno Guimarães	4	Lyon	900	8.817
14	迪米特里·帕耶	9	马赛	617	8.815
15	Moses Simon	11	南特	1222	8.790
16	Martin Terrier	11	雷恩	1386	8.639
17	基利安·姆巴佩	11	巴黎圣日耳曼	1066	8.577
18	Frédéric Guilbert	2	斯特拉斯堡	2428	8.421
19	鲁本·阿吉拉尔	2	摩纳哥	1205	8.019
20	Lovro Majer	7	雷恩	1302	7.927
21	卢卡斯·达库尼亚	10	克莱蒙	606	7.882
22	基利安·姆巴佩	9	巴黎圣日耳曼	1338	7.733
23	吉斯兰·科南	3	兰斯	1007	7.721
24	Sanjin Prcic	11	斯特拉斯堡	652	7.624
25	索菲安·布法尔	11	昂热	665	7.547
26	卢卡斯·帕奎塔	7	Lyon	1248	7.450
27	Karl Toko-Ekambi	11	Lyon	1855	7.365
28	Jonathan Ikoné	7	里尔	767	7.285
29	Franck Honorat	11	布雷斯特	838	7.207
30	阿什拉夫·哈基米	2	巴黎圣日耳曼	1781	7.125
31	伊德里萨·盖耶	8	巴黎圣日耳曼	662	7.090
32	迪米特里·利耶纳尔	3	斯特拉斯堡	1728	7.050
33	Gerson	8	马赛	704	7.016
34	万德森	10	摩纳哥	619	6.939
35	易卜拉希马·西索科	7	斯特拉斯堡	826	6.892
36	卢多维克·布拉斯	7	南特	810	6.816
37	盖尔·卡库塔	9	Lens	976	6.802
38	Jonathan Clauss	2	Lens	1940	6.757
39	Justin Kluivert	11	Nice	1207	6.700
40	Flavien Tait	8	雷恩	1129	6.671
41	Kevin Gameiro	10	斯特拉斯堡	673	6.569
42	弗洛朗·莫莱特	10	蒙彼利埃	1269	6.465
43	Angelo Fulgini	8	昂热	630	6.459
44	雷纳托·桑切斯	8	里尔	951	6.427
45	恩里克	3	Lyon	619	6.385
46	达尼洛·佩雷拉	4	巴黎圣日耳曼	879	6.346
47	波尔·利罗拉	2	马赛	863	6.327
48	吉姆·阿莱维纳	11	克莱蒙	858	6.303
49	Youcef Atal	2	Nice	1032	6.258
50	马克桑斯·卡奎雷	8	Lyon	1389	6.229
51	Vital N'Simba	3	克莱蒙	2731	6.066
52	Anthony Caci	3	斯特拉斯堡	1400	6.023
53	Emerson	3	Lyon	1848	6.019
54	Aleksandr Golovin	11	摩纳哥	607	5.973
55	Birger Meling	3	雷恩	776	5.936
56	Juan Bernat	3	巴黎圣日耳曼	777	5.929
57	约代尔·多苏	10	克莱蒙	1762	5.864
58	卡约·恩里克	3	摩纳哥	1454	5.855
59	乔纳斯·马丁	4	雷恩	1115	5.810
60	托马斯·福凯	2	兰斯	631	5.805
61	乔纳森·班巴	11	里尔	1763	5.632
62	Marquinhos	5	巴黎圣日耳曼	2340	5.625
63	弗洛里安·索托卡	10	Lens	1119	5.598
64	约尔丹·费里	8	蒙彼利埃	2129	5.516
65	奥雷利安·楚阿梅尼	4	摩纳哥	1620	5.431
66	马洛·古斯托	2	Lyon	1369	5.382
67	谢赫·乌马尔·杜库雷	7	Lens	1350	5.372
68	阿尔芒·洛里昂特	9	洛里昂	842	5.345
69	阿基姆·泽达德卡	2	克莱蒙	3330	5.281
70	Presnel Kimpembe	6	巴黎圣日耳曼	1840	5.230
71	伊斯梅尔·雅各布斯	3	摩纳哥	650	5.199
72	法比奥	3	南特	726	5.154
73	蒂洛·凯雷尔	2	巴黎圣日耳曼	632	5.144
74	詹吉兹·云代尔	10	马赛	1047	5.079
75	莱奥·杜波瓦	2	Lyon	1246	5.060
76	马泰奥·贡多齐	7	马赛	1350	4.995
77	Facundo Medina	4	Lens	1329	4.953
78	阿德里安·托马松	7	斯特拉斯堡	1853	4.921
79	Nayef Aguerd	6	雷恩	1698	4.908
80	Abdu Conté	3	特鲁瓦	695	4.891
81	Javairô Dilrosun	9	波尔多	675	4.845
82	Hamari Traoré	2	雷恩	1878	4.836
83	Przemyslaw Frankowski	3	Lens	1191	4.778
84	Wissam Ben Yedder	9	摩纳哥	1625	4.685
85	Vincent Le Goff	3	洛里昂	1440	4.669
86	Valentin Rongier	2	马赛	899	4.668
87	Angelo Fulgini	9	昂热	751	4.661
88	威廉·萨利巴	5	马赛	1800	4.652
89	布巴卡尔·卡马拉	4	马赛	1497	4.636
90	努诺·门德斯	3	巴黎圣日耳曼	1246	4.599
91	杰森·德纳耶尔	6	Lyon	630	4.591
92	Baptiste Santamaría	8	雷恩	675	4.536
93	Jonathan Gradit	6	Lens	1710	4.535
94	优素福·福法纳	8	摩纳哥	1116	4.517
95	弗洛里安·塔尔迪厄	8	特鲁瓦	1530	4.496
96	乔丹·洛通巴	2	Nice	1410	4.454
97	米哈伊洛·里斯蒂奇	3	蒙彼利埃	1150	4.439
98	Warmed Omari	5	雷恩	1710	4.407
99	梅尔文·巴尔德	3	Nice	2470	4.350
100	塞科·福法纳	8	Lens	1861	4.345

表11：法甲球员的 $\text{GoT}_{90}^{(ind)}$ 排名。

Team	阵型集群
昂热	3
波尔多	3
布雷斯特	2
克莱蒙	1
Lens	3
里尔	2
洛里昂	3
Lyon	1
马赛	1
Metz	3
摩纳哥	1
蒙彼利埃	1
南特	1
Nice	2
巴黎圣日耳曼	1
兰斯	3
雷恩	1
圣埃蒂安	4
斯特拉斯堡	3
特鲁瓦	4

表12 : 2021-2022赛季法甲各球队的主要阵型集群 .